

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования

КГЭУ

**«КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «КГЭУ»)**

**АКТУАЛИЗИРОВАНО**  
Решением Ученого совета ИЦТЭ КГЭУ  
Протокол №7 от 19.03.2024

«УТВЕРЖДАЮ»

Директор института Цифровых технологий и  
экономики

Торкунова Ю.В.

«26» октября 2020 г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

Математические модели и методы

Направление подготовки 01.03.04 Прикладная математика

Квалификация

бакалавр

г. Казань, 2020

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с ФГОС ВО - бакалавриат по направлению подготовки 01.03.04 Прикладная математика (приказ Минобрнауки России от 10.01.2018 г. № 11)

Программу разработал(и):

доцент, к.ф.-м.н. \_\_\_\_\_ Смирнов Ю.Н.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Инженерная кибернетика, протокол №10 от 15.10.2020

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Смирнов Ю.Н.

Программа рассмотрена и одобрена на заседании выпускающей кафедры Инженерная кибернетика, протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Смирнов Ю.Н.

Программа одобрена на заседании методического совета института Цифровых технологий и экономики, протокол № 2 от 26.10.2020

Зам. директора института Цифровых технологий и экономики

\_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_/

Программа принята решением Ученого совета института Цифровых технологий и экономики

протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_

Согласовано:

Руководитель ОПОП \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ /

## 1. Цель, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине

Целью освоения дисциплины является формирование у обучающихся компетенций в области математического моделирования и математических методов, используемых в профессиональной деятельности

Задачами дисциплины являются:

- сформировать знания в области математических моделей и методов;
- научить строить математические модели и их трактовать;
- владеть математическими методами решения прикладных задач

Компетенции, формируемые у обучающихся, запланированные результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с индикаторами достижения компетенций:

| Код и наименование компетенции   | Код и наименование индикатора достижения компетенции   | Запланированные результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть)  |
|--|--|--|
| Общепрофессиональные компетенции (ОПК)   |  |  |
| ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и инженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности; | ОПК-1.1 Составляет математические модели, применяет математические методы при решении профессиональных задач   | <i>Знать:</i><br>Основные этапы построения математической модели прикладных задач<br><i>Уметь:</i><br>Строить математические модели и выбирать математические методы решения прикладных задач<br><i>Владеть:</i><br>Алгоритмизацией и решением прикладных задач с применением математических методов |
|  | ОПК-1.2 Применяет к объектам профессиональной деятельности естественнонаучные и инженерные знания, методы теоретического и экспериментального исследования | <i>Знать:</i><br>Математические модели решения бизнес-задач предприятия<br><i>Уметь:</i><br>Применять численные методы решения бизнес-задач<br><i>Владеть:</i><br>Пакетами прикладных программ для численного решения бизнес-задач   |

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Математические модели и методы относится к обязательной части учебного плана по направлению подготовки 01.03.04 Прикладная математика.

| Код компетенции | Предшествующие дисциплины (модули), практики, НИР, др. | Последующие дисциплины (модули), практики, НИР, др. |
|-----------------|--|---|
|-----------------|--|---|

|       |                   |   |
|-------|-------------------|---|
| ОПК-1 |                   | Выполнение и защита выпускной квалификационной работы |
| ОПК-1 | Высшая математика |   |

Для освоения дисциплины обучающийся должен:

- знать основы высшей математики;
- уметь формулировать математические задачи.

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных(ые) единиц(ы) (ЗЕ), всего 216 часов, из которых 91 час составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (занятия лекционного типа 34 час., занятия семинарского типа (практические, семинарские занятия, лабораторные работы и т.п.) 52 час., групповые и индивидуальные консультации 2 час., прием экзамена (КПА), зачета с оценкой - 1 час., самостоятельная работа обучающегося 90 час, контроль самостоятельной работы (КСР) - 2 час. Практическая подготовка по виду профессиональной деятельности составляет 22 часа.

| Вид учебной работы  | Всего часов | Семестр |
|---|-------------|---------|
|   |             | 3       |
| <b>ОБЩАЯ ТРУДОЕМКОСТЬ ДИСЦИПЛИНЫ</b>                                    | 216         | 216     |
| <b>КОНТАКТНАЯ РАБОТА ОБУЧАЮЩЕГОСЯ С ПРЕПОДАВАТЕЛЕМ,</b><br>в том числе: | 91          | 91      |
| Лекционные занятия (Лек)  | 34          | 34      |
| Лабораторные занятия (Лаб)  | 52          | 52      |
| Контроль самостоятельной работы и иная контактная работа (КСР)*         | 2           | 2       |
| Консультации (Конс)   | 2           | 2       |
| Контактные часы во время аттестации (КПА)                               | 1           | 1       |
| <b>САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА ОБУЧАЮЩЕГОСЯ (СРС):</b>                       | 90          | 90      |
| Подготовка к промежуточной аттестации в форме: (экзамен)                | 35          | 35      |
| <b>ФОРМА ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ</b>                                   | Эк          | Эк      |

#### 3.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам и видам занятий

| Разделы дисциплины                               | Семестр | Распределение трудоемкости (в часах) по видам учебной работы, включая СРС |   |                     |                        |   |                                       |                                       |                         | Формируемые результаты обучения (знания, умения, навыки) | Литература | Формы текущего контроля успеваемости | Формы промежуточной аттестации | Максимальное количество баллов по балльно - рейтинговой системе |       |
|--|---------|---|---|---------------------|------------------------|---|---------------------------------------|---------------------------------------|-------------------------|--|------------|--------------------------------------|--------------------------------|---|-------|
|  |         | Занятия лекционного типа  | Занятия практического / семинарского типа | Лабораторные работы | Групповые консультации | Самостоятельная работа студента, в т.ч. | Контроль самостоятельной работы (КСР) | подготовка к промежуточной аттестации | Сдача зачета / экзамена |  |            |                                      |                                |   | Итого |
| Раздел 1. Математические модели прикладных задач |         |   |   |                     |                        |   |                                       |                                       |                         |  |            |                                      |                                |   |       |

|  |   |   |  |   |  |    |   |  |  |  |    |  |   |    |  |   |  |
|--|---|---|--|---|--|----|---|--|--|--|----|--|---|----|--|---|--|
| 1. Математические модели прикладных задач. Примеры.          | 3 | 2 |  | 4 |  | 10 |   |  |  |  | 16 | ОПК-1.2-31, ОПК-1.1-31, ОПК-1.2-В1, ОПК-1.1-В1, ОПК-1.2-У1 | Л1.1, Л1.2, Л1.5, Л1.6, Л1.7, Л1.10, Л1.3, Л1.4, Л1.8, Л1.9 | КВ |  | 8 |  |
| Раздел 2. Модели и методы решения нелинейных уравнений       |   |   |  |   |  |    |   |  |  |  |    |  |   |    |  |   |  |
| 2. Модели и методы решения нелинейных уравнений              | 3 | 4 |  | 6 |  | 12 |   |  |  |  | 22 | ОПК-1.1-31, ОПК-1.2-31, ОПК-1.2-У1, ОПК-1.2-В1, ОПК-1.1-В1 | Л1.1, Л1.5, Л1.7, Л1.4, Л1.8                                | КВ |  | 8 |  |
| Раздел 3. Модели и методы решения систем линейных уравнений  |   |   |  |   |  |    |   |  |  |  |    |  |   |    |  |   |  |
| 3. Модели и методы решения систем линейных уравнений         | 3 | 4 |  | 6 |  | 10 |   |  |  |  | 20 | ОПК-1.1-31, ОПК-1.2-31, ОПК-1.1-В1, ОПК-1.2-У1, ОПК-1.2-В1 | Л1.1, Л1.10, Л1.2, Л1.9, Л1.3, Л1.8                         | КВ |  | 8 |  |
| Раздел 4. Модели и методы аппроксимации функции              |   |   |  |   |  |    |   |  |  |  |    |  |   |    |  |   |  |
| 4. Модели и методы аппроксимации функции                     | 3 | 4 |  | 6 |  | 12 | 1 |  |  |  | 23 | ОПК-1.1-31, ОПК-1.2-31, ОПК-1.1-В1, ОПК-1.2-У1, ОПК-1.2-В1 | Л1.1, Л1.5, Л1.7, Л1.3, Л1.4, Л1.8                          | КВ |  | 8 |  |
| Раздел 5. Модели и методы вычисления определенных интегралов |   |   |  |   |  |    |   |  |  |  |    |  |   |    |  |   |  |

|   |   |   |  |    |  |    |   |  |  |    |  |   |       |  |   |
|---|---|---|--|----|--|----|---|--|--|----|--|---|-------|--|---|
| 5. Модели и методы вычисления определенных интегралов                     | 3 | 4 |  | 6  |  | 10 |   |  |  | 20 | ОПК-1.1-31,<br>ОПК-1.2-31,<br>ОПК-1.1-В1,<br>ОПК-1.2-У1,<br>ОПК-1.2-В1 | Л1.2,<br>Л1.6,<br>Л1.10,<br>Л1.4,<br>Л1.8,<br>Л1.7          | КВ    |  | 8 |
| Раздел 6. Модели и методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений |   |   |  |    |  |    |   |  |  |    |  |   |       |  |   |
| 6. Модели и методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений        | 3 | 4 |  | 6  |  | 12 |   |  |  | 22 | ОПК-1.1-31,<br>ОПК-1.2-31,<br>ОПК-1.1-В1,<br>ОПК-1.2-У1,<br>ОПК-1.2-В1 | Л1.5,<br>Л1.7,<br>Л1.10,<br>Л1.4,<br>Л1.8,<br>Л1.6          | КВ    |  | 8 |
| Раздел 7. Методы и модели оптимизации                                     |   |   |  |    |  |    |   |  |  |    |  |   |       |  |   |
| 7. Методы и модели оптимизации  | 3 | 4 |  | 6  |  | 10 |   |  |  | 20 | ОПК-1.1-31,<br>ОПК-1.2-31,<br>ОПК-1.1-В1,<br>ОПК-1.2-У1,<br>ОПК-1.2-В1 | Л1.1,<br>Л1.5,<br>Л1.7,<br>Л1.8,<br>Л1.9                    | КВ    |  | 8 |
| Раздел 8. Модели и методы линейного программирования                      |   |   |  |    |  |    |   |  |  |    |  |   |       |  |   |
| 8. Модели и методы линейного программирования                             | 3 | 8 |  | 12 |  | 14 | 1 |  |  | 35 | ОПК-1.2-31,<br>ОПК-1.1-31,<br>ОПК-1.1-В1,<br>ОПК-1.2-У1,<br>ОПК-1.2-В1 | Л1.1,<br>Л1.2,<br>Л1.6,<br>Л1.7,<br>Л1.8,<br>Л1.9,<br>Л1.10 | КВ, Т |  | 8 |
| Раздел 9. Промежуточная аттестация  |   |   |  |    |  |    |   |  |  |    |  |   |       |  |   |

|                             |   |    |  |    |   |    |   |    |   |     |  |  |     |     |
|-----------------------------|---|----|--|----|---|----|---|----|---|-----|--|--|-----|-----|
| 9. Промежуточная аттестация | 3 |    |  | 2  |   |    |   |    | 1 | 3   | ОПК-1.1-31,<br>ОПК-1.1-В1,<br>ОПК-1.2-31,<br>ОПК-1.2-В1,<br>ОПК-1.2-У1 |  | Эк. | 40  |
| <b>ИТОГО</b>                |   | 34 |  | 52 | 2 | 90 | 2 | 35 | 1 | 216 |  |  |     | 100 |

### 3.3. Тематический план лекционных занятий

| Номер раздела дисциплины | Темы лекционных занятий   | Трудоемкость, час. |
|--------------------------|---|--------------------|
| 1                        | Математические модели прикладных задач. Примеры.                | 2                  |
| 2                        | Модели и методы решения нелинейных уравнений                    | 4                  |
| 3                        | Модели и методы решения систем линейных уравнений               | 4                  |
| 4                        | Модели и методы аппроксимации функции                           | 4                  |
| 5                        | Модели и методы вычисления определенных интегралов              | 4                  |
| 6                        | Модели и методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений | 4                  |
| 7                        | Методы и модели оптимизации                                     | 4                  |
| 8                        | Модели и методы линейного программирования                      | 8                  |
|                          | Всего   | 34                 |

### 3.4. Тематический план практических занятий

Данный вид работы не предусмотрен учебным планом

### 3.5. Тематический план лабораторных работ

| Номер раздела дисциплины | Темы лабораторных работ   | Трудоемкость, час. |
|--------------------------|---|--------------------|
| 1                        | Математические модели прикладных задач                          | 4                  |
| 2                        | Модели и методы решения нелинейных уравнений                    | 6                  |
| 3                        | Модели и методы решения систем линейных уравнений               | 6                  |
| 4                        | Модели и методы аппроксимации функции                           | 6                  |
| 5                        | Модели и методы вычисления определенных интегралов              | 6                  |
| 6                        | Модели и методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений | 6                  |
| 7                        | Методы и модели оптимизации                                     | 6                  |
| 8                        | Модели и методы линейного программирования                      | 12                 |



Всего

52

### 3.6. Самостоятельная работа студента

| Номер раздела дисциплины | Вид СРС   | Содержание СРС  | Трудоемкость, час. |
|--------------------------|---|---|--------------------|
| 1                        | Математические модели прикладных задач                          | Математические модели прикладных задач                          | 10                 |
| 2                        | Модели и методы решения нелинейных уравнений                    | Модели и методы решения нелинейных уравнений                    | 12                 |
| 3                        | Модели и методы решения систем линейных уравнений               | Модели и методы решения систем линейных уравнений               | 10                 |
| 4                        | Модели и методы аппроксимации функции                           | Модели и методы аппроксимации функции                           | 12                 |
| 5                        | Модели и методы вычисления определенных интегралов              | Модели и методы вычисления определенных интегралов              | 10                 |
| 6                        | Модели и методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений | Модели и методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений | 12                 |
| 7                        | Методы и модели оптимизации                                     | Методы и модели оптимизации                                     | 10                 |
| 8                        | Модели и методы линейного программирования                      | Модели и методы линейного программирования                      | 14                 |
| Всего                    |   |   | 90                 |

#### 4. Образовательные технологии

Для формирования компетенций используются традиционные образовательные технологии, такие как лекций, лабораторные работы, самостоятельная работа, консультации, устный опрос. Кроме них используются: работа с пакетами прикладных программ, работа в интерактивной образовательной среде LMS Moodle, компьютерное тестирование, индивидуальные задания и контроль их поэтапного выполнения, конференций-вебинары, коллективное обсуждение проблемных вопросов, в том числе удаленно с использованием конференц-систем.

