

**Всероссийский (третий) этап Всероссийской олимпиады
студентов по теоретической механике**

Казань, КГЭУ, 19 – 23 ноября 2018 г.

Задачи теоретического конкурса

Задача C1 (7 баллов). К концу B однородного стержня AB веса P прикреплена материальная точка веса $7P$ (рис. 1). Своим концом A стержень упирается в обод однородного диска, шарнирно закрепленного в точке O . Прямая AB проходит через центр диска, заданы углы $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 30^\circ$. Коэффициент трения между стержнем и диском равен $f = \frac{2-\sqrt{3}}{2}$. Кроме того, стержень AB опирается на гладкую наклонную поверхность по всей своей длине кроме малой окрестности около точки A так, что между левым краем этой поверхности и диском сохраняется зазор. При каком весе Q диска система при этих условиях будет в равновесии?

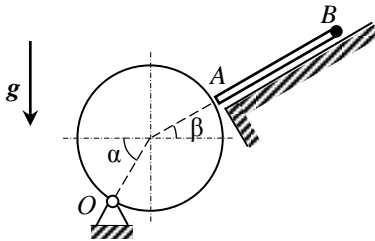


Рис. 1

Задача C2 (9 баллов). Однородный стержень AB и стержень AC , массой которого пренебрегаем, опираются на гладкие выступы своими серединами D и E , соответственно (рис. 2). Длины стержней, а также углы их наклона к горизонтали одинаковы.

1). Стержни AB и AC жестко прикреплены друг к другу в точке A (рис. 2а). Вес стержня AB равен P . При каких значениях веса Q груза можно подобрать такую точку стержня AC , что если к ней подвесить этот груз, то тело BAC окажется в равновесии? (3 балла)

2). Стержни AB и AC соединены шарниром A и дополнительно опираются на гладкие выступы своими точками, расположенными на пренебрежимо малом расстоянии от концов B и C , соответственно (рис. 2б). При каких значениях угла α ($0 < \alpha < \pi/2$) система будет в равновесии? Во сколько раз при этом реакция опоры в точке B отличается от реакции опоры в точке C ? (6 баллов)

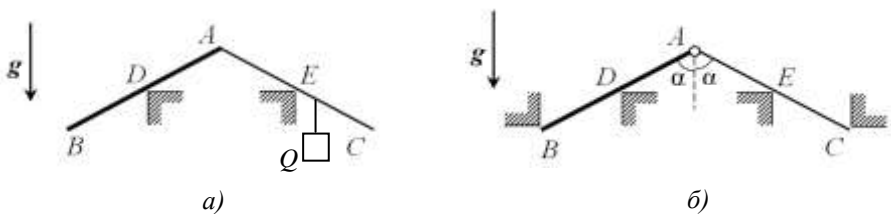


Рис. 2

Задача К1 (4 балла). Точка M движется в плоскости, на которой введены оси x_1 , x_2 , x_3 , как указано на рисунке (рис. 3). Проекции на оси x_1 и x_3 радиус-вектора точки M изменяются по законам: $x_1(t) = t$, $x_3(t) = t^3$. Определите $a_{x_2}(t)$ – проекцию вектора ускорения точки M на ось x_2 в зависимости от времени t .

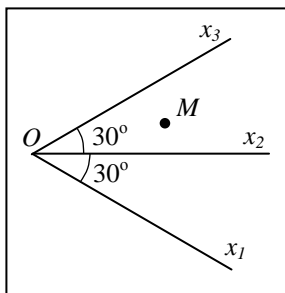


Рис. 3

Задача К2 (9 баллов). Крестовина K может скользить вдоль стержней AB и OC (рис. 4). Направляющие ползунов A и B пересекаются в точке O под углом 60° . $AB = l$. Угловая скорость стержня OC постоянна и равна ω . В рассматриваемом положении механизма $AK = BK$.

- 1). Определите скорость ползуна B . (3 балла)
- 2). Найдите ускорение крестовины K относительно стержня OC . (6 баллов)

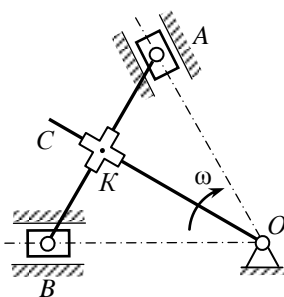


Рис. 4

Задача Д1 (5 баллов). Материальная точка M массы m находится на гладкой горизонтальной площадке KL шириной 2δ (рис. 5). По окружности с центром в середине площадки O движется магнит A , притягивающий точку M с силой \bar{Q} . Величину δ считаем пренебрежимо малой по сравнению с радиусом этой окружности. Силу Q считаем постоянной и заданной, $Q \leq mg$. В момент $t=0$ точка M была в покое в положении K . При каком значении ω в законе вращения магнита A $\varphi = \omega t$ (φ отсчитывается от оси x) точка M будет двигаться по площадке KL неограниченно долго?

