

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Казанский государственный
энергетический университет**

**ЭЛЕКТРИЧЕСТВО.
ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ.
КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ**

Учебное пособие

по курсу «Физика»

Казань 2015

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Казанский государственный
энергетический университет

О.С. ЗУЕВА

**ЭЛЕКТРИЧЕСТВО.
ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ.
КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ**

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

по курсу «Физика»

Казань 2015

УДК 53
ББК 22.3
3 93

Зуева О.С.

Электричество. Электромагнетизм. Колебания и волны: Учебное пособие. Казань: Казан. гос. энерг. ун-т, 2015. 215 с.

Пособие соответствует программе рассматриваемых разделов курса физики для студентов технических, в частности, энергетических специальностей вузов и предназначено для студентов первых двух лет обучения. Наряду с теоретическим материалом пособие содержит примеры решения задач, контрольные вопросы и задачи для самостоятельного решения. Кроме того, в пособие включена таблица вариантов для выполнения студентами расчетных и контрольных заданий, а также приведены некоторые справочные данные.

Пособие позволит расширить базовые знания в области физики и развить способности к решению задач и анализу полученных результатов с привлечением соответствующего физико-математического аппарата. Рекомендуются для студентов всех форм обучения, но особенно для студентов заочной и очно-заочной форм.

Рекомендовано секцией РИС института электроники и электроэнергетики.

© Казанский государственный энергетический университет, 2015

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящая книга предназначена для изучающих курс физики студентов технических, в частности, энергетических специальностей вузов. Представленный в ней материал включает в себя части «Электричество», «Электромагнетизм», «Колебания и волны», рассматриваемые в одном из трех (а для некоторых специальностей – четырех) учебных семестров и предназначено для бакалавров первых двух лет обучения. Рекомендуются для студентов всех форм обучения, но особенно для студентов заочной и очно-заочной форм.

Курс физики является фундаментальной дисциплиной, знание которой необходимо для освоения студентами как общетехнических, так и специальных дисциплин. В процессе изучения дисциплины «Физика», которое начинается на первом курсе, не все студенты в состоянии полностью освоить лекционный материал даже с помощью учебников. Возникающие пробелы в знаниях неизбежно дадут о себе знать впоследствии. Кроме того, не все студенты могут выделить основные наиболее важные положения изучаемого курса, запоминая второстепенные детали в ущерб главному.

Данное пособие предназначено для формирования базовых знаний у студентов, а его отличительной особенностью является то, что теоретический материал представлен в нем в сокращенной форме без выводов. Основной акцент придается объяснению (в том числе в ходе решения типовых задач) физического смысла рассматриваемых величин, что в конечном итоге должно способствовать появлению у студентов необходимых знаний. Пособие, не заменяя учебник, поможет студентам на стадии повторения пройденного теоретического материала, поскольку является кратким системным конспектом основных разделов курса физики.

Теоретические положения рассматриваемых разделов дополняются примерами решения задач, что должно способствовать не только лучшему усвоению предложенного материала, но и развитию умения применять теоретические знания для решения различных вопросов и задач. Кроме того, в каждом разделе приведены контрольные вопросы и задачи для самостоятельного решения. Большое количество системно подобранных задач может оказать значительную помощь преподавателю при проведении практических занятий и организации самостоятельной работы студентов. Кроме того, в пособие включена таблица вариантов для выполнения

студентами расчетных и контрольных заданий, а также приведены некоторые справочные данные.

Итак, данное пособие охватывает все виды деятельности студентов по изучению курса физики. Являясь кратким конспектом курса, оно может эффективно использоваться при повторении и обобщении материала, при освоении методики решения практических задач, при самостоятельном выполнении расчетных заданий, обработке экспериментальных данных и при подготовке к контрольным мероприятиям.

Пособие окажет методическую помощь студентам заочной и очно-заочной форм обучения, осваивающим курс физики самостоятельно или при периодическом общении с преподавателем при дистанционном обучении.

В ряде случаев пособие может быть использовано в качестве справочного, поскольку в нем приводятся практически все основные закономерности, определения, формулы, необходимые для освоения частей «Электричество», «Электромагнетизм», «Колебания и волны» общего курса физики.

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

1. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

1.1. Электрический заряд. Закон сохранения электрического заряда

Все тела в природе способны электризоваться, приобретая *электрический заряд*. Наличие электрического заряда проявляется в том, что заряженное тело взаимодействует с другими заряженными телами, т.е. между ними появляются силы взаимодействия. Электрические силы играют чрезвычайно важную роль в природе; в частности, электрическими силами, действующими в атомах и молекулах, в значительной степени объясняются физические и химические свойства веществ.

Фундаментальным свойством электрического заряда является его существование в двух видах – положительных и отрицательных зарядов. Электрический заряд является характеристикой всех элементарных частиц, для которых он либо равен нулю (например, у нейтрона $q_n = 0$), либо одинаков по величине и равен *элементарному электрическому заряду* e (например, у протона $q_p = +e$, у электрона $q_e = -e$). Вещество состоит из элементарных частиц, поэтому заряд любого тела составляет целое кратное от элементарного электрического заряда ($q = \pm Ne$), т.е. электрический заряд дискретен. В этом состоит *закон квантования электрических зарядов*. Поскольку величина элементарного электрического заряда мала ($e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл), величину макроскопических зарядов можно считать изменяющейся непрерывно. Единицей электрического заряда в системе СИ является Кулон (Кл), $1 \text{ Кл} = 1 \text{ А} \cdot \text{с}$.

Обычно заряженные частицы присутствуют в равных количествах и распределены с одинаковой плотностью. Вселенная – хорошо уравновешенная смесь положительных и отрицательных зарядов. В процессах перераспределения зарядов, например, при электризации, на телах может быть создан избыток зарядов какого-либо знака. Однако для всех систем тел выполняется *закон сохранения электрического заряда*: алгебраическая сумма электрических зарядов тел или частиц, образующих электрически изолированную систему, не изменяется при любых процессах, происходящих в этой системе. Отметим, что электрические заряды могут исчезать и возникать вновь. Например, при встрече электрона и позитрона они

аннигилируют, превращаясь в нейтральные гамма-фотоны. При этом исчезают заряды $-e$ и $+e$. Возможен и обратный процесс рождения указанной пары частиц. Эти процессы не противоречат закону сохранения электрического заряда.

Закон сохранения электрического заряда тесно связан с релятивистской инвариантностью заряда – отсутствием зависимости величины заряда от его скорости. Действительно, если бы величина заряда зависела от его скорости, то, приводя в движение заряды одного какого-то знака, можно было бы изменить суммарный заряд изолированной системы.

1.2. Взаимодействие зарядов. Закон Кулона

Сила взаимодействия неподвижных электрических зарядов подчиняется закону электростатического взаимодействия, который был экспериментально установлен Ш. Кулоном (1785 г.) с помощью крутильных весов. Поэтому силы электростатического взаимодействия часто называют кулоновскими силами.

Закон Кулона утверждает, что сила электростатического взаимодействия двух точечных неподвижных электрических зарядов q_1 и q_2 , находящихся в вакууме, прямо пропорциональна произведению этих зарядов, обратно пропорциональна квадрату расстояния r между зарядами и направлена вдоль соединяющей их прямой (рис. 1.1).

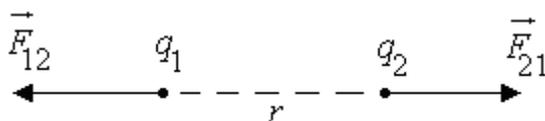


Рис. 1.1

При этом одноименные заряды отталкиваются, разноименные – притягиваются. Модуль сил взаимодействия

$$F = |\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}| = k \frac{q_1 q_2}{r^2}. \quad (1.1)$$

В системе СИ заряд измеряется в кулонах (1 Кл = 1 А·с). Коэффициент $k = 1/(4\pi\epsilon_0)$, где $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная; она относится к числу фундаментальных физических постоянных. Численное значение коэффициента пропорциональности $k = 9,00 \cdot 10^9$ м/Ф. Отметим, что кулоновские силы \vec{F}_{12} и \vec{F}_{21} подчиняются третьему закону Ньютона

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}.$$

Соотношение (1.1) остается справедливым даже в том случае, когда заряды q_1 и q_2 не являются точечными, но распределены равномерно по всему объему или поверхности тел сферической формы. В этом случае расстояние r – это расстояние между центрами тел.

Важным свойством кулоновских сил является их *аддитивность*: сила взаимодействия двух зарядов не изменяется при наличии еще каких-либо зарядов. Поэтому для нахождения силы, действующей на заряд со стороны нескольких зарядов, векторно суммируют все силы, действующие на рассматриваемый заряд со стороны остальных зарядов. В этом заключается принцип *суперпозиции действия сил*.

1.3. Электрическое поле. Напряженность поля

Взаимодействие между неподвижными электрическими зарядами осуществляется посредством электрического (электростатического) поля, причем взаимодействие осуществляется не мгновенно, а распространяется в вакууме со скоростью света. Происходит это следующим образом. Всякий заряд изменяет свойства окружающего его пространства – создает в нем электрическое поле. Это поле проявляет себя в том, что помещенный в какую-либо его точку электрический заряд оказывается под действием силы. По величине силы, действующей на заряд (который можно назвать «пробным»), можно судить о величине поля.

Напряженность электростатического поля в данной точке равна силе, действующей на пробный единичный положительный заряд q_0 , помещенный в эту точку поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}. \quad (1.2)$$

Направление вектора \vec{E} совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд. Единицей напряженности электрического поля является вольт на метр, $1 \text{ В/м} = \frac{\text{м} \cdot \text{кг}}{\text{с}^3 \cdot \text{А}}$.

Напряженность поля \vec{E} позволяет найти силу, действующую на любой заряд q , находящийся в этом поле, а именно:

$$\vec{F} = q\vec{E}. \quad (1.3)$$

Используя закон Кулона, можно рассчитать напряженность поля, создаваемого точечным зарядом q в вакууме в точке, находящейся на расстоянии r от него:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}. \quad (1.4)$$

Если поле создается положительным зарядом, то вектор \vec{E} направлен вдоль радиус-вектора, соединяющего заряд и данную точку, от заряда; если поле создается отрицательным зарядом, то вектор \vec{E} направлен от данной точки к заряду (рис. 1.2).

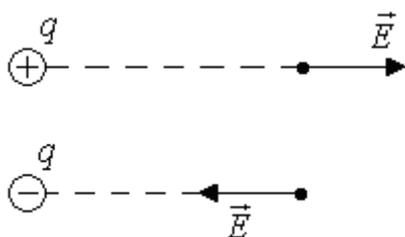


Рис. 1.2

Формула (1.4) справедлива и в том случае, когда заряд q , создающий поле, равномерно распределен по всему объему или поверхности тела сферической формы, а рассматриваемая точка расположена вне тела. В этом случае расстояние r должно отсчитываться от центра тела.

Графически электростатическое поле изображают с помощью *линий напряженности* – линий, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора \vec{E} . По густоте линий в данном месте пространства можно судить о величине поля. Заметим, что линии напряженности никогда не пересекаются. В случае однородного поля ($\vec{E} = \text{const}$) линии напряженности параллельны друг другу и находятся на одинаковом расстоянии друг от друга.

Свойства электростатических полей таковы, что линии напряженности могут начинаться и заканчиваться только на зарядах либо уходить в бесконечность.

В частности, силовые линии электрического поля, создаваемого точечным положительным и точечным отрицательным зарядом, изображены на рис. 1.3.

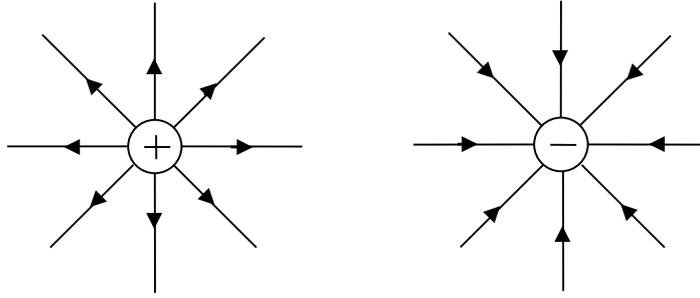


Рис. 1.3

Из принципа суперпозиции действия сил вытекает *принцип суперпозиции электрических полей*: напряженность, создаваемая системой зарядов, равна векторной сумме напряженностей полей, создаваемых в данной точке каждым из зарядов системы в отдельности:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots = \sum \vec{E}_i.$$

1.4. Электрический диполь

Электрический диполь – это система двух одинаковых по величине, но разных по знаку точечных зарядов $+q$ и $-q$, расстояние l между которыми значительно меньше расстояния r до тех точек, в которых определяется поле системы (рис. 1.4). Прямая, проходящая через оба заряда, называется осью диполя.

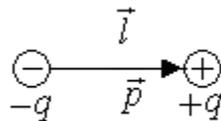


Рис. 1.4

Главной характеристикой диполя является электрический дипольный момент

$$\vec{p} = q\vec{l},$$

направленный вдоль оси диполя от отрицательного заряда к положительному.

Рассмотрение диполя исключительно важно в силу того, что в присутствии внешнего поля центры тяжести положительных и отрицательных зарядов у молекул, даже если они совпадали при $\vec{E} = 0$, раздвигаются так, что молекулы становятся диполями, т.е. приобретают индуцированный

электрический дипольный момент. Более того, многие молекулы, в том числе и молекулы воды, являясь электрически нейтральными, обладают собственным дипольным моментом даже в отсутствие внешнего поля.

Вид силовых линий электрического поля \vec{E} в точках, находящихся на некотором расстоянии $r \gg l$ от диполя, представлен на рис. 1.5. Заметим, что поле обладает осевой симметрией.

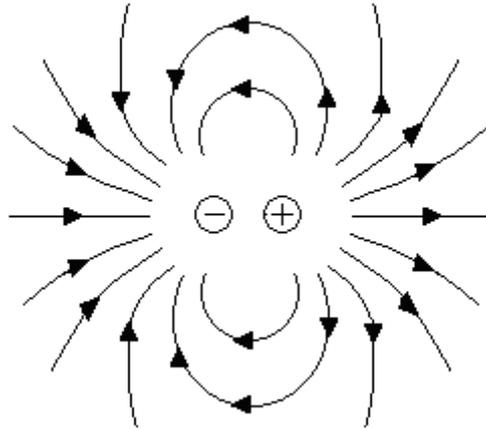


Рис. 1.5

Расчет поля, создаваемого диполем, проводится по принципу суперпозиции. Поскольку для диполя по определению $r \gg l$, картина вблизи диполя не рассматривается. Заметим, что напряженность электрического поля \vec{E} на оси диполя параллельна дипольному моменту \vec{p} , а в точках прямой, проходящей через центр диполя и перпендикулярной его оси, \vec{E} антипараллельна \vec{p} .

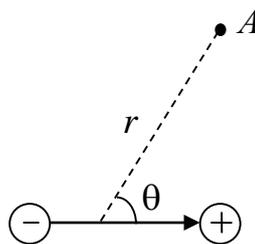


Рис. 1.6

Расчет величины поля \vec{E} , создаваемого диполем (см. рис. 1.6) в точке, находящейся на расстоянии r от диполя и расположенной под углом θ к его оси, приводит к соотношению

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2 \theta}.$$

Характерным является то обстоятельство, что напряженность поля убывает с расстоянием от диполя как $1/r^3$, т.е. быстрее, чем напряженность поля точечного заряда (убывающая как $1/r^2$).

Теперь рассмотрим поведение диполя во внешнем однородном электрическом поле (рис. 1.7).

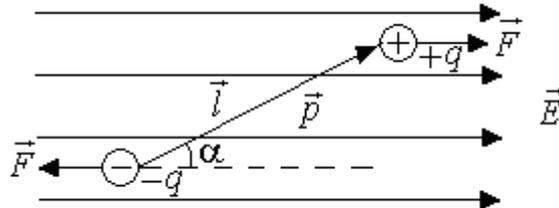


Рис. 1.7

Поле \vec{E} действует на заряды с силой, определяемой формулой

$$\vec{F} = q\vec{E}, \quad (1.5)$$

поэтому действующая на положительный заряд сила направлена в ту же сторону, что и вектор \vec{E} , а сила, действующая на отрицательный заряд, направлена в противоположную сторону. Эти силы образуют пару, плечо которой, равное $l \sin \alpha$, зависит от ориентации диполя относительно поля. Момент пары сил

$$N = qEl \sin \alpha = pE \sin \alpha, \quad \vec{N} = [\vec{p}\vec{E}] \quad (1.6)$$

стремится повернуть диполь так, чтобы его дипольный электрический момент \vec{p} установился по направлению поля. Кроме того, эта пара сил приводит к растяжению диполя, если диполь не является жестким и расстояние l может меняться.

В неоднородном электрическом поле, кроме вращающего момента указанной пары сил, появляется также сила, под действием которой в зависимости от ориентации диполя он либо втягивается в область более сильного поля, либо выталкивается из него.

1.5. Потенциал электрического поля. Работа по перемещению зарядов

Напряженность электрического поля связана с силой, действующей на единичный положительный пробный заряд q_0 , и поэтому является его

силовой характеристикой. Однако для исследования поля также можно воспользоваться изучением потенциальной энергии W_p , которой обладает указанный пробный заряд q_0 , и определить величину

$$\varphi = \frac{W_p}{q_0},$$

называемую *потенциалом электрического поля* и являющуюся его энергетической характеристикой. Потенциал численно равен потенциальной энергии, которой обладал бы в данной точке поля единичный положительный заряд. Если поле создается точечным зарядом q , то в точке, находящейся на расстоянии r от него, потенциал поля определяется соотношением

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}. \quad (1.7)$$

Эта формула остается справедливой и в том случае, когда заряд q , создающий поле, равномерно распределен по всему объему или поверхности тела сферической формы, а рассматриваемая точка расположена вне тела или на его поверхности. В частности, потенциал $\varphi_{\text{ш}}$ шара радиусом $R_{\text{ш}}$ равен потенциалу точек, находящихся на его поверхности, а значит, находится по формуле

$$\varphi_{\text{ш}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R_{\text{ш}}}.$$

Единицей потенциала является вольт, $1 \text{ В} = 1 \frac{\text{м}^2 \cdot \text{кг}}{\text{с}^3 \cdot \text{А}} = 1 \text{ Дж/Кл}$.

Потенциал – величина алгебраическая, т.е. он будет положительным, если $q > 0$, и отрицательным, если $q < 0$. При наложении полей потенциалы складываются алгебраически в отличие от напряженностей, которые складываются векторно.

Используя выражение (1.7) для потенциала поля точечного заряда, можно вычислить потенциальную энергию взаимодействия двух точечных зарядов q_1 и q_2 , находящихся на расстоянии r друг от друга:

$$W_p = k \frac{q_1 q_2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r}.$$

Потенциальная энергия притяжения разноименных зарядов отрицательна, что говорит об устойчивости такого расположения. Напротив, потенциальная энергия отталкивания одноименных зарядов положительна. С увеличением расстояния между зарядами она уменьшается.

Если заряд q перемещается из точки с потенциалом φ_1 в точку с потенциалом φ_2 , силы электрического поля совершают над зарядом работу

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (1.8)$$

равную произведению величины заряда на разность потенциалов в начальной и конечной точках.

Поскольку работа не зависит от траектории перемещения, а определяется только положениями начальной и конечной точек, электростатическое поле является потенциальным, а электростатические силы – консервативными. Если заряд перемещается по замкнутому пути, т.е. $\varphi_1 = \varphi_2$, работа равна нулю.

При удалении заряда q из точки с потенциалом φ на бесконечность (где поле равно нулю) силы электрического поля совершают работу $A_\infty = q\varphi$. Следовательно, потенциал численно равен работе, которую совершают силы поля над единичным положительным зарядом при удалении его из данной точки на бесконечность.

Отметим, что работа A' , совершаемая над силами электрического поля, связана с работой A соотношением $A' = -A$ и поэтому

$$A' = q(\varphi_2 - \varphi_1).$$

1.6. Связь напряженности и потенциала

Потенциал φ , являясь энергетической характеристикой электростатического поля связан с его силовой характеристикой – напряженностью поля \vec{E} . Для нахождения этого соотношения рассматривают работу сил электрического поля, которая согласно формуле (1.8), определяется разностью потенциалов. С другой стороны, работа сил поля при перемещении заряда q из точки 1 в точку 2 также может быть записана в виде

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F} d\vec{l} = \int_1^2 q\vec{E} d\vec{l}.$$

Таким образом, может быть установлена связь

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} \quad (1.9)$$

разности потенциалов с вектором напряженности электрического поля \vec{E} . Интегрирование может быть произведено вдоль любой линии, соединяющей начальную и конечную точки, так как работа сил электростатического поля не зависит от траектории перемещения.

Интеграл вида (1.9), взятый вдоль произвольного замкнутого контура l , называется циркуляцией вектора напряженности \vec{E} . Электростатическое поле обладает свойством:

$$\oint_l \vec{E} d\vec{l} = \oint_l E_l dl = 0,$$

т.е. циркуляция вектора напряженности электростатического поля вдоль любого замкнутого контура равна нулю.

Решение обратной задачи нахождения вектора \vec{E} как функции потенциала приводит к соотношению

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{k} \right) = -\text{grad} \varphi = -\nabla \varphi, \quad (1.10)$$

где выражение в скобках называется градиентом функции φ (\vec{i} , \vec{j} , \vec{k} – единичные векторы координатных осей x , y , z).

Заметим, что градиент скалярной функции является вектором, направленным в сторону максимально быстрого возрастания этой функции. Он численно равен по модулю производной от функции по этому направлению, т.е. скорости возрастания рассматриваемой функции в указанном направлении.

Знак « $-$ » в формуле (1.10) говорит о том, что вектор напряженности электрического поля, напротив, направлен в сторону максимально быстрого убывания потенциала.

Итак, вектор напряженности \vec{E} численно равен градиенту потенциала и направлен в сторону убывания потенциала.

Для графического распределения потенциала электростатического поля пользуются *эквипотенциальными поверхностями* – поверхностями, во всех точках которых потенциал имеет одно и то же значение. Можно доказать, что линии напряженности всегда перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям.

В частности, если электростатического поле создается точечным зарядом (рис. 1.8.а), эквипотенциальные поверхности (изображены пунктирными линиями) имеют вид концентрических сфер, в центре которых находится рассматриваемый заряд. Для однородного электрического поля (рис. 1.8б) эквипотенциальные поверхности представляют собой систему равноотстоящих плоскостей, перпендикулярных силовым линиям напряженности электростатического поля \vec{E} .

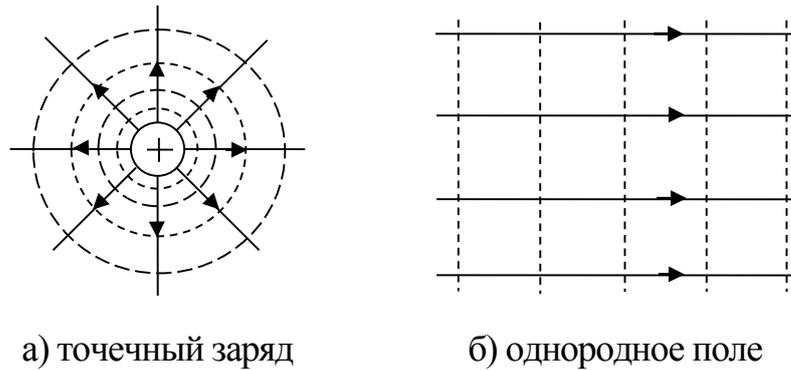


Рис. 1.8

Поскольку все точки эквипотенциальной поверхности имеют одинаковый потенциал, работа по перемещению заряда по эквипотенциальной поверхности равна нулю.

1.7. Поток вектора напряженности. Теорема Остроградского-Гаусса

Как было упомянуто выше, распределение электрического поля в пространстве характеризуют с помощью силовых линий напряженности, причем по густоте линий в данном месте пространства судят о величине поля \vec{E} . Для однородного поля и плоской поверхности число линий напряженности, пронизывающих площадку dS , пропорционально величине площадки dS и зависит также от угла α между нормалью \vec{n} к площадке и вектором E :

$$d\Phi_E = EdS \cos \alpha = \vec{E} d\vec{S} \vec{n} = \vec{E} d\vec{S}.$$

Эту величину называют потоком вектора напряженности через площадку dS (вектор $d\vec{S}$ направляют вдоль нормали \vec{n} , т.е. $d\vec{S} = dS\vec{n}$). Единицей потока вектора напряженности электростатического поля является

$$1 \text{ вольт-метр}; 1 \text{ В} \cdot \text{м} = 1 \frac{\text{м}^3 \cdot \text{кг}}{\text{А} \cdot \text{с}^3}.$$

Для произвольной замкнутой поверхности S поток вектора \vec{E} сквозь эту поверхность равен

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} d\vec{S},$$

где интеграл берется по замкнутой поверхности S . Для замкнутых поверхностей за положительное направление нормали принимается внешняя нормаль, т.е. нормаль, направленная наружу от области, охватываемой этой поверхностью.

В частности, поток электрического поля, создаваемого точечным зарядом q через сферическую поверхность радиуса r (площади $4\pi r^2$), в центре которой находится рассматриваемый заряд, может быть рассчитан следующим образом. В каждой точке сферической поверхности напряженность поля равна одной и той же величине $E = q/(4\pi\epsilon_0 r^2)$, направление вектора \vec{E} во всех точках совпадает с наружной нормалью, и поэтому поток вектора напряженности равен

$$\Phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} q.$$

Заметим, что поток не зависит от размеров сферы. Более того, результат остается тем же, если рассмотреть поток сквозь поверхность любой формы, охватывающей заряд q . Если заряд расположен вне поверхности, полный поток через поверхность равен нулю.

Если зарядов несколько, использование принципа суперпозиции электрических полей дает следующий результат:

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_j q_j. \quad (1.11)$$

Итак, поток вектора напряженности электрического поля E через любую замкнутую поверхность равен произведению $1/\epsilon_0$ на полный заряд, охватываемый поверхностью. Это утверждение носит название теоремы Остроградского-Гаусса.

1.8. Примеры вычисления электрических полей с помощью теоремы Остроградского-Гаусса

а) *Поле полый заряженной сферы.* В этом случае заряд $q = 4\pi r_0^2 \sigma$ равномерно распределен по поверхности ($\sigma = q/S$ – поверхностная плотность заряда). Поле должно обладать сферической симметрией, а значит линии напряженности направлены радиально. В качестве поверхности, сквозь которую рассчитывается поток, выбирается сферическая поверхность радиуса r , центр которой совпадает с центром заряженной сферы. Если $r < r_0$, рассматриваемая поверхность заряда не охватывает, а значит, напряженность поля внутри заряженной сферы равна нулю: $E = 0$.

Вне сферы для напряженности поля имеем

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{r_0^2}{r^2} \sigma.$$

В этом случае ($r > r_0$) поле рассчитывается по такому же закону и убывает с расстоянием от центра так же, как и поле точечного заряда. Это справедливо и при расчете потенциала электрического поля.

б) *Поле бесконечной равномерно заряженной плоскости.* Линии напряженности электрического поля, создаваемого бесконечной плоскостью, заряженной с поверхностной плотностью σ , в силу симметрии перпендикулярны плоскости и направлены от нее в обе стороны, если $\sigma > 0$, и к ней, если $\sigma < 0$. В качестве поверхности, сквозь которую рассчитывается поток, выбирается цилиндрическая поверхность (см. рис. 1.9), основания которой параллельны заряженной плоскости, а ось цилиндра перпендикулярна ей.

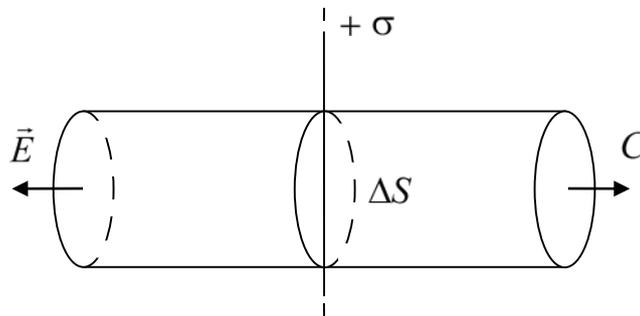


Рис. 1.9

Так как линии напряженности боковую поверхность не пронизывают, поток вектора напряженности сквозь нее равен нулю. Полный поток $2E\Delta S$ равен потоку сквозь основания цилиндра. По теореме Остроградского-Гаусса

он определяется зарядом $\sigma\Delta S$, заключенным внутри рассматриваемой поверхности, откуда

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}. \quad (1.12)$$

Отметим, что напряженность поля на любых расстояниях от плоскости одинакова по величине и направлению, т.е. поле, создаваемое бесконечной равномерно заряженной плоскостью, *однородно*.

в) *Поле двух разноименно заряженных плоскостей (поле плоского конденсатора)*. Для расчета поля, создаваемого двумя разноименно заряженными плоскостями, имеющими одинаковые по величине поверхностные плотности $+\sigma$ и $-\sigma$, воспользуемся принципом суперпозиции.

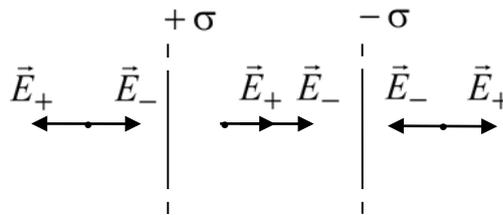


Рис. 1.10

На рис. 1.10 показано, как направлены электрические поля вблизи плоскостей. В области между плоскостями напряженности, создаваемые обеими заряженными плоскостями, складываются, а значит,

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}, \quad (1.13)$$

а вне плоскостей вычитаются, т.е. $E = 0$. Итак, поле внутри плоского конденсатора однородно и рассчитывается по формуле (1.13), а вне его равно нулю.

Разность потенциалов между плоскостями, находящимися на расстоянии d , найденная по формуле (1.9) определяется соотношением

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^d E dx = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0} = Ed. \quad (1.14)$$

г) *Поле равномерно заряженной бесконечной нити.* Для расчета напряженности поля, создаваемого нитью, заряженной с линейной плотностью τ ($\tau = dq/dl$ – заряд, приходящийся на единицу длины), выбираем цилиндрическую поверхность радиусом r и высотой h , ось которой совпадает с нитью (рис. 1.11). Поскольку линии напряженности обладают радиальной симметрией, поток вектора напряженности сквозь торцы цилиндра равен нулю.

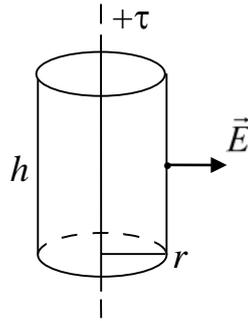


Рис. 1.11

Поток сквозь боковую поверхность, равный $E2\pi rh$ определяется зарядом τh , охватываемым поверхностью, откуда

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0}.$$

Разность потенциалов между двумя точками, лежащими на расстояниях r_1 и r_2 от заряженной нити, равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

1.9. Примеры решения задач

Задача 1-1. В центр квадрата, в вершинах которого находится по заряду $q=10^{-8}$ Кл, помещен отрицательный заряд Q . Найти величину этого заряда Q , если результирующая сила, действующая на каждый заряд, равна нулю.

Решение. Благодаря симметричному расположению (рис. 1.12), число рассматриваемых зарядов может быть уменьшено до двух: центрального заряда и одного из зарядов, расположенных в вершинах квадрата. Все остальные заряды находятся в аналогичных условиях. К каждому заряду приложены четыре кулоновские силы взаимодействия. По условию задачи

векторная сумма этих четырех сил равна нулю, а значит, заряды находятся в равновесии.

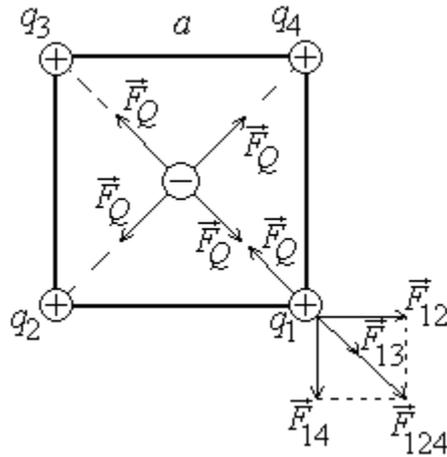


Рис. 1.12

Отметим, что равновесие центрального заряда не зависит от его величины Q , поскольку силы, действующие на него со стороны зарядов, находящихся на одной диагонали, равны по величине, противоположны по направлению, а значит, в сумме равны нулю.

Силы, приложенные к произвольному нецентральному заряду (например q_1) показаны на рис. 1.12. Здесь \vec{F}_{12} и \vec{F}_{14} – кулоновские силы отталкивания соседних зарядов, равные по модулю

$$F_{12} = F_{14} = k \frac{q^2}{a^2},$$

где a – сторона квадрата.

Равнодействующая этих двух сил $\vec{F}_{124} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{14}$ направлена по диагонали квадрата и по модулю равна

$$F_{124} = \sqrt{2}k \frac{q^2}{a^2}.$$

На рассматриваемый заряд q , действует также сила отталкивания \vec{F}_{13} от заряда q_3 :

$$F_{13} = k \frac{q^2}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{kq^2}{2a^2}$$

и сила притяжения \vec{F}_Q к заряду Q :

$$F_Q = k \frac{qQ}{(a\sqrt{2}/2)^2} = \frac{2kqQ}{a^2}.$$

При расчете этих сил учтено, что диагональ квадрата равна $a\sqrt{2}$.

По условию задачи результирующая сила, приложенная к заряду q , равна нулю, т.е.

$$\vec{F}_{12} + \vec{F}_{14} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_Q = 0.$$

В проекциях на ось, направленную по диагонали квадрата вдоль \vec{F}_{13} , это соотношение принимает вид

$$F_{124} + F_{13} - F_Q = 0.$$

После сокращений имеем равенство

$$\sqrt{2}q + \frac{q}{2} - 2Q = 0,$$

из которого следует, что искомая величина

$$Q = q \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{4} \right) = 0,957q = 0,957 \cdot 10^{-8} \text{ Кл.}$$

Заметим, что равновесие зарядов в указанной системе не может быть устойчивым, поскольку при смещении зарядов из положения равновесия не возникают силы, возвращающие их обратно.

Задача 1-2. В вершинах ромба со стороной a и углами $\alpha = 60^\circ$ и $\beta = 120^\circ$ расположены точечные заряды $q_A = q_B = q_C = 2q$ и $q_D = -q$ (рис. 1.13). Определить напряженность электрического поля в центре ромба.