#### 5. Оценивание результатов обучения

Оценивание результатов обучения по дисциплине осуществляется в рамках текущего контроля успеваемости, проводимого по балльно-рейтинговой системе (БРС), и промежуточной аттестации.

Обобщенные критерии и шкала оценивания уровня сформированности компетенции (индикатора достижения компетенции) по итогам освоения дисциплины:

| Планируемые результаты обучения   | Обобщенные критерии и шкала оценивания результатов обучения                                    |  |   |   |
|-----------------------------------|--|--|---|---|
|                                   | неудовлетворительно  | удовлетворительно  | хорошо  | отлично   |
|                                   | не зачтено   | зачтено  |   |   |
| Полнота знаний                    | Уровень знаний ниже минимальных требований, имеют место грубые ошибки                          | Минимально допустимый уровень знаний, имеет место много негрубых ошибок  | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе, имеет место несколько негрубых ошибок   | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок   |
| Наличие умений                    | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения, имеют место грубые ошибки | Продемонстрированы основные умения, решены типовые задачи с негрубыми ошибками, выполнены все задания, но не в полном объеме | Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с негрубыми ошибками, выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами | Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме |
| Наличие навыков (владение опытом) | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки, имеют место грубые ошибки  | Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами                                      | Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами   | Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов  |
| Характер                          | Компетенция в  | Сформированность   | Сформированность  | Сформированность  |

|  |   |   |   |   |
|--|---|---|---|---|
| истика сформированности компетенции (индикатора достижения компетенции)  | полной мере не сформирована. Имеющихся знаний, умений, навыков недостаточно для решения практических (профессиональных) задач | компетенции соответствует минимальным требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков в целом достаточно для решения практических (профессиональных) задач, но требуется дополнительная практика по большинству практических задач | компетенции в целом соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в целом достаточно для решения стандартных практических (профессиональных) задач | компетенции полностью соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в полной мере достаточно для решения сложных практических (профессиональных) задач |
| Уровень сформированности компетенции (индикатора достижения компетенции) | Низкий  | Ниже среднего   | Средний   | Высокий   |

### Шкала оценки результатов обучения по дисциплине:

| Код компетенции | Код индикатора достижения компетенции | Запланированные результаты обучения по дисциплине                                       | Уровень сформированности компетенции (индикатора достижения компетенции) |  |  |  |
|-----------------|---------------------------------------|---|--|--|--|--|
|                 |                                       |   | Высокий  | Средний  | Ниже среднего  | Низкий   |
|                 |                                       |   | Шкала оценивания   |  |  |  |
|                 |                                       |   | отлично  | хорошо   | удовлетворительно  | неудовлетворительно  |
|                 |                                       |   | зачтено  |  |  | не зачтено   |
| ОПК-1           | ОПК-1.1                               | Знать   |  |  |  |  |
|                 |                                       | Основные этапы построения математической модели прикладных задач                        | Содержание этапов построения математической модели не менее чем 85%      | Содержание этапов построения математической модели в пределах 70-84% | Содержание этапов построения математической модели в пределах 55-69% | Содержание этапов построения математической модели менее чем 55% |
|                 |                                       | Уметь   |  |  |  |  |
|                 |                                       | Строить математические модели и выбирать математические методы решения прикладных задач | Строить и выбирать математические модели в пределах 85-100%              | Строить и выбирать математические модели в пределах 70-84%           | Строить и выбирать математические модели в пределах 55-69%           | Строить и выбирать математические модели менее чем на 55%        |
|                 |                                       | Владеть   |  |  |  |  |

|  |   |  |  |   |   |  |
|--|---|--|--|---|---|--|
|  |   | Алгоритмизацией и решением прикладных задач с применением математических методов               | Навыками алгоритмизации и решения прикладных задач с применением математических методов на 85-100% | Навыками алгоритмизации и решения прикладных задач с применением математических методов на 70-84%     | Навыками алгоритмизации и решения прикладных задач с применением математических методов на 55-69% | Навыками алгоритмизации и решения прикладных задач с применением математических методов менее чем на 55% |
| ОПК-1.2  | Знать   |  |  |   |   |  |
|  | Математические модели решения бизнес-задач предприятия  | Математические модели решения бизнес-задач предприятия на 85-100%                              | Математические модели решения бизнес-задач предприятия на 70-84%                                   | Математические модели решения бизнес-задач предприятия на 55-69%                                      | Математические модели решения бизнес-задач предприятия менее чем на 55%                           |  |
|  | Уметь   |  |  |   |   |  |
|  | Применять численные методы решения бизнес-задач   | Применять численные методы решения бизнес-задач на 85-100%                                     | Применять численные методы решения бизнес-задач на 70-84%  | Применять численные методы решения бизнес-задач на 55-69%   | Применять численные методы решения бизнес-задач менее чем на 55%                                  |  |
|  | Владеть   |  |  |   |   |  |
| Пакетами прикладных программ для численного решения бизнес-задач | Навыками использовать пакеты прикладных программ для численного решения бизнес-задач на 85-100% | Навыками использовать пакеты прикладных программ для численного решения бизнес-задач на 70-84% | Навыками использовать пакеты прикладных программ для численного решения бизнес-задач на 55-69%     | Навыками использовать пакеты прикладных программ для численного решения бизнес-задач менее чем на 55% |   |  |

Оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации приведены в Приложении к рабочей программе дисциплины. Полный комплект заданий и материалов, необходимых для оценивания результатов обучения по дисциплине, хранится на кафедре-разработчике в бумажном и электронном виде.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 6.1. Учебно-методическое обеспечение

#### Основная литература

| № п/п | Автор(ы) | Наименование | Вид издания (учебник, учебное пособие, др.) | Место издания, издательство | Год издания | Адрес электронного ресурса | Кол-во экземпляров в библиотеке КГЭУ |
|-------|----------|--------------|---|-----------------------------|-------------|----------------------------|--------------------------------------|
|-------|----------|--------------|---|-----------------------------|-------------|----------------------------|--------------------------------------|

|   |  |  |                             |                          |      |   |    |
|---|--|--|-----------------------------|--------------------------|------|---|----|
| 1 | Бережная Е. В., Бережной В. И.   | Математические методы моделирования экономических систем | учебное пособие для вузов   | М.: Финансы и статистика | 2005 |   | 8  |
| 2 | Глухов В. В., Медников М. Д., Коробко С. Б.  | Математические методы и модели для менеджмента           | учебное пособие для вузов   | СПб.: Лань               | 2005 |   | 9  |
| 3 | Макаров С. И., Севастьянов С. А.   | Экономико-математические методы и модели. Задачник       | учебно-практическое пособие | М.: Кнорус               | 2016 | <a href="https://www.book.ru/book/919268/">https://www.book.ru/book/919268/</a> |    |
| 4 | Горбунова Р. И., Курганова М. В., Макаров С. И., Мищенко М. В., Севастьянова С. А., Сизиков А. П., Уфимцева Л. И., Фомин В. И., Чупрынов Б. П., Черкасова Т. Н., Макаров С. И. | Экономико-математические методы и модели                 | учебное пособие             | М.: Кнорус               | 2009 | <a href="https://www.book.ru/book/225528/">https://www.book.ru/book/225528/</a> |    |
| 5 | Гончаренко В. М., Попов В. Ю.  | Математические методы в экономике и финансах             | учебник                     | М.: Кнорус               | 2016 | <a href="https://www.book.ru/book/920473/">https://www.book.ru/book/920473/</a> |    |
| 6 | Шапкин А. С., Мазаева Н. П.  | Математические методы и модели исследования операций     | учебник для вузов           | М.: Дашков и К           | 2007 |   | 10 |

|    |                              |  |                           |                          |      |    |
|----|------------------------------|--|---------------------------|--------------------------|------|----|
| 7  | Кузнецов Б. Т.               | Математические методы и модели исследования операций     | учебное пособие для вузов | М.: ЮНИТИ-ДАНА           | 2005 | 10 |
| 8  | Пытьев Ю. П.                 | Математические методы интерпретации эксперимента         | учебное пособие для вузов | М.: Высш. шк.            | 1989 | 5  |
| 9  | Бережная Е.В., Бережной В.И. | Математические методы моделирования экономических систем | учебное пособие для вузов | М.: Финансы и статистика | 2003 | 10 |
| 10 | Сингатулин Р.М.              | Математические методы моделирования физических процессов | лаб. практикум            | Казань: КГЭУ             | 2004 | 4  |

## 6.2. Информационное обеспечение

### 6.2.1. Электронные и интернет-ресурсы

| № п/п | Наименование электронных и интернет-ресурсов     | Ссылка  |
|-------|--|---|
| 1     | Электронно-библиотечная система «Лань»           | <a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>                                       |
| 2     | Электронно-библиотечная система «ibooks.ru»      | <a href="https://ibooks.ru/">https://ibooks.ru/</a>   |
| 3     | Электронно-библиотечная система «book.ru»        | <a href="https://www.book.ru/">https://www.book.ru/</a>   |
| 4     | LMS Moodle курс «Математические модели и методы» | <a href="https://lms.kgeu.ru/course/view.php?id=15">https://lms.kgeu.ru/course/view.php?id=15</a> |

### 6.2.2. Профессиональные базы данных

| № п/п | Наименование профессиональных баз данных       | Адрес   | Режим доступа   |
|-------|--|---|---|
| 1     | Национальная электронная библиотека (НЭБ)      | <a href="https://rusneb.ru/">https://rusneb.ru/</a>       | <a href="https://rusneb.ru/">https://rusneb.ru/</a>       |
| 2     | eLIBRARY.RU                                    | <a href="http://www.elibrary.ru">www.elibrary.ru</a>      | <a href="http://www.elibrary.ru">www.elibrary.ru</a>      |
| 3     | Единое окно доступа к образовательным ресурсам | <a href="http://window.edu.ru/">http://window.edu.ru/</a> | <a href="http://window.edu.ru/">http://window.edu.ru/</a> |
| 4     | Мировая цифровая библиотека                    | <a href="http://wdl.org">B http://wdl.org</a>             | <a href="http://wdl.org">B http://wdl.org</a>             |
| 5     | Электронная библиотека диссертаций (РГБ)       | <a href="http://diss.rsl.ru">diss.rsl.ru</a>              | <a href="http://diss.rsl.ru">diss.rsl.ru</a>              |
| 6     | Техническая библиотека                         | <a href="http://techlibrary.ru">http://techlibrary.ru</a> | <a href="http://techlibrary.ru">http://techlibrary.ru</a> |

### 6.2.3. Информационно-справочные системы

| № п/п | Адрес | Режим доступа |
|-------|-------|---------------|
| 1     |       |               |

### 6.2.4. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение дисциплины

| № п/п | Наименование программного обеспечения   | Краткое описание ПО  | Реквизиты подтверждающих документов  |
|-------|---|--|--|
| 1     | Office Professional Plus 2007 Windows32 Russian DiskKit MVL CD                              | Пакет программных продуктов содержащий в себе необходимые офисные программы  | ЗАО "СофтЛайнТрейд" №225/10 от 28.01.2010 Неискл. право. Бессрочно         |
| 2     | MATLAB Academic new Product From 10 to 24 Group Licenses (per License)                      | Пакет прикладных программ для решения задач технических вычислений.  | ЗАО "СофтЛайнТрейд" №2013.39442 Неискл. право. Бессрочно                   |
| 3     | Simulink Academic new Product From 10 to 24 Group Licenses (per License)                    | Графическая среда имитационного моделирования  | ЗАО "СофтЛайнТрейд" №2013.39442 Неискл. право. Бессрочно                   |
| 4     | Optimization Toolbox Academic new Product From 10 to 24 Group Licenses (per License)        | Модуль решения задач линейной, квадратичной, целочисленной и нелинейной оптимизации для MATLAB.                                | ЗАО "СофтЛайнТрейд" №2013.39442 Неискл. право . Бессрочно                  |
| 5     | Global Optimization Toolbox Academic new Product From 10 to 24 Group Licenses (per License) | Модуль решения задач линейной, квадратичной, целочисленной и нелинейной оптимизации для MATLAB.                                | ЗАО "СофтЛайнТрейд" №2013.39442 Неискл. право . Бессрочно                  |
| 6     | LMS Moodle  | ПО для эффективного онлайн-взаимодействия преподавателя и студента   | Свободная лицензия Неискл. право. Бессрочно                                |
| 7     | Scilab  | "Пакет прикладных математических программ предоставляющий открытое окружение для инженерных (технических) и научных расчётов." | Свободная лицензия Неискл. право . Бессрочно                               |
| 8     | Office 365 ProPlus  | Пакет программных продуктов содержащий в себе необходимые офисные программы  | ООО "Софтлайн трейд" № Тг096148 от 29.09.2020 Неискл. право. До 14.09.2021 |

### 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

| № п/п | Вид учебной работы | Наименование специальных помещений и помещений для СРС | Оснащенность специальных помещений и помещений для СРС |
|-------|--------------------|--|--|
| 1     | Экзамен            | Учебная аудитория                                      | интерактивная доска, моноблок (25 шт.)                 |

|   |  |                   |  |
|---|--|-------------------|--|
| 2 | Лекционные занятия                                       | Учебная аудитория | доска аудиторная (2 шт.), акустическая система, усилитель-микшер для систем громкой связи, миникомпьютер, монитор, проектор, экран настенно-потолочный, микрофон |
| 3 | Лабораторные занятия                                     | Учебная аудитория | интерактивная доска, моноблок (25 шт.)   |
|   |  | Учебная аудитория | интерактивная доска, моноблок (25 шт.)   |
| 4 | Контроль самостоятельной работы и иная контактная работа | Учебная аудитория | доска аудиторная, моноблок (10шт.)   |
| 5 | Самостоятельная работа                                   | Учебная аудитория | доска интерактивная, моноблок (16 шт.)   |
|   |  | Кабинет СРС       | проектор, переносной экран, тонкие клиенты (13 шт.), компьютеры (5 шт.)  |
| 6 | Консультации   | Учебная аудитория | доска аудиторная, моноблок (10шт.)   |
| 7 | Контактные часы во время аттестации                      | Учебная аудитория | интерактивная доска, моноблок (25 шт.)   |

## **8. Особенности организации образовательной деятельности для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов**

Лица с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) и инвалиды имеют возможность беспрепятственно перемещаться из одного учебно-лабораторного корпуса в другой, подняться на все этажи учебно-лабораторных корпусов, заниматься в учебных и иных помещениях с учетом особенностей психофизического развития и состояния здоровья.