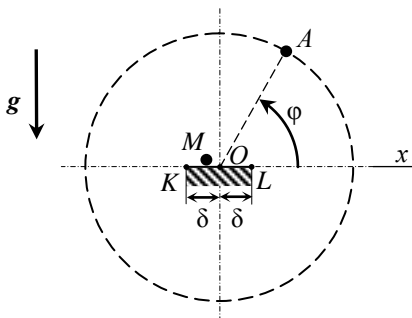


Рис. 5

Задача Д2 (8 баллов). Твердое тело образовано однородными дисками 1 и 2, жестко соединенными друг с другом, с совмещенными центрами (рис. 6). Радиусы дисков равны r и $2r$, соответственно. Толщины и плотности обоих дисков одинаковы. Тело находится на гладкой горизонтальной поверхности. К сходящим с дисков невесомым нерастяжимым нитям приложены силы \vec{F}_1 и \vec{F}_2 . Направления этих сил постоянны, $\vec{F}_1 \perp \vec{F}_2$, $F_1(t) = e^{\sin t}$, $F_2(t) = 2e^{\sin t}$. При $t = 0$ тело было в покое. Определите угловую скорость тела в момент, когда скорость точки A приложения силы \vec{F}_1 равна v .

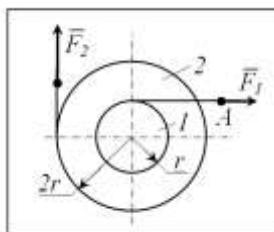


Рис. 6

Задача ДЗ (8 баллов). Клин массы m расположен на горизонтальной плоскости (рис. 7). Угол скоса клина равен α . Поверхность скоса клина контактирует с малым валиком на конце стержня AB , скользящего вдоль гладких направляющих. Другой конец стержня прикреплен к пружине жесткости c , расположенной вдоль прямой AB . Размеры клина не позволяют ему опрокинуться. Массой валика и пружины пренебрегаем.

1). Стержень AB горизонтален, его массой пренебрегаем (рис. 7а). Коэффициент трения скольжения между клином и плоскостью равен f . Найдите ускорение клина в момент, когда его скорость направлена вправо, а величина сжатия пружины равна $\lambda = mg/c$. (3 балла)

2). Стержень AB вертикален, его масса равна m_2 (рис. 7б). Трением пренебрегаем. В момент $t=0$, когда система была в равновесии, клину придали начальную скорость вправо. Найдите время движения клина до момента, когда его скорость будет равна нулю. Считаем, что поверхность скоса клина достаточно протяженная. (5 баллов)

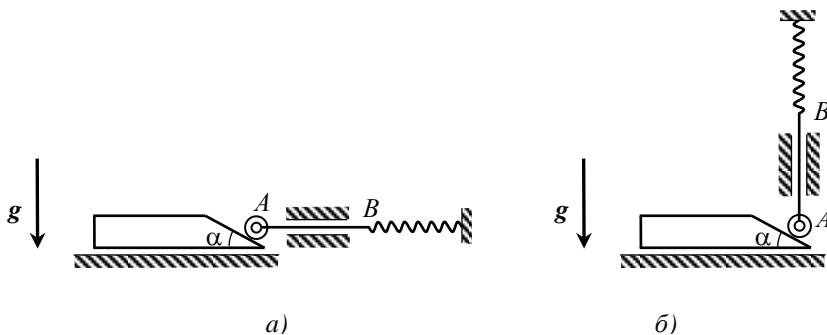


Рис. 7

Задача Д4 (10 баллов). В конструкции спортивного тренажера маховик 1 радиуса R и массы M имеет ось вращения O (рис. 8). Считаем, что масса маховика равномерно распределена по его ободу. Тело 2 имеет массу m . В указанном на рисунке положении система находилась в покое. Определите скорость точки B , когда она окажется в своем нижнем положении, для следующих двух случаев.

1). Тело 2 – криволинейный шатун ABC с прямолинейными участками AB и BC пренебрежимо малой массы с прикрепленной к нему в точке B материальной точкой (рис. 8а). $AB = BC = 2R$, $\alpha = 30^\circ$. Массой ползуна C пренебрегаем. (3 балла)

2). В точке B к ободу маховика прикреплена педаль 3 (рис. 8б). С помощью специального механизма, расположенного на ободу, (он не изображен на рисунке) поверхность педали все время остается горизонтальной. Массами педали и специального механизма пренебрегаем. Тело 2 – спортсмен, опирающийся ногой на педаль (стопа зафиксирована относительно педали) и своими мышечными усилиями обеспечивающий поступательность своего движения. При этом центр тяжести спортсмена находится на одной вертикали с точкой B и выше нее на расстояние l , $0 < l < (M + m)R / m$. (7 баллов)

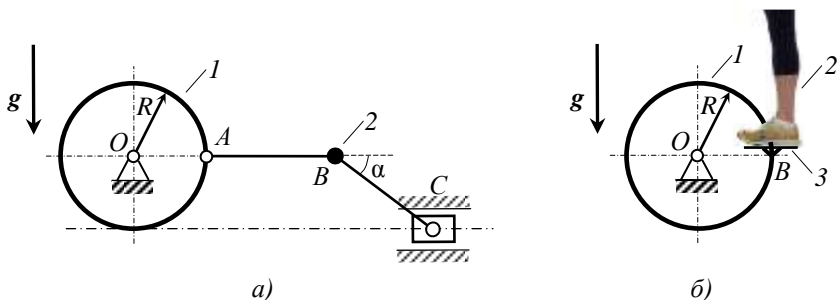


Рис. 8