Решение. Напряженность результирующего электрического поля определяется векторной суммой напряженностей полей, создаваемых отдельными зарядами:

$$\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C + \vec{E}_D.$$

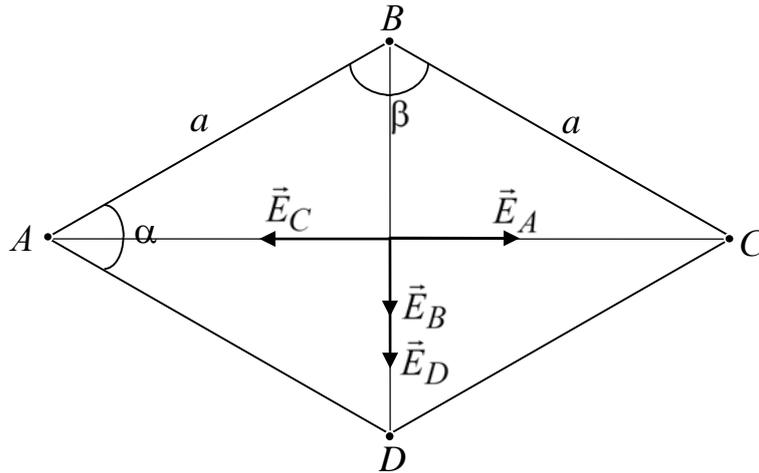


Рис. 1.13

Поскольку напряженности \vec{E}_A и \vec{E}_C равны по величине и противоположны по направлению, их векторная сумма равна нулю, и тогда

$$\vec{E} = \vec{E}_B + \vec{E}_D.$$

Оба вектора \vec{E}_B и \vec{E}_D направлены в одну сторону, поэтому их модули складываются. Учитывая, что диагональ ромба BD является одной из сторон равностороннего треугольника и равна a , имеем

$$E = E_B + E_D = k \frac{2q}{(a/2)^2} + k \frac{q}{(a/2)^2} = \frac{12kq}{a^2}.$$

Задача 1-3. Тонкая металлическая пластинка, несущая заряд $Q = 10^{-7}$ Кл, равномерно распределенный по поверхности, находится в однородном вертикально направленном электрическом поле, причем поле над пластинкой равно $E_1 = 5 \cdot 10^5$ В/м, а под пластинкой равно $E_2 = 2 \cdot 10^5$ В/м (рис. 1.14). Определить массу m пластинки, если она покоится в электрическом поле и поле сил тяжести.

Решение. Металлическая пластинка, заряженная положительным зарядом Q создает в пространстве вокруг себя электрическое поле \vec{E} , линии напряженности которого направлены вверх над пластинкой и вниз под пластинкой. Кроме того, она находится в электрическом поле \vec{E}_0 и поэтому результирующее поле над и под пластинкой определяется векторной суммой этих полей, т.е.

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_0 + \vec{E}, \quad \vec{E}_2 = \vec{E}_0 + \vec{E}.$$

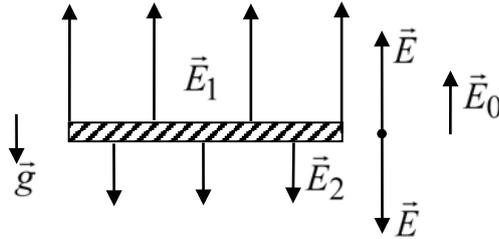


Рис. 1.14

Поскольку по условию задачи $E_1 > E_2$, линии напряженности внешнего поля \vec{E}_0 направлены вертикально вверх.

Учитывая направления векторов \vec{E} и \vec{E}_0 , имеем соотношения

$$E_1 = E_0 + E, \quad -E_2 = E_0 - E,$$

из которых можно рассчитать внешнее поле E_0 :

$$E_0 = \frac{E_1 - E_2}{2}.$$

Итак, теперь известно, что пластинка, имеющая заряд Q , находится в равновесии в электрическом поле \vec{E}_0 и в поле сил тяжести, следовательно

$$mg = QE_0.$$

Искомая масса металлической пластинки может быть найдена по формуле

$$m = \frac{Q(E_1 - E_2)}{2g} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ кг.}$$

Задача 1-4. Кольцо радиусом $R = 12$ см из тонкой проволоки равномерно заряжено с линейной плотностью заряда $\tau = 2 \cdot 10^{-7}$ Кл/м. Определить напряженность поля в точке A , лежащей на оси, проходящей через центр кольца на расстоянии $l = 20$ см от плоскости кольца. Какая сила будет действовать на точечный заряд $q = 3 \cdot 10^{-7}$ Кл, если его поместить в эту точку?

Решение. Для нахождения электрического поля в точке A (рис. 1.15) воспользуемся принципом суперпозиции. Разобьем заряженное кольцо на бесконечно малые элементы величины dR . Каждый элемент представляет собой положительный точечный заряд $dq = \tau dR$, расположенный на

расстоянии b от рассматриваемой точки A и создающий электрическое поле $d\vec{E}$ (рис. 1.15).

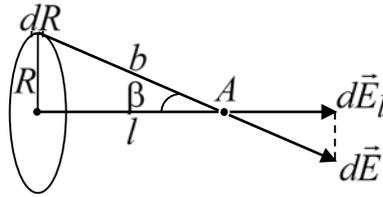


Рис. 1.15

Результирующее поле \vec{E} является векторной суммой полей, создаваемых всеми бесконечно малыми элементами заряженного кольца

$$\vec{E} = \int d\vec{E}.$$

В силу симметрии векторов $d\vec{E}$ относительно направления l видно, что результирующее поле в точке A будет направлено вдоль оси l , а для его нахождения суммирование полей $d\vec{E}$ можно заменить суммированием их проекций dE_l на направление l :

$$E = \int dE_l = \int \cos\beta dE.$$

Учитывая, что

$$\cos\beta = \frac{l}{b}, \quad dE = k \frac{dq}{b^2} = k \frac{\tau dR}{b^2}$$

для расчета величины результирующего поля получаем соотношение

$$E = \int_0^{2\pi R} k \frac{\tau l dR}{b^3} = \frac{2\pi k \tau l R}{(l^2 + R^2)^{3/2}}.$$

Подставляя данные нашей задачи, имеем

$$E = 2,14 \cdot 10^4 \text{ В/м.}$$

Зная напряженность поля в точке A , можно рассчитать силу, действующую на заряд $q = 3 \cdot 10^{-7}$ Кл, помещенный в эту точку:

$$F = qE = 6,42 \cdot 10^{-3} \text{ Н.}$$

Сила \vec{F} направлена так же, как и напряженность электрического поля \vec{E} : вдоль оси l , проходящей через центр кольца в противоположную от кольца сторону.

Задача 1-5. Протон, летящий по направлению к ядру двукратно ионизированного неподвижного атома гелия, в некоторой точке поля с напряженностью $E = 10$ кВ/см имеет скорость $v = 10^3$ м/с. На какое расстояние протон сможет приблизиться к ядру?

Решение. Двукратно ионизированный атом гелия (α -частица) состоит из двух протонов и двух нейтронов. Его заряд равен $+2e$. Протон – положительная частица, заряд и масса которой соответственно равны $q_p = +e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг. Движение протона в сторону ионизированного атома гелия (рис. 1.16) продолжается до тех пор, пока запас кинетической энергии протона не израсходуется на преодоление силы кулоновского отталкивания, существующей между заряженными частицами.

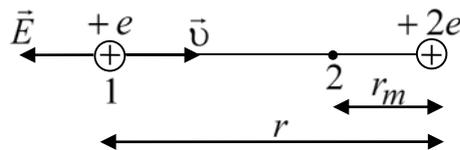


Рис. 1.16

Для расчета искомой величины воспользуемся законом сохранения и превращения энергии

$$W_2 - W_1 = A.$$

Здесь W_1 и W_2 – начальная и конечная кинетические энергии частицы, равные

$$W_1 = \frac{mv^2}{2}, \quad W_2 = 0;$$

A – работа сил электрического поля, определяемая зарядом движущейся частицы и потенциалами электрического поля, создаваемыми неподвижной частицей в точках 1 и 2 (рис. 1.16):

$$A = e(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Потенциалы поля в точках 1 и 2 зависят от их расстояний r и r_m до неподвижной частицы, имеющей заряд $+2e$:

$$\varphi_1 = k \frac{2e}{r}; \quad \varphi_2 = k \frac{2e}{r_m}.$$

В результате для нахождения искомого минимального расстояния r_m имеем соотношение

$$k \cdot 2e^2 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_m} \right) = -\frac{mv^2}{2},$$

из которого следует, что

$$r_m = \left(\frac{1}{r} + \frac{mv^2}{4ke^2} \right)^{-1}.$$

Расстояние r до точки 1 рассчитывается достаточно просто, поскольку для этой точки известна величина напряженности электрического поля

$$E = k \frac{2e}{r^2},$$

а, значит

$$r = \sqrt{\frac{2ke}{E}}.$$

Окончательное выражение для нахождения минимального расстояния примет вид

$$r_m = \left(\sqrt{\frac{E}{2ke}} + \frac{mv}{4ke^2} \right)^{-1}.$$

Расчет, проведенный по данным нашей задачи, показывает, что

$$r_m = 4,89 \cdot 10^{-8} \text{ м.}$$

Задача 1-6. Потенциал поля, создаваемого системой зарядов, имеет вид $\varphi = ax - by - cz$. Найти напряженность поля $\vec{E}(x, y, z)$ и доказать, что такое поле является однородным.

Решение. Напряженность электрического поля и потенциал связаны соотношением

$$\vec{E}(x, y, z) = -\text{grad } \varphi(x, y, z) = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{k} \right).$$

Удовлетворяющий этому соотношению вектор напряженности электрического поля имеет вид

$$\vec{E}(x, y, z) = -a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k},$$

не зависящий от координат рассматриваемой точки, а значит одинаковый для всех точек, где имеется поле.

Величина напряженности электрического поля $E(x, y, z)$ в произвольной точке с координатами x, y, z рассчитывается по формуле

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2}.$$

В рассматриваемом случае

$$E = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2},$$

т.е. величина напряженности электрического поля не зависит от координаты точки и одинакова во всех точках. Итак, вектор \vec{E} во всех точках имеет одинаковую величину и направление, а значит данное электрическое поле является однородным.

Задача 1-7. Два тонких стержня длиной $l = 0,2$ м, равномерно заряженные зарядами $q_1 = 3 \cdot 10^{-8}$ Кл и $q_2 = -5 \cdot 10^{-8}$ Кл, расположены параллельно друг напротив друга и находятся на расстоянии $a = 0,4$ м. Найти потенциал электрического поля в центре полученного прямоугольника.

Решение. Электрическое поле в центре прямоугольника (рис. 1.17) создается двумя стержнями с зарядами q_1 и q_2 , поэтому для нахождения потенциала результирующего поля воспользуемся принципом суперпозиции:

$$\varphi = \varphi_1 - |\varphi_2|.$$

Здесь учтено, что потенциал второго стержня имеет отрицательный знак, поскольку создающий его заряд отрицателен.

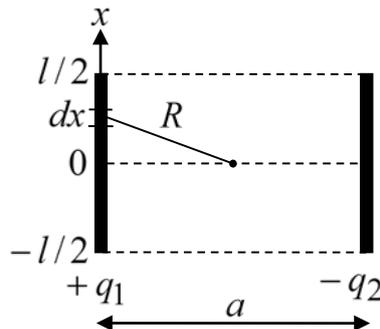


Рис. 1.17

Для расчета потенциала φ_1 стержень с зарядом q_1 разобьем на бесконечно малые кусочки длиной dx , каждый из которых можно считать точечным зарядом величины $dq_1 = (q_1/l)dx$. Введем ось x , которую направим вдоль стержня, а начало координат совместим с его серединой. Каждый элементарный заряд, находящийся на расстоянии x от середины стержня, создает в рассматриваемой точке электрическое поле с потенциалом

$$d\varphi_1 = \frac{k dq_1}{R} = \frac{k dq_1}{\sqrt{x^2 + a^2/4}} = \frac{k q_1 dx}{l \sqrt{x^2 + a^2/4}}.$$

Потенциал электрического поля, создаваемого всем первым стержнем, находится суммированием вкладов от всех элементарных зарядов, которое приводит к интегралу

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \int_{-l/2}^{l/2} \frac{k q_1 dx}{l \sqrt{x^2 + a^2/4}} = \frac{k q_1}{l} \ln \left| x + \sqrt{x^2 + a^2/4} \right| \Big|_{-l/2}^{l/2} = \\ &= \frac{k q_1}{l} \ln \left(\frac{\sqrt{a^2 + l^2} + l}{\sqrt{a^2 + l^2} - l} \right). \end{aligned}$$

Для второго стержня может быть написано аналогичное соотношение.

В целом, расчет потенциала электрического поля в центре прямоугольника может быть произведен по формуле

$$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{k(q_1 - q_2)}{l} \ln \left(\frac{\sqrt{a^2 + l^2} + l}{\sqrt{a^2 + l^2} - l} \right).$$

Подставляя исходные данные, получим численное значение потенциала

$$\varphi = -866 \text{ В.}$$

Контрольные вопросы и задачи для самостоятельного решения

1.1. В чем состоит сущность законов сохранения электрического заряда и квантования электрических зарядов?

1.2. Как находится сила взаимодействия двух точечных зарядов? трех точечных зарядов?

1.3. Как определяется напряженность электростатического поля? Как находится напряженность поля, создаваемого несколькими зарядами?

1.4. Каким образом графически представляется электростатическое поле? Как направлены линии напряженности поля точечного заряда?

1.5. Что такое электрический диполь? Что является его главной характеристикой?

1.6. Какой вид имеет картина силовых линий поля диполя и как оно рассчитывается?

1.7. Что происходит с диполем во внешнем электрическом поле?

1.8. Как определяется потенциал электрического поля? В чем он измеряется?

1.9. Как находится работа сил электростатического поля по перемещению заряда?

1.10. Как находится разность потенциалов по напряженности электрического поля?

1.11. Что такое градиент потенциала и как он связан с вектором напряженности?

1.12. Как определяются эквипотенциальные поверхности и какой вид они имеют для точечных зарядов?

1.13. Чему равна работа по перемещению заряда вдоль эквипотенциальной поверхности?

1.14. Что такое поток вектора напряженности сквозь некоторую площадку? В каких единицах он измеряется?

1.15. Как записывается теорема Остроградского-Гаусса для электростатического поля в вакууме и в чем заключается ее физический смысл?

1.16. На двух одинаковых капельках воды находятся по восемь лишних электронов, причем сила электрического отталкивания капелек уравнивает силу их взаимного тяготения. Каковы радиусы капелек?

1.17. На нити подвешен шарик массой $m = 10$ г, имеющий заряд $q = 8 \cdot 10^{-8}$ Кл. Как близко надо поднести к нему снизу одноименный и равный ему заряд, чтобы сила натяжения нити уменьшилась на десять процентов?

1.18. Два шарика одинакового радиуса и веса подвешены на нитях так, что их поверхности соприкасаются. После сообщения шарикам заряда $q = 6 \cdot 10^{-7}$ Кл они оттолкнулись друг от друга и разошлись на угол $\alpha = 60^\circ$. Найти массу m шариков, если расстояние от точки подвеса до центра шарика равно $l = 0,3$ м?

1.19. Два одинаковых металлических шарика, заряды которых отличаются в n раз, находятся на некотором расстоянии друг от друга. Во сколько раз нужно изменить расстояние между шариками, после того, как их

привели в соприкосновение, чтобы величина силы взаимодействия между ними по сравнению с первоначальной не изменилась? Шарики были заряжены одноименными зарядами.

1.20. Решить предыдущую задачу при условии, что шарики были заряжены разноименно.

1.21. На расстоянии $r = 0,03$ м друг от друга расположены два точечных заряда $q_1 = 9 \cdot 10^{-10}$ Кл и $q_2 = 36 \cdot 10^{-10}$ Кл. Когда в некоторой точке поместили заряд q_3 , то все три заряда оказались в равновесии. Найти заряд q_3 и расстояние между зарядами q_1 и q_3 .

1.22. В вершинах B и C равнобедренного прямоугольного треугольника расположены одинаковые точечные заряды $q_B = q_C = 2 \cdot 10^{-9}$ Кл (рис. 1.18а). Найти величину и направление силы, действующей на заряд $q_A = \pm 10^{-9}$ Кл. Сторона $AB = a = 2$ см.

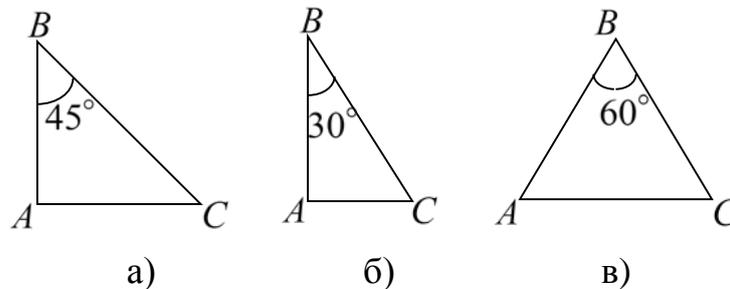


Рис. 1.18

1.23. В вершинах B и C равнобедренного прямоугольного треугольника расположены одинаковые по величине, но разные по знаку точечные заряды $q_B = 3 \cdot 10^{-9}$ Кл, $q_C = -3 \cdot 10^{-9}$ Кл (рис. 1.18а). Найти величину и направление силы, действующей на заряд $q_A = \pm 10^{-9}$ Кл. Сторона $AB = a = 3$ см.

1.24. В вершинах B и C прямоугольного треугольника с углами 30° и 60° (рис. 1.18б) расположены одинаковые точечные заряды $q_B = q_C = 10^{-9}$ Кл. Найти величину и направление силы, действующей на заряд $q_A = \pm 10^{-9}$ Кл. Гипотенуза треугольника $BC = a = 1$ см.

1.25. В вершинах B и C прямоугольного треугольника с углами 30° и 60° (рис. 1.18б) расположены одинаковые по величине, но разные по знаку точечные заряды $q_B = 10^{-9}$ Кл, $q_C = -10^{-9}$ Кл. Найти величину и направление силы, действующей на заряд $q_A = \pm 10^{-9}$ Кл. Гипотенуза треугольника $BC = a = 1$ см.

1.26. В вершинах A и C равностороннего треугольника со стороной $a = 1$ см расположены одинаковые по величине точечные заряды

$q_A = q_C = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл (рис. 1.18в). Найти величину и направление силы, действующей на заряд $q_B = \pm 3 \cdot 10^{-8}$ Кл.

1.27. В вершинах A и C равностороннего треугольника со стороной $a = 2$ см расположены одинаковые по величине, но разные по знаку точечные заряды $q_A = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл, $q_C = -2 \cdot 10^{-8}$ Кл (рис. 1.18в). Найти величину и направление силы, действующей на заряд $q_B = \pm 3 \cdot 10^{-8}$ Кл.

1.28. Четыре заряда $q_1 = q_2 = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл и $q_3 = q_4 = -2 \cdot 10^{-8}$ Кл расположены в вершинах квадрата со стороной $a = 5 \cdot 10^{-2}$ м. Определить силу, действующую на один из положительных зарядов, при различных комбинациях зарядов.

1.29. Четыре заряда $q_1 = q_2 = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл и $q_3 = q_4 = -2 \cdot 10^{-8}$ Кл расположены в вершинах квадрата со стороной $a = 5 \cdot 10^{-2}$ м. Определить силу, действующую на заряд $Q = 7 \cdot 10^{-8}$ Кл, помещенный в центр квадрата, при различных комбинациях зарядов.

1.30. В вершинах правильного шестиугольника со стороной $a = 0,03$ м расположены три положительных и три отрицательных заряда величины $q = 10^{-9}$ Кл. Найти силу, действующую на положительный заряд $Q = 3 \cdot 10^{-9}$ Кл, помещенный в центр шестиугольника при различных комбинациях зарядов.

1.31. Расстояние между точечными зарядами $q_1 = 4 \cdot 10^{-9}$ Кл и $q_2 = 3 \cdot 10^{-9}$ Кл равно $l = 6$ см. Найти напряженность электрического поля в точке, лежащей а) посередине между зарядами; б) на перпендикуляре, восстановленном из середины отрезка на расстоянии $l/2$ от него.

1.32. Расстояние между точечными зарядами $q_1 = 4 \cdot 10^{-9}$ Кл и $q_2 = -3 \cdot 10^{-9}$ Кл равно $l = 6$ см. Найти напряженность электрического поля в точке, лежащей а) посередине между зарядами; б) на перпендикуляре, восстановленном из середины отрезка на расстоянии $l/2$ от него.

1.33. Расстояние между двумя точечными зарядами $q_1 = 8 \cdot 10^{-9}$ Кл и $q_2 = -9 \cdot 10^{-9}$ Кл равно $l = 5$ см. Найти напряженность электрического поля, в точке, находящейся на расстоянии $r_1 = 4$ см от положительного заряда и $r_2 = 3$ см от отрицательного заряда. Как изменится напряженность электрического поля, если отрицательный заряд заменить на равный ему по величине положительный заряд?

1.34. Два точечных заряда $q_1 = 2q$ и $q_2 = -q$ находятся на расстоянии $l = 10$ см друг от друга. Найти положение точки, в которой напряженность результирующего электрического поля равна нулю.

1.35. В вершинах B и C равнобедренного прямоугольного треугольника расположены точечные заряды $q_B = 10^{-8}$ Кл, $q_C = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл. Найти напряженность электрического поля в точке A (см. рис. 1.18а), если известно, что гипотенуза $BC = a = 2$ см.

1.36. В вершинах B и C равнобедренного прямоугольного треугольника расположены точечные заряды $q_B = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл, $q_C = -10^{-8}$ Кл. Найти напряженность электрического поля в точке A (см. рис. 1.18а), если известно, что гипотенуза $BC = a = 1$ см.

1.37. В вершинах B и C прямоугольного треугольника с углами 30° и 60° (рис. 1.18б) расположены точечные заряды $q_B = 10^{-9}$ Кл и $q_C = 1,5 \cdot 10^{-9}$ Кл. Найти напряженность электрического поля в точке A , если известно, что сторона $AC = a = 3$ см.

1.38. В вершинах B и C прямоугольного треугольника с углами 30° и 60° (рис. 1.18б) расположены точечные заряды $q_B = -1,5 \cdot 10^{-9}$ Кл и $q_C = 2 \cdot 10^{-9}$ Кл. Найти напряженность электрического поля в точке A , если известно, что гипотенуза $BC = a = 5$ см.

1.39. В вершинах A и C равностороннего треугольника со стороной $a = 4$ см расположены одинаковые по величине точечные заряды $q_A = q_C = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл (рис. 1.18в). Найти напряженность электрического поля в точке B .

1.40. В вершинах A и C равностороннего треугольника со стороной $a = 4$ см расположены одинаковые по величине, но разные по знаку точечные заряды $q_A = 10^{-8}$ Кл, $q_C = -10^{-8}$ Кл (рис. 1.18в). Найти напряженность электрического поля в точке B .

1.41. Три точечных заряда $q_1 = q_2 = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл и $q_3 = -2 \cdot 10^{-8}$ Кл расположены в вершинах равностороннего треугольника со стороной $a = 5$ см. Найти напряженность электрического поля в центре треугольника.

1.42. Четыре точечных заряда $q_1 = q_2 = q_3 = 10^{-8}$ Кл и $q_4 = -3 \cdot 10^{-8}$ Кл расположены в вершинах квадрата со стороной $a = 5$ см. Найти напряженность электрического поля в центре квадрата.

1.43. Четыре точечных заряда $q_1 = q_2 = 2 \cdot 10^{-9}$ Кл и $q_3 = q_4 = -2 \cdot 10^{-9}$ Кл расположены в вершинах квадрата со стороной $a = 8$ см. Найти напряженность электрического поля в центре квадрата при различных комбинациях зарядов.

1.44. В вершинах правильного шестиугольника со стороной $a = 3$ см расположены три положительных и три отрицательных заряда величины $q = 10^{-9}$ Кл. Найти напряженность электрического поля в центре шестиугольника при различных комбинациях зарядов.

1.45. В вершинах правильного шестиугольника со стороной $a = 4$ см расположены два положительных и четыре отрицательных заряда величины $q = 2 \cdot 10^{-9}$ Кл. Найти напряженность электрического поля в центре шестиугольника при различных комбинациях зарядов.

1.46. Определить заряд шарика массой $m = 2 \cdot 10^{-2}$ кг, висящего на нити, составляющей угол $\alpha = 30^\circ$ с вертикалью. Нить с шариком помещена в горизонтальное однородное электрическое поле напряженностью $E = 4 \cdot 10^4$ В/м.

1.47. Капелька ртути, имеющая заряд $q = +5e$, помещенная в вертикальное электрическое поле, оказалось в равновесии при напряженности электрического поля $E = 6 \cdot 10^6$ В/м. Найти радиус капли.

1.48. Напряженность электрического поля в точке, находящейся на расстоянии $a = 6$ см от поверхности равномерно заряженной сферы радиусом $R = 2$ см равна $E = 100$ В/м. Определить поверхностную плотность заряда на сфере.

1.49. Заряд сплошного шара радиусом $R = 6$ см равномерно распределен с объемной плотностью $\rho = 10^{-8}$ Кл/м³. Определить напряженность электрического поля в точках, находящихся а) на расстоянии $r_1 = 2$ см от центра шара; б) на поверхности шара; в) на расстоянии $r_2 = 10$ см от центра шара.

1.50. В центре металлической сферы радиусом $R = 0,1$ м, несущей положительный заряд $q_1 = 10$ нКл, находится маленький шарик с отрицательным зарядом $q_2 = -20$ нКл. Найти напряженность электрического поля в точках $r_1 = 0,5R$ и $r_2 = 10R$.

1.51. Как изменится период колебания металлического шарика массой m , подвешенного на нити длиной l , если его зарядить зарядом $q > 0$ и поместить в однородное электрическое поле напряженностью E , направленное вертикально вниз?

1.52. Как изменится период колебаний металлического шарика массой m , подвешенного на нити длиной l , если его зарядить зарядом $q > 0$ и поместить в однородное электрическое поле с напряженностью E , направленное вертикально вверх?

1.53. Найти силу, действующую на заряд $q = 10^{-9}$ Кл, если заряд помещен на расстоянии $a = 2$ см а) от заряженной нити с линейной плотностью заряда $\tau = 2 \cdot 10^{-7}$ Кл/м; б) от поверхности шара радиусом $R = 1$ см, заряженного с поверхностной плотностью $\sigma = 10^{-5}$ Кл/м²; в) от плоскости, заряженной с поверхностной плотностью $\sigma = 10^{-5}$ Кл/м².

1.54. На рис. 1.19 AA – бесконечно длинная заряженная нить с линейной плотностью заряда $\tau = 3 \cdot 10^{-6}$ Кл/м, а B – одноименно заряженный шарик. Нить с шариком длиной $l = 0,12$ м отклонена на угол $\alpha = 30^\circ$, заряд шарика $q = 2 \cdot 10^{-9}$ Кл. Определить его массу.

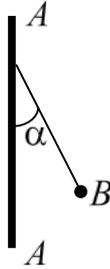


Рис. 1.19

1.55. На рис. 1.19 AA – заряженная бесконечная плоскость с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 10^{-4}$ Кл/м², а B – одноименно заряженный шарик с массой $m = 10^{-3}$ кг и зарядом $q = 10^{-9}$ Кл. Какой угол с плоскостью образует нить, на которой висит шарик?

1.56. Две длинные одноименно заряженные нити расположены на расстоянии $l = 0,1$ м друг от друга. Линейная плотность заряда на нитях $\tau_1 = \tau_2 = 10^{-5}$ Кл/м. Найти величину и направление результирующего электрического поля в точке, находящейся на расстоянии $a = 0,1$ м от каждой нити.

1.57. Две длинные разноименно заряженные нити, расположены на расстоянии $l = 0,1$ м друг от друга. Линейная плотность заряда на нитях $\tau_1 = 10^{-5}$ Кл/м, $\tau_2 = -10^{-5}$ Кл/м. Найти величину и направление результирующего электрического поля в точке, находящейся на расстоянии $a = 0,1$ м от каждой нити.

1.58. Две параллельные плоскости с одинаковой по величине поверхностной плотностью заряда $\sigma = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл/м² расположены на малом расстоянии друг от друга. Определить напряженность электрического поля внутри и вне пластин в случаях: $\sigma_1 = \sigma_2$; $\sigma_1 = -\sigma_2$.

1.59. Три плоскопараллельные пластины, расположенные на малом расстоянии друг от друга, равномерно заряжены. Поверхностные плотности зарядов пластин $\sigma_1 = 3 \cdot 10^{-8}$ Кл/м², $\sigma_2 = -5 \cdot 10^{-8}$ Кл/м², $\sigma_3 = 8 \cdot 10^{-8}$ Кл/м². Определить напряженность электрического поля в точках, лежащих между пластинами.

1.60. Две тонкие концентрические сферы, радиусы которых равны $R_1 = 0,02$ м и $R_2 = 0,03$ м, равномерно заряжены. Их заряды $q_1 = 10^{-8}$ Кл и

$q_2 = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл. Найти напряженность поля в точках, отстоящих от центра сфер на расстояния $r_1 = 1,5 \cdot 10^{-2}$ м, $r_2 = 2,5 \cdot 10^{-2}$ м, $r_3 = 4 \cdot 10^{-2}$ м.

1.61. Тонкий прямой стержень длиной $l = 0,15$ м равномерно заряжен с линейной плотностью заряда $\tau = 10^{-7}$ Кл/м. Найти напряженность электрического поля в точке, находящейся на продолжении оси стержня на расстоянии $a = 0,1$ м от его конца.

1.62. Тонкий прямой стержень длиной $l = 0,2$ м равномерно заряжен с линейной плотностью заряда $\tau = 2 \cdot 10^{-7}$ Кл/м. На продолжении оси стержня на расстоянии $a = 0,1$ м от его конца находится точечный заряд $q = -10^{-8}$ Кл. Найти силу притяжения заряда к стержню.

1.63. Тонкий прямой стержень длиной $l = 12$ см равномерно заряжен с линейной плотностью заряда $\tau = 10^{-6}$ Кл/м. Найти напряженность электрического поля в точке, находящейся на расстоянии $r = 5$ см от стержня против его середины.

1.64. Тонкий прямой стержень длиной $l = 0,15$ м заряжен с линейной плотностью заряда $\tau = 10^{-6}$ Кл/м. На расстоянии $r = 0,06$ м от стержня против его середины находится точечный заряд $q = 2 \cdot 10^{-9}$ Кл. Найти силу отталкивания заряда от стержня.

1.65. Тонкий прямой стержень длиной $l = 10$ см равномерно заряжен с некоторой линейной плотностью заряда τ . Найти отношение напряженностей электрического поля в точках, расположенных на перпендикуляре к стержню, проведенному через его середину, на расстоянии $r_1 = 2$ см и $r_2 = 8$ см от стержня.

1.66. Тонкий прямой стержень длиной $l = 20$ см равномерно заряжен с некоторой линейной плотностью заряда τ . Найти отношение напряженностей электрического поля в точках, лежащих на продолжении оси стержня на расстояниях $r_1 = 5$ см и $r_2 = 10$ см от его конца.

1.67. Тонкое кольцо радиусом $R = 10$ см несет равномерно распределенный заряд $q = 10^{-7}$ Кл. На перпендикуляре, восстановленном из его середины, находится точечный заряд $Q = 10^{-8}$ Кл. Определить силу, действующую на точечный заряд со стороны заряженного кольца, если он удален от центра кольца на расстояние а) $l_1 = 20$ см; б) $l_2 = 2$ м.

1.68. Тонкое полукольцо радиусом $R = 10$ см несет равномерно распределенный заряд с линейной плотностью заряда $\tau = 8 \cdot 10^{-6}$ Кл/м. В центре кривизны полукольца находится заряд $q = 2 \cdot 10^{-9}$ Кл. Определить силу взаимодействия точечного заряда и заряженного полукольца.

1.69. Тонкое полукольцо радиусом $R = 8$ см несет равномерно распределенный заряд с линейной плотностью заряда $\tau = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл/м. Определить напряженность электрического поля в центре кривизны полукольца.

1.70. Прямой металлический стержень диаметром $d = 2$ см и длиной $l = 1$ м имеет равномерно распределенный по его поверхности заряд $q = 5 \cdot 10^{-7}$ Кл. Определить напряженность электрического поля в точке, находящейся против середины стержня на расстоянии $a = 1$ см от его поверхности.

1.71. Прямой металлический стержень диаметром $d = 2$ см и длиной $l = 1$ м несет равномерно распределенный по его поверхности заряд $q = -5 \cdot 10^{-7}$ Кл. Против середины стержня на расстоянии $a = 1$ см от его поверхности находится точечный заряд $Q = 10^{-8}$ Кл. Определить силу притяжения заряда к стержню.

1.72. Тонкий прямой стержень длиной $l = 0,4$ м несет равномерно распределенный по его поверхности заряд $q = 8 \cdot 10^{-8}$ Кл. Найти напряженность электрического поля в точке, находящейся на продолжении его оси на расстоянии $a = 0,1$ м от его конца.

1.73. Тонкий прямой стержень длиной $l = 0,25$ м несет равномерно распределенный по его поверхности отрицательный заряд $q = -2 \cdot 10^{-7}$ Кл. На продолжении оси стержня на расстоянии $a = 0,15$ м от его конца находится точечный заряд $Q = 10^{-8}$ Кл. Найти силу притяжения заряда к стержню.

1.74. Диск радиусом $R = 0,1$ м равномерно заряжен с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 5 \cdot 10^{-6}$ Кл/м². Определить напряженность электрического поля в точке, находящейся на оси диска на расстоянии $l = 0,2$ м от диска.

1.75. Диск радиусом $R = 0,2$ м равномерно заряжен с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 3 \cdot 10^{-6}$ Кл/м². В точку, находящуюся на оси диска на расстоянии $l = 0,1$ м от диска помещен отрицательный точечный заряд $q = 5 \cdot 10^{-7}$ Кл. Найти силу притяжения заряда к диску.

1.76. Определить разность потенциалов электрического поля между точками, находящимися на расстояниях $r_1 = 0,1$ м и $r_2 = 0,3$ м от каждого из двух точечных зарядов q_A и q_B , расположенных на расстоянии $a = 0,1$ м друг от друга (рис. 1.20). Задачу решить для двух случаев: а) $q_A = q_B = 2 \cdot 10^{-9}$ Кл; б) $q_A = 2 \cdot 10^{-9}$ Кл, $q_B = -2 \cdot 10^{-9}$ Кл.

1.77. Четыре заряда $q_1 = q_2 = 3 \cdot 10^{-9}$ Кл и $q_3 = q_4 = -3 \cdot 10^{-9}$ Кл расположены в вершинах квадрата со стороной $a = 0,05$ м. Определить разность потенциалов электрического поля между точкой, лежащей в центре

квадрата и точкой, лежащей в плоскости квадрата и удаленной от положительных зарядов на расстояние $2a = 0,1$ м, при различных комбинациях зарядов.

1.78. Заряд $Q = 10^{-7}$ Кл расположен в вершине прямого угла. Определить работу, которую необходимо совершить для перемещения заряда $q = 8 \cdot 10^{-8}$ Кл из точки A , расположенной на одной из лучей на расстоянии $r_1 = 0,2$ м от вершины, в точку B , лежащую на другом луче на расстоянии $r_2 = 0,1$ м от вершины.

1.79. Определить разность потенциалов электрического поля, создаваемого заряженным шаром радиуса $R = 0,01$ м, между точкой, лежащей на поверхности шара и точкой, удаленной от поверхности на расстояние $a = 0,09$ м. Задачу решить при следующих условиях: а) задана поверхностная плотность заряда на шаре $\sigma = 10^{-7}$ Кл/м²; б) задан потенциал шара $\varphi_0 = 300$ В.

1.80. Для переноса точечного заряда $q = 6 \cdot 10^{-8}$ Кл из бесконечности в точку, находящуюся на расстоянии $l = 0,1$ м от поверхности металлического шара, требуется совершить работу $A = 2 \cdot 10^{-6}$ Дж. Потенциал шара равен $\varphi_0 = 200$ В. Определить радиус шара.

1.81. Определить работу, совершаемую силами электрического поля по перемещению точечного заряда $q = -2 \cdot 10^{-8}$ Кл из бесконечности в точку, находящуюся на расстоянии $l = 0,01$ м от поверхности шара радиусом $R = 0,01$ м, заряженного с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 10^{-5}$ Кл/м².

1.82. Два шарика с зарядами $q_1 = 7 \cdot 10^{-8}$ Кл и $q_2 = 4 \cdot 10^{-8}$ Кл находятся на расстоянии $r_1 = 0,04$ м друг от друга. Найти работу по сближению зарядов до расстояния $r_2 = 0,01$ м.