Для обучения лиц с ОВЗ и инвалидов, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, обеспечены условия беспрепятственного доступа во все учебные помещения. Информация о специальных условиях, созданных для обучающихся с ОВЗ и инвалидов, размещена на сайте университета [www//kgeu.ru](http://kgeu.ru). Имеется возможность оказания технической помощи ассистентом, а также услуг сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков.

Для адаптации к восприятию лицами с ОВЗ и инвалидами с нарушенным слухом справочного, учебного материала по дисциплине обеспечиваются следующие условия:

- для лучшей ориентации в аудитории, применяются сигналы оповещения о начале и конце занятия (слово «звонок» пишется на доске);
- внимание слабослышащего обучающегося привлекается педагогом жестом (на плечо кладется рука, осуществляется нерезкое похлопывание);
- разговаривая с обучающимся, педагогический работник смотрит на него, говорит ясно, короткими предложениями, обеспечивая возможность чтения по губам.

Компенсация затруднений речевого и интеллектуального развития слабослышащих обучающихся проводится путем:



- использования схем, диаграмм, рисунков, компьютерных презентаций с гиперссылками, комментирующими отдельные компоненты изображения;
- регулярного применения упражнений на графическое выделение существенных признаков предметов и явлений;
- обеспечения возможности для обучающегося получить адресную консультацию по электронной почте по мере необходимости.

Для адаптации к восприятию лицами с ОВЗ и инвалидами с нарушениями зрения справочного, учебного, просветительского материала, предусмотренного образовательной программой по выбранному направлению подготовки, обеспечиваются следующие условия:

- ведется адаптация официального сайта в сети Интернет с учетом особых потребностей инвалидов по зрению, обеспечивается наличие крупношрифтовой справочной информации о расписании учебных занятий;
- педагогический работник, его собеседник (при необходимости), присутствующие на занятии, представляются обучающимся, при этом каждый раз называется тот, к кому педагогический работник обращается;
- действия, жесты, перемещения педагогического работника коротко и ясно комментируются;
- печатная информация предоставляется крупным шрифтом (от 18 пунктов), тотально озвучивается;
- обеспечивается необходимый уровень освещенности помещений;
- предоставляется возможность использовать компьютеры во время занятий и право записи объяснений на диктофон (по желанию обучающихся).

Форма проведения текущей и промежуточной аттестации для обучающихся с ОВЗ и инвалидов определяется педагогическим работником в соответствии с учебным планом. При необходимости обучающемуся с ОВЗ, инвалиду с учетом их индивидуальных психофизических особенностей дается возможность пройти промежуточную аттестацию устно, письменно на бумаге, письменно на компьютере, в форме тестирования и т.п., либо предоставляется дополнительное время для подготовки ответа.

## 9. Структура дисциплины по заочной форме обучения

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных(ые) единиц(ы) (ЗЕ), всего 216 часов, из которых 23 часов составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (занятия лекционного типа 6 час., занятия семинарского типа (практические, семинарские занятия, лабораторные работы и т.п.) 12 час., групповые и индивидуальные консультации 0 час., прием экзамена (КПА), зачета с оценкой - 1 час., самостоятельная работа обучающегося 185 час, контроль самостоятельной работы (КСР) - 4 час. Практическая подготовка по виду профессиональной деятельности составляет 22 часа.

| Вид учебной работы   | Всего часов | Курс |
|--|-------------|------|
|  |             | 2    |
| <b>ОБЩАЯ ТРУДОЕМКОСТЬ ДИСЦИПЛИНЫ</b>                             | 216         | 216  |
| КОНТАКТНАЯ РАБОТА ОБУЧАЮЩЕГОСЯ С ПРЕПОДАВАТЕЛЕМ,<br>в том числе: | 23          | 23   |
| Лекционные занятия (Лек)   | 6           | 6    |
| Лабораторные занятия (Лаб)                                       | 12          | 12   |
| Контроль самостоятельной работы и иная контактная работа (КСР)*  | 4           | 4    |
| Контактные часы во время аттестации (КПА)                        | 1           | 1    |
| САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА ОБУЧАЮЩЕГОСЯ (СРС):                       | 185         | 185  |
| Подготовка к промежуточной аттестации в форме:<br>(экзамен)      | 8           | 8    |
| <b>ФОРМА ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ</b>                            | Эк          | Эк   |

## Лист регистрации изменений

Дополнения и изменения в рабочей программе дисциплины на 20\_\_ /20\_\_  
учебный год

В программу вносятся следующие изменения:

1. \_\_\_\_\_
2. \_\_\_\_\_
3. \_\_\_\_\_

*Указываются номера страниц, на которых  
внесены изменения,  
и кратко дается характеристика этих  
изменений*

Программа одобрена на заседании кафедры –разработчика «\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.,  
протокол № \_\_\_\_\_

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Смирнов Ю.Н.

Программа одобрена методическим советом института \_\_\_\_\_  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г., протокол № \_\_\_\_\_

Зам. директора по УМР \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ /

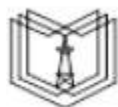
*Подпись, дата*

Согласовано:

Руководитель ОПОП \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ /

*Подпись, дата*

*Приложение к рабочей программе  
дисциплины*



КГЭУ

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования**

**«КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «КГЭУ»)**

«УТВЕРЖДАЮ»

Директор института Цифровых технологий и  
экономики

\_\_\_\_\_ Торкунова Ю.В.

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2020 г.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ  
по дисциплине**

Математические модели и методы

Направление подготовки 01.03.04 Прикладная математика

Квалификация

бакалавр

г. Казань, 2020

Оценочные материалы по дисциплине «Математические модели и методы» - комплект контрольно-измерительных материалов, предназначенных для оценивания результатов обучения на соответствие индикаторам достижения компетенции(й):

ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности;

Оценивание результатов обучения по дисциплине осуществляется в рамках текущего контроля успеваемости, проводимого по балльно-рейтинговой системе (БРС), и промежуточной аттестации.

Текущий контроль успеваемости обеспечивает оценивание процесса обучения по дисциплине. При текущем контроле успеваемости используются следующие оценочные средства: тестовые вопросы, тестовые материалы, экзаменационные билеты.

Промежуточная аттестация имеет целью определить уровень достижения запланированных результатов обучения по дисциплине за 3 семестр. Форма промежуточной аттестации экзамен.

Оценочные материалы включают задания для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся, разработанные в соответствии с рабочей программой дисциплины.

## 1. Технологическая карта

### Семестр 3

| Номер раздела/<br>темы дисциплины | Вид СРС   | Наименование оценочного средства | Код индикатора достижения компетенций  | Уровень освоения дисциплины, баллы |               |         |         |  |
|-----------------------------------|---|----------------------------------|--|------------------------------------|---------------|---------|---------|--|
|                                   |   |                                  |  | неудов-но                          | удов-но       | хорошо  | отлично |  |
|                                   |   |                                  |  | не зачтено                         | зачтено       |         |         |  |
|                                   |   |                                  |  | низкий                             | ниже среднего | средний | высокий |  |
| Текущий контроль успеваемости     |   |                                  |  |                                    |               |         |         |  |
| 1                                 | Математические модели прикладных задач            | КВ                               | ОПК-1.1-31<br>ОПК-1.1-У1<br>ОПК-1.1-В1<br>ОПК-1.2-31<br>ОПК-1.2-У1<br>ОПК-1.2-В1 | менее 7                            | 7 - 8         | 9 - 10  | 11 - 12 |  |
| 2                                 | Модели и методы решения нелинейных уравнений      | КВ                               | ОПК-1.1-31<br>ОПК-1.1-У1<br>ОПК-1.1-В1<br>ОПК-1.2-31<br>ОПК-1.2-У1<br>ОПК-1.2-В1 | менее 7                            | 7 - 8         | 9 - 10  | 11 - 12 |  |
| 3                                 | Модели и методы решения систем линейных уравнений | КВ                               | ОПК-1.1-31<br>ОПК-1.1-У1<br>ОПК-1.1-В1<br>ОПК-1.2-31<br>ОПК-1.2-У1<br>ОПК-1.2-В1 | менее 7                            | 7 - 8         | 9 - 10  | 11 - 12 |  |

|              |   |       |  |         |       |         |         |
|--------------|---|-------|--|---------|-------|---------|---------|
| 4            | Модели и методы аппроксимации функции                           | КВ    | ОПК-1.1-31<br>ОПК-1.1-У1<br>ОПК-1.1-В1<br>ОПК-1.2-31<br>ОПК-1.2-У1<br>ОПК-1.2-В1 | менее 7 | 7 - 8 | 9 - 10  | 11 - 12 |
| 5            | Модели и методы вычисления определенных интегралов              | КВ    | ОПК-1.1-31<br>ОПК-1.1-У1<br>ОПК-1.1-В1<br>ОПК-1.2-31<br>ОПК-1.2-У1<br>ОПК-1.2-В1 | менее 7 | 7 - 8 | 9 - 10  | 11 - 12 |
| 6            | Модели и методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений | КВ    | ОПК-1.1-31<br>ОПК-1.1-У1<br>ОПК-1.1-В1<br>ОПК-1.2-31<br>ОПК-1.2-У1<br>ОПК-1.2-В1 | менее 7 | 7 - 8 | 9 - 10  | 11 - 12 |
| 7            | Методы и модели оптимизации                                     | КВ    | ОПК-1.1-31<br>ОПК-1.1-У1<br>ОПК-1.1-В1<br>ОПК-1.2-31<br>ОПК-1.2-У1<br>ОПК-1.2-В1 | менее 7 | 7 - 8 | 9 - 10  | 11 - 12 |
| 8            | Модели и методы линейного программирования                      | КВ, Т | ОПК-1.1-31<br>ОПК-1.1-У1<br>ОПК-1.1-В1<br>ОПК-1.2-31<br>ОПК-1.2-У1<br>ОПК-1.2-В1 | менее 6 | 6 - 9 | 10 - 13 | 14 - 16 |
| Всего баллов |   |       |  | 0 - 54  | 55-69 | 70-84   | 85-100  |

## 2. Перечень оценочных средств

Краткая характеристика оценочных средств, используемых при текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающегося по дисциплине:

| Наименование оценочного средства | Краткая характеристика оценочного средства  | Оценочные материалы                             |
|----------------------------------|---|---|
| Контрольные вопросы (КВ)         | Контрольные вопросы для устной проверки и самопроверки знаний, умений и навыков, в том числе, по выполненным лабораторным работам | Перечень примерных вопросов                     |
| Тестовые материалы (Т)           | Тестовые материалы, используемые для текущей аттестации   | Тестовые материалы на ресурсах LMS "Moodle"     |
| Экзаменационные вопросы (ЭВ)     | Экзаменационные вопросы для промежуточной аттестации, содержащие три раздела (вопросов) на проверку знаний, умений и навыков      | Билеты в форме задания на ресурсах LMS "Moodle" |