1.83. Точечные заряды $q_A = 5 \cdot 10^{-6}$ Кл, $q_B = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл расположены в соседних вершинах прямоугольника $ABCD$ со сторонами $AB = a = 0,8$ м и $BC = b = 0,4$ м (рис. 1.21). Определить работу внешних сил по перемещению точечного заряда $Q = 3 \cdot 10^{-7}$ Кл из точки C в точку D .

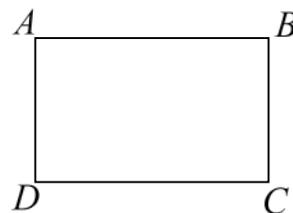
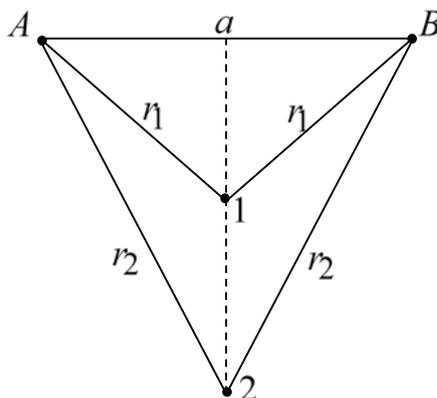


Рис. 1.20

Рис. 1.21

1.84. Точечные заряды $q_A = 5 \cdot 10^{-6}$ Кл, $q_B = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл расположены в противоположных вершинах прямоугольника $ABCD$ со сторонами $AB = 0,8$ м и $BC = 0,4$ м (рис. 1.20). Определить работу внешних сил по перемещению точечного заряда $Q = 3 \cdot 10^{-7}$ Кл из точки B в точку D .

1.85. Шарик радиуса $R = 0,02$ м имеет заряд $q = 4 \cdot 10^{-12}$ Кл. С какой скоростью подлетает к нему электрон, начавший движение из бесконечно удаленной от шарика точки?

1.86. Шарик массой $m = 10^{-3}$ кг и зарядом $q = 10^{-8}$ Кл перемещается из точки A , потенциал которой равен $\varphi_A = 600$ В, в точку B , потенциал которой равен нулю. Чему была равна его скорость в точке A , если в точке B она стала равной $v_B = 0,2$ м/с?

1.87. Шарик массой $m = 4 \cdot 10^{-5}$ кг, заряженный положительным зарядом $q = 10^{-9}$ Кл, движется со скоростью $v = 0,1$ м/с. На какое расстояние может приблизиться шарик к положительному точечному заряду $Q = 2 \cdot 10^{-9}$ Кл?

1.88. Рассчитать потенциальную энергию W системы четырех точечных зарядов величины $q = 10^{-8}$ Кл, расположенных в вершинах квадрата со стороной $a = 10$ см, в случаях: а) все заряды положительные; б) один из зарядов отрицательный.

1.89. Найти потенциальную энергию W системы трех точечных зарядов $q_1 = 10^{-8}$ Кл, $q_2 = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл и $q_3 = -3 \cdot 10^{-8}$ Кл расположенных в вершинах равностороннего треугольника со стороной $a = 10$ см.

1.90. Определить потенциальную энергию W системы четырех точечных зарядов $q_1 = q_2 = 10^{-8}$ Кл, $q_3 = q_4 = -10^{-8}$ Кл, расположенных в вершинах квадрата со стороной $a = 0,1$ м при различных комбинациях зарядов.

1.91. Потенциал поля, создаваемого системой зарядов, имеет вид $\varphi = -\frac{ax^2}{2} + by^2 - cz^2$, где a , b и c – константы. Найти напряженность поля $\vec{E}(x, y, z)$.

1.92. Потенциал поля, создаваемого системой зарядов, имеет вид $\varphi = ax - by^2 - \frac{cz^2}{2}$, где a , b и c – константы. Найти напряженность поля $\vec{E}(x, y, z)$.

1.93. Потенциал поля, создаваемого системой зарядов, имеет вид $\varphi = -ax - \frac{by^2}{2} + cz^2$, где a , b и c – константы. Найти напряженность поля $\vec{E}(x, y, z)$.

1.94. Потенциал поля, создаваемого системой зарядов, имеет вид $\varphi = -\frac{ax^2}{2} + by^2 - \frac{cz^2}{2}$, где a , b и c – константы. Найти напряженность поля $\vec{E}(x, y, z)$.

1.95. Потенциал поля, создаваемого системой зарядов, имеет вид $\varphi = \frac{ax^2}{2} - by - cz$, где a , b и c – константы. Найти напряженность поля $\vec{E}(x, y, z)$.

1.96. Потенциал поля, создаваемого системой зарядов, имеет вид $\varphi = -\frac{ax^2}{2} - \frac{by^2}{2} - 2cz^2$, где a , b и c – константы. Найти напряженность поля $\vec{E}(x, y, z)$.

1.97. Потенциал поля, создаваемого системой зарядов, имеет вид $\varphi = -ax - by - cz$, где a , b и c – константы. Найти напряженность поля $\vec{E}(x, y, z)$.

1.98. Потенциал поля, создаваемого системой зарядов, имеет вид $\varphi = -ax - by + cz$. Рассчитав величину напряженности поля в произвольной точке, доказать что такое поле является однородным.

1.99. Напряженность электрического поля имеет вид $\vec{E}(x, y, z) = ax\vec{i} - 2by\vec{j} + 2cz\vec{k}$, где a , b и c – константы. Определить потенциал поля $\varphi(x, y, z)$.

1.100. Напряженность электрического поля имеет вид $\vec{E}(x, y, z) = -a\vec{i} + 2by\vec{j} + 2cz\vec{k}$, где a , b и c – константы. Определить потенциал поля $\varphi(x, y, z)$.

1.101. Напряженность электрического поля имеет вид $\vec{E}(x, y, z) = a\vec{i} - 2by\vec{j} - 2cz\vec{k}$, где a , b и c – константы. Определить потенциал поля $\varphi(x, y, z)$.

1.102. Напряженность электрического поля имеет вид $\vec{E}(x, y, z) = ax\vec{i} - 2by\vec{j} + cz\vec{k}$, где a , b и c – константы. Определить потенциал поля $\varphi(x, y, z)$.

1.103. Напряженность электрического поля имеет вид $\vec{E}(x, y, z) = -ax\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$, где a , b и c – константы. Определить потенциал поля $\varphi(x, y, z)$.

1.104. Напряженность электрического поля имеет вид $\vec{E}(x, y, z) = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$, где a , b и c – константы. Определить потенциал поля $\varphi(x, y, z)$.

1.105. Напряженность электрического поля имеет вид $\vec{E}(x, y, z) = ax\vec{i} + by\vec{j} + 4cz\vec{k}$, где a , b и c – константы. Определить потенциал поля $\varphi(x, y, z)$.

1.106. Электрическое поле создано диполем, имеющим электрический дипольный момент $p = 1,5 \cdot 10^{-10}$ Кл · м. Найти разность потенциалов между точками, лежащими вне диполя на его оси и находящимися от зарядов на расстояниях, равных длине диполя $l = 1$ см.

1.107. Точечный заряд $q_0 = -2 \cdot 10^{-10}$ Кл расположен на продолжении оси диполя на расстоянии $r = 10$ см от его центра со стороны положительного заряда. Электрический момент диполя $p = 1,5 \cdot 10^{-10}$ Кл · м, плечо диполя $l \ll r$. Найти работу по перемещению этого заряда в симметрично расположенную точку по другую сторону диполя.

1.108. Тонкий стержень длины $l = 0,1$ м равномерно заряжен зарядом $q = 5 \cdot 10^{-9}$ Кл. Найти разность потенциалов между точками, лежащими на продолжении оси стержня на расстояниях $r_1 = 0,2$ м и $r_2 = 0,3$ м от конца стержня.

1.109. Тонкий стержень длины $l = 0,2$ м равномерно заряжен с линейной плотностью заряда $\tau = 10^{-8}$ Кл/м. В точку, находящуюся на продолжении оси стержня на расстоянии $a = 0,1$ м от его конца, помещен положительный заряд $q = 10^{-9}$ Кл. Найти работу сил электрического поля по переносу этого заряда в бесконечно удаленную точку.

1.110. Бесконечно длинная тонкая прямая нить несет равномерно распределенный по ее длине заряд с линейной плотностью $\tau = 2 \cdot 10^{-7}$ Кл/м. Определить разность потенциалов между точками, удаленными от нити на расстояния $r_1 = 2$ см и $r_2 = 5$ см.

1.111. В центре металлической сферы радиусом $R = 1$ м, несущей положительный заряд $q_1 = 10^{-8}$ Кл, находится маленький шарик с отрицательным зарядом $q_2 = -2 \cdot 10^{-8}$ Кл. Найти потенциал электрического поля в точках, находящихся на расстоянии $r_1 = 0,5R$ и $r_2 = 10R$ от центра сферы.

1.112. Две концентрические металлические сферы с радиусами $R_1 = 3$ см и $R_2 = 6$ см несут заряды $q_1 = -10^{-9}$ Кл (внутренняя сфера) и $q_2 = 2 \cdot 10^{-9}$ Кл (внешняя сфера). Найти потенциал электрического поля в точках, находящихся на расстояниях а) $r_1 = 1$ см; б) $r_2 = 5$ см; в) $r_3 = 9$ см от центра сфер.

1.113. Тонкий прямой стержень длины $l = 0,2$ м с равномерно заряжен с линейной плотностью заряда $\tau = 2 \cdot 10^{-7}$ Кл/м. Найти разность потенциалов между точками, находящимися на расстояниях $r_1 = 0,1$ м и $r_2 = 0,2$ м от стержня против его середины.

1.114. Тонкий прямой стержень длины $l = 0,16$ м с равномерно заряжен зарядом $q = 4 \cdot 10^{-8}$ Кл. Найти работу, совершаемую силами электрического поля, по перемещению отрицательного заряда $Q = -10^{-9}$ Кл из бесконечно удаленной точки в точку, находящуюся на расстоянии $r = 0,2$ м от стержня против его середины.

1.115. В вакууме имеется скопление зарядов в форме шарового слоя, внутренний и внешний радиусы которого равны $R_1 = 3$ см и $R_2 = 6$ см. Объемная плотность зарядов постоянна и равна $\rho = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл/м³. Найти разность потенциалов между точками, лежащими на внутренней и внешней поверхностях шарового слоя.

1.116. В вакууме имеется скопление зарядов в форме длинного цилиндра, внутренний и внешний радиусы которого равны $R_1 = 2$ см и $R_2 = 4$ см. Объемная плотность зарядов постоянна и равна $\rho = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл/м³. Найти разность потенциалов электрического поля между точками, лежащими на внутренней и внешней поверхностях цилиндра.

1.117. Тонкий стержень, согнутый в полукольцо, заряжен с линейной плотностью заряда $\tau = 10^{-7}$ Кл/м. Определить работу сил электрического поля по перемещению заряда $q = 5 \cdot 10^{-9}$ Кл из центра полукольца в бесконечно удаленную точку.

1.118. Тонкое кольцо радиуса $R = 10$ см несет равномерно распределенный заряд $q = 10^{-7}$ Кл. Определить разность потенциалов между точками, расположенными на оси кольца на расстояниях $l_1 = 10$ см и $l_2 = 20$ см от его середины.

1.119. Тонкий стержень, согнутый в кольцо радиуса $R = 0,1$ м, заряжен с линейной плотностью заряда $\tau = 3 \cdot 10^{-7}$ Кл/м. Какую работу надо совершить, чтобы перенести точечный заряд $q = -5 \cdot 10^{-9}$ Кл из центра кольца в точку, расположенную на оси кольца на расстоянии $l = 0,2$ м от его центра?

1.120. Электрическое поле образовано положительно заряженной бесконечно длинной нитью с линейной плотностью заряда $\tau = 2 \cdot 10^{-7}$ Кл/м.

Какую скорость получит электрон под действием поля, приблизившись к нити с расстояния $r_1 = 1$ см до расстояния $r_2 = 0,5$ см?

2. ДИЭЛЕКТРИКИ И ПРОВОДНИКИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

2.1. Виды поляризации диэлектриков

Диэлектриками называются вещества, не способные проводить электрический ток. Это связано с тем, что внутри диэлектрика все электроны сильно связаны с ядрами атомов и свободные электроны отсутствуют.

Если диэлектрик внести в электрическое поле, то это поле и сам диэлектрик претерпевают существенные изменения, зависящие от строения молекул диэлектрика.

Первую группу диэлектриков (N_2 , H_2 , CO_2 , CH_4 и т.д.) составляют вещества, молекулы которых имеют симметричное строение, т.е. центры тяжести положительных и отрицательных зарядов в отсутствие внешнего электрического поля совпадают и дипольный момент молекулы равен нулю. Молекулы таких диэлектриков называются *неполярными*. Под действием внешнего электрического поля заряды неполярных молекул смещаются в противоположные стороны (положительные – по полю, отрицательные – против поля) и молекула приобретает дипольный момент.

Вторую группу диэлектриков (H_2O , NH_3 , SO_2 , CO и т.д.) составляют вещества, молекулы которых имеют асимметричное строение, т.е. центры тяжести положительных и отрицательных зарядов не совпадают. Молекулы таких диэлектриков обладают дипольным моментом даже в отсутствие внешнего электрического поля и называются *полярными*. В отсутствие внешнего поля дипольные моменты полярных молекул вследствие теплового движения ориентированы в пространстве хаотично и их результирующий момент равен нулю. Если такой диэлектрик поместить во внешнее поле, то силы этого поля будут стремиться повернуть диполи вдоль поля и возникает отличный от нуля результирующий дипольный момент.

Третью группу диэлектриков ($NaCl$, KCl , KBr и т.д.) составляют вещества, молекулы которых имеют ионное строение. Ионные кристаллы представляют собой пространственные решетки с правильным чередованием ионов разных знаков. В этих кристаллах нельзя выделить отдельные молекулы, а рассматривать их можно как систему двух ионных подрешеток. При наложении на ионный кристалл электрического поля происходит

относительное смещение подрешеток, приводящее в появлению в образце дипольных моментов.

Таким образом, внесение всех диэлектриков во внешнее электрическое поле приводит к возникновению отличного от нуля результирующего электрического дипольного момента диэлектрика, т.е. к поляризации диэлектрика. *Поляризацией* диэлектрика называется процесс ориентации диполей или появление под воздействием внешнего электрического поля ориентированных по полю диполей.

Соответственно трем группам диэлектриков различают три вида поляризации:

- *электронная* поляризация диэлектрика с неполярными молекулами, заключающаяся в возникновении у атомов индуцированных дипольных моментов за счет деформации электронных орбит. Индуцированные моменты направлены вдоль приложенного электрического поля, пропорциональны его величине и не зависят от температуры образца;

- *ориентационная* поляризация диэлектрика с полярными молекулами, заключающаяся в ориентации имеющихся дипольных моментов молекул по полю. Тепловое движение молекул оказывает на этот процесс дезориентирующее воздействие, в результате чего возникает преимущественная ориентация дипольных моментов молекул по полю. Суммарный эффект тем сильнее, чем больше напряженность электрического поля и ниже температура;

- *ионная* поляризация диэлектриков с ионными кристаллическими решетками, заключающаяся в смещении подрешетки положительных ионов вдоль поля, а отрицательных – против поля, которое приводит к возникновению дипольных моментов, пропорциональных приложенному полю.

2.2. Электрическое поле в диэлектриках

Процессы, происходящие внутри диэлектрика при внесении диэлектрика во внешнее электрическое поле \vec{E} , рассмотрим на примере электронной поляризации.

Как было отмечено ранее, под действием внешнего электрического поля центры тяжести положительных и отрицательных зарядов полярных молекул смещаются в противоположные стороны, в результате чего молекулы приобретают дипольный момент (см. рис. 2.1). Это означает, что образец поляризуется, причем воздействие поля \vec{E}_0 приводит к возникновению *связанных* зарядов с разных сторон диэлектрика. Эти нескомпенсированные

связанные заряды создают электрическое поле $\vec{E}_{\text{св}}$, направленное в противоположную сторону по отношению к полю \vec{E}_0 , что приводит к ослаблению поля в диэлектрике.

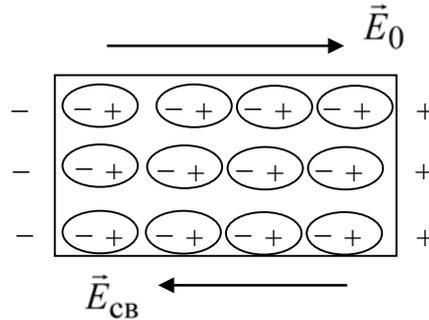


Рис. 2.1

Результирующее поле \vec{E} , в котором находятся молекулы диэлектрика, складывается из внешнего поля \vec{E}_0 и поля $\vec{E}_{\text{св}}$, т.е.

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_{\text{св}}. \quad (2.1)$$

Поскольку эти поля направлены в противоположные стороны, поле в диэлектрике уменьшается в ε раз:

$$E = E_0 - E_{\text{св}} = E_0 / \varepsilon, \quad (2.2)$$

где ε – относительная диэлектрическая проницаемость образца, характеризующая свойства диэлектрика.

Еще раз отметим, что поляризация молекул диэлектрика происходит именно под действием результирующего поля \vec{E} .

2.3. Поляризованность диэлектрика

Степень поляризации диэлектрика во внешнем электрическом поле \vec{E} характеризуется поляризованностью \vec{P} , равной дипольному моменту единицы объема:

$$\vec{P} = \frac{1}{V} \sum_V \vec{p}_i, \quad (2.3)$$

где \vec{p}_i – дипольный момент одной молекулы.

У полярных диэлектриков дипольные моменты всех молекул одинаковы как по величине, так и по направлению, поэтому $\vec{P} = n\vec{p}$, где n – число молекул в единице объема.

Опыт показывает, что у изотропных диэлектриков любого типа поляризованность образца линейно зависит от напряженности электрического поля:

$$\vec{P} = \varkappa \varepsilon_0 \vec{E}. \quad (2.4)$$

Коэффициент пропорциональности \varkappa называется диэлектрической восприимчивостью вещества, он является безразмерной положительной величиной.

Следствием поляризации образца, количественно характеризуемой вектором \vec{P} , является появление связанных зарядов разного знака на его противоположных сторонах (см. рис. 2.1). Расчет показывает, что для изображенного образца поверхностная плотность связанных зарядов $\sigma_{св} = P$. Поскольку поле $E_{св} = \sigma_{св} / \varepsilon_0$ (поле, созданное двумя бесконечными заряженными плоскостями), соотношение (2.2) приобретает вид

$$E = E_0 - \sigma_{св} / \varepsilon_0 = E_0 - P / \varepsilon_0 = E_0 - \varkappa E.$$

Отсюда напряженность E результирующего поля внутри диэлектрика находится как

$$E = E_0 / (1 + \varkappa) = E_0 / \varepsilon. \quad (2.5)$$

Видно, что относительная диэлектрическая проницаемость среды ε связана с диэлектрической восприимчивостью \varkappa соотношением

$$\varepsilon = 1 + \varkappa. \quad (2.6)$$

Так же, как и \varkappa , ε является безразмерной величиной. Величина ε показывает, во сколько раз поле внутри диэлектрика \vec{E} уменьшается по отношению к внешнему полю \vec{E}_0 ,

$$E = E_0 / \varepsilon,$$

характеризуя количественное свойство диэлектрика поляризоваться в электрическом поле.

2.4. Теорема Остроградского-Гаусса для электростатического поля в диэлектрике

Для расчета электрических полей внутри диэлектрика, кроме напряженности поля \vec{E} , вводят вспомогательную величину

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}, \quad \vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}, \quad (2.7)$$

называемую вектором электрического смещения (вектором электрической индукции). Единица электрического смещения – кулон на метр в квадрате (Кл/м²). Заметим, что поверхностная плотность заряда σ имеет ту же размерность.

В отличие от вектора напряженности результирующего электрического поля \vec{E} , которое определяется как свободными, так и связанными зарядами, вектор электрического смещения \vec{D} определяется только свободными зарядами. В частности, линии вектора \vec{D} могут начинаться и заканчиваться только на свободных зарядах.

Теорема Остроградского-Гаусса для электростатического поля в диэлектрике наиболее просто записывается именно для вектора электрического смещения:

$$\Phi_D = \int_S \vec{D} d\vec{S} = \sum q_i, \quad (2.8)$$

так как в этом случае поток Φ_D определяется только сторонними зарядами q_i (зарядами, находящимися вне диэлектрика). Заряды внутри диэлектрика здесь не учитываются.

2.5. Условия на границе раздела двух диэлектрических сред

Рассмотрим преломление линий напряженности электрического поля \vec{E} и линий электрической индукции \vec{D} на границе раздела двух диэлектрических сред (см. рис. 2.2).

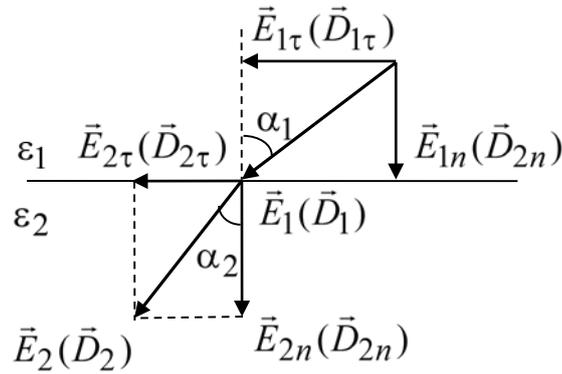


Рис. 2.2

Можно показать, что при переходе через границу раздела двух диэлектриков тангенциальная составляющая \vec{E}_τ вектора \vec{E} и нормальная составляющая \vec{D}_n вектора \vec{D} изменяются непрерывно, т.е.

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}, \quad D_{1n} = D_{2n}. \quad (2.9)$$

Нормальная составляющая \vec{E}_n вектора \vec{E} и тангенциальная составляющая \vec{D}_τ вектора \vec{D} при переходе через границу раздела претерпевают разрыв, причем

$$\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}, \quad \frac{D_{1\tau}}{D_{2\tau}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}. \quad (2.10)$$

В целом эти условия говорят о том, что линии векторов \vec{E} и \vec{D} , как показано на рис. 2.2, преломляются. Закон преломления выводится из записанных выше условий и имеет вид

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha_2}{\operatorname{tg}\alpha_1} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}.$$

Эта формула показывает, что, входя в диэлектрик с большей диэлектрической проницаемостью, линии \vec{E} и \vec{D} удаляются от нормали.

Из соотношений (2.9) и (2.10), в частности, следует, что для многослойного плоского конденсатора, в котором электрическое поле перпендикулярно слоям диэлектрика, индукция электрического поля не меняется от слоя к слою, а для напряженностей в каждом слое справедливо соотношение

$$\varepsilon_1 E_1 = \varepsilon_2 E_2 = \dots = \varepsilon_n E_n.$$

2.6. Сегнетоэлектрики

Сегнетоэлектрики – это диэлектрики, обладающие спонтанной (самопроизвольной) поляризованностью в отсутствие внешнего электрического поля. Примерами сегнетоэлектриков являются сегнетова соль и титанат бария. Сегнетоэлектрики являются электрическими аналогами ферромагнетиков.

В отсутствие внешнего электрического поля сегнетоэлектрик состоит из доменов – небольших областей, в которых все дипольные моменты молекул имеют определенное направление. Для соседних доменов эти направления никак не связаны между собой. В целом дипольный момент диэлектрика равен нулю.

При внесении сегнетоэлектрика во внешнее электрическое поле происходит переориентация дипольных моментов доменов по полю, причем эта преимущественная ориентация диполя сохраняется и после прекращения действия внешнего поля. Формула $\vec{P} = \alpha \epsilon_0 \vec{E}$ для сегнетоэлектриков несправедлива, для них связь векторов поляризованности и напряженности носит нелинейный характер и зависит от значений электрического поля в предшествующие моменты времени.

Диэлектрическая проницаемость сегнетоэлектриков ϵ (диэлектрическая восприимчивость α) имеет очень большие значения. Для сегнетовой соли, например, $\epsilon_{\max} \approx 10^4$. Кроме того она не является однозначной характеристикой диэлектрика, так как зависит от величины внешнего электрического поля \vec{E} .

Сегнетоэлектрические свойства диэлектрика сильно зависят от температуры и сохраняются только в определенном интервале температур.

В настоящее время известно более сотни сегнетоэлектриков, не считая их твердых растворов. Особую роль среди сегнетоэлектрических материалов играет титанат бария из-за его химической устойчивости, высокой механической прочности, а также из-за сохранения сегнетоэлектрических свойств в широком температурном интервале. Сегнетоэлектрики применяются в качестве генераторов и приемников ультразвуковых волн, а также в качестве материалов, обладающих большими значениями ϵ (например, в конденсаторах).

Особыми диэлектрическими свойствами также обладают *пьезоэлектрики* – кристаллические вещества, в которых при сжатии или растяжении в определенных направлениях возникает электрическая поляризация даже в отсутствие внешнего электрического поля (*прямой*

пьезоэффект). Наблюдается и *обратный пьезоэффект* – появление механической деформации под действием электрического поля. У некоторых пьезоэлектриков, называемых *пироэлектриками*, решетка положительных ионов смещена относительно решетки отрицательных ионов, в результате чего они оказываются поляризованными даже без внешнего электрического поля. Также существуют *электреты* – диэлектрики, длительно сохраняющие поляризованное состояние после снятия внешнего электрического поля (электрические аналоги постоянных магнитов).

2.7. Проводники в электростатическом поле

Вещества, содержащие свободные заряженные микрочастицы (носители заряда), называются проводниками. Ими являются металлы, плазма и электролитические жидкости. В металлах носителями заряда являются электроны. Носители заряда в проводнике способны перемещаться под действием сколь угодно малой силы. Поэтому для равновесия зарядов в проводнике необходимо выполнение следующих условий:

- напряженность поля всюду внутри проводника должна быть равна нулю ($\vec{E} = 0$). Это означает, что потенциал внутри проводника постоянен ($\varphi = \text{const}$), т.е. поверхность проводника в электростатическом поле является эквипотенциальной;

- напряженность поля на поверхности проводника должна быть в каждой точке направлена по нормали к поверхности.

Если проводнику сообщить некоторый избыточный заряд, то нескомпенсированные заряды будут располагаться только на поверхности проводника, поскольку заряды одного знака взаимно отталкиваются и стремятся расположиться на наибольшем расстоянии друг от друга. Плотность зарядов на поверхности проводника определяется кривизной его поверхности: она растет с увеличением положительной кривизны (выпуклости) и убывает с увеличением отрицательной кривизны (вогнутости). Особенно велика плотность зарядов на остриях.

Можно показать, что величина электрического поля, создаваемого заряженным проводником вблизи его поверхности определяется поверхностной плотностью заряда σ :

$$D = \sigma, \quad E = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon}.$$

При внесении незаряженного проводника в электрическое поле носители заряда начинают двигаться: положительные по направлению поля,

отрицательные – против него. На одном конце проводника будет избыток положительного заряда, на другом – отрицательного. Эти заряды называются *индуцированными*, а явление перераспределения поверхностных зарядов на проводнике во внешнем электрическом поле называется электростатической индукцией. Перераспределение будет происходить до тех пор, пока напряженность поля внутри проводника не станет равной нулю, а линии напряженности вне проводника – перпендикулярными его поверхности (рис. 2.3).

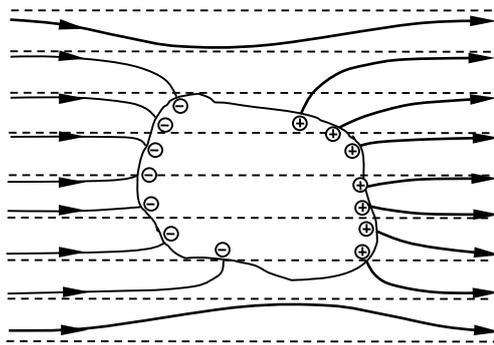


Рис. 2.3.

Таким образом, нейтральный проводник, внесенный в электрическое поле, разрывает часть линий напряженности; они заканчиваются на отрицательных индуцированных зарядах и вновь начинаются на положительных. Если внутри проводника имеется полость, внутри полости поле будет отсутствовать. На этом основана электростатическая защита – экранирование тел, например, измерительных приборов от влияния внешних электростатических полей. Вместо сплошного проводника для защиты может быть использована густая металлическая сетка, которая будет эффективной и при наличии переменных электрических полей.

2.8. Емкость уединенного проводника

Рассмотрим уединенный проводник, т.е. проводник, который удален от других проводников, зарядов и тел. Как было отмечено ранее, потенциал внутри проводника и во всех точках его поверхности одинаков и пропорционален заряду проводника. Коэффициент пропорциональности

$$C = q / \varphi$$

называется *емкостью проводника* и характеризует способность проводника накапливать электрические заряды. Емкость проводника зависит от его размеров и формы, а также свойств окружающей среды, но не зависит от материала, агрегатного состояния, формы и размеров полостей внутри проводника.

Единица емкости – фарад (Ф), $1 \text{ Ф} = 1 \text{ Кл/В} = 1 \frac{\text{с}^4 \cdot \text{А}^2}{\text{м}^2 \cdot \text{кг}}$.

В частности, емкость шара радиусом R , находящегося в среде с диэлектрической проницаемостью ϵ , может быть рассчитана по формуле

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon R.$$

Фарад – очень большая величина. Например, емкость земного шара $C \approx 0,7 \text{ мФ}$. Итак, уединенный проводник обладает большой емкостью, только если он имеет большие размеры.

2.9. Конденсаторы

Емкость уединенного проводника невелика, однако она увеличивается при приближении к нему других тел. Это вызвано тем, что под действием поля, создаваемого заряженным проводником, на поднесенном к нему теле возникают индуцированные (на проводнике) или связанные (на диэлектрике) заряды. Заряды противоположного знака расположены ближе и оказывают большее влияние на его потенциал, приводя к его уменьшению.

Устройства, обладающие способностью при малых размерах и небольших потенциалах накапливать значительные по величине заряды, получили название конденсаторов. Конденсаторы состоят из двух проводников (обкладок), заряженных одинаковыми по величине, но разными по знаку зарядами $\pm q$ и разделенных диэлектриком. На емкость конденсатора не должны оказывать влияние окружающие тела, поэтому проводникам придают такую форму, чтобы поле, создаваемое накапливаемыми зарядами, было сосредоточено в узком зазоре между обкладками конденсатора. Этому условию удовлетворяют: а) две плоские пластины; б) два коаксиальных цилиндра; в) две концентрические сферы. Поэтому в зависимости от формы обкладок конденсаторы делятся на плоские, цилиндрические и сферические.

Емкость конденсатора определяется как

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U},$$

где $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ – разность потенциалов (напряжение) на обкладках конденсатора. Емкость конденсатора определяется его геометрией (формой, размерами обкладок и величиной зазора между ними) и свойствами диэлектрика (ε). В частности, емкость плоского конденсатора равна

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d},$$

где S – площадь пластины; d – расстояние между ними. Между пластинами плоского конденсатора действуют силы притяжения, для нахождения которых можно воспользоваться соотношениями

$$F = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2 S}{2} = \frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{CU^2}{2d}.$$

Напомним, что электрическое поле внутри плоского конденсатора однородно, величина его напряженности зависит от зарядов обкладок конденсатора:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{Q}{\varepsilon_0 \varepsilon S}.$$

Она связана с приложенным напряжением соотношением

$$E = Ud.$$

Если плоский конденсатор заполнить n слоями диэлектрика толщиной d_i каждый с диэлектрической проницаемостью ε_i (так называемый слоистый конденсатор) его емкость можно рассчитать по формуле

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2} + \dots + \frac{d_n}{\varepsilon_n}}.$$

Емкость конденсаторов любой формы прямо пропорциональна относительной диэлектрической проницаемости диэлектрика, заполняющего пространство между обкладками. Применение сегнетоэлектриков в качестве прослойки значительно увеличивает емкость конденсаторов.

Конденсаторы характеризуются также *пробивным напряжением* – разностью потенциалов между обкладками конденсатора, при которой происходит пробой – электрический разряд через слой диэлектрика в

конденсаторе. Пробивное напряжение зависит от формы обкладок, свойств диэлектрика и его толщины.

Для увеличения емкости и варьирования ее возможных значений используется параллельное и последовательное соединение конденсаторов. При параллельном соединении, когда разность потенциалов на обкладках всех конденсаторов одинакова,

$$C = C_1 + C_2 + \dots,$$

результатирующая емкость равна сумме емкостей отдельных конденсаторов, т.е. она больше любой из этих емкостей.

При последовательном соединении конденсаторов, когда заряды всех обкладок равны по модулю, результирующая емкость находится по формуле

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$$

В этом случае результирующая емкость всегда меньше наименьшей используемой емкости.

2.10. Энергия электростатического поля

Энергия W заряженного проводника определяется соотношением

$$W = \frac{q\varphi}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{C\varphi^2}{2}.$$

По аналогичной формуле рассчитывается энергия заряженного конденсатора:

$$W = \frac{qU}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}.$$

Согласно теории близкодействия, энергия заряженных тел сосредоточена в электрическом поле этих тел и распределена по всему пространству, где есть поле. В плоском конденсаторе электрическое поле однородно и находится в пространстве между обкладками конденсатора. Если же преобразовать формулу для энергии конденсатора через величины, характеризующие электрическое поле (\vec{E} – напряженность, \vec{D} – электрическое смещение), то получим выражение

$$W = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} Sd = \frac{ED}{2} V,$$

где $V = Sd$ – объем конденсатора.

Объемная плотность энергии электростатического поля (энергия электростатического поля, сосредоточенная в единице объема) находится как

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} = \frac{ED}{2} = \frac{\vec{E}\vec{D}}{2}.$$

2.11. Примеры решения задач

Задача 2-1. Частица с зарядом $q = 10^{-8}$ Кл, влетает в область с однородным электрическим полем напряженности $E = 10^6$ В/м, создаваемым в конденсаторе с длиной обкладок $b = 0,1$ м (рис. 2.4), под углом $\alpha = 35^\circ$ к линиям напряженности, а вылетает под углом $\beta = 60^\circ$. Траектория частицы лежит в плоскости чертежа. Определить первоначальную кинетическую энергию частицы. Силой тяжести пренебречь.

Решение. Вне конденсатора, где отсутствует сила взаимодействия заряда с электрическим полем, частица летит прямолинейно и равномерно, поскольку силой тяжести в данной задаче по условию можно пренебречь. Искривление траектории внутри конденсатора происходит под действием силы

$$\vec{F} = q\vec{E},$$

направленный вертикально вниз. Эта сила сообщает частице ускорение

$$a = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m},$$

меняющее вертикальную составляющую вектора скорости.

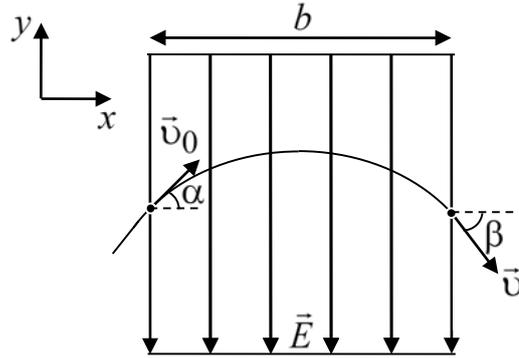


Рис. 2.4

Введем координатные оси: горизонтальную ось x и вертикальную ось y (рис. 2.4). Согласно принципу независимости движений, результирующее движение рассматриваемой частицы представляет собой суперпозицию равномерного движения вдоль оси x и равнопеременного – вдоль оси y . Заметим, что при движении тел в поле силы тяжести наблюдается аналогичная картина.