## 3. Оценочные материалы текущего контроля успеваемости обучающихся

|                         |                          |
|-------------------------|--------------------------|
| Наименование оценочного | Контрольные вопросы (КВ) |
|-------------------------|--------------------------|

| средства  |   |
|---|---|
| Представление и содержание оценочных материалов | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. В чем заключаются этапы определения корней нелинейного уравнения?</li> <li>2. Можно ли решить любое нелинейное уравнение методом простой итерации?</li> <li>3. Сформулируйте условие сходимости в методе простой итерации.</li> <li>4. В чем заключается универсальность метода бисекции?</li> <li>5. Сформулируйте достоинства и недостатки метода касательных.</li> <li>6. Какой численный метод решения нелинейных уравнений наиболее часто используется?</li> <li>7. Сформулируйте достоинства и недостатки метода хорд.</li> <li>8. Перечислите этапы решения нелинейных уравнений в пакете Excel.</li> <li>9. В чем заключается метод Ньютона для решения систем нелинейных уравнений?</li> <li>10. Каким образом задаются начальные приближения неизвестных в методе Ньютона?</li> <li>11. Как вычисляется якобиан системы?</li> <li>12. Как находят последующие приближения неизвестных?</li> <li>13. Что подразумевается под решением системы линейных уравнений?</li> <li>14. Как классифицируются системы по числу решений?</li> <li>15. Какие типы методов решения систем линейных уравнений вы знаете?</li> <li>16. Какое содержание прямого и обратного хода?</li> <li>17. В чем состоит содержание метода Зейделя?</li> <li>18. Какие основные задачи решают с помощью корреляционного и регрессионного анализа?</li> <li>19. Сформулируйте принцип Лежандра.</li> <li>20. Какими показателями измеряется теснота корреляционной связи?</li> <li>21. В чем отличие стохастической связи от функциональной?</li> <li>22. В чем состоит значение уравнения регрессии? Что характеризуют коэффициенты регрессии?</li> <li>23. Для чего нужен коэффициент корреляции? В каких пределах он изменяется?</li> <li>24. Как осуществляется проверка значимости коэффициентов регрессии?</li> <li>25. Как проверить адекватность уравнения в целом?</li> <li>26. В каких случаях применяется модель множественной регрессии?</li> <li>27. Как проводится корреляционный и регрессионный анализ в MS Excel?</li> <li>28. Что представляет собой интерполяция? При решении каких задач она применяется?</li> <li>29. Как вычисляются и записываются конечные разности и что является критерием для прекращения вычислений конечных разностей?</li> <li>30. В каких случаях применяется интерполяционная формула Ньютона?</li> <li>31. Запишите интерполяционный многочлен Лагранжа.</li> <li>32. Запишите квадратурную формулу прямоугольников.</li> <li>33. Запишите квадратурную формулу трапеции.</li> <li>34. Запишите квадратурную формулу Симпсона.</li> <li>35. Какая точность квадратурных формул.</li> <li>36. Какие методы решения используются для нахождения оптимума одномерной оптимизации.</li> <li>37. Назовите преимущества и недостатки методов одномерной оптимизации</li> <li>38. Дайте общие характеристики прямым и косвенным методам многомерной оптимизации.</li> <li>39. Опишите алгоритм метода Гаусса-Зейделя.</li> <li>40. Что такое градиент многомерной функции?</li> <li>41. На каком свойстве градиента основаны все градиентные методы поиска экстремума функции?</li> <li>42. Охарактеризуйте метод наискорейшего спуска.</li> <li>43. Проведите сравнительный анализ рассмотренных методов.</li> <li>44. Чем отличаются постановки общей, стандартной и канонической задач линейного программирования.</li> </ol> |

|   |  |
|---|--|
|   | <p>45. Что собой представляет симплекс?</p> <p>46. Какой геометрический объект представляет собой область допустимых решений задач линейного программирования.</p> <p>47. Как составляется первая симплекс-таблица.</p> <p>48. Как находится разрешающий элемент в симплекс-таблице.</p> <p>49. Назовите признак допустимости базисного решения.</p> <p>50. Назовите признак оптимальности базисного решения.</p> <p>51. Назовите признак ограниченности целевой функции.</p> <p>52. Назовите признак совместности ограничений задач линейного программирования.</p> <p>53. Назовите признак не единственности оптимального базисного решения.</p>   |
| Критерии оценки и шкала оценивания в баллах     | 0-31: неудовлетворительно, 32-41: удовлетворительно, 42-50: хорошо, 51-60: отлично   |
| Наименование оценочного средства                | Тестовые материалы (Т)   |
| Представление и содержание оценочных материалов | <p>I:</p> <p>S: Альтернативности решения задачи линейного программирования соответствует рисунок</p> <p>I:</p> <p>S: Канонической задачей ЛП называется задача нахождения экстремума линейной целевой функции:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-: когда ограничения заданы как в виде равенств и неравенств</li> <li>+ : когда все ограничения только в виде равенств и все переменные неотрицательны</li> <li>-: когда все переменные неотрицательны</li> <li>-: когда все ограничения только в виде неравенств и переменные неотрицательны</li> <li>+ : когда все переменные неотрицательны и ограничения только в виде равенств</li> <li>-: когда все ограничения только в виде равенств</li> </ul> <p>I:</p> <p>S: Линейная целевая функция достигает точек экстремума:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>+ : на границе выпуклого многогранника</li> <li>-: внутри выпуклого многогранника</li> <li>+ : либо в вершинах, либо на гранях выпуклого многогранника</li> <li>-: только в вершинах выпуклого многогранника</li> <li>-: только на гранях выпуклого многогранника</li> </ul> <p>I:</p> |



S: Случай не существования решения задачи ЛП обусловлен:

- : альтернативностью решения
- +: неограниченностью целевой функции
- : не существованием решения
- +: несовместностью системы ограничений – неравенств
- : не замкнутостью системы ограничений

I:

S: Базисное решение задачи ЛП допустимое, если в симплекс – таблице:

- +: базисное решение неотрицательное
- : среди свободных членов (кроме элемента строки целевой функции) имеется хотя бы один нулевой элемент
- : все свободные члены (кроме элемента строки целевой функции) отрицательны
- +: все свободные члены (кроме элемента строки целевой функции) неотрицательны
- : все свободные члены (кроме элемента строки целевой функции) положительны
- : все свободные члены (кроме элемента строки целевой функции) не положительны

I:

S: Ограничения в задаче ЛП несовместны, если в симплекс – таблице:

- : в любой строке (кроме элемента строки целевой функции), имеющей положительный свободный член, все элементы положительны
- +: в любой строке (кроме строки целевой функции), имеющей отрицательный свободный член, нет ни одного отрицательного элемента
- : в каждой строке (кроме строки целевой функции), имеющей отрицательный свободный член, нет ни одного отрицательного элемента
- : в любой строке (кроме строки целевой функции), имеющей отрицательный свободный член, все элементы отрицательны
- : в столбце, не удовлетворяющем признаку оптимальности, есть хотя бы один положительный элемент

I:

S: При преобразовании симплекс-таблицы ячейки разрешающего столбца равны::

- : обратным значениям
- +: элементам, стоящим в этих ячейках, деленным на разрешающий элемент с противоположным знаком
- +: значениям, деленным на разрешающий элемент с противоположным знаком
- : элементам, стоящим в этих ячейках, деленным на разрешающий элемент
- : элементам, стоящими в этих ячейках с противоположным знаком

I:

S: Целевая функция задачи ЛП будет иметь максимальное значение, если в симплекс – таблице:

- : в строке целевой функции все элементы, кроме свободного члена, отрицательны
- : все свободные члены положительные
- +: в строке целевой функции все элементы, кроме свободного члена, неотрицательны
- : в строке целевой функции все элементы, кроме свободного члена, равны нулю
- : в строке целевой функции все элементы, кроме свободного члена, положительны

I:

S: Полученное оптимальное решение задачи ЛП является альтернативным (неединственным), если в симплекс–таблице:

- +: в строке целевой функции все элементы, кроме свободного члена, неотрицательны и среди них есть хотя бы один нулевой элемент
- : в строке целевой функции все элементы, кроме свободного члена, одного знака и среди них нет нулевых элементов
- +: в строке целевой функции все элементы, кроме свободного члена, неположительны и среди них есть хотя бы один нулевой элемент

- : в строке целевой функции все элементы, включая свободный член, одного знака и среди них нет нулевых элементов
- +: в строке целевой функции все элементы, кроме свободного члена, одного знака и среди них есть хотя бы один нулевой элемент
- : в строке целевой функции все элементы, кроме свободного члена, нулевые

I:

S: Для нахождения альтернативного решения в качестве разрешающего столбца принимается столбец:

- +: С нулевым коэффициентом при свободной переменной в строке целевой функции
- : С отрицательным коэффициентом при свободной переменной в строке целевой функции
- : Любой столбец, не удовлетворяющий признаку оптимальности
- : С неотрицательным коэффициентом при свободной переменной в строке целевой функции

I:

S: Если одна из взаимодвойственных задач является задачей максимизации с ограничениями  $\leq$ , то другая является:

- +: задачей минимизации с ограничениями  $\geq$
- : задачей максимизации с ограничениями  $\leq$
- : задачей минимизации с ограничениями  $\leq$
- : задачей максимизации с ограничениями  $\geq$

I:

S: Какое из высказываний для взаимодвойственных задач всегда истинно:

- +: число ограничений одной задачи совпадает с числом переменных другой задачи
- : число неравенств в системе ограничений одной задачи совпадает с числом ограничений другой задачи
- : число переменных одной задачи совпадает с числом переменных другой задачи
- +: число ограничений в виде неравенств одной задачи совпадает с числом неотрицательных переменных другой задачи

I:

S: Какое из высказываний всегда справедливо для оптимальных решений двойственных задач:

- +: оптимальные значения целевых функций равны
- : оптимальные базисные решения равны
- : оптимальные значения целевых функций могут быть равны
- : оптимальные значения целевых функций всегда должны различаться
- +: оптимальное значение целевых функций одной задачи равно оптимальному значению другой задачи
- : оптимальные значения целевых функций всегда равны нулю

I:

S: Имеется следующая задача ЛП:

$$Z = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max \begin{cases} 3x_1 + 5x_2 \leq 60, \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 34, \\ x_2 \leq 8. \end{cases} \quad x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

Определить какое решение является оптимальным:

- :  $x = (0; 0; 0; 1; 1), Z_{\max} = 0$
- :  $x = \left(\frac{2}{3}; 8; 19; 0; 0\right), Z_{\max} = 25\frac{1}{3}$
- +:  $x = \left(\frac{2}{3}; 8; 18; 0; 0\right), Z_{\max} = 25\frac{1}{3}$

$$-: x = \left(\frac{1}{3}; 9; 20; 0; 0\right), Z_{\max} = 27 \frac{2}{3}$$

I:

S: Целочисленным решением задачи:

$$Z = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max \begin{cases} 3x_1 + 5x_2 \leq 60, \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 34, \\ x_2 \leq 8. \end{cases} \quad x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

является:

$$-: x = (0; 0; 0; 1; 1), Z_{\max} = 0$$

$$+: x = (2; 7; 19; 0; 1; 0), Z_{\max} = 25$$

$$-: x = (1; 10; 20; 1; 0; 0), Z_{\max} = 32$$

$$-: x = (1; 9; 20; 1; 0; 0), Z_{\max} = 28$$

I:

S: Какие утверждения справедливы для правильного отсечения метода Гомори:

- : Отсекает неоптимальные решения
- : Не отсекает оптимальные решения
- +: Отсекает нецелочисленное оптимальное решение
- +: Не отсекает ни одного целочисленного решения

I:

S: Добавление неравенства правильного отсечения в систему ограничений (в симплекс-таблицу) приводит к:

- : Неограниченности базисного решения
- +: Неоптимальности базисного решения
- +: Недопустимости базисного решения
- : Несовместности ограничений
- : Альтернативности базисного решения

I:

S: Приведите порядок решения транспортной задачи методом потенциалов:

- 1: Нахождение первоначального опорного плана
- 2: Вычисление потенциалов
- 3: Вычисление оценок свободных ячеек
- 4: Нахождение разрешающей ячейки
- 5: Построение замкнутого цикла
- 6: Перемещение груза по замкнутому циклу

I:

S: Открытая транспортная задача приводится к закрытой:

- : в результате изменения объемов потребностей (запасов)
- +: путем введения фиктивного поставщика (потребителя) с нулевыми стоимостями перевозок
- : путем заполнения свободной ячейки с минимальной стоимостью нулевым значением
- +: путем введения фиктивного поставщика (потребителя) с объемом груза, равного абсолютной величине разницы между объемом потребностей и объемом запасов
- : путем введения фиктивного поставщика (потребителя) с нулевым объемом груза и нулевыми стоимостями перевозок

I:

S: Опорный план транспортной задачи является оптимальным, если:

- : среди оценок свободных ячеек есть хотя бы один отрицательный элемент
- : оценки свободных ячеек являются положительными
- +: оценки свободных ячеек являются неотрицательными
- : оценки заполненных ячеек являются неотрицательными
- +: оценки свободных ячеек равны нулю или положительны

I:

|   |   |
|---|---|
|   | <p>S: Опорный план при решении транспортной задачи является невырожденным, если:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-: Число заполненных ячеек равно значению (ЧИСЛО ПОСТАВЩИКОВ - ЧИСЛО ПОТРЕБИТЕЛЕЙ - 1)</li> <li>-: Число незаполненных ячеек равно значению (ЧИСЛО ПОСТАВЩИКОВ + ЧИСЛО ПОТРЕБИТЕЛЕЙ - 1)</li> <li>-: Число незаполненных ячеек равно значению (ЧИСЛО ПОСТАВЩИКОВ + ЧИСЛО ПОТРЕБИТЕЛЕЙ + 1)</li> <li>+: Число заполненных ячеек равно значению (ЧИСЛО ПОСТАВЩИКОВ + ЧИСЛО ПОТРЕБИТЕЛЕЙ - 1)</li> </ul> <p>-: Среди ответов не правильных</p> <p>I:</p> <p>S: Оценки заполненных ячеек при решении транспортной задачи методом потенциалов:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-: Неотрицательны</li> <li>-: Неположительны</li> <li>+: Равны нулю</li> <li>-: Положительны</li> <li>-: Отрицательны</li> </ul> <p>I:</p> <p>S: Для нахождения альтернативного решения в транспортной задаче в качестве разрешающей ячейки принимается ячейка:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-: С отрицательной оценкой</li> <li>+: С нулевой оценкой</li> <li>-: С положительной оценкой</li> </ul> |
| Критерии оценки и шкала оценивания в баллах | 0-31: неудовлетворительно, 32-41: удовлетворительно, 42-50: хорошо, 51-60: отлично  |

#### 4. Оценочные материалы промежуточной аттестации

| Наименование оценочного средства                | Экзаменационные вопросы (ЭВ)  |
|---|---|
| Представление и содержание оценочных материалов | <p><b>На проверку знаний:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Модели и методы решения нелинейных уравнений.</li> <li>2. Модели и методы решения систем нелинейных уравнений.</li> <li>3. Модели и методы решения систем линейных уравнений.</li> <li>4. Модели и методы интерполяции функции.</li> <li>5. Модели и методы аппроксимации функции</li> <li>6. Модели и методы приближенного вычисления определенных интегралов.</li> <li>7. Модели и методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.</li> <li>8. Модели и методы решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений.</li> <li>9. Модели и методы одномерной оптимизации.</li> <li>10. Модели и методы многомерной оптимизации.</li> <li>11. Постановка задач линейного программирования.</li> <li>12. Производственно-экономические модели линейного программирования.</li> <li>13. Графическая интерпретация задач линейного программирования.</li> <li>14. Симплекс-метод решения задачи линейного программирования.</li> <li>15. Двойственные задачи линейного программирования.</li> <li>16. Теоремы двойственности задач линейного программирования.</li> <li>17. Целочисленные задачи линейного программирования.</li> <li>18. Метод Гомори решения целочисленных задач линейного программирования.</li> <li>19. Постановка транспортной задачи.</li> </ol> |

20. Метод потенциалов решения транспортной задачи.