Итак, для проекций скорости на оси x и y справедливы соотношения:

$$\begin{cases} v_x = v \cos \beta = v_0 \cos \alpha; \\ v_y = -v \sin \beta = v_0 \sin \alpha - at. \end{cases}$$

Ускорение $a = qE/m$ действует только во время пролета сквозь конденсатор, который происходит со скоростью $v_x = v_0 \cos \alpha$, поэтому

$$t = b / v_0 \cos \alpha.$$

С учетом вышесказанного уравнения для скорости приобретают вид

$$\begin{cases} v \cos \beta = v_0 \cos \alpha; \\ -v \sin \beta = v_0 \sin \alpha - \frac{qEb}{m v_0 \cos \alpha}. \end{cases}$$

Поделив второе уравнение на первое, имеем

$$-\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \alpha - \frac{qEb}{m v_0^2 \cos^2 \alpha}.$$

Отсюда может быть найдена первоначальная кинетическая энергия частицы

$$T = \frac{mv_0^2}{2} = \frac{qEb}{2\cos^2\alpha(\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta)}.$$

Подставив данные нашей задачи, получим численное значение энергии

$$T = 3,66 \cdot 10^{-4} \text{ Дж.}$$

Задача 2-2. Три металлических шара с радиусами $R_1 = 1$ см, $R_2 = 1,5$ см, $R_3 = 1,2$ см, заряженные, соответственно, до поверхностной плотности $\sigma_1 = 10^{-5}$ Кл/м², $\sigma_2 = 2 \cdot 10^{-5}$ Кл/м², $\sigma_3 = 1,3 \cdot 10^{-5}$ Кл/м², соединили между собой. Найти заряды шаров до и после соединения, а также поверхностные плотности зарядов на шарах после соединения.

Решение. До соединения заряды шаров могут быть рассчитаны по формулам:

$$q_1 = 4\pi R_1^2 \sigma_1 = 12,56 \cdot 10^{-9} \text{ Кл};$$

$$q_2 = 4\pi R_2^2 \sigma_2 = 56,52 \cdot 10^{-9} \text{ Кл};$$

$$q_3 = 4\pi R_3^2 \sigma_3 = 23,51 \cdot 10^{-9} \text{ Кл.}$$

После соединения заряды шаров меняются до тех пор, пока потенциалы всех точек на поверхности шаров не выровняются, достигнув некоторого общего значения φ_0 . Потенциал φ_0 связан с зарядами шаров после соединения (q'_1 , q'_2 , q'_3) соотношениями

$$q'_1 = 4\pi\epsilon_0 R_1 \varphi_0, \quad q'_2 = 4\pi\epsilon_0 R_2 \varphi_0, \quad q'_3 = 4\pi\epsilon_0 R_3 \varphi_0.$$

В силу закона сохранения заряда, суммарный заряд системы не меняется:

$$q_1 + q_2 + q_3 = q'_1 + q'_2 + q'_3.$$

Учитывая приведенные выше соотношения, приходим к формуле

$$4\pi(R_1^2 \sigma_1 + R_2^2 \sigma_2 + R_3^2 \sigma_3) = 4\pi\epsilon_0 \varphi_0 (R_1 + R_2 + R_3),$$

позволяющей рассчитать потенциал φ_0 шаров после соединения:

$$\varphi_0 = \frac{R_1^2 \sigma_1 + R_2^2 \sigma_2 + R_3^2 \sigma_3}{\varepsilon_0 (R_1 + R_2 + R_3)} = \frac{q_1 + q_2 + q_3}{4\pi\varepsilon_0 (R_1 + R_2 + R_3)}.$$

Заряды шаров после соединения могут быть найдены, как

$$q'_1 = \frac{R_1(q_1 + q_2 + q_3)}{R_1 + R_2 + R_3} = 25,02 \cdot 10^{-9} \text{ Кл};$$

$$q'_2 = \frac{R_2(q_1 + q_2 + q_3)}{R_1 + R_2 + R_3} = 37,54 \cdot 10^{-9} \text{ Кл};$$

$$q'_3 = \frac{R_3(q_1 + q_2 + q_3)}{R_1 + R_2 + R_3} = 30,03 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}.$$

Поверхностные плотности зарядов на шарах после соединения равны

$$\sigma'_1 = q'_1 / 4\pi R_1^2 = 1,99 \cdot 10^{-5} \text{ Кл/м}^2;$$

$$\sigma'_2 = q'_2 / 4\pi R_2^2 = 1,33 \cdot 10^{-5} \text{ Кл/м}^2;$$

$$\sigma'_3 = q'_3 / 4\pi R_3^2 = 1,66 \cdot 10^{-5} \text{ Кл/м}^2.$$

Задача 2-3. Два одинаковых плоских воздушных конденсатора соединены последовательно и заряжены до общей разности потенциалов $U = 250$ В, после чего отключены от источника. Расстояние между обкладками конденсаторов равно $d = 0,01$ м. Затем пространство между пластинами одного из конденсаторов заполняют диэлектриком ($\varepsilon = 5$). Определить напряженность электростатического поля в этом конденсаторе и разность потенциалов на его обкладках.

Решение. На обкладках конденсаторов, соединенных последовательно и подключенных к источнику разности потенциалов (рис. 2.5а), находятся одинаковые по модулю заряды Q . При этом разности потенциалов между обкладками каждого конденсатора равны ($U_1 = U_2$) и связаны с зарядом Q и емкостью C конденсаторов соотношением

$$U = U_1 + U_2 = \frac{Q}{C} + \frac{Q}{C},$$

из которого следует, что

$$Q = CU / 2.$$

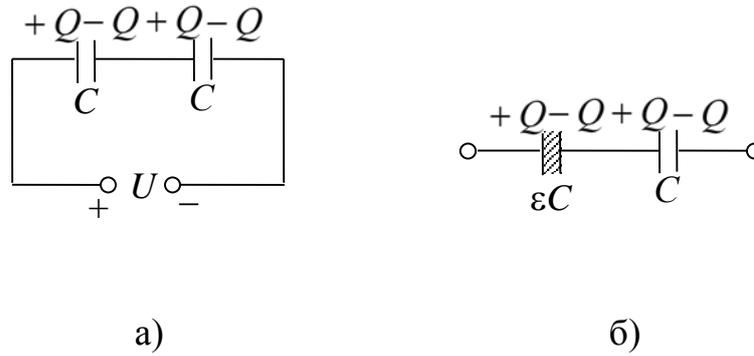


Рис. 2.5

После отключения от источника (рис. 2.5б) заряд обкладок конденсатора измениться не может. Заполнение конденсатора диэлектриком увеличивает его емкость в ε раз. Следовательно, напряжение U'_1 после заполнения конденсатора диэлектриком находится по формуле

$$U'_1 = \frac{Q}{\varepsilon C} = \frac{CU}{2\varepsilon C} = \frac{U}{2\varepsilon} = 25 \text{ В.}$$

Напряженность электростатического поля внутри конденсатора определяется как разностью потенциалов на обкладках конденсатора U'_1 , так и расстоянием между ними:

$$E = \frac{U'}{d} = \frac{U}{2\varepsilon d} = 2500 \text{ В/м.}$$

Задача 2-4. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора $S = 100 \text{ см}^2$, расстояние между ними $d = 2 \text{ мм}$. К пластинам приложена разность потенциалов $U = 250 \text{ В}$. В пространство между обкладками вводится стеклянная пластинка ($\varepsilon = 6$) той же толщины $d = 2 \text{ мм}$. Найти: емкость конденсатора до и после заполнения; разность потенциалов между пластинами и их заряд до и после заполнения; поверхностную плотность свободных зарядов на пластинах до и после заполнения; напряженность электрического поля внутри конденсатора до и после заполнения; поверхностную плотность связанных зарядов на стекле после заполнения; энергию конденсатора до и после заполнения; работу, совершаемую силами электрического поля по втягиванию стеклянной пластины внутрь конденсатора. Заполнение конденсатора стеклом происходит: 1) после его отключения от источника напряжения; 2) при включенном источнике напряжения.

Решение. Емкость плоского конденсатора $C = \varepsilon_0 \varepsilon S / d$ не зависит от условий заполнения диэлектриком, так как определяются только

геометрическими размерами (S , d) и свойствами диэлектрика (ϵ). В частности, емкость рассматриваемого конденсатора без диэлектрика равна

$$C_1 = \epsilon_0 S / d = 44,3 \text{ пФ},$$

а после его введения увеличивается в ϵ раз:

$$C_2 = \epsilon C_1 = 266 \text{ пФ}.$$

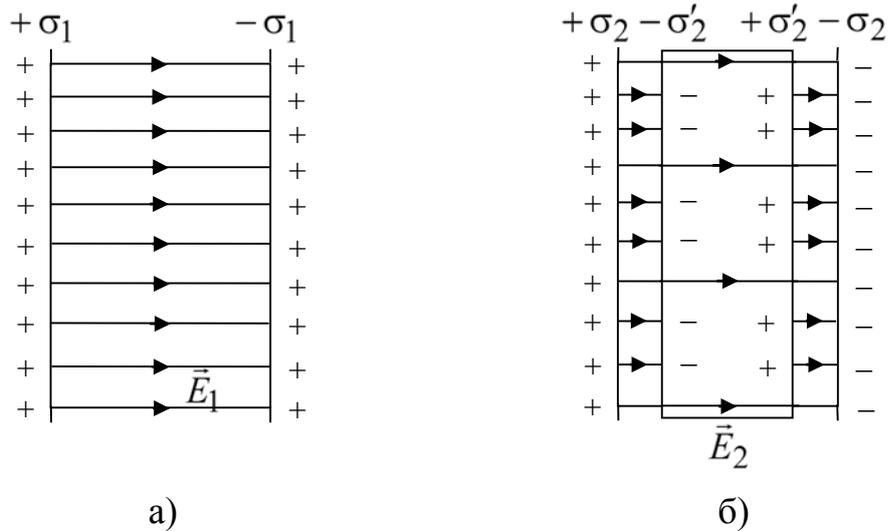


Рис. 2.6

1) При заполнении конденсатора диэлектриком после его отключения от источника напряжения заряд пластин измениться не может, т.е.

$$Q = \text{const} \text{ или } Q_1 = Q_2.$$

Численное значение заряда пластин рассматриваемого конденсатора находится из соотношения

$$Q = C_1 U_1 = C_2 U_2 = 1,11 \cdot 10^{-8} \text{ Кл},$$

которое позволяет рассчитать и разность потенциалов, установившуюся между пластинами после заполнения конденсатора диэлектриком:

$$U_2 = C_1 U_1 / C_2 = U_1 / \epsilon = 41,7 \text{ В}.$$

Напомним, что $U_1 = U = 250 \text{ В}$.

Поверхностная плотность свободных зарядов на пластинах после заполнения в условиях $Q = \text{const}$ измениться не может, поэтому

$$\sigma_1 = \sigma_2 = Q/S = 1,11 \cdot 10^{-6} \text{ Кл/м}^2.$$

Линии напряженности электрического поля внутри конденсатора в отсутствие диэлектрика (рис. 2.6а) направлены от пластин с положительным зарядом к пластине с отрицательным зарядом. Величина напряженности электрического поля в этом случае определяется поверхностной плотностью свободных зарядов на пластинах конденсатора

$$E_1 = \sigma_1 / \varepsilon_0 = 1,25 \cdot 10^5 \text{ В/м.}$$

Поскольку поле внутри конденсатора однородно, для ее нахождения также можно использовать соотношение

$$E_1 = U_1 / d .$$

При внесении диэлектрической стеклянной пластины (рис. 2.6б) в электрическом поле конденсатора диэлектрик поляризуется, в результате чего на его поверхности появляются связанные заряды противоположного знака, поверхностную плотность которых обозначим, как σ'_2 . Поле связанных зарядов направлено противоположно полю конденсатора. Результирующее поле при наличии диэлектрика определяется как свободными, так и связанными зарядами:

$$E_2 = \frac{\sigma_2 - \sigma'_2}{\varepsilon_0} .$$

При этом напряженность электрического поля уменьшается в ε раз:

$$E_2 = U_2 / d = U_1 / \varepsilon d = E_1 / \varepsilon = 0,21 \cdot 10^5 \text{ В/м.}$$

Учитывая, что

$$E_2 = E_1 / \varepsilon = \sigma_1 / \varepsilon_0 \varepsilon = \sigma_2 / \varepsilon_0 \varepsilon ,$$

для нахождения поверхностной плотности связанных зарядов σ'_2 имеем соотношение

$$\frac{\sigma_2 - \sigma'_2}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma_2}{\varepsilon_0 \varepsilon} ,$$

из которого следует, что

$$\sigma'_2 = \sigma_2 \left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right) = \frac{\sigma_2(\varepsilon - 1)}{\varepsilon} = \frac{\sigma_1(\varepsilon - 1)}{\varepsilon} = 0,925 \cdot 10^{-6} \text{ Кл/м}^2.$$

Энергия конденсатора до и после заполнения может быть найдена по формулам:

$$W_1 = \frac{C_1 U_1^2}{2} = 2,77 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}, \quad W_2 = \frac{C_2 U_2^2}{2} = \frac{C_1 U_1^2}{2\varepsilon} = \frac{W_1}{\varepsilon} = 0,46 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}.$$

Видно, что энергия конденсатора уменьшилась, поскольку часть первоначальной энергии была израсходована на совершение силами электрического поля работы по втягиванию диэлектрика внутрь конденсатора.

Итак, искомая работа равна

$$A = W_1 - W_2 = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} W_1 = 2,31 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}.$$

2) Источник разности потенциалов остается подключенным к конденсатору, поэтому заряды пластин могут меняться, а заполнение конденсатора диэлектриком происходит в условиях $U = \text{const}$.

Соответственно разность потенциалов между пластинами рассматриваемого конденсатора остается неизменной

$$U_1 = U_2 = 250 \text{ В},$$

а заряды на пластинах находятся из соотношений

$$Q_1 = C_1 U_1 = 1,11 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}, \quad Q_2 = C_2 U_2 = \varepsilon Q_1 = 6,64 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}.$$

Заметим, что заряд Q_2 после заполнения конденсатора диэлектриком увеличился в ε раз.

Поверхностная плотность свободных зарядов на пластинах диэлектрика до и после заполнения также отличается в ε раз:

$$\sigma_1 = Q_1 / S = \varepsilon_0 U / d = 1,11 \cdot 10^{-6} \text{ Кл/м}^2, \quad \sigma_2 = \varepsilon_0 \varepsilon U / d = 6,64 \cdot 10^{-6} \text{ Кл/м}^2.$$

Величина напряженности электрического поля внутри плоского конденсатора в условиях $U = \text{const}$ не зависит от наличия диэлектрика:

$$E_1 = E_2 = U / d = 1,25 \cdot 10^6 \text{ В/м}.$$

Внесение диэлектрика приводит к появлению на его поверхности связанных зарядов противоположного знака, уменьшающих поле внутри конденсатора. Благодаря источнику напряжения за счет увеличения свободных зарядов на пластинах в ε раз происходит компенсация этого ослабления.

Напряженности электрического поля до заполнения

$$E_1 = \sigma_1 / \varepsilon_0 = \sigma_2 / \varepsilon_0 \varepsilon$$

и после заполнения

$$E_2 = (\sigma_2 - \sigma'_2) / \varepsilon_0$$

равны между собой. Отсюда для поверхностной плотности связанных зарядов σ'_2 на поверхности диэлектрика имеем

$$\sigma'_2 = \sigma_2 \left(1 - \frac{1}{\varepsilon} \right) = \sigma_1 (\varepsilon - 1) = 5,55 \cdot 10^{-66} \text{ Кл/м}^2.$$

Энергия конденсатора до и после заполнения может быть найдена по формулам

$$W_1 = \frac{C_1 U_1^2}{2} = 2,77 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}, \quad W_2 = \frac{C_2 U_2^2}{2} = \varepsilon W_1 = 16,62 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}.$$

Видно, что энергия конденсатора так же, как и заряд на его пластинах увеличилась в ε раз.

Увеличение энергии конденсатора и совершение работы силами электрического поля по втягиванию диэлектрической пластины внутрь конденсатора в данном случае происходит за счет энергии внешнего источника напряжения.

Поскольку при заполнении конденсатора диэлектриком на его обкладки дополнительно перейдут от источника напряжения заряды

$$\Delta Q = Q_2 - Q_1 = \varepsilon Q_1 - Q_1 = (\varepsilon - 1) Q_1,$$

источник напряжения совершит работу

$$A_{\text{ист}} = \Delta Q U = (\varepsilon - 1) Q_1 U = 2(\varepsilon - 1) W_1.$$

Эта работа, в силу закона сохранения энергии, идет на увеличение энергии конденсатора и совершение полем работы по втягиванию диэлектрика:

$$A_{\text{ист}} = W_2 - W_1 + A.$$

Следовательно, искомая работа находится, как

$$A = A_{\text{ист}} - W_2 + W_1 = 2(\varepsilon - 1)W_1 - \varepsilon W_1 + W_1 = (\varepsilon - 1)W_1$$

или, как следует из этой формулы

$$A = W_2 - W_1 = (\varepsilon - 1)W_1 = 13,85 \cdot 10^{-6} \text{ Дж.}$$

Работа, совершаемая полем в этом случае, ($U = \text{const}$) также в ε раз больше аналогичной работы для случая $Q = \text{const}$. Это объясняется тем, что по мере заполнения диэлектриком в первом случае напряженность электрического поля внутри диэлектрика уменьшается (также в ε раз).

Задача 2-5. Емкость системы конденсаторов, изображенной на рис. 2.7 не меняется при замыкании ключа K . Определить величину емкости C_x , если $C_1 = 1$ мкФ, $C_2 = 2$ мкФ.

Решение. Для удобства расчетов обозначим емкость конденсаторов $C_1 = C$ и $C_2 = 2C$.

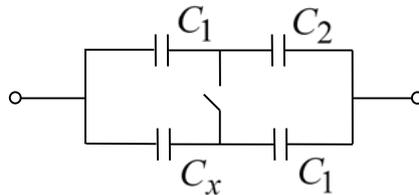


Рис. 2.7

При разомкнутом ключе K схема делится на верхнюю и нижнюю части. При этом конденсаторы C_1 и C_2 , а также C_x и C_1 соединены между собой последовательно, образуя участки емкостью $2C/3$ и $CC_x/(C + C_x)$, соответственно. Эти участки соединены между собой параллельно, а значит, общая емкость C_0 цепи в этом случае равна

$$C_0 = \frac{2C}{3} + \frac{CC_x}{C + C_x} = \frac{(2C + 5C_x)C}{3(C + C_x)}.$$

При замкнутом ключе K схема делится на правую и левую части. При этом конденсаторы C_1 и C_x , а также C_1 и C_2 соединены между собой параллельно, образуя участки емкостью $C + C_x$ и $3C$, соответственно. Эти

участки соединены между собой последовательно, а значит, общая емкость в этом случае рассчитывается по формуле

$$C_0 = \frac{3C(C + C_x)}{4C + C_x}.$$

Приравнивая между собой емкости, рассчитанные для обоих случаев, для нахождения емкости C_x получаем квадратное уравнение

$$4C_x^2 - 4C_x C + C^2 = 0,$$

которое преобразуется к виду

$$(2C_x - C)^2 = 0.$$

Следовательно, величина искомой емкости

$$C_x = C/2 = 0,5 \text{ мкФ}.$$

Контрольные вопросы и задачи для самостоятельного решения

2.1. Какие вещества называются диэлектриками? Какие существуют группы диэлектриков?

2.2. Что такое поляризация диэлектрика? Какие процессы происходят при различных видах поляризации?

2.3. Чем определяется результирующее поле, действующее на молекулы диэлектрика? Почему внутри диэлектрика электрическое поле уменьшается?

2.4. Что такое поляризованность диэлектрика и от чего она зависит?

2.5. Что характеризует относительная диэлектрическая проницаемость среды? Как она связана с диэлектрической восприимчивостью?

2.6. Как определяется вектор электрического смещения и что он характеризует?

2.7. Как записывается теорема Остроградского-Гаусса для электростатического поля в диэлектрике?

2.8. Как преломляются линии электрического поля на границе раздела двух диэлектрических сред?

2.9. Что такое сегнетоэлектрики? Какими свойствами они обладают?

2.10. Как свойства сегнетоэлектриков связаны с их внутренней структурой?

2.11. Какие вещества являются проводниками? Что нужно для равновесия зарядов в проводнике?

2.12. Какие процессы происходят при внесении проводников в электрическое поле?

2.13. Как находится емкость уединенного проводника и что она характеризует?

2.14. Что такое конденсаторы? Как находится емкость плоского конденсатора и от чего она зависит?

2.15. Как находится энергия заряженного проводника и конденсатора? Где сосредоточена энергия заряженных тел? Чему равна объемная плотность энергии электростатического поля?

2.16. В плоском горизонтально расположенном конденсаторе капля ртути с зарядом $q = 10^{-16}$ Кл находится в равновесии при напряженности электрического поля $E = 6 \cdot 10^4$ В/м. Найти радиус капли.

2.17. Пылинка с зарядом $q = 2 \cdot 10^{-12}$ Кл находится в равновесии в поле горизонтального плоского конденсатора. Найти разность потенциалов между пластинами конденсатора, если масса пылинки равна $m = 10^8$ кг, а расстояние между пластинами конденсатора $d = 0,05$ м.

2.18. Шар диаметром $d = 0,01$ м, сделанный из меди с плотностью $\rho_1 = 8,6 \cdot 10^3$ кг/м³, помещен в масло с плотностью $\rho_2 = 0,8 \cdot 10^3$ кг/м³. Чему равен заряд шара, если внутри конденсатора в однородном электрическом поле напряженностью $E = 3,6 \cdot 10^6$ В/м шар находится в равновесии в масле? Как направлено электрическое поле?

2.19. Между двумя вертикальными пластинами, находящимися на расстоянии $d = 1$ см друг от друга на нити висит заряженный шарик массой $m = 0,1$ г. После подачи на пластины разности потенциалов $U = 1$ кВ нить с шариком отклонилась на угол $\alpha = 10^\circ$. Найти заряд q шарика.

2.20. Пылинка массой $m = 10^{-10}$ кг взвешена в плоском горизонтальном конденсаторе с воздушным зарядом $d = 5 \cdot 10^{-3}$ м при разности потенциалов между пластинами $U = 124$ В. Под действием ультрафиолетовых лучей пылинка частично теряет заряд и для восстановления ее равновесия необходимо увеличить разность потенциалов между пластинами на $\Delta U = 8$ В. Какой заряд потеряла пылинка?

2.21. Протон летит от одной пластины плоского конденсатора до другой. Разность потенциалов между пластинами $U = 3 \cdot 10^3$ В, расстояние между ними $d = 2 \cdot 10^{-2}$ м. Найти: 1) силу, действующую на электрон; 2) ускорение

электрона; 3) скорость, с которой электрон подлетает ко второй пластине; 4) поверхностную плотность заряда на пластинах конденсатора.

2.22. Электрон, пройдя в плоском конденсаторе путь от одной пластины до другой, приобретает скорость $v = 10^6$ м/с. Расстояние между пластинами $d = 2 \cdot 10^{-3}$ м. Найти: 1) разность потенциалов между пластинами; 2) напряженность электрического поля внутри конденсатора; 3) поверхностную плотность заряда на пластинах.

2.23. В плоском конденсаторе, помещенном в вакууме, взвешена капелька ртути. Расстояние между пластинами конденсатора $d = 1$ см, приложенная разность потенциалов $U_1 = 1000$ В. Внезапно разность потенциалов падает до $U_2 = 995$ В. Когда капелька достигнет нижней пластины, если она первоначально находилась посередине конденсатора?

2.24. В плоском конденсаторе к пластинам, находящимся на расстоянии $d = 2$ см приложена разность потенциалов $U = 220$ В. Какую скорость получит электрон под действием электрического поля, пройдя по силовой линии расстояние $l = 3$ мм?

2.25. Расстояние между пластинами плоского конденсатора $d = 4$ см. Электрон начинает двигаться от отрицательной пластины в тот момент, когда от положительной пластины начинает двигаться протон. На каком расстоянии от положительной пластины они встретятся?

2.26. Электрон влетает в плоский горизонтальный конденсатор параллельно его пластинам со скоростью $v = 10^7$ м/с. Напряженность поля в конденсаторе $E = 10^4$ В/м, его длина $l = 0,05$ м. Определить величину и направление скорости электрона при вылете его из конденсатора. На сколько сместится электрон в вертикальном направлении под действием электрического поля за время его движения в конденсаторе?

2.27. Электрон влетает в плоский конденсатор параллельно пластинам, заряженным с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 10^{-7}$ Кл/м², на равном расстоянии от них. Расстояние между пластинами $d = 0,02$ м, длина конденсатора $l = 0,1$ м. Какова должна быть предельная начальная скорость v_0 электрона, чтобы электрон не вылетел из конденсатора?

2.28. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $U = 60$ В, влетает в плоский горизонтальный конденсатор параллельно пластинам на равном расстоянии от них. Напряженность электрического поля в конденсаторе $E = 100$ В/м, расстояние между его пластинами $d = 0,04$ м. Через сколько времени после того, как электрон влетел в конденсатор, он попадает на одну из пластин?

2.29. Протон влетает в плоский горизонтальный конденсатор параллельно его пластинам со скоростью $v = 1,2 \cdot 10^5$ м/с. Напряженность поля внутри конденсатора $E = 3000$ В/м, длина его пластин $l = 0,1$ м. Во сколько раз скорость протона при вылете из конденсатора будет больше его начальной скорости?

2.30. Протон и α -частица влетают в плоский конденсатор параллельно пластинам. Во сколько раз отклонение протона полем конденсатора будет больше отклонения α -частицы, если: 1) частицы двигались с одинаковой скоростью; 2) частицы были ускорены одинаковой разностью потенциалов?

2.31. Шарик радиусом $R = 1$ см заряжается отрицательно до потенциала $\varphi = 300$ В. Найти массу всех электронов, составляющих заряд, сообщенный шару при зарядке и энергию заряженного шарика.

2.32. Восемь заряженных водяных капель радиусом $r = 1$ мм и зарядом $q = 10^{-10}$ Кл каждая сливаются в одну общую водяную каплю. Найти потенциал и энергию большой капли.

2.33. Шар, погруженный в керосин ($\epsilon = 2$), имеет потенциал $\varphi = 4500$ В и поверхностную плотность заряда $\sigma = 10^{-5}$ Кл/м². Найти: 1) радиус шара; 2) его заряд; 3) емкость шара; 4) энергию шара.

2.34. Два проводящих шара с радиусами $R_1 = 1$ см и $R_2 = 2$ см расположены на большом расстоянии друг от друга. На первом шаре помещен заряд $Q_0 = 3 \cdot 10^{-9}$ Кл, второй шар не заряжен. После соединения шаров проволочкой этот заряд перераспределится между обоими проводниками. Найти: 1) потенциал первого шара до соединения; 2) заряды и потенциалы шаров после их соединения; 3) энергию шаров до и после соединения; 4) работу разряда.

2.35. Заряженный шар радиуса $R_1 = 2$ см приводится в соприкосновение с незаряженным шаром радиуса $R_2 = 3$ см. После того как шары разъединили, энергия шара B оказалась равной $W_2 = 0,4$ Дж. Определить заряд и потенциал первого шара до их соприкосновения.

2.36. Шару емкостью $C_1 = 2,5 \cdot 10^{-12}$ Ф сообщили заряд $q = 1,8 \cdot 10^{-9}$ Кл. Какое количество электричества перейдет на шарик, имеющий радиус $R_2 = 2 \cdot 10^{-2}$ м, если его соединить проводником с первым шаром?

2.37. Два металлических шара, первый радиусом $R_1 = 3$ см с зарядом $q_1 = 10^{-8}$ Кл и второй радиусом $R_2 = 2$ см и потенциалом $\varphi_2 = 6000$ В соединены проволокой, емкостью которой можно пренебречь. Найти: 1) потенциал и энергию первого шарика до разряда; 2) заряд и энергию второго шарика до разряда; 3) заряд и потенциал первого шарика после разряда;

4) заряд и потенциал второго шарика после разряда; 5) энергию соединенных проводником шариков; 6) работу разряда.

2.38. Металлический шар A радиусом $R = 5$ см, заряженный до потенциала $\varphi = 800$ В, после отключения от источника напряжения соединяется провололочкой сначала с таким же незаряженным шаром B , а затем, после отсоединения от шара B , с таким же незаряженным шаром C . Найти: 1) первоначальную энергию шара A ; 2) энергию шаров A и B после соединения и работу разряда при соединении; 3) энергию шаров A и C после соединения и работу разряда при соединении.

2.39. В пространство между обкладками незаряженного плоского конденсатора вносят металлическую пластину, имеющую заряд $Q = 10^{-9}$ Кл, так, что между пластиной и обкладками конденсатора остаются зазоры $l_1 = 4$ мм и $l_2 = 2$ мм (рис. 2.8). Площади пластины и обкладок конденсатора одинаковы и равны $S = 25$ см². Определите разность потенциалов между обкладками конденсатора. Электрические поля в зазорах считать однородными.

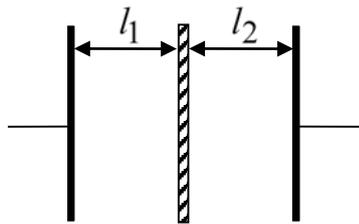


Рис. 2.8

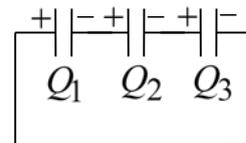


Рис. 2.9

2.40. Трём изолированным конденсаторам одинаковой емкости были сообщены заряды Q_1 , Q_2 , Q_3 . Затем конденсаторы соединили разноименно заряженными обкладками (рис. 2.9). Определить новые заряды Q'_1 , Q'_2 , Q'_3 .

2.41. Конденсаторы емкостью $C_1 = 2$ мкФ и $C_2 = 3$ мкФ заряжены до разности потенциалов $U_1 = 100$ В и $U_2 = 200$ В, соответственно. После зарядки конденсаторы соединили одноименными полюсами. Определить: 1) заряды конденсаторов до и после соединения; 2) разность потенциалов между обкладками конденсаторов после их соединения; 3) количество теплоты, выделившееся в результате их соединения.

2.42. Конденсаторы емкостью $C_1 = 2$ мкФ и $C_2 = 3$ мкФ заряжены до разности потенциалов $U_1 = 100$ В и $U_2 = 200$ В, соответственно. После зарядки конденсаторы соединили разноименными полюсами. Определить: 1) заряды конденсаторов до и после соединения; 2) разность потенциалов между

обкладками конденсаторов после их соединения; 3) количество теплоты, выделившееся в результате их соединения.

2.43. Плоский конденсатор состоит из горизонтально расположенных пластин площадью $S = 0,2 \text{ м}^2$, причем нижняя пластина закреплена неподвижно, а верхняя подвешена на пружине жесткостью $k = 35 \text{ Н/м}$. Расстояние между пластинами $d = 1 \text{ мм}$. Когда конденсатор подсоединили невесомыми проводами к батарее, то пружина удлинилась на $\Delta x = 0,5 \text{ мм}$. Определить ЭДС батареи.

2.44. Найти разность потенциалов между обкладками каждого из конденсаторов (рис. 2.10), емкости которых $C_1 = 4 \text{ мкФ}$ и $C_2 = 1 \text{ мкФ}$, если ЭДС источников $\mathcal{E}_1 = 2 \text{ В}$ и $\mathcal{E}_2 = 6 \text{ В}$.

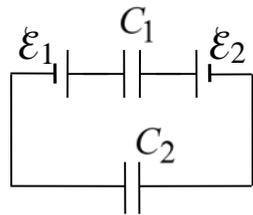


Рис. 2.10

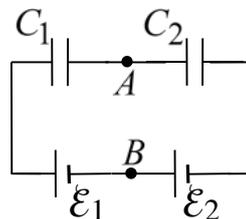


Рис. 2.11

2.45. Найти разность потенциалов между точками A и B (рис. 2.11). Емкости конденсаторов $C_1 = 4 \text{ мкФ}$, $C_2 = 1 \text{ мкФ}$, ЭДС источников $\mathcal{E}_1 = 2 \text{ В}$ и $\mathcal{E}_2 = 6 \text{ В}$.

2.46. Плоский конденсатор с двумя слоями диэлектриков, состоящими из фарфора ($\epsilon = 5$) толщиной $d_1 = 2 \text{ мм}$ и эбонита ($\epsilon = 3$) толщиной $d_2 = 1,5 \text{ мм}$, подключен к источнику напряжения $U = 250 \text{ В}$. Определить емкость конденсатора и заряд на его пластинах площадью $S = 10^{-2} \text{ см}^2$.

2.47. Емкость плоского воздушного конденсатора равна $C = 2 \text{ мкФ}$, расстояние между его пластинами $d = 4 \text{ мм}$. Какова будет емкость конденсатора, если на нижнюю пластину положить лист эбонита ($\epsilon = 3$) толщиной $d_1 = 3 \text{ мм}$?

2.48. В пространстве, между пластинами плоского конденсатора с площадью пластин $S = 25 \text{ см}^2$ и расстоянием между ними $d = 1,2 \text{ мм}$ находятся два слоя диэлектриков: слюды ($\epsilon = 7$) толщиной $d_1 = 0,7 \text{ мм}$ и эбонита ($\epsilon = 7$) толщиной $d_2 = 0,3 \text{ мм}$. Определить емкость конденсатора. Как изменится емкость конденсатора, если вытащить пластинку эбонита?

2.49. Емкость плоского конденсатора равна $C = 1,5 \text{ мкФ}$. Расстояние между его пластинами $d = 5 \text{ мм}$. Конденсатор подключен к

источнику напряжения $U = 200$ В. Какова будет емкость конденсатора, если на нижнюю пластину положить стеклянную пластинку ($\varepsilon = 6$) толщиной $d_1 = 3$ мм? Как при этом изменится энергия конденсатора?

2.50. Расстояние между пластинами плоского воздушного конденсатора $d = 2$ см. Заряд каждой пластины равен $Q = 10^{-8}$ Кл, разность потенциалов между ними $U = 4$ кВ. Рассчитать: 1) емкость конденсатора; 2) поверхностную плотность заряда на его пластинах; 3) энергию поля конденсатора; 4) силу взаимного притяжения его пластин.

2.51. Расстояние между пластинами плоского конденсатора $d = 5$ мм, разность потенциалов между ними $U = 150$ В. На нижней пластине лежит плитка парафина ($\varepsilon = 2$) толщиной $d_2 = 4$ мм. Определить емкость конденсатора и поверхностную плотность свободных зарядов на пластинах конденсатора и связанных зарядов на парафине.

2.52. Стеклянную пластинку ($\varepsilon = 7$) толщиной $d = 2$ см вдвинули в плоский конденсатор так, что она вплотную прилегает к его обкладкам. Заряд обкладок конденсатора $Q = 5 \cdot 10^{-8}$ Кл, их площадь $S = 10^{-2}$ м². Найти поверхностную плотность свободных зарядов на пластинах конденсатора, плотность связанных зарядов на стеклянной пластине и плотность энергии электрического поля внутри конденсатора.

2.53. На пластинах плоского конденсатора равномерно распределен заряд с поверхностной плотностью $\sigma = 10^{-7}$ Кл/м². Расстояние между его пластинами $d_1 = 1$ мм. На сколько изменится разность потенциалов на обкладках конденсатора, если увеличить расстояние между ними до $d_2 = 3$ мм и опустить его в жидкий диэлектрик с $\varepsilon = 2$?