**На проверку умений:**

(алгоритм составляется в виде блок-схемы с вычислительными формулами)

1. Алгоритм метода деления отрезка пополам для решения нелинейных уравнений.
2. Алгоритм метода Ньютона для решения нелинейных уравнений.
3. Алгоритм метода простых итераций для решения систем нелинейных уравнений.
4. Алгоритм метода касательных для решения систем нелинейных уравнений.
5. Алгоритм метода Гаусса для решения систем линейных уравнений.
6. Алгоритм метода Гаусса-Жордана для решения систем линейных уравнений.
7. Алгоритм метода простых итераций для решения систем линейных уравнений.
8. Алгоритм метода Зейделя для решения систем линейных уравнений.
9. Алгоритм нахождения интерполяционного многочлена Лагранжа.
10. Алгоритм аппроксимации функции методом наименьших квадратов.
11. Алгоритм приближенного вычисления определенных интегралов методом прямоугольников.
12. Алгоритм приближенного вычисления определенных интегралов методом трапеции.
13. Алгоритм приближенного вычисления определенных интегралов методом Симпсона.
14. Алгоритм метода Эйлера для решения обыкновенных дифференциальных уравнений.
15. Алгоритм метода Рунге-Кутты для решения обыкновенных дифференциальных уравнений.
16. Алгоритм численного решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений.
17. Алгоритм метода общего поиска для решения задачи одномерной оптимизации.
18. Алгоритм метода общего поиска для решения задачи одномерной оптимизации.
19. Алгоритм метода золотого сечения для решения задачи одномерной оптимизации.
20. Алгоритм метода градиентного спуска для решения задачи одномерной оптимизации.
21. Алгоритм метода общего поиска для решения задачи многомерной оптимизации.
22. Алгоритм метода покоординатного спуска для решения задачи многомерной оптимизации.
23. Алгоритм метода градиентного спуска для решения задачи многомерной оптимизации.
24. Алгоритм симплекс-метода решения задачи линейного программирования.
25. Алгоритм метода Гомори для решения целочисленной задачи линейного программирования.
26. Алгоритм метода потенциалов для решения транспортной задачи.

**На проверку навыков:**

**1. Решить численными методами нелинейные уравнения**

| №  | Уравнение  | №  | Уравнение  |
|----|--|----|--|
| 1  | 2  | 3  | 4  |
| 1. | а) $(x - 1)^2 \cdot \lg(x + 11) = 1$<br>б) $\ln x + (1 - x)^3 = 0$ | 2. | а) $5 \cdot x - 8 \cdot \ln x = 8$<br>б) $3x + \cos x + 1 = 0$ |
| 3. | а) $\sqrt{4x + 7} = 3 \cos x$                                      | 4. | а) $\lg(x + 5) = \cos x + 0,5$                                 |

|     |  |     |  |
|-----|--|-----|--|
|     | б) $(x-1)^2 - \frac{1}{2}e^x = 0$  |     | б) $(2-x)e^x - 0,5 = 0$  |
| 5.  | а) $\ln x = (x-1)^3$<br>б) $5x - 8\ln x - 8 = 0$                                   | 6.  | а) $2^{-x} = 10 - 0,5x^2$<br>б) $2\sin(x-0,6) - 1,5 + x = 0$                 |
| 7.  | а) $2 \lg(x+7) = 5 \sin x$<br>б) $\operatorname{tg}(0,58x + 0,1) - x^2 = 0$        | 8.  | а) $\operatorname{tg}(0,4x + 0,4) = x^2$<br>б) $\sqrt{x} - \cos(0,388x) = 0$ |
| 9.  | а) $2 \cdot \sin(x-0,6) + x = 1,5$<br>б) $\operatorname{tg}(0,4x + 0,4) - x^2 = 0$ | 10. | а) $(0,2x)^3 = \cos x + 1$<br>б) $\lg x - \frac{7}{2x+6} = 0$                |
| 11. | а) $\ln(x+6,2) = 2\sin(x-1,4)$<br>б) $\operatorname{ctg} x - \frac{x}{4} = 0$      | 12. | а) $\sqrt{x} = \cos(0,388x)$<br>б) $x \lg(x+1) - 1 = 0$                      |
| 13. | а) $x \cdot \log_3(x+1) = 2$<br>б) $(x-1)^2 \lg(x+11) - 1 = 0$                     | 14. | а) $2x^2 - 5 = 2^x$<br>б) $x^2 \cos 2x + 1 = 0$                              |
| 15. | а) $2^x = 2 \cos x$ (при $x > -10$ )<br>б) $e^{-2x} - 2x + 1 = 0$                  | 16. | а) $1,2 - \ln x = 4 \cos 2x$<br>б) $2e^x - 5x - 2 = 0$                       |
| 17. | а) $e^{-2x} + 1 = 2x$<br>б) $5^x - 6x - 3 = 0$                                     | 18. | а) $x^2 \cdot \cos 2x = -1$<br>б) $2 \lg x - \frac{x}{2} + 1 = 0$            |
| 19. | а) $2^{-x} = \sin x$ (при $x < 10$ )<br>б) $x \log_3(x+1) - 2 = 0$                 | 20. | а) $4x^4 - 6,2 = \cos 0,6x$<br>б) $(x-1)^2 = 2^{-x}$                         |
| 21. | а) $1 = \frac{x}{2} - 2 \cdot \lg x$<br>б) $\lg(x+1) = 1/x$                        | 22. | а) $3 + 6x = 5^x$<br>б) $\frac{x}{4} = \frac{1}{\operatorname{tg} x}$        |
| 23. | а) $5,01 \cdot \sin 2x = \sqrt{1-x}$<br>б) $(2-x)e^x - 0,5 = 0$                    | 24. | а) $5 \cdot x + 2 = 2 \cdot e^x$<br>б) $\lg(x+11) = (x-1)^{-2}$              |
| 25. | а) $x \cdot \lg(x+1) = 10$   | 26. | а) $\sin(x-0,1) - 0,2x = 0$  |

|     |  |     |  |
|-----|--|-----|--|
|     | б) $x = \frac{4}{\operatorname{tg} x}$                         |     | б) $x = \lg^{-1}(x + 1)$   |
| 27. | а) $10 \cos x = 0,1x^2$<br>б) $\cos x = 0,008 \cdot x^3 - 1$   | 28. | а) $1,5 - x = 2 \cdot \sin(x - 0,6)$<br>б) $\operatorname{tg}(0,4x + 0,4) - x^2 = 0$ |
| 29. | а) $(x - 1)^2 \cdot 2^x = 1$<br>б) $\cos x + 0,5 = \lg(x + 5)$ | 30. | а) $8 \cos x - x = 0$<br>б) $2(5x + 2)^{-1} = e^{-x}$                                |

**2. Решить систему нелинейных уравнений численным методом:**

1. 
$$\begin{cases} \cos(x + 0,5) + y = 0,8; \\ \sin y - 2x = 1,6. \end{cases}$$

2. 
$$\begin{cases} \sin(x + 2) - y = 1,5; \\ x + \cos(y - 2) = 0,5. \end{cases}$$

3. 
$$\begin{cases} \cos(x + 0,5) + y = 0,8; \\ \sin y - 2x = 1,6. \end{cases}$$

4. 
$$\begin{cases} \operatorname{tg}(xy + 0,4) = x^2; \\ 0,6x^2 + 2y^2 = 1, \quad x > 0, y > 0, \end{cases}$$

5. 
$$\begin{cases} \sin(x + y) - 1,2x = 0,2; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$$

6. 
$$\begin{cases} \cos(x + 0,5) + y = 1; \\ \sin y - 2x = 2. \end{cases}$$

7. 
$$\begin{cases} \sin(x - y) - xy = -1; \\ x^2 - y^2 = \frac{3}{4}. \end{cases}$$

8. 
$$\begin{cases} \sin(x + y) = 1,1x - 0,1; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$$

9. 
$$\begin{cases} \operatorname{tg} xy = x^2; \\ 0,5x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$$

10. 
$$\begin{cases} \cos(y - 1) + x = 0,8; \\ y - \cos x = 2. \end{cases}$$

11. 
$$\begin{cases} -x + \cos(0,1x - y) = 0,1 \\ \sin y + 2x = 0,1 \end{cases}$$

12. 
$$\begin{cases} \sin(x + 1) - y + 2 = 0 \\ x + \cos y = 2 \end{cases}$$

13. 
$$\begin{cases} \sin x - x + 2 = y \\ 1 - 0,5x = \cos y \end{cases}$$

14. 
$$\begin{cases} 2xy - \sin x - 10 = 0 \\ \operatorname{tg}(x + 0,4) + x^2 = y \end{cases}$$

15. 
$$\begin{cases} 0,5(x - 1)^2 + 2y = 0 \\ x^2 - 0,9x - 0,2y = 7 \end{cases}$$

16. 
$$\begin{cases} 2x - y^2 = 0,3 \\ -2x^2 + y = -1 \end{cases}$$

17. 
$$\begin{cases} \operatorname{tg}(3x - 0,5) + xy = 1,5 \\ y^2 - \sin(x + 1) = 2 \end{cases}$$

18. 
$$\begin{cases} 6x^2 + 3y^2 - x^2y^2 = 8 \\ 9x = 2 + y^4 \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} -5x^2 + y + 1 = 0 \\ 2x - y^2 = y \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} 3y^2 - x^2y^2 = 7 - 6x^2 \\ 3,5x = 2 + y^4 \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} 5,6x - y^2 = 1 \\ -2x^2 + y = -0,56 \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} \operatorname{tg}(xy + 0,9) - x^2 = 1 \\ x^2 - x + 2y - 0,8 = 0 \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} 2\sin(x + 3y) + y = 1,3 \\ 0,5x - \cos(y + 1) = -1,7 \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} x + 1,22 = \sin y \\ \sin(x + 0,57) - y = -0,85 \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} \sin(x + 1) - y - 1 = 0 \\ 2x + \cos(y + 1,57) = 2 \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} x + \sin y - 0,3 = 0 \\ 2x + \cos(y + 1) = 2 \end{cases}$$

### 3. Решить систему линейных уравнений численными методами

| №  | Коэффициенты уравнений |          |          |          |       | №  | Коэффициенты уравнений |          |          |          |       |
|----|------------------------|----------|----------|----------|-------|----|------------------------|----------|----------|----------|-------|
|    | $a_{i1}$               | $a_{i2}$ | $a_{i3}$ | $a_{i4}$ | $b_i$ |    | $a_{i1}$               | $a_{i2}$ | $a_{i3}$ | $a_{i4}$ | $b_i$ |
| 1  | 2                      |          |          |          |       | 3  | 4                      |          |          |          |       |
| 1. | 4,8                    | 4,2      | 6,3      | -15,5    | 3,1   | 2. | 5,4                    | -2,5     | 9,2      | -0,8     | 4,    |
|    | 9,3                    | -6,7     | 5,8      | 1,5      | -5,6  |    | 6,5                    | -9,3     | -4,2     | 3,2      | 7,    |
|    | 7,4                    | -8,4     | -4,3     | 8,8      | 8,5   |    | 8,1                    | -1,5     | 5,3      | -6,7     | -2,   |
|    | 8,1                    | -8,3     | 14,2     | -7,2     | 4,4   |    | 24,1                   | 3,3      | -8,8     | 5,4      | 6,    |
| 3. | 1,4                    | 2,1      | -3,3     | 1,1      | 11,5  | 4. | 1,8                    | -1,3     | -1,1     | -1,2     | -2,   |
|    | 10,0                   | -1,7     | 1,1      | -1,5     | 7,5   |    | 10,1                   | -10,9    | -1,3     | 1,3      | 1,    |
|    | 2,2                    | 4,4      | -1,1     | -1,2     | 2,2   |    | 3,5                    | 3,4      | 1,2      | 15,4     | -5,   |
|    | 1,1                    | 1,3      | 1,2      | 1,4      | 3,2   |    | 1,3                    | 1,1      | -1,3     | -1,1     | -9,   |
| 5. | 8,7                    | 6,6      | -5,7     | 1,5      | -4,2  | 6. | 9,3                    | -2,1     | 2,3      | -4,1     | 6,    |
|    | 5,8                    | -6,7     | 5,5      | -4,5     | 7,2   |    | 0,4                    | -4,4     | 3,5      | 5,5      | 3,    |
|    | 7,2                    | -5,7     | -3,4     | 6,6      | 7,9   |    | 0,4                    | 8,4      | -7,4     | -8,7     | 9,    |
|    | 3,3                    | 8,7      | -15,7    | -5,8     | -3,0  |    | 2,3                    | -7,6     | 3,4      | 3,7      | 0,    |
| 7. | 1,7                    | 9,1      | -20,7    | -1,8     | 5,4   | 8. | 1,1                    | 1,3      | -1,7     | 1,8      | 9,    |
|    | 20,1                   | 0,6      | -30,1    | -1,1     | 2,6   |    | 1,3                    | -11,7    | 1,8      | 1,4      | -1,   |
|    | 10,5                   | -20,9    | 30,2     | 0,5      | 8,7   |    | 1,2                    | -10,5    | -1,7     | -1,5     | 1,    |



|  |     |      |       |       |       |      |     |      |       |      |      |      |
|--|-----|------|-------|-------|-------|------|-----|------|-------|------|------|------|
|  |     | 3,3  | -0,7  | 3,3   | 20,2  | -7,7 |     | 1,5  | -0,5  | 1,8  | -1,1 | 8,1  |
|  | 9.  | 0,4  | -5,3  | 4,3   | -2,7  | -1,9 | 10  | 22,7 | 10,2  | -1,3 | 2,1  | 3,8  |
|  |     | 13,4 | -4,2  | -5,4  | 2,1   | 6,7  |     | 39,1 | 1,7   | -2,1 | 5,5  | 2,0  |
|  |     | 16,2 | -1,2  | -6,5  | 4,2   | 9,2  |     | 3,3  | -7,7  | 4,4  | -5,2 | 2,2  |
|  |     | 15,3 | 8,8   | -6,7  | -23,8 | -7,1 |     | 1,8  | -2,1  | 0,2  | 1,7  | 1,1  |
|  | 11. | 32,4 | -2,1  | -10,9 | 1,7   | 1,1  | 12. | 4,2  | -8,3  | -4,4 | 6,2  | 6,5  |
|  |     | 8,8  | 21,1  | 1,3   | -2,2  | 2,5  |     | 9,3  | 4,2   | -5,6 | 7,7  | 4,4  |
|  |     | -1,9 | 1,1   | 20,2  | -4,5  | 8,9  |     | 6,8  | -3,4  | 12,1 | -6,2 | 9,2  |
|  |     | 78,9 | -1,7  | -2,2  | 3,3   | 3    |     | 4,5  | 6,6   | -1,8 | -9,3 | -2,0 |
|  | 13. | 7,3  | 12,4  | -3,8  | -14,1 | 6,8  | 14. | 8,1  | 1,2   | -9,1 | 1,7  | 10,0 |
|  |     | 9,7  | -7,7  | 2,5   | 6,6   | -7,7 |     | 1,1  | -1,7  | 7,2  | -3,4 | 7,0  |
|  |     | 9,6  | 6,6   | 14,4  | -8,7  | 8,0  |     | 1,7  | -1,8  | 10,0 | 2,2  | 1,0  |
|  |     | 7,5  | 13,3  | -8,3  | 3,7   | 9,0  |     | 1,3  | 1,7   | -9,9 | 3,5  | 5,0  |
|  | 15. | 8,4  | -8,3  | -4,4  | 6,2   | -7,0 | 16. | 4,2  | 3,1   | -4,2 | 8,5  | 12,8 |
|  |     | 8,3  | 4,2   | -5,6  | 7,7   | 8,8  |     | 6,3  | -4,3  | 9,7  | -5,8 | -4,4 |
|  |     | 5,8  | -3,7  | 2,4   | -6,2  | 9,1  |     | 8,4  | -22,3 | -5,3 | 4,7  | 6    |
|  |     | 3,5  | 6,6   | -9,2  | -9,3  | 10,0 |     | 2,7  | 13,3  | 6,4  | -9,4 | 8,5  |
|  | 17. | 4,2  | 3,1   | -4,2  | 8,5   | 13,1 | 18. | 8,4  | -8,3  | -4,4 | 6,2  | 7,0  |
|  |     | 6,3  | 4,3   | 9,7   | -5,8  | -4,0 |     | 8,3  | 4,2   | -5,6 | 7,7  | 8,8  |
|  |     | 8,4  | -22,3 | -5,2  | 4,7   | 6,6  |     | 5,8  | -3,7  | 2,4  | -6,2 | 7,9  |
|  |     | 2,7  | 13,3  | 6,4   | -9,4  | 9,9  |     | 3,5  | 6,6   | -9,2 | -9,3 | 10,9 |
|  | 19. | 4,4  | -5,3  | 4,3   | -2,7  | -1,0 | 20. | 1,7  | 10,0  | -1,3 | 2,1  | -3,3 |
|  |     | 3,4  | -4,2  | -5,4  | 2,1   | 7,7  |     | 3,1  | 1,7   | -2,1 | 5,5  | 2,2  |
|  |     | 6,2  | -1,2  | -6,5  | 4,2   | 9,0  |     | 3,3  | -7,7  | 4,4  | -5,2 | 2,2  |
|  |     | 5,6  | 8,8   | -6,7  | -23,8 | 7,0  |     | 9,9  | -2,1  | 0,2  | 1,7  | 0,9  |
|  | 21. | 6,1  | 6,1   | -6,3  | 6,4   | 6,0  | 22  | 1,7  | -1,7  | 1,9  | -5,4 | 1,0  |

|     |      |       |      |       |      |     |      |      |       |       |      |
|-----|------|-------|------|-------|------|-----|------|------|-------|-------|------|
|     | 1,1  | -1,5  | 2,2  | -3,8  | 3,9  |     | 1,1  | -4,7 | 1,5   | -1,7  | 2,8  |
|     | 5,1  | -5,0  | 4,9  | -4,8  | 5,0  |     | 1,2  | 1,4  | 1,6   | 1,8   | 2,0  |
|     | 1,8  | 1,9   | 2,0  | -2,1  | 2,0  |     | 7,1  | -1,3 | -4,2  | 5,2   | 0,5  |
| 23. | 1,7  | 10,1  | -1,3 | 2,1   | 3,3  | 24. | 4,4  | -5,3 | 4,3   | -2,7  | -1,2 |
|     | 3,1  | 1,7   | -2,1 | 5,5   | 2,2  |     | 3,4  | -4,2 | -5,4  | 2,1   | 7,0  |
|     | 3,3  | -7,7  | 4,4  | -5,2  | 2,8  |     | 6,2  | -1,2 | -6,5  | 4,2   | 9,9  |
|     | 10,9 | -2,1  | 0,2  | 1,7   | 18,1 |     | 5,6  | 8,8  | -6,7  | -23,8 | 6,8  |
| 25. | 4,3  | -2,1  | 2,3  | -4,1  | 6,0  | 26. | 5,7  | 6,6  | -5,7  | 1,5   | -4,0 |
|     | 2,4  | -4,4  | 3,5  | 5,5   | 3,0  |     | 8,8  | -6,7 | 5,5   | -4,5  | 7,0  |
|     | 5,4  | 8,4   | -7,4 | -8,7  | 9,0  |     | 6,2  | -5,7 | -3,4  | 6,6   | 8,0  |
|     | 6,3  | -7,6  | 3,4  | 3,7   | 1,0  |     | 4,3  | 8,7  | -15,7 | -5,8  | -3,0 |
| 27. | 3,8  | 4,2   | 6,3  | -15,5 | 3,9  | 28. | 5,7  | -7,8 | -5,6  | -8,3  | 3,1  |
|     | 8,3  | -6,7  | 5,8  | 1,5   | -5,5 |     | 3,1  | -6,3 | 4,3   | -6,1  | 6,6  |
|     | 6,4  | -8,4  | -4,3 | 8,8   | 8,0  |     | 4,7  | -2,8 | 5,6   | -2,2  | 9,0  |
|     | 7,1  | -8,3  | 14,2 | -7,2  | 4,8  |     | 8,5  | 2,7  | -3,7  | 5,7   | 1,0  |
| 29. | 8,2  | -3,2  | 4,3  | 1,1   | -8,4 | 30. | 4,4  | -2,5 | 9,2   | -0,8  | 4,0  |
|     | 5,6  | -12,7 | 5,1  | -6,5  | 5,5  |     | 5,5  | -9,3 | -4,2  | 3,2   | 7,0  |
|     | 5,7  | 3,4   | -2,4 | -2,3  | 4,0  |     | 7,1  | -1,5 | 5,3   | -6,7  | -2,2 |
|     | 6,8  | 13,3  | -6,2 | -8,7  | 9,0  |     | 14,1 | 3,3  | -8,8  | 5,4   | 17,2 |

**4. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для выбранной функций в заданном интервале (табличные значения):**

| №  | Функции                            | №   | Функции                                |
|----|------------------------------------|-----|--|
| 1  | 2                                  | 3   | 4                                      |
| 1. | a) $(x-1)^2 \cdot \lg(x+11) - 1$   | 2.  | a) $5 \cdot x - 8 \cdot \ln x - 8$     |
| 3. | a) $\sqrt{4x+7} - 3 \cos x$        | 4.  | a) $\lg(x+5) - \cos x + 0,5$           |
| 5. | a) $\ln x - (x-1)^3$               | 6.  | a) $2^{-x} - 10 - 0,5x^2$              |
| 7. | a) $2 \lg(x+7) - 5 \sin x$         | 8.  | a) $\operatorname{tg}(0,4x+0,4) - x^2$ |
| 9. | a) $2 \cdot \sin(x-0,6) + x - 1,5$ | 10. | a) $(0,2x)^3 - \cos x + 1$             |

|     |  |     |                                      |
|-----|--|-----|--------------------------------------|
| 11. | a) $\ln(x + 6,2) - 2 \sin(x - 1,4)$    | 12. | a) $\sqrt{x} - \cos(0,388x)$         |
| 13. | a) $x \cdot \log_3(x + 1) - 2$         | 14. | a) $2x^2 - 5 - 2^x$                  |
| 15. | a) $2^x - 2 \cos x$ (при $x > -10$ )   | 16. | a) $1,2 - \ln x - 4 \cos 2x$         |
| 17. | a) $e^{-2x} + 1 - 2x$                  | 18. | a) $x^2 \cdot \cos 2x - 1$           |
| 19. | a) $2^{-x} - \sin x$ (при $x < 10$ )   | 20. | a) $4x^4 - 6,2 - \cos 0,6x$          |
| 21. | a) $\frac{x}{2} - 2 \cdot \lg x - 1$   | 22. | a) $3 + 6x - 5^x$                    |
| 23. | a) $5,01 \cdot \sin 2x - \sqrt{1 - x}$ | 24. | a) $5 \cdot x + 2 - 2 \cdot e^x$     |
| 25. | a) $x \cdot \lg(x + 1) - 10$           | 26. | a) $\sin(x - 0,1) - 0,2x$            |
| 27. | a) $10 \cos x - 0,1x^2$                | 28. | a) $1,5 - x - 2 \cdot \sin(x - 0,6)$ |
| 29. | a) $(x - 1)^2 \cdot 2^x - 1$           | 30. | a) $8 \cos x - x$                    |

**5. Вычислить определенные интегралы с использованием квадратурных формул:**

| №  | Функции   | [a; b]                           | №  | Функции   | [a; b]                   |
|----|---|----------------------------------|----|---|--------------------------|
| 1  | а) $x^2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}$ ;<br>б) $e^{-x^2}$ ; | [1,5; 2,5];<br>[0; 1]            | 2  | а) $0,37e^{\sin x}$<br>б) $0,5x + x \lg x$  | [0; 1]<br>[1; 2]         |
| 3  | а) $3xe^{\cos x}$<br>б) $\frac{1}{\sqrt[3]{1-x^2}}$         | [0,2; 1,2]<br>[0; 0,5]           | 4  | а) $(x+19)\sin\left(\frac{x}{3}\right)$<br>б) $\frac{1}{x} \ln(x+2)$                            | [1; 2]<br>[2; 3]         |
| 5  | а) $\frac{3x^2 + \sin x}{x^2}$<br>б) $\cos x^2$             | [0,1; 1,1]<br>[0; 1]             | 6  | а) $\frac{1}{\sqrt{2x^2+1}}$<br>б) $\frac{3 \cos x}{2x+17}$                                     | [0,8; 2,8]<br>[0; 1]     |
| 7  | а) $3x^2 + \operatorname{tg} x$<br>б) $\sqrt[3]{3-2x^2}$    | [-0,5; 0,5]<br>[0; 0,5]          | 8  | а) $(2x+0,6)\cos\left(\frac{x}{2}\right)$<br>б) $\frac{\cos(0,4x^2+1)}{2,3 + \sin(1,5x+0,3)}$   | [1; 2]<br>[0,4; 1,2]     |
| 9  | а) $4xe^{x^2}$<br>б) $\sqrt{2+\cos x}$                      | [-1; 0]<br>[0; $\frac{\pi}{2}$ ] | 10 | а) $\frac{1+0,6x^2}{2,5 + \sqrt{0,3x^2+1,6}}$<br>б) $\frac{x}{2} \ln\left(\frac{x^2}{2}\right)$ | [0,5; 2,3]<br>[1,6; 3,2] |
| 11 | а) $3x + \ln x$<br>б) $\frac{\sin x}{1+x^2}$                | [1; 2]<br>[0; $\frac{\pi}{4}$ ]  | 12 | а) $\frac{1+0,3x^2}{0,9 + \sqrt{1,2x^2+0,5}}$<br>б) $\frac{\lg(x^2+1)}{x+1}$                    | [1,2; 2,6]<br>[0,8; 1,6] |

6. Применяя методы Эйлера и Рунге–Кутты решить уравнения (а), (б) (число шагов для каждого уравнения  $n = 15$ ).