2.54. Воздушный конденсатор емкостью $C = 0,2$ мкФ заряжен до разности потенциалов $U_0 = 600$ В. Найти изменение энергии конденсатора и работу сил электрического поля при заполнении конденсатора жидким диэлектриком ($\varepsilon = 2$) в случае, когда конденсатор отключен от источника.

2.55. Воздушный конденсатор емкостью $C = 0,2$ мкФ заряжен до разности потенциалов $U_0 = 600$ В. Найти изменение энергии конденсатора и работу сил электрического поля при заполнении конденсатора жидким диэлектриком ($\varepsilon = 2$) в случае, когда конденсатор подключен к источнику.

2.56. Бесконечная плоскопараллельная пластина из однородного и изотропного диэлектрика ($\varepsilon = 2$) помещена в однородное электрическое поле с напряженностью $E_0 = 100$ В/м перпендикулярно силовым линиям. Определить: 1) напряженность электрического поля E и электрическое

смещение D внутри пластины; 2) поляризованность диэлектрика P ; 3) поверхностную плотность связанных зарядов σ .

2.57. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено стеклом ($\epsilon = 6$). Расстояние между пластинами $d = 3$ мм. На пластины конденсатора подана разность потенциалов $U = 900$ В. Найти: 1) напряженность электрического поля в стекле; 2) поверхностную плотность заряда на пластинах конденсатора; 3) поверхностную плотность связанных зарядов на стекле; 4) диэлектрическую восприимчивость стекла.

2.58. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено парафином ($\epsilon = 2$). При подключении конденсатора к источнику напряжения давление на парафин стало равным $p = 5$ Па. Найти: 1) напряженность электрического поля E ; 2) электрическое смещение D ; 3) поверхностную плотность зарядов на пластинах конденсатора; 4) поверхностную плотность связанных зарядов на парафине; 5) диэлектрическую восприимчивость парафина; 6) объемную плотность энергии электрического поля в парафине.

2.59. Между пластинами плоского конденсатора, находящимися на расстоянии $d = 2$ мм друг от друга, помещен диэлектрик, полностью заполняющий пространство между пластинами. На пластины подана разность потенциалов $U_0 = 600$ В. Отключив источник напряжения, диэлектрик вынули из конденсатора, при этом разность потенциалов на пластинах конденсатора возросла до $U = 1800$ В. Найти: 1) поверхностную плотность зарядов на пластинах конденсатора; 2) поверхностную плотность связанных зарядов на диэлектрике; 3) диэлектрическую восприимчивость используемого диэлектрика.

2.60. Найти объемную плотность энергии электрического поля в точке, находящейся на расстоянии $a = 2$ см от: 1) поверхности шара радиусом $R = 1$ см, заряженного с поверхностной плотностью $\sigma = 1,5 \cdot 10^{-5}$ Кл/м²; 2) бесконечно протяженной плоскости, заряженной с поверхностной плотностью $\sigma = 1,5 \cdot 10^{-5}$ Кл/м²; 3) бесконечно длинной нити, заряженной с линейной плотностью заряда $\tau = 1,5 \cdot 10^{-8}$ Кл/м. Диэлектрическая проницаемость среды $\epsilon = 2$.

2.61. Между обкладками плоского воздушного конденсатора (расстояние между обкладками $d_1 = 0,01$ мм площадь обкладок $S = 2 \cdot 10^{-3}$ м²) вводится параллельно обкладкам конденсатора металлическая пластинка, толщина которой $d_2 = 3 \cdot 10^{-3}$ м. Определить емкость конденсатора с введенной проводящей пластиной.

2.62. В каких пределах может изменяться емкость системы, состоящей из двух конденсаторов переменной емкости, если емкость каждого из них изменяется от $C_{\min} = 10$ пФ до $C_{\max} = 500$ пФ.

2.63. Два плоских воздушных конденсатора, каждый из которых имеет емкость $C = 10^{-5}$ Ф, соединены в батарею. Как изменится емкость батареи, если пространство между пластинами одного из конденсаторов заполнить диэлектриком ($\epsilon = 7$)? Рассмотреть случаи: 1) конденсаторы соединены последовательно; 2) конденсаторы соединены параллельно.

2.64. Конденсатор емкости $C_1 = 6 \cdot 10^{-6}$ Ф, заряженный до разности потенциалов $U_1 = 400$ В, соединен в батарею с незаряженным конденсатором емкости $C_2 = 10^{-5}$ Ф. Определить разность потенциалов на полюсах батареи, если конденсаторы соединены параллельно.

2.65. Два одинаковых плоских конденсатора соединены в батарею и заряжены до разности потенциалов $U = 160$ В. Определить разность потенциалов на конденсаторах, если после отключения батареи от источника тока у первого конденсатора уменьшили расстояние между пластинами в два раза. Конденсаторы соединены в батарею: 1) последовательно; 2) параллельно.

2.66. Определить емкости систем конденсаторов, изображенных на рис. 2.12.

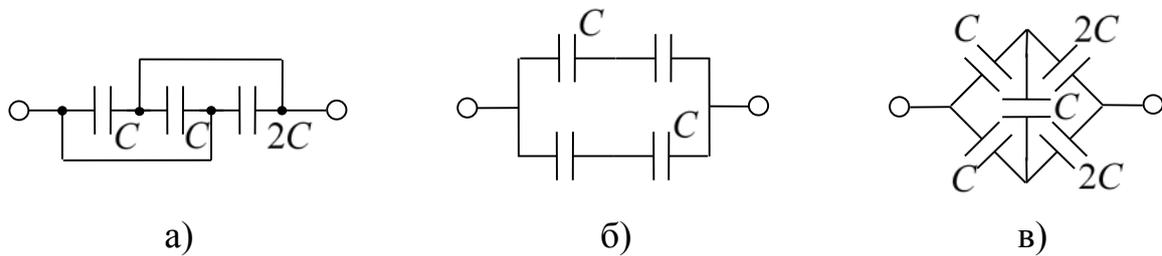


Рис. 2.12

2.67. Найти емкость изображенной на рис. 2.13 системы одинаковых конденсаторов.

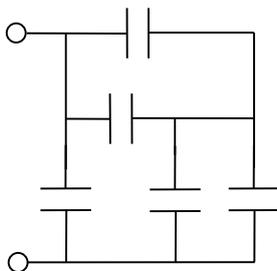


Рис. 2.13

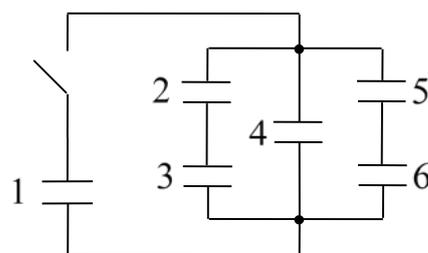


Рис. 2.14

2.68. К конденсатору 1 емкости C , заряженному до разности потенциалов U , подсоединяется батарея из пяти разряженных конденсаторов такой же емкости (рис. 2.14). Найти заряд каждого из шести конденсаторов после их соединения.

2.69. Три одинаковых плоских конденсатора соединены последовательно. При этом электроемкость системы конденсаторов $C = 89$ пФ. Площадь каждой пластины $S = 100$ см². Диэлектрик – стекло ($\epsilon = 7$). Найти толщину стекла. Определить также электроемкость системы в случаях, когда: 1) все конденсаторы соединены параллельно; 2) два последовательно и один параллельно; 3) два параллельно и один последовательно.

2.70. Конденсаторы, имеющие электроемкости $C_1 = 1$ мкФ, $C_2 = 2$ мкФ, $C_3 = 3$ мкФ включены в цепь с напряжением $U = 1,1$ кВ. Определить энергию каждого конденсатора в случаях: 1) последовательного их включения; 2) параллельного включения.

2.71. При последовательном соединении трех различных конденсаторов емкость цепи равна $C_0 = 0,75$ мкФ, а падение напряжения на конденсаторе $C_1 = 3$ мкФ равно $U_1 = 20$ В. При параллельном соединении конденсаторов емкость цепи равна $C = 7$ мкФ. Определить неизвестные емкости C_2 и C_3 двух конденсаторов и падения напряжения U_2 и U_3 на них при последовательном соединении.

2.72. Батарея из трех последовательно соединенных конденсаторов $C_1 = 10^{-6}$ Ф, $C_2 = 2 \cdot 10^{-6}$ Ф, $C_3 = 3 \cdot 10^{-6}$ Ф присоединена к аккумулятору, который сообщил батарее заряд $q = 10^{-4}$ Кл. Определить напряжения на каждом конденсаторе, ЭДС аккумулятора и общую емкость батареи конденсаторов.

2.73. Имеется три различных конденсатора, емкость одного из них $C_1 = 2$ мкФ. Когда все три конденсатора соединены последовательно, емкость цепи равна $C_0 = 1$ мкФ; когда параллельно, то емкость цепи $C = 1$ мкФ. Определить емкости двух неизвестных конденсаторов C_2 и C_3 .

2.74. Три последовательно соединенных конденсатора присоединены к источнику напряжения $U = 32$ В. Емкости конденсаторов $C_1 = 0,1$ мкФ, $C_2 = 0,25$ мкФ и $C_3 = 0,5$ мкФ. Определить напряжения и заряды на каждом конденсаторе, а также энергию каждого конденсатора.

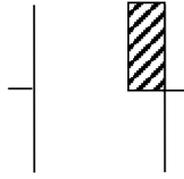


Рис. 2.15

2.75. В воздушный конденсатор внесена диэлектрическая пластинка ($\epsilon = 2$) и расположена, как указано на рис. 2.15. Определить, во сколько раз изменилась емкость конденсатора при внесении пластинки в конденсатор.

ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

3. ЗАКОНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

3.1. Электрический ток

Электрическим током называется упорядоченное движение электрических зарядов. Упорядоченное движение электрических зарядов, происходящее в проводнике, называется током проводимости (ток в металлах, электролитах, газах). Упорядоченное движение электрических зарядов, происходящее при движении в пространстве заряженного тела, называется конвекционным током. За направление тока условно принимают направление движения положительных зарядов.

При движении зарядов нарушается их равновесное распределение:

- поверхность проводника уже не является эквипотенциальной;
- силовые линии электрического поля не перпендикулярны к поверхности;

- внутри проводника должно существовать электрическое поле, так как его нет только в случае равновесного распределения зарядов по поверхности. Для протекания тока необходимо наличие в данной среде носителей заряда, которые могли бы перемещаться по проводнику. Обычно это электроны в металлах, электроны и дырки в полупроводниках, ионы в электролитах, ионы и электроны в газах. Вторым условием существования тока является наличие в среде электрического поля неэлектростатического происхождения, энергия которого затрачивалась бы на перемещение зарядов. Чтобы ток не прекращался, энергия должна пополняться. Поэтому нужен источник

электрической энергии – устройство, в котором осуществляется преобразование какого-либо вида энергии в энергию электрического поля.

3.2. Сила и плотность тока

Силой тока I называется физическая величина, равная отношению заряда dq , переносимого через поверхность S за малый промежуток времени dt , к величине этого промежутка:

$$I = \frac{dq}{dt}. \quad (3.1)$$

Если сила тока и его направление не изменяются со временем, то такой ток называется постоянным. Для постоянного тока

$$I = \frac{q}{t},$$

где q – электрический заряд, проходящий за время t через поперечное сечение проводника. Единицей силы тока является ампер (А). Чтобы ток был постоянным, заряды не должны накапливаться или убывать ни в одной части проводника. Поэтому цепь должна быть замкнутой, а суммарный заряд, который поступил за 1 с сквозь одно из поперечных сечений проводника, должен быть равен суммарному заряду, проходящему через другое поперечное сечение за это же время. Следовательно, сила постоянного тока одинакова во всех сечениях проводника.

Распределение электрического тока по сечению характеризуется вектором плотности тока \vec{j} . Он совпадает по направлению с движением положительно заряженных частиц и численно равен отношению силы тока dI сквозь малый элемент нормальной к направлению движения частиц поверхности к площади dS_{\perp} этого элемента:

$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}}. \quad (3.2)$$

Единицей плотности тока является 1 А/м^2 .

Поле вектора плотности тока изображают с помощью линий тока. Зная плотность тока в каждой точке пространства, можно найти силу тока через любую поверхность S :

$$I = \int_S \vec{j} d\vec{S}.$$

Плотность постоянного тока одинакова по всему поперечному сечению S однородного проводника, и поэтому $I = jS$.

В классической теории электропроводности металлов показывается, что плотность тока в проводнике пропорциональна концентрации n свободных носителей, имеющих заряд e и среднюю скорость направленного движения $\vec{v}_{\text{ср}}$, а именно:

$$\vec{j} = ne\vec{v}_{\text{ср}}. \quad (3.3)$$

Отметим, что время установления тока в цепи обратно пропорционально скорости света. Поэтому упорядоченное движение возникает на всем протяжении проводника практически мгновенно, т.е. одновременно с замыканием цепи.

3.3. Закон Ома для однородного проводника

Экспериментально было установлено, что сила тока, протекающего по однородному металлическому проводнику, пропорциональна разности потенциалов (напряжению) на его концах:

$$I = U / R, \quad (3.4)$$

где R – электрическое сопротивление проводника.

Это соотношение выражает закон Ома для участка цепи, не содержащего источника тока. Единица сопротивления 1 Ом – сопротивление такого проводника, в котором при напряжении 1 В течет постоянный ток 1 А, 1 Ом = 1

$$\text{В/А} = \frac{\text{м}^2 \cdot \text{кг}}{\text{с}^3 \cdot \text{А}^2}.$$

Сопротивление проводника зависит от его формы и размеров, а также от свойств материала, из которого он изготовлен, и от температуры. Для однородного цилиндрического проводника сопротивление R прямо пропорционально длине проводника l и обратно пропорционально площади его поперечного сечения S :

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (3.5)$$

где ρ – коэффициент пропорциональности, характеризующий материал проводника и называемый удельным электрическим сопротивлением.

Закон Ома в форме $I = U/R$ относится ко всему проводнику. Представим закон Ома в дифференциальной (т.е. относящейся к одной точке) форме. Некоторая точка внутри проводника характеризуется вектором плотности тока \vec{j} , напряженностью электрического поля \vec{E} и свойствами материала проводника, т.е. удельным сопротивлением ρ . Выделив мысленно малый объем вблизи рассматриваемой точки и учитывая, что

$$I = jS, \quad U = El, \quad R = \rho \frac{l}{S},$$

получим закон Ома в дифференциальной форме:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} = \frac{1}{\rho} \vec{E}, \quad (3.6)$$

где σ – величина, обратная удельному электрическому сопротивлению и называемая удельной электрической проводимостью материала проводника. Закон Ома в дифференциальной форме справедлив и для переменных электрических полей.

3.4. Зависимость удельного сопротивления от температуры

Удельное сопротивление зависит от материала проводника и его температуры. Наименьшим удельным сопротивлением обладают серебро и медь. На практике наряду с медными применяются алюминиевые провода. Несмотря на то, что удельное сопротивление алюминия больше, чем у меди, он обладает меньшей плотностью, а значит, весит меньше.

Опыт показывает, что в первом приближении изменение удельного сопротивления с температурой описывается линейным законом

$$\rho = \rho_0 \alpha T,$$

где ρ_0 – удельное сопротивление проводника при 0°C ; α – температурный коэффициент сопротивления, для большинства металлов (при не очень низких температурах) близкий к $1/273 \text{ K}^{-1}$; T – термодинамическая температура.

У раствором электролитов сопротивление с ростом температуры не увеличивается, а уменьшается, т.е. для них $\alpha < 0$.

В большинстве случаев зависимость удельного сопротивления металлов и сплавов от температуры следует кривой 1, изображенной на рис. 3.1.

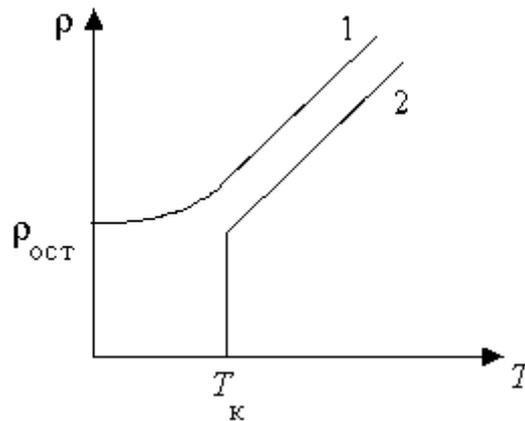


Рис. 3.1

Величина остаточного сопротивления $\rho_{\text{ост}}$ в значительной степени зависит от чистоты материала и наличия остаточных механических напряжений в образце, поэтому после обжига она заметно уменьшается. У абсолютно чистого металла с идеально правильной кристаллической решеткой при абсолютном нуле $\rho = 0$.

У большой группы металлов и сплавов при температурах $T_{\text{к}}$ порядка нескольких кельвин, называемых критическими, сопротивление скачком обращается в нуль (кривая 2 на рис. 3.1), т.е. металл становится абсолютным проводником. Это явление, названное *сверхпроводимостью*, было обнаружено в 1911 г. Камерлинг-Оннесом для ртути. В дальнейшем сверхпроводимость была обнаружена у свинца, олова, цинка, алюминия и других металлов, а также у ряда сплавов. Для каждого сверхпроводника имеется своя критическая температура $T_{\text{к}}$, при которой он переходит в сверхпроводящее состояние. Значения критических температур для чистых металлов изменяются от 0,14 К для иридия до 9,22 К для ниобия; для сплавов они доходят до 23,2 К. При воздействии на сверхпроводник достаточно сильного магнитного поля (при пропускании по нему сильного электрического тока) сверхпроводящее состояние нарушается.

В настоящее время ведется интенсивный поиск высокотемпературных сверхпроводников, поскольку практическое использование сверхпроводящих материалов затруднено из-за низких критических температур. В частности, обнаружены и активно используются керамические материалы, обладающие сверхпроводимостью при температуре выше 100 К, однако их стоимость пока чрезвычайно высока.

Другой отличительной особенностью сверхпроводящего состояния является отсутствие магнитного поля внутри сверхпроводника. Поэтому при охлаждении сверхпроводника ниже критической температуры магнитное поле из него вытесняется.

3.5. Сторонние силы

Если в цепи на носители тока действуют только силы электростатического поля, то происходит перемещение носителей заряда (они предполагаются положительными) от точек с большим потенциалом к точкам с меньшим потенциалом. Это приводит к выравниванию потенциалов во всех точках цепи и к исчезновению электрического поля.

Чтобы поддержать ток достаточно длительное время, нужно с помощью устройства, называемого источником тока, от конца проводника с меньшим потенциалом непрерывно отводить приносимые сюда током заряды, а к концу с большим потенциалом непрерывно их подводить. Таким образом, внутри источников тока должны быть участки, где положительные носители движутся в сторону возрастания потенциала, т.е. против сил электростатического поля. Перемещение носителей на этих участках возможно лишь с помощью сил неэлектростатического происхождения, называемых *сторонними силами*. Итак, для поддержания тока необходимо наличие сторонних сил, действующих либо на всем протяжении цепи, либо на отдельных ее участках. Физическая природа сторонних сил может быть различна (гальванические элементы, аккумуляторы, термоэлементы и т.д.).

Для количественной характеристики сторонних сил вводят понятие поля сторонних сил. Его характеризуют либо напряженностью поля сторонних сил $\vec{E}_{\text{ст}}$, либо работой $A_{\text{ст}}$, совершаемой сторонними силами при перемещении зарядов. Величина, равная работе сторонних сил над единичным положительным зарядом, называется электродвижущей силой (ЭДС) \mathcal{E} , действующей в цепи или на ее участке:

$$\mathcal{E} = A / q. \quad (3.7)$$

Размерность ЭДС совпадает с размерностью потенциала и измеряется в вольтах. Напряженность поля сторонних сил вводят как величину, равную сторонней силе, действующей на единичный положительный заряд:

$$\vec{E}_{\text{ст}} = \vec{F}_{\text{ст}} / q. \quad (3.8)$$

Эти две величины для некоторого участка 1-2 связаны между собой соотношением

$$\mathcal{E}_{12} = \int_1^2 \vec{E}_{\text{СТ}} d\vec{l}. \quad (3.9)$$

ЭДС \mathcal{E}_{12} является алгебраической величиной. Если она способствует движению носителей тока в данном направлении, то $\mathcal{E}_{12} > 0$, если препятствует, $\mathcal{E}_{12} < 0$. Действующая в замкнутой цепи ЭДС

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E}_{\text{СТ}} d\vec{l}$$

может быть определена как циркуляция вектора напряженности сторонних сил.

Кроме сторонних сил, на заряд действуют силы электростатического поля \vec{E} , поэтому результирующая сила, действующая в каждой точке цепи на заряд q , равна

$$F = q(\vec{E} + \vec{E}_{\text{СТ}}).$$

Работа, совершаемая этой суммарной силой над единичным положительным зарядом на участке цепи 1-2, называется падением напряжения или просто напряжением U_{12} на данном участке цепи. Итак, напряжение на неоднородном участке цепи (где есть сторонние силы)

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12} \quad (3.10)$$

связано как с работой сил электростатического происхождения $(\varphi_1 - \varphi_2)$, так и с работой сторонних сил (\mathcal{E}_{12}) . Для однородного участка цепи, где сторонние силы не действуют,

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2,$$

т.е. напряжение совпадает с разностью потенциалов на концах участка цепи.

Итак, понятие напряжения является обобщением понятия разности потенциалов.

3.6. Закон Ома для неоднородного участка цепи

Поскольку на неоднородных участках цепи на заряды действует не только электростатическое поле \vec{E} , но и поле сторонних сил $\vec{E}_{\text{СТ}}$, закон Ома в дифференциальной форме должен быть обобщен следующим образом:

$$\vec{j} = \sigma(\vec{E} + \vec{E}_{\text{СТ}}). \quad (3.11)$$

Это дифференциальная (т.е. относящаяся к одной точке) форма закона Ома. В интегральной (т.е. относящейся к некоторому участку цепи) форме это соотношение принимает вид

$$IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12} \quad (3.12)$$

и называется законом Ома для неоднородного участка цепи. Заметим, что правая часть этого соотношения является напряжением U_{12} , действующим на данном участке цепи, поэтому и здесь закон Ома может быть записан в виде

$$IR = U_{12}.$$

Еще раз отметим, что на неоднородном участке цепи напряжение определяется не только разностью потенциалов, но и ЭДС, действующими на участке.

Если на данном участке цепи источник тока отсутствует ($\mathcal{E} = 0$), приходим к закону Ома для однородного участка цепи $I = U/R$.

Для замкнутой цепи (см. рис. 3.2) точки 1 и 2 совпадают ($\varphi_1 = \varphi_2$), и поэтому

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}.$$

Это соотношение называют законом Ома для замкнутой цепи.

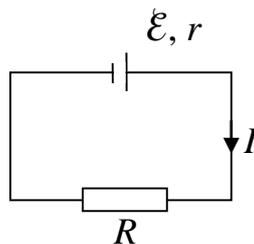


Рис. 3.2

Разность потенциалов (напряжение) на зажимах источника

$$\varphi_2 - \varphi_1 = U = IR = \mathcal{E} - Ir$$

равна ЭДС только в том случае, если цепь разомкнута ($I = 0$); в замкнутой цепи она всегда меньше ЭДС.

3.7. Последовательное и параллельное соединение проводников

Электрическая цепь постоянного тока состоит из проводников (резисторов) и источников тока. При составлении электрической цепи проводники могут соединяться последовательно или параллельно.

При *последовательном соединении* проводников (рис. 3.3а) электрическая цепь не имеет разветвлений.

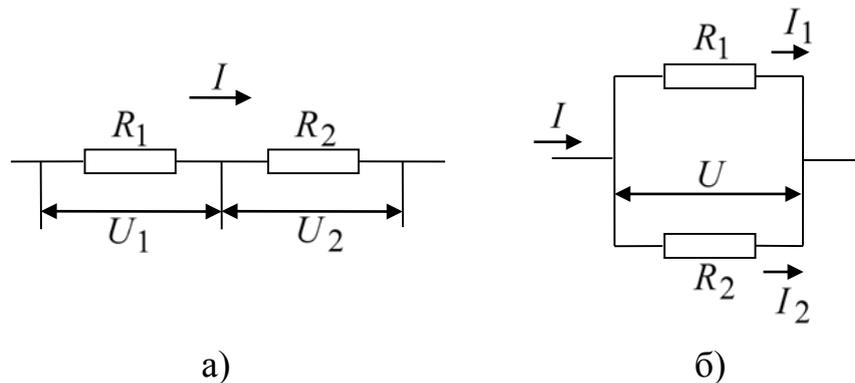


Рис. 3.3

Все проводники включают в цепь поперечно друг за другом. При последовательном соединении

- сила тока во всех частях цепи одинакова

$$I = \text{const};$$

- падение напряжения в цепи равно сумме падений напряжений на отдельных участках

$$U = U_1 + U_2 + \dots;$$

- общее сопротивление цепи равно сумме сопротивлений отдельных проводников

$$R = R_1 + R_2 + \dots;$$

При *параллельном соединении* проводников (рис. 3б) электрический ток разветвляется таким образом, что

- сила тока I в неразветвленной части цепи равна сумме сил токов, протекающих через отдельные сопротивления

$$I = I_1 + I_2 + \dots;$$

- падения напряжения в параллельно соединенных участках цепи одинаковы

$$U = \text{const};$$

- общее сопротивление цепи рассчитывается по формуле

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$$

Пример: расчет шунтирующих (1) и добавочных (2) сопротивлений.

1) Расчет шунтирующих сопротивлений. *Амперметр* – это прибор, используемый для измерения тока в цепи. Он включается в цепь последовательно, поэтому его сопротивление R_A , чтобы не изменялась величина измеряемого тока, должно быть небольшим. Сопротивление идеального амперметра $R_A = 0$.

Пусть амперметр, имеющий сопротивление R_A , рассчитан на измерение токов до некоторой величины I_A . С помощью шунтирующего сопротивления $R_{\text{ш}}$, подключаемого параллельно амперметру (чтобы часть тока пустить в обход амперметра через шунт), предельное значение измеряемого тока может быть увеличено до некоторого значения I (рис. 3.4а).

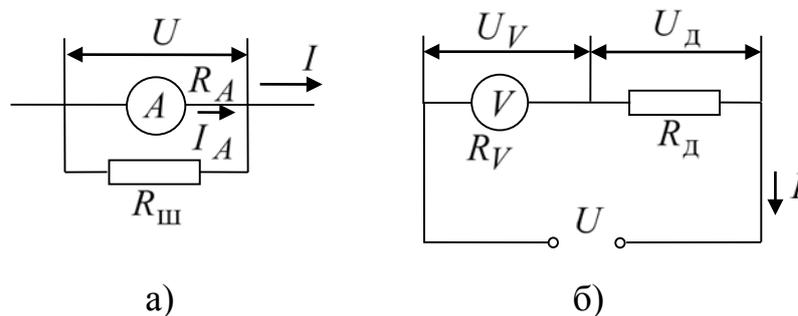


Рис. 3.4

Используя соотношения, справедливые для параллельного соединения:

$$\begin{cases} U = I_A R_A = I_{\text{ш}} R_{\text{ш}}; \\ I = I_A + I_{\text{ш}}, \end{cases}$$

получаем формулу

$$I = I_A \left(1 + \frac{R_A}{R_{\text{ш}}} \right),$$

связывающую значение максимально возможного измеряемого тока I с величиной шунтирующего сопротивления $R_{\text{ш}}$.

2) Расчет добавочных (2) сопротивлений. *Вольтметр* – это прибор, используемый для измерения падения напряжения в цепи. Он включается в цепь параллельно резистору, на котором измеряется напряжение. Его сопротивление должно быть достаточно большим, чтобы он не менял ток, проходящий через резистор, а, следовательно, падение напряжения на нем. Сопротивление идеального вольтметра должно быть бесконечно большим, т.е. $R_V = \infty$.

Пусть вольтметр, имеющий сопротивление R_V , рассчитан на измерение напряжений до некоторой величины U_V . С помощью добавочного сопротивления R_d , подключаемого последовательно вольтметру (чтобы на R_d происходило частичное падение напряжения), предельное значение измеряемого напряжения может быть увеличено до некоторого значения U (рис. 3.4б).

Используя соотношения, справедливые для последовательного соединения:

$$\begin{cases} I = \frac{U_V}{R_V} = \frac{U_d}{R_d}; \\ U = U_V + U_d, \end{cases}$$

получаем формулу

$$U = U_V \left(1 + \frac{R_d}{R_V} \right),$$

связывающую значение максимально возможного измеряемого напряжения U с величиной добавочного сопротивления R_d .

3.8. Работа и мощность тока. Закон Джоуля-Ленца

Рассмотрим однородный проводник, к концам которого приложено напряжение U . За время t через сечение проводника переносится заряд $q = It$. Работа по перемещению заряда вдоль электрической цепи, совершаемая под действием электрического поля, определяется соотношением

$$A = UI t = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t.$$

Мощность тока, т.е. работа $P = dA/dt$, совершаемая током за единицу времени, равна

$$P = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}. \quad (3.13)$$

В случае, когда проводник неподвижен и химических превращений в нем не совершается, работа, совершаемая током, затрачивается на увеличение внутренней энергии проводника, в результате чего он нагревается. Количество теплоты Q , выделяемое в проводнике вследствие закона сохранения и превращения энергии, равно работе, совершаемой током:

$$Q = UI t = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t. \quad (3.14)$$

Это соотношение носит название закона Джоуля-Ленца.

Необратимые превращения электрической энергии в тепловую можно объяснить взаимодействием электронов с ионами проводника. Электроны, увеличившие свою кинетическую энергию за счет сил электрического поля, при столкновении с ионами передают им свою энергию. Вследствие этого увеличивается интенсивность колебаний ионов около положения равновесия, а следовательно, возрастает и температура, являющаяся мерой средней энергии хаотичного движения атомов, из которых состоит проводник.

От формулы, определяющей количество теплоты, выделяющейся во всем проводнике, можно перейти к выражению, характеризующему выделение тепла в различных местах проводника. Введем удельную тепловую мощность тока $Q_{уд}$ – количество тепла, выделяющегося в единице объема в единицу времени. Можно показать, что

$$Q_{уд} = \rho j^2 = \frac{1}{\sigma} j^2. \quad (3.15)$$

Используя закон Ома в дифференциальной форме $j = \sigma E$, имеем

$$Q_{уд} = \sigma E^2. \quad (3.16)$$

Это выражение представляет собой дифференциальную форму закона Джоуля-Ленца, пригодную для любого проводника при условии, что действующие в нем сторонние силы имеют нехимическое происхождение.

3.9. Классическая теория электропроводности металлов

На рубеже XIX-XX веков с помощью ряда опытов было доказано, что носителями токов в металлах являются свободные электроны. Существование свободных электронов в металлах объясняется следующим образом: при образовании кристаллической решетки металла валентные электроны, сравнительно слабо связанные с атомными ядрами, отрываются от атомов металла. Ток в металлах может быть вызван крайне малой разностью потенциалов, что дает основание считать, что электроны перемещаются по металлу практически свободно.

В рамках элементарной классической теории электропроводности металлов считается, что в узлах кристаллической решетки располагаются ионы металла, а между ними хаотически движутся свободные электроны, образуя своеобразный электронный газ, обладающий некоторыми свойствами идеального газа. Число электронов в единице объема по порядку величины совпадает с числом атомов в единице объема, т.е. $n \approx 10^{28} - 10^{29} \text{ м}^{-3}$. Электроны двигаются совершенно свободно до столкновения с ионами кристаллической решетки (а не между собой), поэтому средняя длина свободного пробега электронов λ имеет порядок, определяемый периодом кристаллической решетки металла: $\lambda \approx 10^{-10} \text{ м}$. Средняя скорость хаотического движения электронов, рассчитанная по формулам идеального газа, равна $u_{\text{ср}} \approx 10^5 \text{ м/с}$. Тепловое движение электронов, являясь хаотическим, не может привести к возникновению тока.

При включении электрического поля на хаотическое тепловое движение накладывается упорядоченное движение электронов с некоторой скоростью $\vec{v}_{\text{ср}}$. Именно это движение приводит к переносу заряда, т.е. к возникновению электрического тока, для расчета плотности \vec{j} которого может быть выведено соотношение

$$\vec{j} = ne\vec{v}_{\text{ср}}. \quad (3.17)$$

Из этого соотношения следует, что даже при очень больших плотностях тока средняя скорость упорядоченного движения электронов не превышает 10^3 м/с , что в 10^8 раз меньше их средней скорости хаотического движения.

В классической теории электропроводности металлов предполагается, что внешнее электрическое поле напряженностью \vec{E} воздействует на электрон с силой $\vec{F} = -e\vec{E}$, в результате чего он приобретает ускорение $a = eE/m$. Считается, что во время свободного пробега электрон, двигаясь равноускоренно, увеличивает свою скорость от нуля до $v_{\max} = 2v_{\text{ср}}$, причем $v_{\max} = a\tau = eE\tau/m$. Здесь τ – среднее время между двумя последовательными соударениями электрона с ионом, которое находится как $\tau = \lambda/v_{\text{ср}}$. В целом для определения средней скорости упорядоченного движения электрона имеем соотношение

$$v_{\text{ср}} = \frac{eE\lambda}{2miv_{\text{ср}}}. \quad (3.18)$$

Подставив $v_{\text{ср}}$ в соотношение (3.17), получим формулу для плотности тока:

$$j = nev_{\text{ср}} = \frac{ne^2\lambda}{2miv_{\text{ср}}} E.$$

Сравнивая ее законом Ома в дифференциальной форме $j = \sigma E$ (формула (3.6), для удельной электрической проводимости материала имеем

$$\sigma = \frac{ne^2\lambda}{2miv_{\text{ср}}}. \quad (3.19)$$

Следовательно, σ тем больше, чем больше концентрация свободных электронов и их средняя длина свободного пробега. Если бы электроны не сталкивались с ионами решетки, длина свободного пробега λ , а следовательно, и проводимость были бы бесконечно велики. Таким образом, электрическое сопротивление металлов обусловлено соударениями свободных электронов с ионами кристаллической решетки.

Итак, подобный расчет позволяет не только вывести закон Ома в дифференциальной форме, но и сделать определенные выводы о природе удельной электрической проводимости (удельного сопротивления) металла.

В рамках элементарной классической теории электропроводности металлов может быть также получен закон Джоуля-Ленца. При выводе закона Джоуля-Ленца предполагается, что приобретенная в результате ускоренного движения электрона кинетическая энергия $mv_{\max}^2/2$ при столкновении

полностью передается решетке. Эта энергия идет на увеличение внутренней энергии металла, т.е. на его нагревание. Расчет количества тепла, выделяющегося в единице объема в единицу времени приводит к закону Джоуля-Ленца в форме (3.16), причем для проводимости σ остается справедливым полученное ранее соотношение (3.19).

3.10. Правила Кирхгофа для разветвленных цепей

Расчет разветвленных цепей значительно упрощается, если пользоваться не непосредственно обобщенным законом Ома для различных участков цепи, а выведенными на его основе правилами, сформулированными Кирхгофом. Этих правил два. Первое из них относится к узлам цепи. Узлом называется точка, в которой сходится не менее трех проводников с током. При этом ток, входящий в узел, считается положительным, а выходящий из узла – отрицательным.

Первое правило Кирхгофа: алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю:

$$\sum I_k = 0.$$

Это правило вытекает из закона сохранения электрического заряда. В случае установившегося постоянного тока ни на каком участке проводника не должны накапливаться электрические заряды. В противном случае токи не могли бы оставаться постоянными.

Это уравнение может быть записано для каждого из N узлов цепи. Однако независимыми из них будут только $N-1$ уравнений.

Второе правило Кирхгофа: в любом замкнутом контуре, произвольно выбранном в разветвленной электрической цепи, алгебраическая сумма произведений сил токов I_i на сопротивления R_i соответствующих участков этого контура равна алгебраической сумме ЭДС \mathcal{E}_k , встречающихся в этом контуре:

$$\sum I_i R_i = \sum \mathcal{E}_k.$$

Такое уравнение может быть составлено для любого замкнутого контура, который может быть мысленно выделенного в данной разветвленной цепи. Однако независимыми будут только уравнения для тех контуров, которые нельзя получить наложением других контуров друг на друга.

Число независимых уравнений, составленных в соответствии с первым и вторым правилами Кирхгофа, оказывается равным числу различных токов, текущих в разветвленной цепи. Поэтому, если заданы ЭДС и сопротивления для всех неразветвленных участков, то могут быть вычислены все токи. При расчете токов удобно пользоваться следующим алгоритмом:

- 1) выбрать произвольное направление токов на всех участках цепи; действительное направление токов определяется при решении задачи: если искомый ток получился положительным, то направление тока выбрано правильно, если же ток получился отрицательным – его истинное направление противоположно выбранному;
- 2) записать первое правило Кирхгофа для $N-1$ узла из всех N узлов цепи;
- 3) выделить замкнутые контуры так, чтобы каждый новый контур содержал хотя бы один участок цепи, не входящий в ранее рассмотренные контуры, и выбрать для каждого контура направление обхода;
- 4) составить уравнение для каждого контура, учитывая, что произведение IR положительно, если ток на данном участке совпадает с направлением обхода, и наоборот, ЭДС, действующие по выбранному направлению обхода, считаются положительными, против – отрицательными. Общее число уравнений должно быть равно числу искомых величин;
- 5) решить полученную систему уравнений.

3.11. Примеры решения задач

Задача 3-1. Цепь состоит из аккумулятора с внутренним сопротивлением $r = 5$ Ом и нагрузки $R = 15$ Ом. При подключении к нагрузке некоторого резистора R_0 параллельно, а затем последовательно, ток через этот резистор не меняется. Определить сопротивление резистора.

Решение. Рассматривая цепь в случаях параллельного и последовательного подключения резистора R_0 изображена на рисунках 3.3а и 3.3б, соответственно

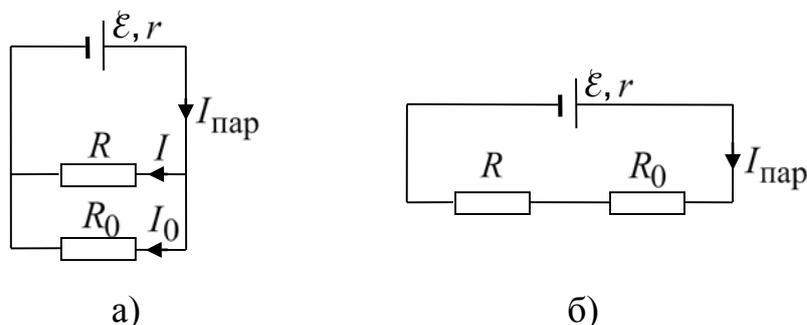


Рис. 3.5

При параллельном и последовательном подключениях резисторов их общие сопротивления рассчитываются по формулам

$$R_{\text{пар}} = \frac{RR_0}{R + R_0}, \quad R_{\text{посл}} = R + R_0.$$

Токи, создаваемые источником ε , для случаев а) и б), соответственно, находятся

$$I_{\text{пар}} = \frac{\varepsilon}{R_{\text{пар}} + r}, \quad I_{\text{посл}} = \frac{\varepsilon}{R_{\text{посл}} + r}.$$

По условию задачи токи, текущие через резистор R_0 равны между собой. Отметим, что в отличие от случая б), где во всех участках цепи, в том числе и через рассматриваемый резистор протекает одинаковый ток $I_{\text{посл}}$, в случае а) через резистор протекает только часть I_0 от тока $I_{\text{пар}}$, которая может быть рассчитана из соотношений

$$\begin{cases} I_{\text{пар}} = I + I_0; \\ IR = I_0 R_0. \end{cases}$$

Для нахождения тока получаем формулу

$$I_0 = \frac{I_{\text{пар}} R}{R_0 + R} = \frac{\varepsilon R}{RR_0 + r(R + R_0)},$$

которая позволяет записать соотношение $I_0 = I_{\text{посл}}$ в виде

$$\frac{\varepsilon R}{RR_0 + r(R + R_0)} = \frac{\varepsilon}{R + R_0 + r}.$$

В результате простых алгебраических преобразований для расчета R_0 имеем

$$R_0 = \frac{R^2}{r} = 45 \text{ Ом.}$$

Задача 3-2. Найти мощность, выделяемую во внешней цепи, состоящей из двух одинаковых резисторов, если известно, что в резисторах выделяется одна и та же мощность, как при последовательном, так и при их параллельном

соединении. Источником служит элемент с ЭДС $\mathcal{E} = 12$ В и внутренним сопротивлением $r = 2$ Ом.

Решение. Мощность, выделяемая на внешнем сопротивлении R пропорциональна данному сопротивлению и квадрату протекающего через него тока. Поскольку в обоих рассматриваемых случаях (рис. 3.6) выделяемая на резисторах R мощность одинакова, справедливо соотношение

$$I_1^2 R_1 = I_2^2 R_2,$$

где $R_1 = 2R$ – общее сопротивление последовательно соединенных резисторов, $R_2 = R/2$ – общее сопротивление параллельно соединенных резисторов.

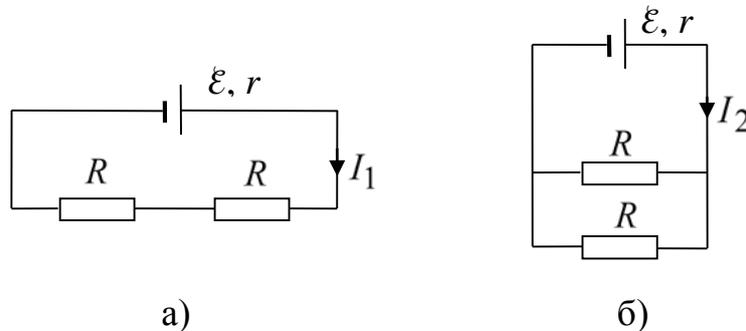


Рис. 3.6

Токи, текущие в схемах, в обоих случаях также различны. Применяя закон Ома к обеим замкнутым цепям, имеем

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{r + 2R}, \quad I_2 = \frac{\mathcal{E}}{r + R/2}.$$

Равенство выделяемых во внешней цепи мощностей приводит к соотношению

$$\frac{\mathcal{E}^2 \cdot 2R}{(r + 2R)^2} = \frac{\mathcal{E}^2 R}{2(r + R/2)^2},$$

из которого следует, что сопротивление резистора должно иметь определенную величину, а именно:

$$R = r.$$

Теперь, когда известна величина R , может быть рассчитана выделяемая мощность:

$$\mathcal{E}^2 \qquad \mathcal{E}^2$$

$$P = \frac{\varepsilon^2 \cdot 2r}{(r + 2r)^2} = \frac{2 \varepsilon^2}{9 r} = 16 \text{ Вт.}$$

Задача 3-3. Два источника тока с ЭДС $\varepsilon_1 = 4 \text{ В}$ и $\varepsilon_2 = 6 \text{ В}$ и внутренними сопротивлениями $r_1 = 0,1 \text{ Ом}$ и $r_2 = 0,4 \text{ Ом}$ соединены последовательно. При каком внешнем сопротивлении цепи разность потенциалов между зажимами одного из источников будет равна нулю?

Решение. Выделим точки 1, 2 и 3 в рассматриваемой схеме (рис. 3.7).

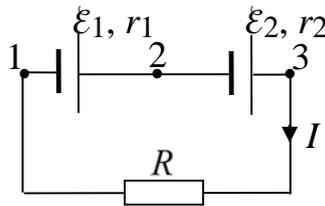


Рис. 3.7

В соответствии с законом Ома для замкнутой цепи ток, протекающий в цепи, равен

$$I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{r_1 + r_2 + R}.$$

По условию задачи либо $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$, либо $\varphi_2 - \varphi_3 = 0$. Рассмотрим оба этих случая.

а) $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$. Записав закон Ома для участка цепи 1-2, имеем

$$I r_1 = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_1.$$

Используя выражение для тока, получим соотношение

$$(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) r_1 = \varepsilon_1 (r_1 + r_2 + R),$$

из которого рассчитывается внешнее сопротивление:

$$R = \frac{\varepsilon_1 r_1 + \varepsilon_2 r_2}{\varepsilon_1}.$$

Если подставить данные нашей задачи, сопротивление R получается отрицательным. Значит, разность потенциалов на зажимах первого элемента не может быть равной нулю ни при каких значениях внешнего сопротивления.

б) $\varphi_2 - \varphi_3 = 0$. В этом случае закон Ома для участка цепи 2-3 имеет вид

$$Ir_2 = \varphi_2 - \varphi_3 + \mathcal{E}_2.$$

Используя выражение для тока, получим соотношение

$$(\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2) r_2 = \mathcal{E}_2 (r_1 + r_2 + R),$$

из которого рассчитывается внешнее сопротивление:

$$R = \frac{\mathcal{E}_1 r_2 + \mathcal{E}_2 r_1}{\mathcal{E}_2}.$$

Подставляя данные задачи, получаем

$$R = 0,033 \text{ Ом.}$$

Задача 3-4. Восемь одинаковых источников ЭДС соединены между собой последовательно, образуя замкнутую цепь. Найти разность потенциалов на зажимах каждого источника.

Решение. Поскольку все источники соединены последовательно, разветвлений в цепи нет (рис. 3.8).

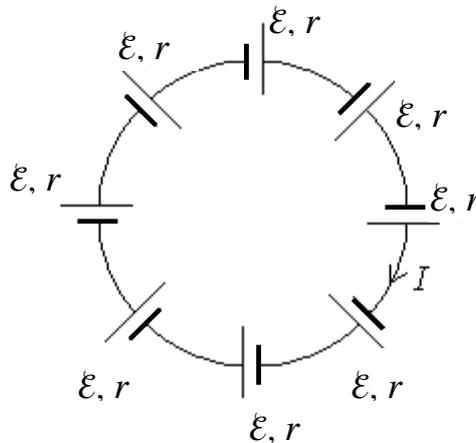


Рис. 3.8

В соответствии с первым правилом Кирхгофа через все источники протекает один и тот же ток. Для его расчета воспользуемся вторым правилом Кирхгофа, применяя его к рассматриваемой цепи:

$$8Ir = 8\mathcal{E}.$$

Из этого соотношения следует, что ток, протекающий по цепи, равен

$$I = \mathcal{E}$$

Все источники находятся в одинаковых условиях, поэтому разность потенциалов на зажимах всех источников должна быть одинаковой. Для ее расчета воспользуемся законом Ома для участка цепи, содержащей любую ЭДС:

$$Ir = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}.$$

Отсюда следует, что искомая разность потенциалов

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Ir - \mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}r}{r} - \mathcal{E} = 0.$$

Этот результат можно получить также, воспользовавшись соображениями симметрии: все точки, в которых соединяются источники, абсолютно эквивалентны между собой. Их потенциалы должны быть одинаковы, а разность одинаковых потенциалов равна нулю.

Задача 3-5. Элементы цепи, изображенной на рис. 3.9, имеют следующие значения $\mathcal{E}_1 = 4$ В, $\mathcal{E}_2 = 5$ В, $\mathcal{E}_3 = 8$ В, $r_1 = r_2 = r = 0,2$ Ом, $r_3 = 0,1$ Ом, $R = 1,8$ Ом. Найти токи во всех участках цепи, разность потенциалов между точками A и B и количество тепла, выделяющегося на внешнем сопротивлении R и внутри источников за одну минуту.

Решение. Через три источника рассматриваемой цепи \mathcal{E}_1 , \mathcal{E}_2 , \mathcal{E}_3 протекают различные токи, которые обозначим как I_1 , I_2 , I_3 соответственно. Направления токов предугадать нельзя, поскольку третий источник включен навстречу первым двум.

Будем считать, что токи текут по часовой стрелке (рис. 3.9).

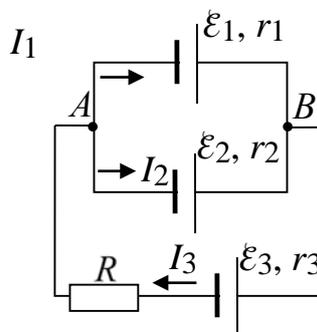


Рис. 3.9

Если при решении задачи для какого-либо тока получится отрицательный ответ, значит, ток на данном участке течет в противоположную сторону.

Расчет токов в цепи проводится с помощью правил Кирхгофа. В рассматриваемой разветвленной цепи имеются два узла (A и B), и можно мысленно выделить три замкнутых контура. Первое правило Кирхгофа записывается для $N - 1$ (в нашем случае для одного) узла цепи:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0.$$

Второе правило Кирхгофа должно быть записано для любых двух мысленно выделенных замкнутых контуров, например:

$$I_1 r_1 + I_3 (r_3 + R) = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_3;$$

$$I_2 r_2 + I_3 (r_3 + R) = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3.$$

Уравнение, которое может быть записано для третьего контура, не несет никакой дополнительной информации, поскольку сам контур не содержит участков, не описанных двумя предыдущими уравнениями.

Рассматривая три написанных выше уравнения для токов как систему трех уравнений с тремя неизвестными, для расчета токов получим следующие соотношения

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}_1(r + r_3 + R) - \mathcal{E}_2(r_3 + R) - \mathcal{E}_3 r}{r(2R + r + 2r_3)} = -2,375 \text{ A};$$

$$I_2 = \frac{\mathcal{E}_2(r + r_3 + R) - \mathcal{E}_1(r_3 + R) - \mathcal{E}_3 r}{r(2R + r + 2r_3)} = 2,625 \text{ A};$$

$$I_3 = \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3}{r + 2r_3 + 2R} = 0,25 \text{ A}.$$

Ток I_1 получился отрицательным, что означает, что на самом деле ток I_1 течет в противоположную сторону (т.е. справа налево).

Для расчета разности потенциалов между точками A и B можно воспользоваться законом Ома, записанным для любого из участков, соединяющих точки A и B , например:

$$I_2 r_2 = \varphi_A - \varphi_B + \mathcal{E}_2.$$

Отсюда для искомой разности потенциалов имеем

$$\varphi_A - \varphi_B = \mathcal{E}_2 - I_2 r_2 = 4,475 \text{ В.}$$

Количество тепла, выделившегося на сопротивлении R за время t , равное одной минуте, находится по формуле

$$Q = I_3^2 R t = (0,25)^2 \cdot 1,8 \cdot 60 = 6,75 \text{ Дж.}$$

Для расчета количества тепла, выделившегося в источниках, используем соотношения

$$Q_1 = I_1^2 r_1 t = 67,69 \text{ Дж;}$$

$$Q_2 = I_2^2 r_2 t = 82,69 \text{ Дж;}$$

$$Q_3 = I_3^2 r_3 t = 0,375 \text{ Дж.}$$

Неправильное включение источника \mathcal{E}_3 (навстречу первым двум, а не согласно им) приводит к тому, что основное тепло выделяется внутри источников \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 , а не на внешнем сопротивлении R .

Контрольные вопросы и задачи для самостоятельного решения

- 3.1. Что такое электрический ток? Каковы условия существования тока?
- 3.2. Что характеризуют и как находятся сила и плотность тока?
- 3.3. Какой вид имеет закон Ома для однородного проводника в интегральной и дифференциальной формах?
- 3.4. Что характеризует сопротивление проводника и от чего оно зависит?
- 3.5. Как меняется удельное сопротивление проводника с температурой?
- 3.6. Почему для поддержания тока необходимо наличие поля сторонних сил?
- 3.7. Как определяются ЭДС и напряженность поля сторонних сил и как они связаны между собой?
- 3.8. Какой вид имеет закон Ома для неоднородного участка цепи в интегральной и дифференциальной формах?
- 3.9. Как находятся работа и мощность тока?
- 3.10. Какой вид имеет закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме?

3.11. Как описывается протекание тока в рамках классической теории электропроводности металлов?

3.13. Какой вид имеет первое правило Кирхгофа и каков его физический смысл?

3.14. Как записывается второе правило Кирхгофа?

3.15. Какова последовательность действий при расчете цепей постоянного тока?

3.16. По проводу течет ток силой $I = 10$ А. Найти массу электронов, проходящих через поперечное сечение этого провода за время $t = 1$ час.

3.17. Ток в проводнике меняется со временем по закону $I = 5 + t$, где ток измеряется в амперах, а время – в секундах. Какое количество электричества q проходит через поперечное сечение проводника за время от $t_1 = 1$ с до $t_2 = 10$ с? При каком постоянном токе I_0 за то же время через поперечное сечение проводника проходит такое же количество электричества?

3.18. Обмотка катушки из медной проволоки при $t_1 = 14^\circ\text{C}$ имеет сопротивление $R_1 = 10$ Ом. После пропускания тока сопротивление обмотки стало равным $R_2 = 12,2$ Ом. До какой температуры t_2 нагрелась обмотка? Температурный коэффициент сопротивления меди $\alpha = 4,15 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$.

3.19. Определить площадь поперечного сечения S и длину алюминиевой проволоки, если ее сопротивление $R = 0,2$ Ом, а масса $m = 54$ г. Плотность алюминия $\rho = 2,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, а его удельная электрическая проводимость $\sigma = 3,6 \cdot 10^7 (\text{Ом} \cdot \text{м})^{-1}$.

3.20. Электрическая цепь состоит из трех последовательно соединенных кусков провода, сделанных из одного материала и имеющих одинаковую длину, но разные сечения $S_1 = 10^{-6} \text{ м}^2$, $S_2 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$, $S_3 = 3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$. Разность потенциалов на концах цепи равна $U = 11$ В. Определить падение напряжения на каждом проводнике.

3.21. К батарее с ЭДС $\mathcal{E} = 3$ В подключили резистор сопротивлением $R = 20$ Ом, при этом напряжение на резисторе оказалось равным $U = 2$ В. Определить ток короткого замыкания.

3.22. Элемент с ЭДС $\mathcal{E} = 2$ В имеет внутреннее сопротивление $r = 0,5$ Ом. Найти напряжение на зажимах элемента при токе в цепи $I = 0,25$ А. Каково внешнее сопротивление цепи при этих условиях?

3.23. Элемент с ЭДС $\mathcal{E} = 1,6$ В имеет внутреннее сопротивление $r = 0,5$ Ом. Найти КПД элемента при токе в цепи $I = 2,4$ А.

3.24. Определить отношение разности потенциалов на зажимах элемента к его ЭДС, если внутреннее сопротивление элемента r в n раз меньше

внешнего сопротивления R . Рассчитать это отношение для а) $n = 0,1$; б) $n = 1$; в) $n = 10$.

3.25. Источник с ЭДС $\mathcal{E} = 2$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,4$ Ом соединен последовательно с внешним сопротивлением и амперметром. Определить КПД элемента, если амперметр показывает ток $I = 1$ А.

3.26. Определить заряд Q конденсатора емкостью $C = 1$ мкФ (рис. 3.10), если $\mathcal{E} = 10$ В, $R_1 = 100$ Ом, $R_2 = 40$ Ом, $R_3 = 60$ Ом, $r = 25$ Ом.

3.27. Определить ЭДС батареи, включенной в цепь (рис. 3.11), если известно, что напряженность электрического поля в плоском конденсаторе $E = 2,5 \cdot 10^3$ В/м. Внутреннее сопротивление батареи $r = 0,5$ Ом, сопротивление $R = 4,5$ Ом, расстояние между пластинами плоского конденсатора $d = 0,2$ см.

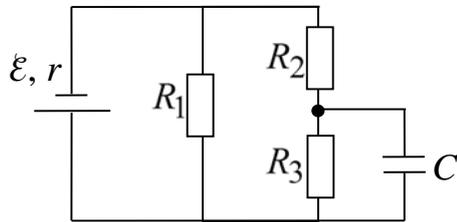


Рис. 3.10

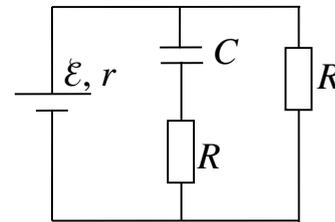


Рис. 3.11

3.28. Определить внутреннее сопротивление батареи, если известно, что когда параллельно конденсатору, присоединенному к зажимам батареи, подключили резистор сопротивлением $R = 15$ Ом, заряд на конденсаторе уменьшился в $n = 1,2$ раза.

3.29. К батарее через переменное сопротивление подключен вольтметр. Если сопротивление уменьшить вдвое, то показания вольтметра возрастут вдвое. Во сколько раз изменится показание вольтметра, если сопротивление уменьшить до нуля?

3.30. В цепь, состоящую из аккумулятора и подключенного к нему резистора сопротивлением $R = 20$ Ом подключили вольтметр сопротивлением $R_V = 500$ Ом сначала последовательно, а затем параллельно резистору. Показания вольтметра в обоих случаях одинаковы. Определить внутреннее сопротивление аккумулятора.

3.31. Источник тока замыкается один раз на сопротивление $R_1 = 4$ Ом, а другой раз – на сопротивление $R_2 = 9$ Ом. В том и другом случае количество тепла, выделяемое на каждом сопротивлении за одно и то же время, одинаково. Определить внутреннее сопротивление источника тока.

3.32. Найти мощность, выделяемую во внешней цепи, состоящей из двух одинаковых резисторов, если известно, что в резисторах выделяется одна и та

же мощность при их последовательном и параллельном соединениях. ЭДС источник $\mathcal{E} = 12$ В, его внутреннее сопротивление $r = 2$ Ом.

3.33. К аккумулятору с ЭДС $\mathcal{E} = 12$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,5$ Ом подсоединен нагревательный прибор, в котором выделяется мощность $P = 20$ Вт в виде тепла. Определить сопротивление нагревательного прибора.

3.34. Определить ток короткого замыкания аккумуляторной батареи, если при токе нагрузки $I_1 = 5$ А она отдает во внешнюю цепь мощность $P_1 = 9,5$ Вт, а при токе нагрузки $I_2 = 8$ А – мощность $P_2 = 14,4$ Вт.

3.35. Аккумулятор с внутренним сопротивлением $r = 0,08$ Ом при токе $I_1 = 4$ А отдает во внешнюю цепь мощность $P_1 = 8$ Вт. Какую мощность он отдаст во внешнюю цепь при токе $I_2 = 6$ А.

3.36. Определить сопротивление R внешней цепи батареи, при котором во внешней цепи потребляется максимальная мощность. Внутреннее сопротивление батареи равно $r = 1$ Ом.

3.37. В конце зарядки аккумулятора через него течет ток $I_1 = 4$ А. При этом напряжении на его клеммах $U_1 = 12,6$ В. При разрядке того же аккумулятора током $I_2 = 6$ А, напряжение составило $U_2 = 11,1$ В. Определить максимальную мощность, которую может развить на внешнем сопротивлении данный аккумулятор.

3.38. К источнику тока подключены два резистора (рис. 3.12). На первом резисторе выделяется мощность $P_1 = 1$ Вт, на втором $P_2 = 2$ Вт. Какая мощность будет выделяться на втором резисторе, если первый резистор замкнуть с помощью ключа K . Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

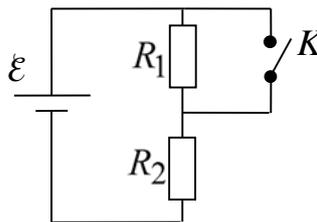


Рис. 3.12

3.39. Зарядка аккумулятора с ЭДС $\mathcal{E} = 5$ В осуществляется от источника питания, напряжение которого $U = 6$ В. Внутреннее сопротивление аккумулятора $r = 0,2$ Ом. Определить полезную мощность, расходуемую на зарядку аккумулятора, и мощность, идущую на выделение в нем тепла.

3.40. Определить ЭДС аккумулятора, подзаряжаемого от сети с напряжением $U = 12$ В, если половина потребляемой аккумулятором мощности расходуется на теплоту.

3.41. Два нагревательных элемента, подключенные в сеть с напряжением U , выделяют мощности P_1 и P_2 , соответственно. Какую мощность будут выделять эти нагреватели, если их включить в ту же сеть а) последовательно; б) параллельно.

3.42. Нагреватель электрического чайника имеет две секции. При включении одной из них вода в чайнике закипит через время $\tau_1 = 2$ мин, при включении другой – через время $\tau_2 = 3$ мин. Через какое время закипит вода в чайнике, если включить обе секции а) последовательно; б) параллельно?

3.43. Вольтметр, соединенный последовательно с резистором $R = 500$ Ом, при включении в сеть с напряжением $U = 220$ В показывает разность потенциалов $U_1 = 100$ В, а соединенный последовательно с неизвестным резистором R_2 показывает $U_2 = 150$ В. Найти сопротивление резистора R_2 и выделяемую на нем мощность.

3.44. Амперметр рассчитан на измерение максимального тока $I_{\max} = 0,1$ А, при этом падение напряжения на амперметре $U = 0,2$ В. Каким сопротивлением необходимо шунтировать прибор, чтобы им можно было измерять ток до $I = 2$ А?

3.45. Если к амперметру, рассчитанному на максимальную силу тока $I_A = 2$ А, присоединить шунт сопротивлением $R_{\text{ш}} = 0,5$ Ом, то цена деления шкалы амперметра возрастает в $n = 10$ раз. Рассчитать добавочное сопротивление, которое нужно присоединить к этому амперметру, чтобы его можно было использовать как вольтметр для измерения напряжений до $U = 220$ В.

3.46. Электрический чайник с объемом воды $V = 0,6$ л, находившийся при температуре $t = 5,4^\circ\text{C}$ включили в сеть напряжением $U = 120$ В и забыли выключить. Через сколько времени после включения вся вода в чайнике выкипит, если сопротивление подводящих проводов $R = 8$ Ом, ток в цепи $I = 5$ А и КПД чайника $\eta = 60$ %. Теплота парообразования воды $r = 2,26 \cdot 10^6$ Дж/кг. Удельная теплоемкость воды $c = 4,2$ кДж/(кг · К), плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м³.

3.47. Электродвигатель питается от батареи с ЭДС $\varepsilon = 12$ В. Какую мощность развивает двигатель при протекании по его обмотке тока $I = 2$ А, если при полном затормаживании якоря ток в цепи $I_0 = 3$ А?

3.48. Чему равен КПД электродвигателя, если при включении его в сеть постоянного тока, ток $I_0 = 15$ А, а в установившемся режиме ток двигателя $I = 9$ А.

3.49. Электромотор с сопротивлением обмоток $R = 2$ Ом подключен к генератору с ЭДС $\mathcal{E} = 240$ В и внутренним сопротивлением $r = 4$ Ом. При работе мотора через его обмотки проходит ток $I = 10$ А. Найти КПД электромотора. Сопротивлением подводящих проводов пренебречь.

3.50. На какое расстояние L можно передавать электрическую энергию от источника с ЭДС \mathcal{E} при помощи проводов, чтобы на нагрузке сопротивлением R выделялась мощность P . Одножильный провод сечением S выполнен из металла с удельным сопротивлением ρ .

3.51. От батареи с ЭДС $\mathcal{E} = 500$ В требуется передать энергию на расстояние $l = 2,5$ км. Потребляемая мощность $P = 10$ кВт. Найти минимальные потери мощности ΔP в сети, если диаметр медных подводящих проводов $d = 1,5$ см.

3.52. Электроэнергия от генератора мощностью P передается потребителю по проводам, общее сопротивление которых R . ЭДС генератора \mathcal{E} . Определить КПД линии передачи, т.е. отношение мощности, выделяемой на полезной нагрузке, к мощности генератора. Внутренним сопротивлением генератора пренебречь.

3.53. Максимальная мощность, которую может получить потребитель, подключенный к сети с помощью двухпроводной линии передачи, составляет $P_1 = 10$ кВт. Напряжение в сети $U = 120$ В. Определить КПД линии передачи, если из сети к потребителю поступает мощность $P_2 = 1$ кВт.

3.54. Потребителю передается мощность $P = 100$ кВт. Сопротивление линии передачи $R = 5$ Ом, напряжение на шинах электростанции $U = 2$ кВ. На сколько изменится КПД электропередачи, если напряжение на шинах увеличить в $n = 3$ раза, а передаваемую мощность оставить неизменной?

3.55. Потребитель мощностью $P = 1000$ кВт подключен через линию электропередачи сопротивлением $R = 0,1$ Ом к шинам подстанции. Какое напряжение должно быть на шинах подстанции, чтобы потери мощности в линии электропередачи не превышали 5 % от потребляемой мощности?

3.56. Каково сопротивление линии электропередачи, если электростанция мощностью $P = 5$ МВт при напряжении $U = 60$ кВ передает потребителю $\eta = 95$ % энергии?

3.57. До какого значения необходимо повысить напряжение в линии электропередачи сопротивлением $R = 36$ Ом, чтобы от электростанции мощностью $P = 5$ МВт было передано $\eta = 95$ % энергии?

3.58. От генератора с ЭДС $\mathcal{E} = 220$ В требуется передать энергию на расстояние $l = 200$ м. Потребляемая мощность $P = 1$ кВт. Найти минимальное сечение S медных проводов, если потери мощности в сети не должны превышать $\eta = 1\%$.

3.59. Во сколько раз следует повысить напряжение источника, чтобы потери мощности в подводящих проводах снизить в 100 раз при условии постоянства отдаваемой генератором мощности?

3.60. Линия имеет сопротивление $R = 80$ Ом. Какое напряжение должен иметь генератор, чтобы потери в линии при передаче мощности $P = 15$ кВт, не превышали $\eta = 3\%$ передаваемой мощности?

3.61. Определить ток, текущий в цепи (рис. 3.13) и разность потенциалов на зажимах элементов, если $\mathcal{E}_1 = 2$ В, $r_1 = 0,1$ Ом, $\mathcal{E}_2 = 6$ В, $r_2 = 0,4$ Ом, $R = 3,5$ Ом.

3.62. Два аккумулятора с ЭДС $\mathcal{E}_1 = 57$ В и $\mathcal{E}_2 = 32$ В соединены как показано на рис. 3.14. Определить показания вольтметра с бесконечно большим сопротивлением, если отношения внутренних сопротивлений аккумуляторов $r_2 / r_1 = 1,5$.

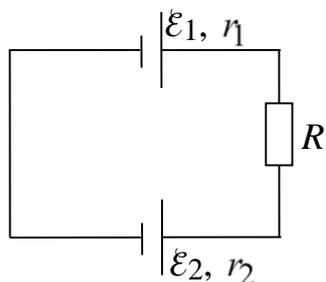


Рис. 3.13

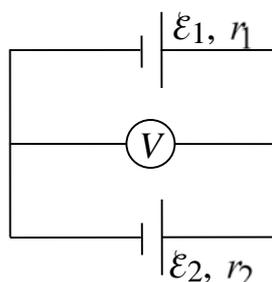


Рис. 3.14

3.63. В цепи, изображенной на рис. 3.15 все вольтметры одинаковые. ЭДС батареи $\mathcal{E} = 9$ В ее внутреннее сопротивление мало. Вольтметр V_1 показывает $U_1 = 4$ В. Что показывают остальные вольтметры?

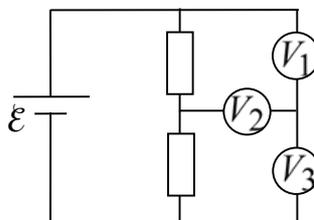


Рис. 3.15

3.64. Элементы имеют ЭДС $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1,5$ В и внутренние сопротивления $r_1 = r_2 = 0,5$ Ом, сопротивления $R_1 = R_2 = 2$ Ом и $R_3 = 1$ Ом, сопротивление амперметра $R_A = 3$ Ом (рис. 3.16). Найти показание амперметра.

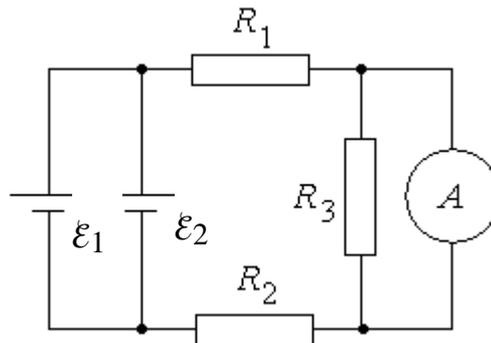


Рис. 3.16

3.65. Элемент имеет ЭДС $\varepsilon = 200$ В, сопротивления $R_1 = 2$ кОм и $R_2 = 3$ кОм, сопротивления вольтметров $R_{V_1} = 3$ кОм и $R_{V_2} = 2$ кОм (рис. 3.17). Найти показания вольтметров V_1 и V_2 , если ключ K : а) разомкнут, б) замкнут.

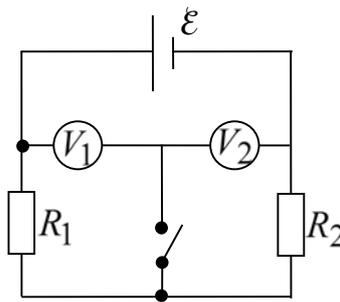


Рис. 3.17

3.66. Найти токи в отдельных ветвях мостика Уитстона (рис. 3.18) при условии, что ток, текущий через гальванометр, равен нулю. ЭДС элемента $\varepsilon = 2$ В, сопротивления $R_1 = 30$ Ом, $R_2 = 45$ Ом и $R_3 = 200$ Ом.

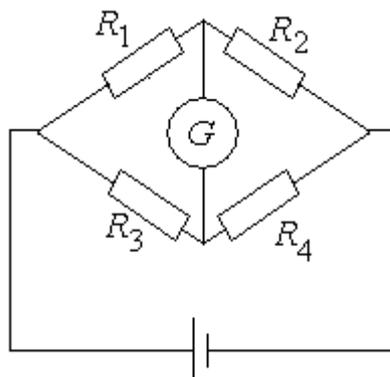


Рис. 3.18

3.67. Два элемента замкнуты на внешнее сопротивление R (рис. 3.19). Рассчитать токи в цепи и разность потенциалов на зажимах элементов, если $\mathcal{E}_1 = 2$ В, $r_1 = 1$ Ом, $\mathcal{E}_2 = 4$ В, $r_2 = 2$ Ом, $R = 6$ Ом.

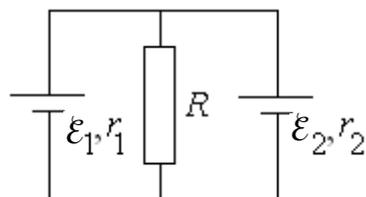


Рис. 3.19

3.68. В схеме, изображенной на рис. 3.20 ЭДС элементов $\mathcal{E}_1 = 2$ В, $\mathcal{E}_2 = 3$ В, их внутренние сопротивления $r_1 = 1$ Ом, $r_2 = 0,8$ Ом, $R_1 = 0,5$ Ом, $R_2 = 1,2$ Ом. Найти токи в цепи и разность потенциалов на зажимах элементов.

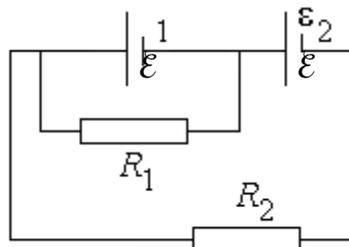


Рис. 3.20

3.69. ЭДС элементов $\mathcal{E}_1 = 2,1$ В, $\mathcal{E}_2 = 1,9$ В, сопротивления $r_1 = r_2 = 10$ Ом, $R_1 = 15$ Ом, $R_2 = 10$ Ом, $R_3 = 45$ Ом (рис. 3.21). Найти токи во всех участках цепи и разность потенциалов на зажимах элементов.