| №     | Уравнения                            |   | Начальные условия |            | $h$        |
|-------|--------------------------------------|---|-------------------|------------|------------|
|       | а) $y' = f(x, y)$                    | б) $y' = f(x, y)$                             | $x_{0a}$          | $y_{0a}$   | $h_a$      |
|       |                                      |   | $x_{0б}$          | $y_{0б}$   | $h_б$      |
| 1     | 2                                    |   | 3                 |            | 4          |
| 1, 30 | $y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{0,7}}$ | $y' = x + y \sin(x^2 + y^2) - y^3$            | 1,4<br>0          | 1,2<br>0   | 0,1<br>0,1 |
| 2, 29 | $y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{10}}$  | $y' = 1,2 - \sin(x + y^2) + \frac{y}{2y + x}$ | 0,8<br>0          | 0,6<br>0,1 | 0,1<br>0,1 |

|        |                                      |   |          |            |            |
|--------|--------------------------------------|---|----------|------------|------------|
| 3, 28  | $y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{2}}$   | $y' = 1,2 - \sin(x + y^2) + \frac{y}{2y + x}$   | 1,4<br>0 | 0,8<br>0,1 | 0,1<br>0,1 |
| 4, 27  | $y' = x + \sin \frac{y}{e}$          | $y' = 1 + y \sin(x^2 + y^2) - y^2$              | 2,5<br>0 | 1,4<br>0   | 0,1<br>0,1 |
| 5, 26  | $y' = x + \cos \frac{y}{7}$          | $y' = \frac{\cos y}{4y + x^2 + 2} - 2(y^2 - x)$ | 0,6<br>0 | 0,5<br>0   | 0,1<br>0,1 |
| 6, 25  | $y' = x + \sin \frac{y}{\pi}$        | $y' = \cos(5x + y) + 5(x - y)$                  | 5,3<br>0 | 1,7<br>0   | 0,1<br>0,1 |
| 7, 24  | $y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{2,8}}$ | $y' = 1 + y \sin(x + y) + 2(y^2 + x)$           | 2,2<br>0 | 1,4<br>0   | 0,1<br>0,1 |
| 8, 23  | $y' = x + \cos \frac{y}{\pi}$        | $y' = \frac{\cos y}{4y + x + 2} - 2(y^2 - 1)$   | 5,3<br>0 | 1,7<br>0   | 0,1<br>0,1 |
| 9, 22  | $y' = x + \sin \frac{y}{3}$          | $y' = 1,2 - \sin(2x + y) + \frac{0,8y}{2y + x}$ | 4,6<br>0 | 1,6<br>0,1 | 0,1<br>0,1 |
| 10, 21 | $y' = x + \cos \frac{y}{2,25}$       | $y' = \frac{\cos y}{y + 0,15x} - 0,5y^2$        | 2,2<br>0 | 1,4<br>0,1 | 0,1<br>0,1 |
| 11, 20 | $y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{10}}$  | $y' = 1 + 0,6y \sin(x + y) - y^2$               | 0,8<br>0 | 0,6<br>0   | 0,1<br>0,1 |
| 12, 19 | $y' = x + \cos \frac{y}{e}$          | $y' = \frac{\cos y}{1,75 + x} - 0,55y^2$        | 2,5<br>0 | 1,4<br>0   | 0,1<br>0,1 |
| 13, 18 | $y' = x + \sin \frac{y}{7}$          | $y' = 1 + (1 - x) \sin x^2 - y^2$               | 0,6<br>0 | 0,5<br>0   | 0,1<br>0,1 |
| 14, 17 | $y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{3}}$   | $y' = \cos(x + y) + 0,75(x - y)$                | 1,5<br>0 | 1,1<br>0   | 0,1<br>0,1 |
| 15, 16 | $y' = x + \cos \frac{y}{3}$          | $y' = \frac{\cos y}{2 + x} + 0,3y^2$            | 2,6<br>0 | 1,6<br>0   | 0,1<br>0,1 |
| 16, 14 | $y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{5}}$   | $y' = 1 + 0,6 \sin(x + y) - y^2$                | 2,6<br>0 | 1,8<br>0   | 0,1<br>0,1 |
| 17, 13 | $y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{11}}$  | $y' = 1,1 - \sin(2x + y) + \frac{0,3y}{2 + x}$  | 2,5<br>0 | 2,1<br>0   | 0,1<br>0,1 |

|        |                                      |   |          |          |            |
|--------|--------------------------------------|---|----------|----------|------------|
| 18, 12 | $y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{11}}$  | $y' = \cos(x + y) + 0,5(x - y)$                   | 1,2<br>0 | 0,6<br>0 | 0,1<br>0,1 |
| 19, 11 | $y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{3}}$   | $y' = 1 - \sin(2x + y) - \frac{0,1y}{2 + x}$      | 2,1<br>0 | 1,2<br>0 | 0,1<br>0,1 |
| 20, 10 | $y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{15}}$  | $y' = \frac{\cos y}{2 + x} - 0,3y^2$              | 1,1<br>0 | 0,2<br>0 | 0,1<br>0,1 |
| 21, 9  | $y' = x + \sin \frac{y}{1,25}$       | $y' = \cos(1,5x + y) + (x - y) + 1$               | 0,8<br>0 | 0,5<br>0 | 0,1<br>0,1 |
| 22, 8  | $y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{1,3}}$ | $y' = 1 - \sin(1,75x + y) + \frac{0,1}{2 + x}$    | 0,8<br>0 | 0,1<br>0 | 0,1<br>0,1 |
| 23, 7  | $y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{1,3}}$ | $y' = (0,8 - y^2) \cos x + 0,3y$                  | 1,8<br>0 | 1,2<br>0 | 0,1<br>0,1 |
| 24, 6  | $y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{2}}$   | $y' = 1 - (x - 1) \sin y + 2(x + y)$              | 1,4<br>0 | 0,4<br>0 | 0,1<br>0,1 |
| 25, 5  | $y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{0,3}}$ | $y' = \cos(1,5x + 1) + 1,25(x - y) + 1$           | 0,6<br>0 | 0,5<br>0 | 0,1<br>0,1 |
| 26, 4  | $y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{0,3}}$ | $y' = \frac{\cos y}{1,5 + x} + 0,1(y^2 - 1)$      | 0,6<br>0 | 0,5<br>0 | 0,1<br>0,1 |
| 27, 3  | $y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{0,3}}$ | $y' = (1 - y^2) \cos x + 0,6y + 1$                | 2,1<br>0 | 0,7<br>0 | 0,1<br>0,1 |
| 28, 2  | $y' = x + \cos \frac{y}{1,25}$       | $y' = \cos(x - y) + \frac{1,25}{1 + x} - 1,25y^2$ | 0,8<br>0 | 0,4<br>0 | 0,1<br>0,1 |
| 29, 1  | $y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{7}}$   | $y' = 0,6 \sin x - 1,25y^2 + 1$                   | 0,6<br>0 | 0,5<br>0 | 0,1<br>0,1 |
| 30, 15 | $y' = x + \frac{y}{\sqrt{0,7}}$      | $y' = \frac{\cos y}{1,5 + x} - 1,25y^2$           | 1,7<br>0 | 0,9<br>0 | 0,1<br>0,1 |

**7. Найти минимум заданной целевой функции в заданном интервале с заданной точностью:**

1.  $f(x) = 24 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{30}x^2$  в интервале  $[5, 20]$ ,  $\varepsilon = 1$ .

2.  $f(x) = (10x^3 + 3x^2 + x + 5)^2$  в интервале  $[2, 10]$ ,  $\varepsilon = 0,001$ .

3.  $f(x) = 3x^4 + (x - 1)^2$  в интервале  $[0, 4]$ ,  $\varepsilon = 0,001$ .

4.  $f(x) = 4x \cdot \sin x$  в интервале  $[0, \pi]$ ,  $\varepsilon = 0,001$ .

5.  $f(x) = 2(x - 3)^2 + e^{0,5x^2}$  в интервале  $[0, 10]$ ,  $\varepsilon = 0,1$ .

6.  $f(x) = -e^{-x} \cdot \ln(x)$  в интервале  $[0, 2]$ ,  $\varepsilon = 0,005$ .

7.  $f(x) = x^4 - 14x^3 + 60x^2 - 70x$  в интервале  $[0, 2]$ ,  $\varepsilon = 0,01$ .

8.  $f(x) = 40 - \frac{3}{4}x + \frac{1}{30}x^2$  в интервале  $[2, 30]$ ,  $\varepsilon = 1$ .

9.  $f(x) = x^3 + \operatorname{ctg}(x) + e^x$ , в интервале  $[0,1; 1]$ ,  $\varepsilon = 0,001$ .

10.  $f(x) = 5 \cdot (x - 2)^2 + e^{0,5 \cdot x^2}$  в интервале  $[0, 10]$ ,  $\varepsilon = 0,1$ .

11.  $f(x) = 2x^2 + \frac{16}{x}$  в интервале  $[1, 5]$ ,  $\varepsilon = 0,001$ .

12.  $f(x) = 0,1x^3 - 2x^2 + 10x$  в интервале  $[2, 4]$ ,  $\varepsilon = 0,01$ .

13.  $f(x) = (100 - x)^2$  в интервале  $[60, 150]$ ,  $\varepsilon = 0,1$ .

14.  $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 10$  в интервале  $[2, 4]$ ,  $\varepsilon = 0,01$ .

15.  $f(x) = x^4 - 10x^3 + 50x^2 - 20x$  в интервале  $[0, 2]$ ,  $\varepsilon = 0,01$ .

16.  $f(x) = 100(x - 0,24)^2$  в интервале  $[0, 1]$ ,  $\varepsilon = 0,01$ .

17.  $f(x) = \frac{127}{4}x^2 - \frac{61}{4}x + 2$  в интервале  $[0, 1]$ ,  $\varepsilon = 0,001$ .

18.  $f(x) = x^2 - 6x + 14$  в интервале  $[-2, 4]$ ,  $\varepsilon = 0,01$ .

19.  $f(x) = 5x^6 - 36x^5 + \frac{165}{42}x^4 - 60x^3 + 36$  в интервале  $[0,1; 5]$ ,  $\varepsilon = 0,01$ .

20.  $f(x) = x^2 - 6x + 14$  в интервале  $[-2, 4]$ ,  $\varepsilon = 0,01$ .

21.  $f(x) = 5x^6 - 36x^5 + \frac{165}{42}x^4 - 60x^3 + 36$  в интервале  $[2,2; 4,2]$ ,  $\varepsilon = 0,01$ .

22.  $f(x) = x^2 + 6x + 12$  в интервале  $[-4, 1]$ ,  $\varepsilon = 0,01$ .

23.  $f(x) = 4x - \frac{16}{x^2}$  в интервале  $[0, 2]$ ,  $\varepsilon = 0,01$ .

24.  $f(x) = 2x^2 + \frac{16}{x}$  в интервале  $[0, 2]$ ,  $\varepsilon = 0,01$ .

**8. Найти минимум многомерной целевой функции с заданной точностью:**

1.  $f(x_1, x_2) = 6x_1 + 2x_1^2 - 2x_1x_2 + 2x_2^2$ ,  $x_1^0 = -1, x_2^0 = -1, \varepsilon = 0,001$ .

2.  $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2^2 + ((x_1 + x_2 - 10)/3)^2$ ,  $x_1^0 = -1, x_2^0 = -1, \varepsilon = 0,001$ .

3.  $f(x_1, x_2) = (x_1 - 1)^2 + 100(x_1 - x_2)^2$ ,  $x_1^0 = 3, x_2^0 = 4, \varepsilon = 0,001$ .

4.  $f(x_1, x_2) = 5(x_1 - 3)^2 + (x_2 - 5)^2$ ,  $x_1^0 = 0, x_2^0 = 0, \varepsilon = 0,001$ .

5. ,  $x_1^0 = 1, x_2^0 = 2, \varepsilon = 0,001$ .

6. ,  $x_1^0 = 0, x_2^0 = 3, \varepsilon = 0,001$ .

7. ,  $x_1^0 = 1, x_2^0 = 1, \varepsilon = 0,001$ .

8. ,  $x_1^0 = 3, x_2^0 = 5, \varepsilon = 0,001$ .

9.  $f(x_1, x_2) = 5x_1 + 4x_1x_2 + x_2^2 - 16x_1^2 - 12x_2$ ,  $x_1^0 = 1, x_2^0 = 1, \varepsilon = 0,001$ .

10.  $f(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 2x_2^2 + x_1x_2 - 11x_1 - 8x_2$ ,

$x_1^0 = -3, x_2^0 = -5, \varepsilon = 0,001$ .

11.  $f(x_1, x_2) = x_1 - x_2 + 2x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2$ ,  $x_1^0 = 1, x_2^0 = 1, \varepsilon = 0,001$ .

12.  $f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2$ ,  $x_1^0 = 1, x_2^0 = 1, \varepsilon = 0,001$ .

13.  $f(x_1, x_2) = x_1^2 + 16x_2^2$ ,  $x_1^0 = 2, x_2^0 = 2, \varepsilon = 0,001$ .

14.  $f(x_1, x_2) = (1 - x_1)^2 + (x_1 - x_2)^2$ ,  $x_1^0 = -5, x_2^0 = -8, \varepsilon = 0,001$ .

15.  $f(x_1, x_2) = x_1^2 + 4x_2^2 + 1$ ,  $x_1^0 = 3, x_2^0 = 5, \varepsilon = 0,001$ .

16.  $f(x_1, x_2) = (x_1^2 - x_2)^2 + (x_1 - 1)^2$ ,  $x_1^0 = -1, x_2^0 = -2, \varepsilon = 0,001$ .

17.  $f(x_1, x_2) = 10(x_1^2 - x_2)^2 + (x_1 - 1)^2$ ,  $x_1^0 = -1, x_2^0 = -1, \varepsilon = 0,001$ .