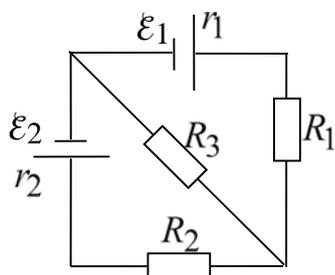


Рис. 3.21

3.70. Батареи имеют ЭДС $\mathcal{E}_1 = 2$ В, $\mathcal{E}_2 = 4$ В, $r_1 = r_2 = 1$ Ом, $R_1 = R_2 = 2$ Ом, $R_3 = 5$ Ом, $R_A = 1$ Ом (рис. 3.22). Найти показание амперметра и разность потенциалов между узлами цепи.

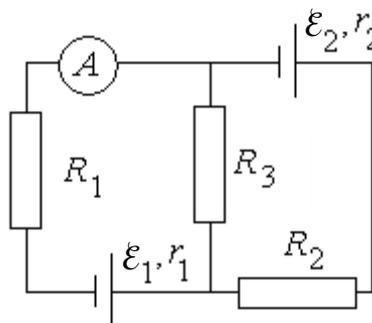


Рис. 3.22

3.71. Батареи имеют ЭДС $\mathcal{E}_1 = 2$ В, $\mathcal{E}_2 = 1$ В, сопротивления $R_1 = 1$ кОм, $R_2 = 0,5$ кОм, $R_3 = 0,2$ кОм, сопротивление амперметра $R_A = 0,2$ кОм (рис. 3.23). Найти показание амперметра и разность потенциалов между узлами.

3.72. В схеме, изображенной на рис. 3.24, $\mathcal{E}_1 = 100$ В, $\mathcal{E}_2 = 150$ В, $r_1 = r_2 = 10$ Ом, $R_1 = 20$ Ом, $R_2 = 20$ Ом и $R_3 = 40$ Ом, $R_4 = 40$ Ом, $R_A = 5$ Ом. Найти токи в цепи.

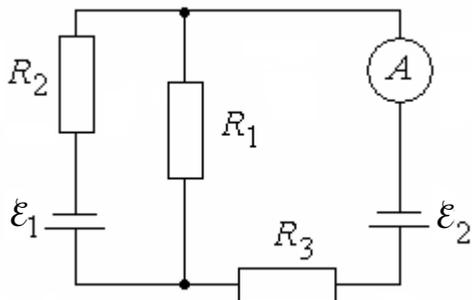


Рис. 3.23

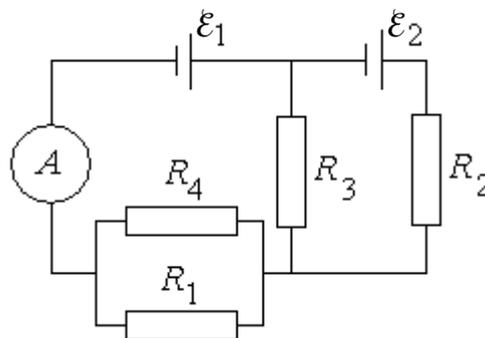


Рис. 3.24

3.73. Батареи имеют ЭДС $\varepsilon_1=2$ В, $\varepsilon_2=4$ В, $\varepsilon_3=6$ В, их внутренние сопротивления $r_1=r_2=r_3=1$ Ом (рис. 3.25). Сопротивления $R_1=4$ Ом, $R_2=6$ Ом и $R_3=8$ Ом. Найти токи во всех участках цепи, разность потенциалов на зажимах каждого элемента и между узлами цепи.

3.74. В схеме, изображенной на рис. 3.26, $\varepsilon_1=2$ В, $\varepsilon_2=3$ В, $\varepsilon_3=4$ В, $r_1=r_2=r_3=0,5$ Ом, $R_1=R_2=R_3=R_4=1$ Ом. Найти токи во всех участках цепи и разность потенциалов на зажимах каждого элемента.

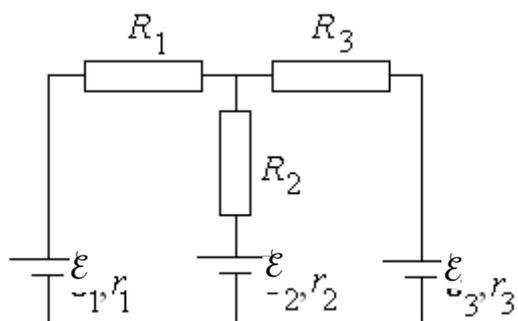


Рис. 3.25

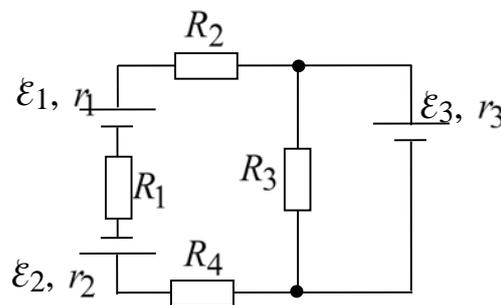


Рис. 3.26

3.75. В схеме, изображенной на рис. 3.27, использованы источники, имеющие ЭДС $\varepsilon_1=2,5$ В, $\varepsilon_2=2,2$ В, $\varepsilon_3=3$ В и внутреннее сопротивление сопротивления $r_1=r_2=r_3=0,2$ Ом. Внешнее сопротивление $R=4,7$ Ом. Определить токи в цепи и разность потенциалов между узлами.

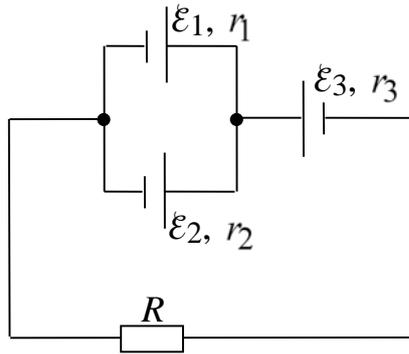


Рис. 3.27

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

4. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

4.1. Магнитное поле. Вектор индукции магнитного поля

В природе имеются вещества, обладающими магнитными свойствами – постоянные магниты – вблизи которых магнитная стрелка ориентируется определенным образом. Это означает, что вокруг них существует особое силовое поле, названное магнитным.

Опыты показали, что такое же магнитное поле создается рядом с проводниками, по которым протекает электрический ток. Это поле также оказывает ориентирующее действие на магнитную стрелку. Впервые это обнаружил Х. Эрстед в 1820 году. Более того, оказалось, что магнитное поле воздействует и на проводники с током, помещенные в это поле. Таким образом, электрические токи посредством магнитного поля взаимодействуют между собой.

В настоящее время твердо установлено, что источниками магнитного поля являются электрические токи, т.е. движущиеся заряды. Это относится и к полю постоянных магнитов, которое, как было доказано, создается микроскопическими замкнутыми молекулярными токами, упорядоченно ориентированными в пространстве. Неподвижные электрические заряды не создают магнитного поля и постоянное магнитное поле не действует на неподвижные заряды.

Поскольку воздействие магнитного поля имеет направленный характер, для его описания вводят векторную величину. По историческим причинам основную силовую характеристику магнитного поля называли вектором магнитной индукции или вектором индукции магнитного поля \vec{B} . Так как

магнитная стрелка ориентируется в магнитном поле определенным образом, условившись считать, что вектор индукции магнитного поля по направлению совпадает с равновесным расположением оси магнитной стрелки, соединяющей южный полюс с северным (рис. 4.1).

Подобно тому, как при исследовании свойств электростатического поля рассматривалась сила его воздействия на точечный заряд, для изучения величины магнитного поля в каждой конкретной точке, кроме магнитной стрелки, может использоваться ток, циркулирующий в плоском замкнутом контуре малых размеров. Помещаемый в рассматриваемую точку контур с током разворачивается так, что его положительная нормаль (связанная с направлением тока правилом правого винта) устанавливается подобно магнитной стрелке, т.е. по полю (рис. 4.1).

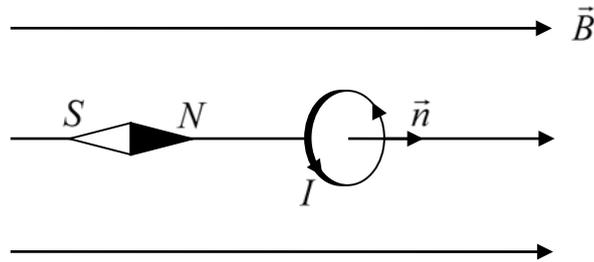


Рис. 4.1

Аналогичным образом разворачивается электрический диполь в электростатическом поле, устанавливаясь вдоль силовых линий этого поля. Поэтому маленький полосовой магнит (магнитную стрелку), также, как и круговой ток малых размеров, называют магнитным диполем. Плоский контур с током характеризуется дипольным магнитным моментом контура

$$\vec{p} = IS\vec{n}, \quad (4.1)$$

величина которого пропорциональна току I , текущему по контуру площадью S , а его направление совпадает с направлением положительной нормали \vec{n} к контуру.

Ориентирующее действие магнитного поля приводит к появлению вращающего момента сил \vec{N} , заставляющего контур (магнитный диполь) разворачиваться в магнитном поле до некоторого равновесного положения. Вращающий момент, определяемый соотношением

$$\vec{N} = [\vec{p}_m, \vec{B}], \quad (4.2)$$

зависит как от свойств поля в данной точке, так и от свойств контура. Он является также функцией угла α между нормалью \vec{n} (вектором \vec{p}_m) и вектором индукции магнитного поля \vec{B} , достигая наибольшего значения \vec{N}_{\max} при $\alpha = \pi/2$. Тем не менее, физическая величина

$$B = N_{\max} / p_m ,$$

пропорциональная указанному отношению, определяется только свойствами магнитного поля и поэтому может служить его количественной характеристикой, называемой индукцией магнитного поля.

Индукция магнитного поля \vec{B} является векторной величиной: ее модуль пропорционален максимальному вращающему моменту, действующему на магнитный диполь, помещенный в данную точку, а его направление совпадает с равновесным расположением оси диполя. Вектор \vec{B} характеризует силовое действие магнитного поля на ток и является аналогом напряженности электрического поля \vec{E} .

Для магнитных полей, также, как для электрических, соблюдается принцип суперпозиции:

$$\vec{B} = \sum_i \vec{B}_i , \quad (4.3)$$

т.е. магнитное поле, порождаемое несколькими источниками, равно векторной сумме полей, создаваемых каждым источником в отдельности.

Магнитное поле, аналогично электрическому, изображают с помощью линий магнитной индукции – линий, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора \vec{B} . Вблизи проводника линии магнитной индукции \vec{B} лежат в плоскостях, перпендикулярных проводнику. Направление линий магнитной индукции определяется по правилу буравчика: *если ввинчивать буравчик по направлению вектора плотности тока в проводнике, то направление движения рукоятки буравчика укажет направление магнитных силовых линий* (рис. 4.2).

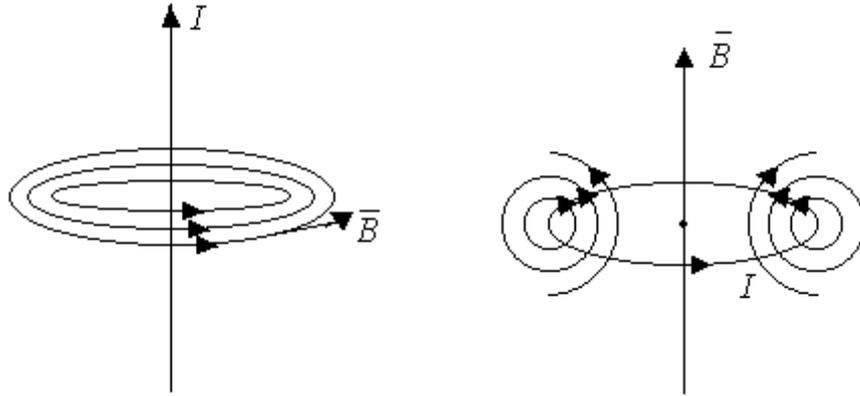


Рис. 4.2

Линии магнитной индукции не могут обрываться ни в каких точках поля: они либо замкнуты, либо идут в бесконечность или из бесконечности. Вспомним, что линии электрического поля, наоборот, разомкнуты: они начинаются на положительных зарядах и кончаются на отрицательных.

Магнитное поле соленоида, как видно из рис. 4.3, подобно полю полосового магнита.

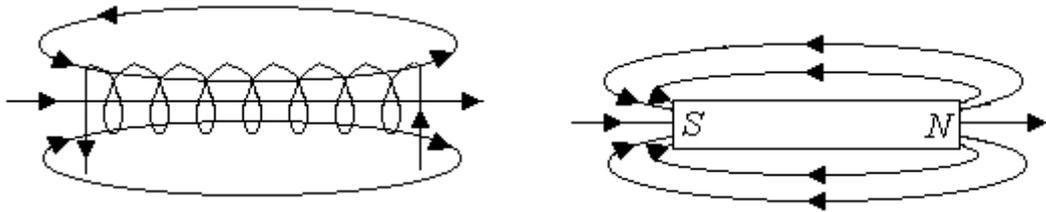


Рис. 4.3

Северный полюс магнита соответствует тому концу соленоида, из которого ток в витках изображен идущим против часовой стрелки. Опыты показали, что, разрезав магнит, нельзя получить магнит только с одним полюсом. Каждая часть имеет и южный и северный полюсы. В отличие от электрических зарядов, магнитных зарядов (монополей) не существует. Линии магнитной индукции не обрываются на полюсах, а продолжают внутри магнита.

Единицей измерения индукции магнитного поля является тесла: 1

$$\text{Тл} = 1 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{А} \cdot \text{м}^2}.$$

4.2. Закон Био-Савара-Лапласа. Напряженность магнитного поля

Французские ученые Жан Батист Био и Феликс Савар исследовали магнитные поля, создаваемые в воздухе токами, протекающими по проводникам различной формы, и пришли к следующим выводам:

1) во всех случаях индукция магнитного поля пропорциональна силе тока в проводнике;

2) величина индукции магнитного поля зависит от формы и размеров проводника с током;

3) индукция магнитного поля в произвольной точке зависит от расположения этой точки по отношению к проводнику с током.

Био и Савар пытались получить общий закон, позволяющий вычислить магнитную индукцию в любой точке поля, которое создает ток, текущий по проводнику любой формы. В этом им помог Лаплас, который предложил принцип суперпозиции, т.е. принцип независимого действия полей, создаваемых отдельными участками проводника с током. Лаплас обобщил результаты исследований Био и Савара в виде дифференциального закона (1820 г.), который был назван законом Био-Савара-Лапласа:

$$d\vec{B} = k \frac{I}{r^3} [d\vec{l} \cdot \vec{r}], \quad (4.4)$$

где $d\vec{l}$ – вектор, численно равный длине dl элемента проводника и совпадающий по направлению с током; \vec{r} – радиус-вектор, проведенный из элемента dl в рассматриваемую точку поля; $r = |\vec{r}|$ (рис. 4.4); k – коэффициент пропорциональности, который в системе СИ равен

$$k = \frac{\mu\mu_0}{4\pi},$$

где μ – безразмерная величина, характеризующая магнитные свойства среды и называемая относительной магнитной проницаемостью. Для вакуума $\mu = 1$.

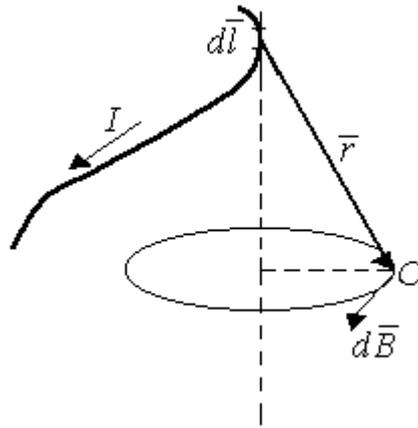


Рис. 4.4

У всех сред, кроме ферромагнитных, значения μ мало отличаются от 1; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{А} \cdot \text{м}}$ – магнитная постоянная.

Если учесть, что $|[d\vec{l} \cdot \vec{r}]| = rdl \sin \alpha$, где α – угол между $d\vec{l}$ и \vec{r} , то численное значение dB равно

$$dB = \frac{\mu \mu_0}{4\pi} \frac{I dl \sin \alpha}{r^2}.$$

В соответствии с принципом суперпозиции формула, позволяющая рассчитать результирующее магнитное поле всего проводника, имеет вид

$$\vec{B} = \int_l d\vec{B}.$$

Интегрирование производится по всей длине проводника l . В частности, с помощью закона Био-Савара-Лапласа можно получить соотношения

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi a}, \quad B = \frac{\mu_0 \mu I}{2R}$$

для расчета индукции магнитного поля, создаваемого бесконечно длинным прямым током (в точке, находящейся на расстоянии a от проводника) и прямым током радиуса R (в его центре), соответственно, а также для расчета поля внутри бесконечно длинного соленоида:

$$B = \mu_0 \mu I n,$$

где n – число витков на единицу его длины.

Наряду с магнитной индукцией вводится другая векторная характеристика магнитного поля – напряженность \vec{H} . Для магнитного поля в изотропной среде связь между векторами \vec{H} и \vec{B} имеет вид

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu\mu_0}. \quad (4.5)$$

Закон Био-Савара-Лапласа для напряженности H запишется так:

$$d\vec{H} = \frac{I}{4\pi r^3} [d\vec{l} \cdot \vec{r}], \quad dH = \frac{Idl \sin \alpha}{4\pi r^2}. \quad (4.6)$$

Единица измерения H в системе СИ $1 \frac{\text{А}}{\text{м}}$. Это напряженность такого поля, магнитная индукция которого в вакууме равна $4\pi \cdot 10^{-7}$ Тл.

Сравнение векторных характеристик электрического (\vec{E}, \vec{D}) и магнитного (\vec{B}, \vec{H}) полей показывает, что аналогом напряженности электрического поля \vec{E} является вектор \vec{B} , так как и \vec{E} , и \vec{B} являются силовыми характеристиками и зависят от свойств среды, в которой создается поле. Аналогом вектора электрического смещения \vec{D} является вектор напряженности магнитного поля \vec{H} .

4.3. Закон полного тока для магнитного поля в вакууме

В электростатике было показано, что циркуляция вектора напряженности электрического поля \vec{E} вдоль любого замкнутого контура l равна нулю:

$$\oint_l \vec{E} d\vec{l} = 0,$$

что говорит о том, что электростатическое поле является потенциальным. Магнитное поле не является потенциальным, т.е. вектор магнитной индукции \vec{B} имеет для замкнутого контура, охватывающего ток I , циркуляцию

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \oint_l B dl \cos(\vec{B}, d\vec{l}) = \mu_0 I,$$

отличную от нуля. Такое поле в векторном анализе называется вихревым. Если контур тока не охватывает, циркуляция вектора \vec{B} равна нулю.

В общем случае магнитное поле может создаваться системой проводников с токами. Тогда по принципу суперпозиции циркуляция суммарного вектора индукции, равного

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i,$$

будет определяться всеми n токами, охватываемыми рассматриваемым контуром, и поэтому

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i. \quad (4.7)$$

Это закон полного тока для магнитного поля в вакууме. Циркуляция вдоль замкнутого контура вектора индукции магнитного поля в вакууме равна произведению магнитной постоянной μ_0 на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром. Полученное соотношение устанавливает связь между токами и создаваемыми ими магнитными полями и может быть использовано для расчета магнитных полей. Напомним, что в электростатике электрические поля могут быть рассчитаны с помощью теоремы Гаусса.

4.4. Магнитный поток. Теорема Гаусса для магнитного поля

Потоком вектора магнитной индукции или магнитным потоком сквозь малую площадку dS называется величина, равная произведению площади этой площадки и проекции B_n вектора \vec{B} на направление нормали \vec{n} к площадке dS :

$$d\Phi_B = B_n dS = B dS \cos(\vec{B}, \vec{n}). \quad (4.8)$$

Интегрируя это выражение по S , получим

$$\Phi_B = \int_S B_n dS = \int_S \vec{B} d\vec{S}, \quad (4.9)$$

где Φ_B – магнитный поток сквозь произвольную поверхность S .

Если поле однородно, а поверхность S плоская и расположена перпендикулярно к линиям магнитной индукции, то $B_n = B = \text{const}$ и $\Phi_B = BS$.

Магнитный поток в СИ измеряется в веберах (Вб):

$$1 \text{ Вб} = 1 \text{ Тл} \cdot 1 \text{ м}^2 = 1 \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{м}^2} \cdot \text{м}^2 = 1 \text{ В} \cdot \text{с}.$$

Поскольку линии вектора магнитной индукции всегда замкнуты и не имеют ни начала, ни конца, магнитный поток через произвольную замкнутую поверхность равен 0:

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = \oint_S B_n dS = 0. \quad (4.10)$$

Формула выражает теорему Гаусса для вектора магнитной индукции. Эта теорема является математическим следствием отсутствия в природе магнитных зарядов, на которых могли бы начинаться и завершаться линии магнитной индукции.

4.5. Силы Ампера. Взаимодействие токов

Итак, движущиеся заряды (токи) изменяют свойства окружающего их пространства – создают в нем магнитное поле. Это поле проявляется в том, что на движущиеся в нем заряды (токи) действуют силы. Электрические токи взаимодействуют между собой посредством магнитного поля.

Изучением взаимодействия токов занимался Ампер. Он сформулировал закон, названный впоследствии его именем, который позволяет рассчитать силовое воздействие на ток со стороны магнитного поля. Согласно закону Ампера в однородном магнитном поле сила, действующая на проводник с током, пропорциональна силе тока в проводнике, длине проводника, величине магнитной индукции и синусу угла между направлением тока и вектором \vec{B} :

$$F = kIBl \sin \alpha,$$

где k – коэффициент пропорциональности; I – сила тока; B – индукция магнитного поля; l – длина проводника; α – угол между l и B .

Если магнитное поле неоднородно, то необходимо использовать закон Ампера в дифференциальной форме:

$$dF = kIBdl \sin \alpha,$$

где dF – сила, действующая на элемент проводника длиной dl . Коэффициент k зависит от выбора системы единиц; в системе СИ $k=1$. Последнее соотношение может быть переписано в более общем виде:

$$d\vec{F} = I[d\vec{l} \cdot \vec{B}]. \quad (4.11)$$

Это закон Ампера в векторной форме. Он определяет направление вектора силы Ампера, который расположен перпендикулярно как к вектору \vec{B} , так и к направлению тока в проводнике.

Направление силы, действующей на ток, удобно определить с помощью правила левой руки. Если расположить левую руку так, чтобы вектор \vec{B} входил в ладонь, а четыре сложенных вместе пальца были направлены вдоль тока, то отставленный в сторону большой палец укажет направление силы.

В законе Ампера выражена существенная особенность сил электромагнитного взаимодействия. В электростатике мы имели дело с центральными силами, так как сила взаимодействия двух точечных зарядов направлена по линии, соединяющей эти заряды. Силы же электромагнитного взаимодействия, как следует из закона Ампера, не являются центральными. Они всегда направлены перпендикулярно линиям магнитной индукции и проводникам с током.

Закон Ампера позволяет определить численное значение магнитной индукции \vec{B} . Пусть элемент проводника dl с током I перпендикулярен направлению магнитного поля, т.е. $\sin\alpha = 1$, тогда из закона Ампера следует:

$$B = \frac{1}{I} \frac{dF}{dl}.$$

Отсюда величина магнитной индукции B численно равна силе, действующей со стороны поля на единицу длины проводника, по которому течет ток единичной силы. Таким образом, вектор магнитной индукции \vec{B} является силовой характеристикой магнитного поля подобно тому, как напряженность \vec{E} является силовой характеристикой электростатического поля.

Единицей индукции магнитного поля \vec{B} в системе СИ является тесла (Тл); 1Тл – это магнитная индукция такого однородного магнитного поля, которое действует с силой в 1 Н на каждый метр длины прямолинейного проводника с током в 1 А, расположенного перпендикулярно направлению поля. Из предыдущей формулы следует

$$1 \text{ Тл} = 1 \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}} = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{А} \cdot \text{м}^2} = 1 \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{м}^2}.$$

Закон Ампера позволяет рассчитать силу взаимодействия двух параллельных токов (рис. 4.5), находящихся на расстоянии a друг от друга.

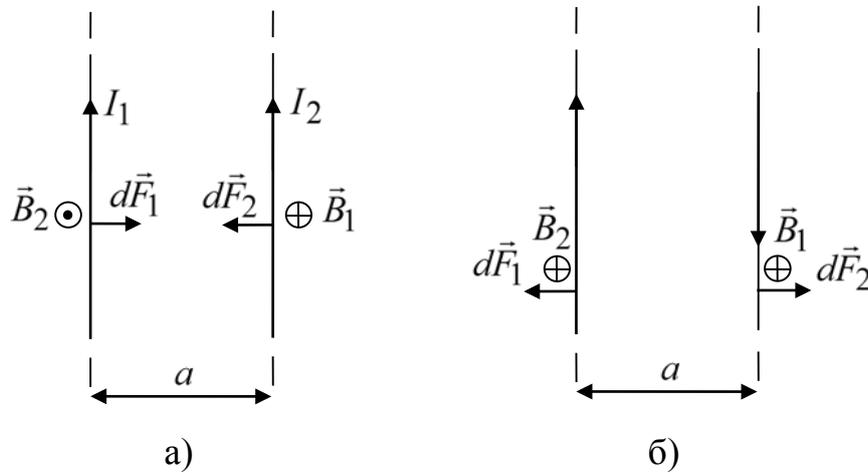


Рис. 4.5

Каждый из проводников с током создает вокруг себя магнитное поле, которое в месте расположения другого типа определяется величиной

$$B_1 = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi a} I_1, \quad B_2 = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi a} I_2.$$

Направления этих магнитных полей для случаев а) параллельных и б) антипараллельных токов, найденные по правилу левой руки, приведены на рис. 4.5,а и 4.5,б, соответственно.

Величины сил, действующих на каждый элемент dl рассматриваемых токов, определяются соотношениями

$$dF_1 = I_1 B_2 dl = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi a} I_1 I_2 dl;$$

$$dF_2 = I_2 B_1 dl = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi a} I_1 I_2 dl.$$

Как и следовало ожидать, в каждом из случаев силы равны по величине и противоположны по направлению, т.е. для них выполняется третий закон Ньютона. Однако, в случае параллельных токов возникающие силы приводят к притяжению токов, а в случае антипараллельных токов – к их отталкиванию. В более общем случае непараллельных токов возникают силы, стремящиеся развернуть токи таким образом, чтобы они стали параллельными.

4.6. Контур с током в магнитном поле

Рассмотрим поведение контура с током в магнитном поле. Будем считать, что магнитное поле однородно, т.е. во всех точках пространства его магнитная индукция равна по величине и совпадает по направлению. На каждый элемент контура с током действует сила Ампера. Однако направления сил ориентированы в пространстве таким образом, что результирующая этих сил, действующая на контур с током в однородном магнитном поле равна нулю. Следовательно, воздействие сил Ампера не приводит к перемещению контура. Это справедливо для контуров любой формы.

Тем не менее, силы Ампера оказывают ориентирующее действие магнитного поля на контур, проявляющееся в том, что рамка разворачивается в магнитном поле таким образом, что ее дипольный магнитный момент

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}$$

устанавливается по полю. Это является следствием появления вращательного момента, определяемого соотношением

$$\vec{N} = [(IS\vec{n}), \vec{B}] = [\vec{p}_m \vec{B}]. \quad (4.12)$$

Заметим, что оно аналогично соотношению (1.6) для электрического поля.

Вращательный момент максимален, когда $\vec{p}_m \perp \vec{B}$ и равен нулю, когда они параллельны. Итак, если векторы \vec{p}_m и \vec{B} имеют одинаковое направление, силы, действующие на отдельные участки контура, не стремятся ни повернуть контур, ни сдвинуть его с места; они лишь стремятся растянуть контур в его плоскости. Если векторы \vec{p}_m и \vec{B} имеют противоположные направления, эти силы стремятся сжать контур. Когда \vec{p}_m по направлению не совпадает с \vec{B} , наряду с растягивающими или сжимающими контур силами возникают силы, разворачивающие контур, приводя тем самым его к равновесному положению, соответствующему $\vec{p}_m \uparrow \uparrow \vec{B}$.

Параллельная ориентация векторов \vec{p}_m и \vec{B} отвечает минимуму потенциальной энергии контура с током в магнитном поле и следовательно, положению устойчивого равновесия контура.

В неоднородном магнитном поле, кроме вращательного момента, действует еще сила, под действием которой контур с током будет либо

втягиваться в область более сильного поля ($\vec{p}_m \uparrow\uparrow \vec{B}$), либо выталкиваться из него ($\vec{p}_m \uparrow\downarrow \vec{B}$).

4.7. Магнитное поле движущегося заряда

Проводник с током представляет собой электрически нейтральную систему зарядов. При этом заряды одного знака движутся в одну сторону, а заряды другого знака покоятся или движутся в противоположную сторону. Следовательно, магнитное поле, появляющееся при включении тока, порождается движущимися зарядами. Неподвижные электрические заряды магнитного поля не создают.

Свойства пространства определяют симметрию как электрического, так и магнитного полей, создаваемых зарядами. Вблизи неподвижного заряда в силу изотропности пространства все направления равноправны. Поэтому электростатическое поле, создаваемое неподвижным точечным зарядом является сферически симметричным.

Свободное движение заряда, происходящее с некоторой постоянной скоростью \vec{v} , должно обладать осевой симметрией. Это обусловлено тем, что в такой ситуации в пространстве появляется выделенное направление – направление вектора скорости \vec{v} . В результате обобщения опытных данных было установлено соотношение, определяющее индукцию магнитного поля \vec{B} , создаваемого точечным зарядом q , движущимся с нерелятивистской скоростью \vec{v} :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{q[\vec{v}\vec{r}]}{r^3}. \quad (4.13)$$

Здесь \vec{r} – радиус-вектор, проведенный от заряда к рассматриваемой точке. Линии магнитной индукции \vec{B} лежат в плоскостях, перпендикулярных направлению движения заряда, причем вращение в направлении \vec{B} образует с направлением скорости \vec{v} движения положительного заряда правовинтовую систему.

Модуль магнитной индукции вычисляется по формуле

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{qv \sin \alpha}{r^2}, \quad (4.14)$$

где α – угол между векторами \vec{v} и \vec{r} .

Из сравнения, полученного выражения с законом Био-Савара-Лапласа следует, что движущийся заряд по своим магнитным свойствам эквивалентен элементу тока, причем

$$I d\vec{l} = q\vec{v}. \quad (4.15)$$

Магнитное поле, создаваемое отрицательным движущимся зарядом, определяется тем же соотношением (4.13), просто заряд q считается алгебраической величиной и берется со знаком «-». В этом случае направление вектора магнитной индукции меняется на обратное.

Вообще говоря, вектор магнитной индукции \vec{B} в рассматриваемой системе отсчета зависит от времени и от расположения точки. Более того, скорость движения заряда является величиной относительной. Она зависит от выбора инерциальной системы отсчета, в которой ведется наблюдение, а значит, магнитное поле движущегося заряда так же имеет относительный характер.

4.8. Сила Лоренца

Проводник, по которому течет ток, отличается от проводника без тока лишь тем, что в нем происходит упорядоченное движение носителей заряда. Следовательно, сила, действующая на проводник с током в магнитном поле, обусловлена действием сил на отдельные движущиеся заряды, а уже от этих зарядов действие передается проводнику, по которому они перемещаются. Этот вывод подтверждается целым рядом опытных фактов, и, в частности, тем, что пучок свободно летящих заряженных частиц (например, электронный пучок), отклоняется магнитным полем.

Итак, сила Ампера

$$d\vec{F} = I [d\vec{l} \vec{B}] \quad (4.16)$$

есть результат действия магнитного поля на движущиеся заряженные частицы, образующие электрический ток. Выражение для силы, действующей на отдельный заряд q , движущийся в магнитном поле \vec{B} со скоростью \vec{v} , может быть найдено достаточно просто, например, с помощью установленного ранее соответствия (4.15):

$$\vec{F}_L = q[\vec{v} \cdot \vec{B}]. \quad (4.17)$$

Это выражение впервые было получено голландским физиком Лоренцем, и сила названа его именем.

Направлена сила Лоренца перпендикулярно плоскости, в которой лежат векторы \vec{v} и \vec{B} . Следует отметить, что в соотношении (4.17) q – алгебраическая величина заряда, которая может быть как положительной, так и отрицательной. Если заряд $q > 0$, направление действующей на него силы совпадает с направлением вектора $[\vec{v}\vec{B}]$ и может быть найдено по правилу левой руки. В случае отрицательного заряда направление силы противоположно $[\vec{v}\vec{B}]$.

Модуль силы Лоренца равен

$$F_{\text{л}} = qvB \sin \alpha,$$

где α – угол между направлением скорости и вектором индукции магнитного поля.

Следует еще раз отметить, что магнитное поле на покоящийся электрический заряд (т.е. $\vec{v} = 0$) не действует. В этом состоит существенное отличие магнитного поля от электрического. Магнитное поле действует только на движущиеся в нем заряды. Причем, если заряд движется вдоль линий магнитной индукции \vec{B} , т.е. $\alpha = 0$, он также не испытывает действия силы.

Сила Лоренца всегда направлена перпендикулярно скорости заряженной частицы, поэтому она работы над частицей не совершает. Следовательно, действуя на заряженную частицу магнитным полем, нельзя изменить ее кинетическую энергию. Поэтому при наличии силы Лоренца величина скорости частицы остается постоянной, однако траектория частицы искривляется.

В общем случае, на движущийся заряд помимо магнитного поля с индукцией \vec{B} может действовать еще и электрическое поле с напряженностью \vec{E} . Тогда результирующая сила, действующая на заряд, определяется векторной суммой сил

$$\vec{F}_{\text{л}} = q\vec{E} + q[\vec{v}\vec{B}]. \quad (4.18)$$

Это соотношение называется формулой Лоренца. В нем скорость \vec{v} – это скорость заряженной частицы относительно магнитного поля.

4.9. Движение заряженных частиц в магнитном поле

Как уже было отмечено, для частицы, движущейся вдоль линий магнитной индукции, т.е. $\vec{v} \parallel \vec{B}$, сила Лоренца равна нулю и частица движется равномерно и прямолинейно. Во всех остальных случаях воздействие силы Лоренца на движущуюся частицу приводит к ее отклонению магнитным полем.

Теперь рассмотрим случай $\vec{v} \perp \vec{B}$, когда сила Лоренца, действующая на частицу в однородном магнитном поле

$$\vec{F}_L = q[\vec{v}\vec{B}], \quad F = qvB$$

постоянна по модулю и нормальна к траектории частицы. Эта сила сообщает заряду центростремительное ускорение $a_n = v^2/R$, которое в силу второго закона Ньютона равно

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{F_L}{m} = \frac{qvB}{m}.$$

Это ускорение изменяет лишь направление вектора скорости, не меняя ее модуля. Поэтому заряженная частица движется равномерно по окружности, радиус которой определяется соотношением

$$R = \frac{mv}{qB}. \quad (4.19)$$

Итак, траекторией заряженной частицы, движущейся в однородном магнитном поле, перпендикулярном к плоскости, в котором происходит движение, является окружность. Радиус этой окружности зависит от скорости частицы v , индукции магнитного поля B и отношения заряда q частицы к ее массе m , т.е. от удельного заряда частицы. Направление, в котором закручивается траектория, зависит от знака заряда частицы.

Период вращения частицы, т.е. время T , за которое она совершает один полный оборот,

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}, \quad (4.20)$$

определяется только индукцией магнитного поля и удельным зарядом частицы, но не зависит от ее скорости. Этот факт используется в циклических ускорителях заряженных частиц.