18.  $f(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2^2 + e^{x_1^2 + x_2^2}$ ,  $x_1^0 = 1, x_2^0 = 0, \varepsilon = 0,001$ .

19.  $f(x_1, x_2) = 10x_1^2 - 4x_1x_2 + 7x_2^2 - 4\sqrt{5}(5x_1 + x_2) - 16$ ,

$x_1^0 = 0, x_2^0 = -\sqrt{5}, \varepsilon = 0,001$ .

20.  $f(x_1, x_2) = -x_1^2 - x_2^2 + x_1x_2 - x_1 + 2x_2$ ,

$x_1^0 = 0, x_2^0 = 0, \varepsilon = 0,001$ .



$$21. f(x_1, x_2) = (x_1^2 + x_2^2 - 1)^2 + (x_1 + x_2 - 1)^2, \quad x_1^0 = 3, x_2^0 = 0, \varepsilon = 0,1.$$

$$22. f(x_1, x_2) = (x_1^2 + x_2^2 - 11)^2 + (x_1 + x_2^2 - 7)^2,$$

$$x_1^0 = 0, x_2^0 = 0, \varepsilon = 0,1.$$

$$23. f(x_1, x_2) = x_1^4 + x_2^4 + 2x_1^2 x_2^2 - 4x_1 + 3, \quad x_1^0 = 0, x_2^0 = -1, \varepsilon = 0,1.$$

$$24. f(x_1, x_2) = x_1^3 + x_2^2 - 3x_1 - 2x_2 + 2, \quad x_1^0 = 0, x_2^0 = 0, \varepsilon = 0,1.$$

$$25. f(x_1, x_2) = x_1^3 + x_1 x_2 - x_2^2 x_1^2, \quad x_1^0 = 1, x_2^0 = 1, \varepsilon = 0,1.$$

**9. Построить математическую модель произвольной производственно-экономической задачи планирования производства.**

**10. Построить математическую модель задачи о банке.**

**11. Решить стандартную задачу линейного программирования:**

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| $1. \begin{cases} z = 3x_1 + 5x_2 \\ x_1 + 3x_2 \geq 7 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 12 \\ 2x_1 + 4x_2 \geq 1 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$    | $\begin{cases} z = 5x_1 + 2x_2 \\ x_1 + 4x_2 \geq 2 \\ 2x_1 + 5x_2 \leq 12 \\ -3x_1 + 4x_2 \geq 1 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$  | $\begin{cases} z = 4x_1 - 2x_2 \\ x_1 + 4x_2 \geq 11 \\ 5x_1 - 3x_2 \leq 23 \\ 6x_1 - 8x_2 \geq 2 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$      | $\begin{cases} z = -4x_1 + 7x_2 \\ 5x_1 + 4x_2 \geq 13 \\ 7x_1 + 3x_2 \leq 21 \\ -3x_1 + 8x_2 \geq 1 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$ |
| $2. \begin{cases} z = 3x_1 + 2x_2 \\ 9x_1 + 2x_2 \leq 50 \\ 3x_1 - 5x_2 \geq 2 \\ 2x_1 + 2x_2 \geq 3 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$   | $\begin{cases} z = -x_1 + 3x_2 \\ 2x_1 + 2x_2 \leq 31 \\ 4x_1 - 7x_2 \geq 22 \\ 3x_1 + x_2 \geq 1 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$  | $\begin{cases} z = 5x_1 + 2x_2 \\ 3x_1 - 4x_2 \leq 8 \\ 5x_1 + 2x_2 \geq 1 \\ -2x_1 + 11x_2 \leq 11 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$    | $\begin{cases} z = x_1 + x_2 \\ x_1 + 6x_2 \geq 6 \\ 15x_1 - 3x_2 \leq 30 \\ 2x_1 - 3x_2 \geq 1 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$      |
| $3. \begin{cases} z = -2x_1 + 6x_2 \\ 7x_1 - 2x_2 \geq 15 \\ x_1 + 2x_2 \leq 22 \\ -3x_1 + 2x_2 \geq 2 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$ | $\begin{cases} z = 6x_1 + 3x_2 \\ x_1 + 46x_2 \geq 3 \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 12 \\ -2x_1 + 4x_2 \geq 2 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$ | $\begin{cases} z = 4x_1 - x_2 \\ 3x_1 + x_2 \geq 6 \\ -2x_1 + 3x_2 \geq 4 \\ -x_1 + 4x_2 \leq 10 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$       |   |
| $\begin{cases} z = 3x_1 + 2x_2 \\ x_1 + 2x_2 \geq 1 \\ x_1 \leq 3 \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 15 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$               |   |   |   |
| $4. \begin{cases} z = 3x_1 + 2x_2 \\ 6x_1 + 4x_2 \leq 18 \\ 2x_2 \geq 1 \\ 2x_1 + x_2 \geq 5 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$           | $\begin{cases} z = x_1 + x_2 \\ x_1 + x_2 \leq 9 \\ x_1 \geq 2 \\ -2x_1 + 8x_2 \leq 31 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$             | $\begin{cases} z = 9x_1 - 6x_2 \\ 10x_1 - 11x_2 \leq 70 \\ -x_1 + 12x_2 \leq 24 \\ 6x_1 - 4x_2 \geq 22 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$ |   |

$$z = 6x_1 - 2x_2$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 4 \\ 5x_1 - 13x_2 \geq 5 \\ 4x_1 - 2x_2 \leq 32 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$5. \quad \begin{cases} z = 7x_1 - 5x_2 \\ 6x_1 - 3x_2 \leq 50 \\ x_2 \leq 1 \\ 9x_1 + 3x_2 \geq 7 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} z = 4x_1 - 2x_2 \\ 4x_1 + 3x_2 \geq 3 \\ x_1 - 2x_2 \leq 10 \\ 3x_2 \leq 11 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} z = x_1 + x_2 \\ x_1 + x_2 \leq 7 \\ 3x_1 - x_2 \geq 2 \\ -x_1 + 5x_2 \leq 55 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$z = 3x_1 + 4x_2$$

$$\begin{cases} 7x_1 + x_2 \leq 64 \\ 2x_1 - x_2 \geq 11 \\ -3x_1 + 13x_2 \leq 26 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

## 12. Решить транспортную задачу:

1. С трех складов  $A_1, A_2, A_3$  необходимо доставить овощи в пять торговых точек  $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5$ . Требуется закрепить склады за торговыми точками так, чтобы общая сумма затрат на перевозку была минимальной.

Числовые данные задачи представлены в следующей таблице:

| Склады          | Торговые точки                     |          |          |          |       | Объём вывоза, т |
|-----------------|------------------------------------|----------|----------|----------|-------|-----------------|
|                 | $B_1$                              | $B_2$    | $B_3$    | $B_4$    | $B_5$ |                 |
|                 | Стоимость перевозки 1 т груза, руб |          |          |          |       |                 |
| $A_1$           | <b>a</b>                           | 3        | <b>b</b> | 4        | 2     | 40              |
| $A_2$           | 6                                  | 2        | <b>c</b> | 1        | 7     | 150             |
| $A_3$           | <b>d</b>                           | <b>e</b> | 2        | <b>f</b> | 4     | 100             |
| Объём вывоза, т | 20                                 | 80       | 90       | 60       | 40    | 290             |

Варианты задач:

| Вариант | a | b | c | d | e | f | Вариант | a | b | c | d | e | f |
|---------|---|---|---|---|---|---|---------|---|---|---|---|---|---|
| 1       | 7 | 5 | 3 | 3 | 5 | 6 | 16      | 3 | 2 | 2 | 4 | 5 | 6 |
| 2       | 5 | 4 | 8 | 7 | 1 | 2 | 17      | 6 | 9 | 4 | 1 | 4 | 4 |
| 3       | 2 | 5 | 6 | 8 | 1 | 4 | 18      | 1 | 5 | 7 | 5 | 2 | 4 |
| 4       | 3 | 3 | 4 | 7 | 2 | 8 | 19      | 2 | 5 | 7 | 4 | 6 | 4 |
| 5       | 8 | 5 | 4 | 4 | 7 | 6 | 20      | 3 | 2 | 3 | 4 | 5 | 8 |
| 6       | 2 | 5 | 3 | 3 | 4 | 7 | 21      | 2 | 1 | 4 | 5 | 3 | 5 |
| 7       | 9 | 5 | 7 | 4 | 7 | 1 | 22      | 3 | 6 | 5 | 6 | 2 | 1 |
| 8       | 9 | 5 | 8 | 2 | 3 | 5 | 23      | 4 | 5 | 7 | 1 | 2 | 5 |
| 9       | 8 | 1 | 4 | 7 | 3 | 5 | 24      | 2 | 1 | 3 | 2 | 1 | 4 |
| 10      | 8 | 4 | 5 | 6 | 7 | 7 | 25      | 2 | 2 | 4 | 7 | 6 | 1 |
| 11      | 2 | 1 | 3 | 4 | 7 | 5 | 26      | 4 | 2 | 6 | 4 | 1 | 2 |
| 12      | 3 | 4 | 6 | 7 | 8 | 5 | 27      | 6 | 9 | 3 | 7 | 8 | 4 |
| 13      | 1 | 1 | 3 | 2 | 4 | 2 | 28      | 5 | 4 | 2 | 7 | 2 | 3 |
| 14      | 2 | 3 | 5 | 4 | 4 | 1 | 29      | 5 | 2 | 8 | 4 | 1 | 3 |
| 15      | 5 | 4 | 1 | 2 | 3 | 3 | 30      | 3 | 1 | 3 | 2 | 4 | 7 |

2. На четыре строительных площадки  $A_1, A_2, A_3, A_4$  поступает кирпич с трех заводов  $B_1, B_2, B_3$ . Суточная потребность в кирпиче на строительных площадках равна соответственно: 40, 25, 35 и 40 тыс. шт. Производительность заводов за день составляет соответственно 30, 50, 45 тыс. шт.

Транспортные расходы заводов на перевозку на 1 тыс. шт. по строительным площадкам (в тыс. руб.) приведены в следующей таблице:

| Заводы | Строительные площадки |       |       |       | Производительность заводов за день, тыс. шт. |
|--------|-----------------------|-------|-------|-------|--|
|        | $A_1$                 | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ |  |
|        |                       |       |       |       |  |

|   | Транспортные расходы тыс.<br>руб. /на 1 тыс. шт. |          |    |          |    |
|---|--|----------|----|----------|----|
| <i>B</i> <sub>1</sub>                         | 12   | <b>c</b> | 14 | <b>a</b> | 30 |
| <i>B</i> <sub>2</sub>                         | <b>b</b>   | 20       | 18 | 17       | 50 |
| <i>B</i> <sub>3</sub>                         | 19   | <b>d</b> | 16 | <b>e</b> | 45 |
| <b>Суточная<br/>потребность, тыс.<br/>шт.</b> | 40   | 25       | 35 | 40       |    |

Варианты задач:

| Вариант   | a  | b  | c  | d  | e  | f  | Вариант   | a  | b  | c  | d  | e  | f  |
|-----------|----|----|----|----|----|----|-----------|----|----|----|----|----|----|
| <b>1</b>  | 13 | 14 | 13 | 10 | 9  | 12 | <b>16</b> | 15 | 17 | 14 | 13 | 15 | 13 |
| <b>2</b>  | 14 | 10 | 11 | 12 | 11 | 14 | <b>17</b> | 14 | 10 | 12 | 14 | 13 | 11 |
| <b>3</b>  | 10 | 8  | 12 | 15 | 19 | 21 | <b>18</b> | 22 | 18 | 17 | 12 | 13 | 10 |
| <b>4</b>  | 20 | 19 | 18 | 17 | 14 | 16 | <b>19</b> | 10 | 11 | 14 | 17 | 15 | 16 |
| <b>5</b>  | 13 | 15 | 14 | 17 | 10 | 21 | <b>20</b> | 11 | 12 | 17 | 21 | 14 | 20 |
| <b>6</b>  | 21 | 14 | 13 | 12 | 12 | 11 | <b>21</b> | 21 | 15 | 16 | 18 | 17 | 14 |
| <b>7</b>  | 14 | 14 | 18 | 17 | 12 | 14 | <b>22</b> | 20 | 18 | 14 | 17 | 13 | 11 |
| <b>8</b>  | 13 | 12 | 14 | 15 | 17 | 18 | <b>23</b> | 11 | 12 | 11 | 15 | 18 | 14 |
| <b>9</b>  | 21 | 14 | 17 | 16 | 18 | 19 | <b>24</b> | 12 | 14 | 17 | 21 | 13 | 15 |
| <b>10</b> | 14 | 12 | 13 | 15 | 10 | 11 | <b>25</b> | 21 | 15 | 17 | 18 | 11 | 12 |
| <b>11</b> | 21 | 24 | 15 | 18 | 17 | 32 | <b>26</b> | 21 | 15 | 17 | 18 | 19 | 14 |
| <b>12</b> | 15 | 21 | 22 | 14 | 17 | 36 | <b>27</b> | 20 | 14 | 18 | 17 | 13 | 11 |
| <b>13</b> | 16 | 18 | 16 | 14 | 12 | 15 | <b>28</b> | 10 | 12 | 15 | 18 | 12 | 10 |
| <b>14</b> | 21 | 14 | 17 | 30 | 15 | 14 | <b>29</b> | 11 | 12 | 15 | 21 | 10 | 12 |
| <b>15</b> | 21 | 14 | 15 | 17 | 10 | 11 | <b>30</b> | 15 | 16 | 13 | 12 | 11 | 12 |

|   |  |
|---|--|
|   |  |
| Критерии оценки и шкала оценивания в баллах | 0-21: неудовлетворительно, 22-27: удовлетворительно, 28-34: хорошо, 35-40: отлично |