Если скорость \vec{v} заряженной частицы направлена под произвольным углом α к вектору магнитной индукции \vec{B} , ее движение может быть представлено в виде суммы двух независимых движений: равномерного движения со скоростью $v_{\perp} = v \sin \alpha$ по окружности в плоскости, перпендикулярной полю, и равномерного прямолинейного движения вдоль поля со скоростью $v_{\parallel} = v \cos \alpha$. Траектория движения представляет собой винтовую линию (спираль), ось которой параллельна вектору \vec{B} . Параметры винтовой линии (ее радиус R и шаг h) определяются соотношениями:

$$R = \frac{mv \sin \alpha}{qB}, \quad h = \frac{2\pi v \cos \alpha}{qB} \quad (4.21)$$

Параметры спирали обратно пропорциональны величине магнитного поля. Поэтому движение частицы в неоднородном магнитном поле \vec{B} , индукция которого возрастает в направлении движения частицы, сопровождается уменьшением параметров спирали. На этом основана фокусировка заряженных частиц в магнитном поле.

Возможность управления траекторией частиц с помощью магнитного поля используется в циклических резонансных ускорителях заряженных частиц (циклотронах). Заметим, что заряженные частицы могут быть ускорены только электрическим полем, магнитное поле позволяет сделать это ускорение многократным.

В циклотроне (рис. 4.6) между полюсами сильного электромагнита помещается вакуумная камера, в которой находятся два электрода I и II в виде полей металлических полуцилиндров, или дуантов. В узкой щели l между дуантами создается переменное электрическое поле. Магнитное поле, создаваемое электромагнитом однородно и перпендикулярно плоскости дуантов.

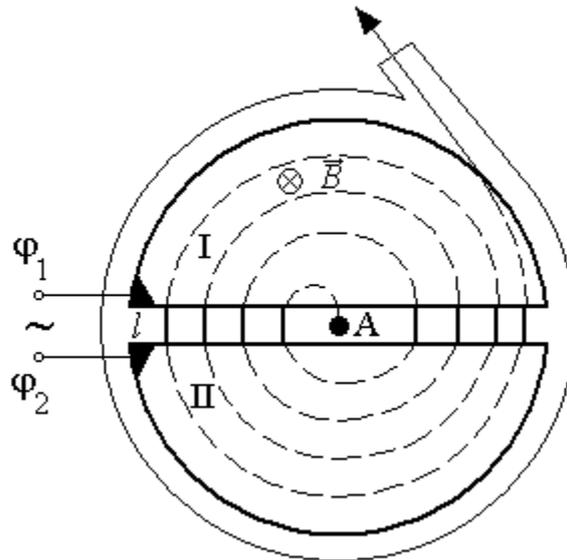


Рис. 4.6

Частица, помещенная в центр щели, между дуантами будет ускорена электрическим полем. Войдя в дуант I, отклоняемая магнитным полем, она опишет полуокружность, радиус которой пропорционален скорости частицы. Вернувшись в щель, она вновь ускоряется электрическим полем, сменившим к этому времени свое направление. Попав в дуант II, частица опишет полуокружность уже большего радиуса. Таким образом, циклически ускоряясь, частица может достичь больших значений энергии на выходе.

Для правильной работы циклотрона должно быть выполнено условие синхронизма: период вращения частицы, который, как было отмечено, от скорости не зависит, и период колебаний электрического поля должны быть равны.

4.10. Эффект Холла

Если металлическую пластинку, вдоль которой течет постоянный электрический ток, поместить в перпендикулярное к ней магнитное поле, то между гранями поля возникает поперечная разность потенциалов $\Delta\varphi = \varphi_A - \varphi_C$ (рис. 4.7).

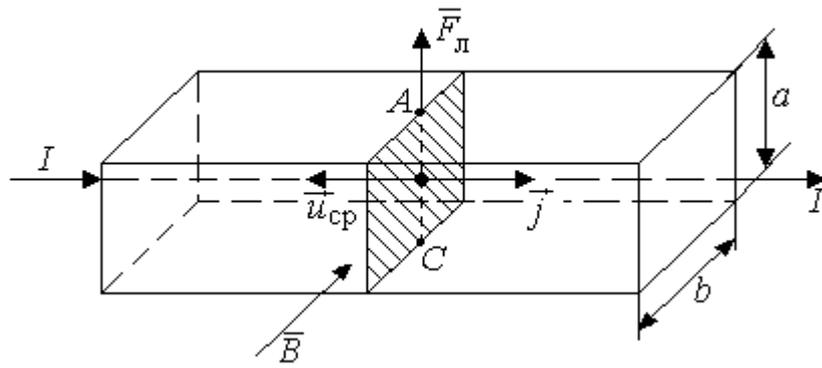


Рис. 4.7

Это явление было обнаружено американским физиком Холлом в 1879 г. и называется эффектом Холла или гальваномагнитным явлением. Из опытов следовало, что холловская разность потенциалов

$$\Delta\varphi = RjB \quad (4.22)$$

пропорциональна величине индукции магнитного поля \vec{B} , плотности тока j , толщине пластинки a . Коэффициент пропорциональности R называют постоянной Холла. Численное значение R зависит от материала пластинки, причем R может быть как положительным, так и отрицательным. Поскольку величина тока I , протекающего по пластинке сечением $S = ab$, определяется соотношением $I = jS = jab$, разность потенциалов может быть выражена как

$$\Delta\varphi = R \frac{IB}{b}, \quad (4.23)$$

где b – ширина пластинки.

Эффект Холла объясняется на основе электронной теории электропроводности материалов. В отсутствие магнитного поля ток в пластинке обуславливается продольным электрическим полем \vec{E}_0 , направленным вдоль вектора плотности тока \vec{j} . При этом потенциалы точек A и C равны. Носители тока – электроны – имеют отрицательный заряд, поэтому их средняя скорость упорядоченного движения u_{cp} направлена противоположно \vec{j} .

При включении магнитного поля каждый электрон оказывается под действием силы Лоренца $F_{Л} = e[\vec{u}\vec{B}]$ (рис. 4.7), направленной вверх вдоль стороны a пластинки. В результате у верхней грани образуется избыток

отрицательных, а у нижней грани – избыток положительных зарядов. Следовательно, между гранями пластинки образуется дополнительное поперечное электрическое поле \vec{E}_B , направленное снизу вверх. Когда напряженность этого поля достигнет такого значения, что его действие на заряды будет уравновешивать силу Лоренца

$$eE_B = eu_{\text{ср}}B, \quad (4.24)$$

в поперечном направлении установится стационарное распределение зарядов.

Поперечная разность потенциалов в этом случае определится выражением

$$\Delta\varphi = aE_B = au_{\text{ср}}B.$$

По электронной теории электропроводности металлов средняя скорость упорядоченного движения электронов $\vec{u}_{\text{ср}}$ связана с вектором плотности тока \vec{j} соотношением

$$\vec{j} = ne\vec{u}_{\text{ср}},$$

где n – концентрация электронов, а значит имеет место равенство

$$\Delta\varphi = \frac{1}{ne} ajB = \frac{1}{ne} \frac{IB}{b}. \quad (4.25)$$

Сравнивая полученное соотношение с опытной формулой, получаем $R = 1/ne$. Следовательно, измерив постоянную Холла можно найти концентрацию носителей тока (т.е. число носителей в единице объема) в данном металле.

Эффект Холла наблюдается не только в металлах, но и в полупроводниках, причем по знаку эффекта можно судить о принадлежности полупроводника к n - или p -типу (см. рис. 4.8 а, б).

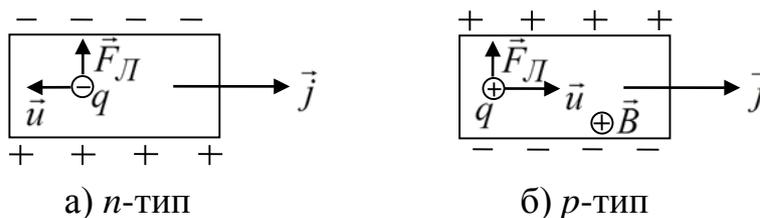


Рис. 4.8

При одинаковом направлении тока и магнитного поля сила Лоренца, действующая на отрицательные (n -тип) и положительные (p -тип) носители, имеет одинаковое направление. Однако, если в первом случае у верхней грани будет избыток отрицательных зарядов, т.е. $(\varphi_A - \varphi_C) < 0$, то во втором случае у верхней грани образуется избыток положительных зарядов, т.е. $(\varphi_A - \varphi_C) > 0$. Таким образом, определив знак холловской разности потенциалов, можно установить знак носителей тока.

4.11. Работа по перемещению проводника и контура с током в магнитном поле

На проводник с током I , находящийся в магнитном поле с индукцией \vec{B} , действуют силы, определяемые законом Ампера. Эти силы приводят к перемещению проводника с током. При этом магнитным полем совершается работа

$$dA = Id\Phi, \quad (4.26)$$

равная произведению силы тока на магнитный поток, пересеченный движущимся проводником. Формула справедлива в случае проводника произвольной формы и произвольно направленного поля \vec{B} .

Любой замкнутый контур может быть представлен в виде двух проводников с током. Расчет работы, совершаемой магнитным полем по перемещению контура с током, приводит к тому же дифференциальному соотношению (4.26), однако здесь $d\Phi$ – изменение магнитного потока сквозь площадь, ограниченную контуром с током при его малом перемещении. При конечном перемещении контура с током работа сил Ампера

$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1)$$

равна произведению силы тока в контуре на изменение магнитного потока сквозь этот контур.

4.12. Примеры решения задач

Задача 4-1. По проволочной рамке, имеющей форму правильного шестиугольника, идет ток $I = 2\text{ А}$. При этом в центре рамки образуется

магнитное поле с индукцией $B = 4,15 \cdot 10^{-5}$ Тл. Найти длину l проволоки, из которой сделана рамка.

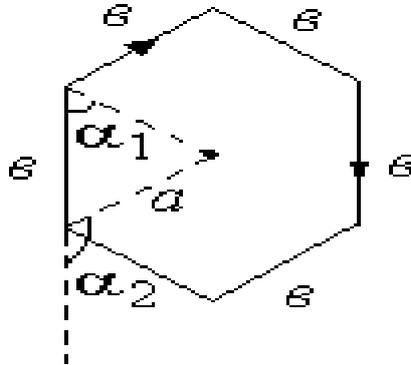


Рис. 4.9.

Решение. Шестиугольник может быть разбит на 6 прямолинейных проводников длиной $e = \frac{l}{6}$. Длина перпендикуляра a , опущенного из центра на любую из его сторон, может быть рассчитана по теореме Пифагора $a^2 = e^2 - \frac{e^2}{4} = \frac{3}{4}e^2$. Следовательно, через длину проволоки она может быть выражена, как $a = \frac{e\sqrt{3}}{2} = \frac{l\sqrt{3}}{12}$. Каждый из 6 проводников создает в центре шестиугольника магнитное поле с индукцией:

$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2),$$

где $\alpha_1 = 60^\circ$, $\alpha_2 = 120^\circ$.

Магнитное поле, создаваемое каждой из шести сторон шестиугольника, направлено от нас за чертеж, поэтому результирующий вектор индукции магнитного поля $B = 6 B_0$ также направлен от нас за чертеж и равен

$$B_0 = \frac{B}{6} = \frac{\mu_0 I \cdot 12}{4\pi l \sqrt{3}} (\cos 60^\circ - \cos 120^\circ).$$

Из этого соотношения может быть найдена искомая величина:

$$l = \frac{\mu_0 I \cdot 12 \cdot 6 \cdot (\cos 60^\circ - \cos 120^\circ)}{4\pi \sqrt{3} B};$$

Численный расчет дает величину $I = 0,2$ м.

Задача 4-2. По двум прямолинейным бесконечно длинным проводникам, находящимся в воздухе на расстоянии $r = 0,7$ м, текут токи $I_1 = 10$ А и $I_2 = 4$ А, направленные перпендикулярно плоскости чертежа к нам (рис. 4.10). В какой точке между этими проводниками индукция результирующего магнитного поля этих токов равно нулю?

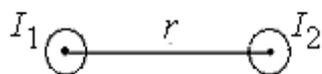


Рис. 4.10.

Решение. Картина силовых линий, создаваемых токами, изображена на рис. 4.11. Искомое расстояние между точкой M , в которой индукция магнитного поля этих токов равна нулю, и проводником I_1 обозначим как r_1 .

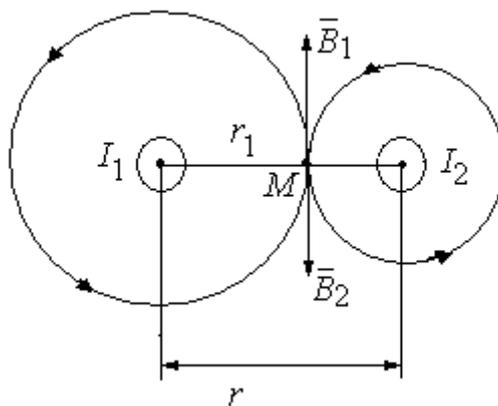


Рис. 4.11.

Ток силой I_1 создает в точке M магнитное поле, вектор индукции которого \vec{B}_1 , согласно правилу буравчика, направлен вверх. Вектор индукции \vec{B}_2 магнитного поля тока I_2 в той же точке M направлен вниз. Так как индукция результирующего магнитного поля в точке M равна нулю, то векторы \vec{B}_1 и \vec{B}_2 антипараллельны и модули их равны. Их значения могут быть найдены по формулам

$$B_1 = \mu_0 \mu \frac{I_1}{2\pi r_1},$$

$$B_2 = \mu_0 \mu \frac{I_2}{2\pi(r - r_1)}.$$

Учитывая, что $B_1 = B_2$, имеем

$$\mu_0 \mu \frac{I_1}{2\pi r_1} = \mu_0 \mu \frac{I_2}{2\pi(r - r_1)},$$

откуда соотношение для нахождения искомого расстояния принимает вид

$$r_1 = \frac{I_1 r}{I_1 + I_2}.$$

Подставляя численные значения, находим, что $r_1 = 0,5$ м.

Задача 4-3. Два параллельных бесконечно длинных провода, по которым токи силой $I = 60$ А текут в одном направлении, расположены на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. Определить магнитную индукцию в точке, отстоящей на расстоянии $a_1 = 5$ см от одного проводника и $a_2 = 12$ см от другого.

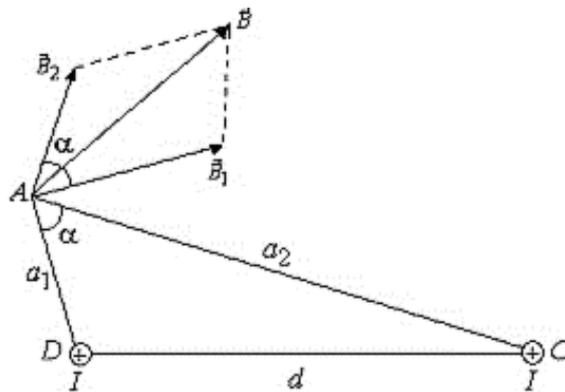


Рис. 4.12

Решение. Магнитное поле в заданной точке A (рис. 4.12) создается обоими токами I . Согласно принципу суперпозиции полей магнитная индукция результирующего поля, равна векторной сумме магнитных индукций, созданных каждым током в отдельности, т.е.

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2.$$

Векторы \vec{B}_1 , \vec{B}_2 связаны с направлением токов в проводниках правилом правого винта и направлены по касательным к силовым линиям магнитных полей, созданных обоими проводниками с токами в искомой точке A , причем $\vec{B}_1 \perp AD$; $\vec{B}_2 \perp AC$. Как видно из рис. 4.12, точка A и оба параллельных проводника с токами не лежат в одной плоскости. Поэтому векторы \vec{B}_1 , \vec{B}_2 не лежат на одной прямой, т.е. не коллинеарны и образуют между собой угол α

не равный 0° или 180° . В этом случае абсолютное значение вектора \vec{B} может быть найдено по теореме косинусов:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2 \cos \alpha}.$$

Величины \vec{B}_1 и \vec{B}_2 можно найти с помощью закона Био-Савара-Лапласа. Их значения соответственно равны

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi a_1}; \quad B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi a_2},$$

где a_1 , и a_2 – расстояния от точки A до проводников с токами I .

Для вычисления $\cos \alpha$, можно использовать теорему косинусов для треугольника ACD :

$$d^2 = a_1^2 + a_2^2 - 2a_1a_2 \cos \alpha,$$

позволяющую прийти к соотношению

$$\cos \alpha = \frac{a_1^2 + a_2^2 - d^2}{2a_1a_2}.$$

Рассчитав значения B_1 , B_2 , а также $\cos \alpha$, для искомой величины найдем

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{a_2^2} + \frac{2}{a_1a_2} \frac{(a_1^2 + a_2^2 - d^2)}{2a_1a_2}} = \frac{\mu_0 I \sqrt{2(a_1^2 + a_2^2) - d^2}}{2\pi a_1 a_2}.$$

Произведя численные вычисления, получим $B = 308$ мкТл.

Задача 4-4. Электрон, имеющий скорость $v = 2 \cdot 10^6$ м/с, влетел в однородное магнитное поле с индукцией $B = 30$ мТл под углом $\alpha = 30^\circ$ к направлению линий индукции магнитного поля. Определить радиус R и шаг h винтовой линии, по которой будет двигаться электрон (рис. 4.13).

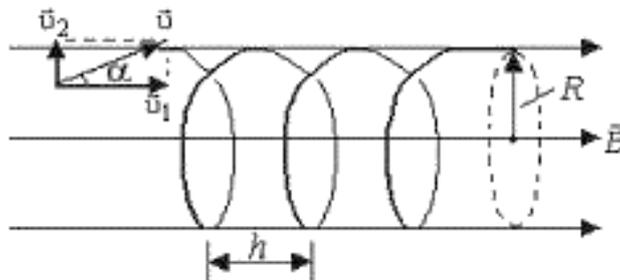


Рис. 4.13

Решение. На электрон, движущийся в магнитном поле, действует сила Лоренца

$$\vec{F}_L = q[\vec{v} \cdot \vec{B}],$$

перпендикулярная векторам магнитной индукции \vec{B} и скорости \vec{v} электрона.

Для описания траектории электрона удобно представить вектор скорости \vec{v} как сумму двух составляющих, одна из которых \vec{v}_1 направлена по линиям индукции, вторая, \vec{v}_2 – перпендикулярно им. Тогда выражение для силы Лоренца может быть упрощено

$$\vec{F}_L = e[(\vec{v}_1 + \vec{v}_2)\vec{B}] = e[\vec{v}_2\vec{B}],$$

поскольку первое слагаемое векторного произведения $[\vec{v}_1\vec{B}] = 0$ за счет того, что векторы \vec{v}_1 и \vec{B} сонаправлены. Во время движения составляющая скорости \vec{v}_1 не изменяется ни по модулю, ни по направлению. Наоборот, составляющая скорости \vec{v}_2 под действием силы Лоренца непрерывно изменяет свое направление, так как сила \vec{F}_L , расположенная в плоскости, перпендикулярной линиям индукции, сообщает электрону нормальное ускорение. Таким образом, электрон участвует в двух движениях: равномерном и прямолинейном со скоростью v_1 параллельно линиям индукции и криволинейном с постоянной по модулю скоростью v_2 в плоскости, перпендикулярной линиям индукции. В результате одновременного участия в движениях по прямой и по окружности электрон будет двигаться по винтовой линии.

Составляющие скорости v , как видно из рис. 4.13, находятся, как:

$$v_1 = v \cdot \cos \alpha, \quad v_2 = v \cdot \sin \alpha.$$

Учитывая, что вектор скорости \vec{v}_2 перпендикулярен вектору магнитной индукции \vec{B} и $v_2 = v \cdot \sin \alpha$, нормальное ускорение, сообщенное электрону силой Лоренца, рассчитывается по формуле

$$a_n = v_2^2 / R = v^2 \sin^2 \alpha / R,$$

где R – радиус кривизны траектории.

С учетом этих выражений, второй закон Ньютона для электрона $m_e a_n = F_L$ примет вид

$$m_e v^2 \cdot \sin^2 \alpha / R = e v B \sin \alpha,$$

откуда может быть найден радиус винтовой линии, по которой движется электрон

$$R = m_e v \cdot \sin \alpha / (eB).$$

Шаг винтовой линии определяется как смещение по горизонтали (происходящее со скоростью v_1) за время T одного оборота

$$h = v_1 T = v \cos \alpha \cdot T.$$

За время одного оборота электрон проходит один полный круг (со скоростью v_2), а поскольку длина окружности равна $2\pi R$, время одного оборота определится, как

$$T = 2\pi R / v_2 = 2\pi R / (v \sin \alpha) = 2\pi m_e / (eB).$$

Соответственно, шаг винтовой линии рассчитывается по формуле

$$h = v \cdot \cos \alpha \cdot 2\pi m_e / (eB).$$

Выполнив вычисления, для искомым величин получим

$$R = 1,9 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 0,19 \text{ мм}; \quad h = 20,6 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 2,06 \text{ мм}.$$

Задача 4-5. Кольцо радиусом $R=10$ см находится в однородном магнитном поле напряженностью $H=1000$ А/м. Плоскость кольца составляет угол $\alpha = 45^\circ$ с линиями напряженности. Вычислить величину магнитного потока, пронизывающего кольцо.

Решение: Магнитный поток, пронизывающий рассматриваемый круговой контур, определяется соотношением:

$$\Phi = B S \cos \alpha.$$

Здесь S – площадь кольца, которая может быть найдена по формуле

$$S = \pi R^2,$$

B – индукция магнитного поля в месте его расположения. В вакууме индукция магнитного поля связана с его напряженностью соотношением

$$B = \mu_0 H,$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная вакуума.

Соответственно, формула для нахождения магнитного потока, пронизывающего рассматриваемый круговой контур, может быть записана в виде

$$\Phi = \mu_0 H \cdot \pi R^2 \cdot \cos \alpha.$$

Численное значение магнитного потока равно $\Phi = 2,29 \cdot 10^{-5}$ Вб.

Задача 4-6. Рамка с диаметром $d = 6$ см содержит $N = 1000$ витков. Плоскость витков совпадает с направлением однородного магнитного поля, напряженность которого равна $H = 1500$ А/м. Какой вращающий момент действует на рамку при токе в ней $I = 10$ А?

Решение. На контур с током, находящийся в магнитном поле B , действуют силы, создающие вращающий момент:

$$M = pB \sin \alpha,$$

где p – магнитный момент контура с током, α – угол между направлением поля и нормалью к плоскости контура, в данной задаче равный $\pi/2$. Магнитный момент контура с током определяется произведением тока, текущего по контуру, на площадь контура и зависит от числа витков в контуре

$$p = NIS = N \cdot I \cdot \pi R^2,$$

поэтому окончательное выражение для нахождения искомого вращающего момента примет вид

$$M = I \pi \mu_0 H N \cdot R^2 \sin \alpha = 0,053 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Контрольные вопросы и задачи для самостоятельного решения

- 4.1. Что является источником магнитного поля?
- 4.2. Какая физическая величина является основной характеристикой магнитного поля? Как вводятся магнитные силовые линии?
- 4.3. Сформулируйте правило буравчика. Для чего оно применяется?
- 4.4. Как магнитное поле действует на проводник с электрическим током?
- 4.5. Как определить направление силы Ампера?
- 4.6. Как записывается закон Био-Савара-Лапласа?
- 4.7. Что такое напряженность магнитного поля? Как она связана с индукцией магнитного поля?
- 4.8. Как рассчитать магнитное поле, создаваемое проводником с током, с помощью закона полного тока?
- 4.9. Что такое магнитный поток?
- 4.10. Действует ли магнитное поле на неподвижный электрический заряд?
- 4.11. Почему с помощью магнитного поля не может быть изменена энергия заряженной частицы?
- 4.12. В чем заключается эффект Холла? Какие величины могут быть найдены с его помощью?
- 4.13. В чем состоит явление электромагнитной индукции? Как объяснить знак минус в записи закона электромагнитной индукции?
- 4.14. Что такое самоиндукция? Как индуктивность характеризует проводник?
- 4.15. Как определяется объемная плотность энергии магнитного поля?

4.16. Ток силой $I = 50\text{ А}$ течет по проводнику, изогнутому под прямым углом. Найти напряженность и индукцию магнитного поля в точках, лежащих на биссектрисе этого угла и отстоящих от вершины угла на расстояние $a = 20\text{ см}$.

4.17. По бесконечно длинному прямому проводу, согнутому под углом $\alpha = 120^\circ$, течет ток $I = 50\text{ А}$. Определить напряженность и индукцию магнитного поля в точках, лежащих на биссектрисе угла и удаленных от вершины угла на расстояние $a = 6\text{ см}$.

4.18. По длинному прямому проводу течет ток $I = 60\text{ А}$. Определить напряженность и индукцию магнитного поля в точке, удаленной от проводника на $a = 5\text{ см}$. На сколько изменятся эти величины, если провод согнуть под прямым углом, оставив рассматриваемую точку на внутренней биссектрисе угла на расстоянии $a = 5\text{ см}$ от вершины угла.

4.19. По длинному прямому проводу течет ток $I = 60\text{ А}$. Определить напряженность и индукцию магнитного поля в точке, удаленной от проводника на $a = 5\text{ см}$. На сколько изменятся эти величины, если провод согнуть под прямым углом, оставив рассматриваемую точку на внешней биссектрисе угла на расстоянии $a = 5\text{ см}$ от вершины угла.

4.20. По кольцу из тонкого провода течет ток $I = 0,6\text{ А}$. Кольцо имеет радиус $R = 10\text{ см}$ и содержит $N = 80$ витков. Определить напряженность и индукцию магнитного поля в центре кольца и в точке, расположенной на перпендикуляре, восстановленном из его центра на расстоянии $a = 10\text{ см}$ от плоскости кольца.

4.21. По проводнику, изогнутому в виде окружности, течет ток. Напряженность магнитного поля в центре окружности равна $I = 20\text{ А/м}$. Не изменяя силы тока в проводнике, ему придали форму квадрата. Определить индукцию и напряженность магнитного поля в точке пересечения диагоналей этого квадрата.

4.22. По проводнику, изогнутому в виде окружности, течет ток. Напряженность магнитного поля в центре окружности равна $H = 20\text{ А/м}$. Не изменяя силы тока в проводнике, ему придали форму равностороннего треугольника. Определить индукцию и напряженность магнитного поля в центре треугольника.

4.23. По проводнику, изогнутому в виде равностороннего треугольника, течет ток. Напряженность магнитного поля в центре окружности равна $H = 10\text{ А/м}$. Не изменяя силы тока в проводнике, ему придали форму шестиугольника. Определить индукцию и напряженность магнитного поля в центре шестиугольника.

4.24. По проводнику, согнутому в виде прямоугольника со сторонами $a = 6$ см и $b = 10$ см, течет ток силой $I = 2$ А. Определить напряженность и индукцию магнитного поля в точке, лежащей на перпендикуляре, восстановленном из центра прямоугольника и удаленном от его плоскости на расстояние $l = 1$ м.

4.25. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводам текут токи силой $I_1 = I_2 = 20$ А в одинаковых направлениях. Расстояние между проводами $d = 10$ см. Определить напряженность H и магнитную индукцию B в точке, удаленной на $r_1 = r_2 = 10$ см от обоих проводов.

4.26. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводам текут токи силой $I_1 = I_2 = 20$ А в противоположных направлениях. Расстояние между проводами $d = 10$ см. Определить напряженность H и магнитную индукцию B в точке, удаленной на $r_1 = r_2 = 10$ см от обоих проводов.

4.27. По двум бесконечно длинным параллельным проводам текут токи силой $I_1 = 20$ А и $I_2 = 30$ А в одном направлении. Расстояние между проводами $d = 10$ см. Вычислить напряженность H и магнитную индукцию B в точке, удаленной на $r_1 = 6$ см от первого и на $r_2 = 8$ см от второго провода

4.28. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводам текут токи силой $I_1 = 20$ А и $I_2 = 50$ А в противоположных направлениях. Расстояние между проводами $d = 10$ см. Определить напряженность H и магнитную индукцию B в точке, удаленной на $r_1 = 6$ см от первого и на $r_2 = 8$ см от второго провода.

4.29. По двум одинаковым круговым виткам радиусом $R = 6$ см, плоскости которых взаимно перпендикулярны, а центры совпадают, текут одинаковые токи силой $I = 3$ А. Найти напряженность и индукцию магнитного поля в центре витков. .

4.30. По двум одинаковым круговым виткам радиусом $R = 8$ см, плоскости которых расположены под углом $\alpha = 60^\circ$, а центры совпадают, текут одинаковые токи силой $I = 5$ А. Найти напряженность и индукцию магнитного поля в центре витков.

4.31. Прямолинейный проводник расположен перпендикулярно плоскости кругового проводника радиусом $R = 20$ см и проходит на расстоянии половины радиуса от его центра. Прямолинейный ток имеет силу $I_1 = 10$ А, а круговой $I_2 = 2$ А. Определить напряженность и индукцию магнитного поля, создаваемого токами в центре круга.

4.32. Прямолинейный проводник расположен перпендикулярно плоскости кругового проводника радиусом $R = 20$ см и проходит на

расстоянии двух радиусов от его центра. Прямолинейный ток имеет силу $I_1 = 10$ А, а круговой $I_2 = 2$ А. Определить напряженность и индукцию магнитного поля, создаваемого токами в центре круга.

4.33. Два бесконечно длинных прямых провода скрещены под прямым углом. Кратчайшее расстояние между ними равно $d = 10$ см. По проводам текут токи силой $I_1 = 80$ А и $I_2 = 60$ А. Определить напряженность H и магнитную индукцию B в точке A , находящейся на середине кратчайшего расстояния между ними.

4.34. Два бесконечно длинных прямых провода скрещены под прямым углом. Кратчайшее расстояние между ними равно $d = 10$ см. По проводам текут токи силой $I_1 = I_2 = 60$ А. Определить напряженность H и магнитную индукцию B в точке A , находящейся на середине кратчайшего расстояния между ними. Как изменятся эти значения, если один из токов поменяет свое направление?

4.35. Длинный прямой соленоид из проволоки диаметром $d = 0,25$ мм намотан так, что витки плотно прилегают друг к другу. Какова индукция и напряженность магнитного поля внутри соленоида при силе тока $I = 5$ А?

4.36. В однородное магнитное поле напряженностью $H = 1000$ А/м помещен прямой проводник длиной $l = 20$ см (подводящие провода находятся вне поля). Определить силу, действующую на проводник, если по нему течет ток $I = 50$ А, а угол между направлением тока и вектором напряженности $\alpha = 30^\circ$.

4.37. Прямой провод длиной $l = 10$ см, по которому течет ток силой $I = 20$ А, находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл. Найти угол α между направлениями вектора магнитной индукции и тока, если на провод действует сила $F = 10$ мН.

4.38. Квадратная проволочная рамка со сторонами $a = 6$ см расположена в однородном магнитном поле с индукцией B , силовые линии которого расположены под углом $\alpha = 60^\circ$ к плоскости рамки. По рамке течет ток силой $I = 10$ А. Определить силу, действующую на каждую из сторон рамки.

4.39. Квадратная проволочная рамка со стороной $a = 5$ см расположена в одной плоскости с длинным прямым проводом так, что две ее стороны параллельны проводу. По рамке и проводу текут одинаковые токи силой $I = 100$ А. Определить силу, действующую на рамку, если ближайшая к проводу сторона рамки находится на расстоянии, равном ее длине.

4.40. Протон влетел в магнитное поле перпендикулярно линиям напряженности и описал дугу радиусом $R = 10$ см. Определить скорость протона, если напряженность магнитного поля $H = 10$ А/м.

4.41. Определить частоту обращения электрона по круговой орбите в магнитном поле напряженностью $I = 10$ А/м.

4.42. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл перпендикулярно линиям индукции. Определить силу F , действующую на электрон со стороны поля, если радиус кривизны траектории равен $R = 0,5$ см.

4.43. Заряженная частица движется в магнитном поле по окружности радиусом $R = 3$ см со скоростью $v = 10$ м/с. Индукция магнитного поля $B = 0,3$ Тл. Найти заряд частицы, если известно, что ее энергия равна $T = 12$ кэВ.

4.44. Электрон движется в магнитном поле с индукцией $B = 0,02$ Тл по окружности радиусом $R = 1$ см. Определить кинетическую энергию T электрона (в джоулях и электрон-вольтах).

4.45. Протон и электрон, двигаясь с одинаковой скоростью, влетают в однородное магнитное поле. Во сколько раз радиус кривизны траектории протона больше радиуса кривизны траектории электрона?

4.46. Заряженная частица с кинетической энергией $T = 1$ кэВ движется в однородном магнитном поле по окружности радиусом $R = 1$ мм. Найти силу F , действующую на частицу со стороны поля.

4.47. Кинетическая энергия α -частицы равна $T = 500$ МэВ. Частица движется в однородном магнитном поле по окружности радиусом $R = 80$ см. Определить магнитную индукцию B поля.

4.48. Электрон с энергией $E = 300$ эВ движется перпендикулярно линиям индукции магнитного поля напряженностью $H = 465$ А/м. Определить силу Лоренца, скорость и радиус траектории электрона.

4.49. Заряженная частица, обладающая скоростью $v = 2 \cdot 10^6$ м/с, влетела в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,52$ Тл. Найти отношение q/m заряда частицы к ее массе, если частица в поле описала дугу окружности радиусом $R = 4$ см. По этому отношению определить, какая это частица.

4.50. Протон с кинетической энергией $T = 1$ МэВ влетел в однородное магнитное поле $B = 1$ Тл перпендикулярно линиям индукции. Какова должна быть минимальная протяженность l поля в направлении, по которому летел протон, когда он находился вне поля, чтобы оно изменило направление движения протона на противоположное?

4.51. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $\Delta U = 1$ кВ, влетает в однородное магнитное поле, направление которого перпендикулярно к направлению его движения. Индукция магнитного поля $B = 1,19$ мТл. Найти радиус окружности, по которой движется электрон, период обращения и момент импульса электрона.

4.52. Электрон движется в однородном магнитном поле по круговой орбите радиусом $R = 6 \cdot 10^{-4}$ м. Значение импульса электрона $p = 4,8 \cdot 10^{-24}$ кг·м/с. Чему равна индукция B магнитного поля?

4.53. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $\Delta U = 300$ В, движется параллельно прямолинейному длинному проводу на расстоянии $a = 4$ мм от него. Какая сила действует на электрон, если по проводнику пустить ток $I = 5$ А?

4.54. Поток альфа-частиц (ядер атома гелия), ускоренный разностью потенциалов $\Delta U = 1$ МВ, влетает в однородное магнитное поле напряженностью $E = 1200$ А/м. Скорость каждой частицы направлена перпендикулярно к направлению магнитного поля. Найти силу, действующую на каждую частицу.

4.55. Протон и электрон, ускоренные одинаковой разностью потенциалов, влетают в однородное магнитное поле. Во сколько раз радиус кривизны траектории протона больше радиуса кривизны траектории электрона?

4.56. Протон, прошедший ускоряющую разность потенциалов $U = 600$ В, влетел в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,3$ Тл и начал двигаться по окружности. Вычислить ее радиус R .

4.57. Заряженная частица, прошедшая ускоряющую разность потенциалов $U = 2$ кВ, движется в однородном магнитном поле с индукцией $B = 15,1$ мТл по окружности радиусом $R = 1$ см. Определить отношение $|e|/m$ заряда частицы к ее массе и скорость v частицы.

4.58. Два иона, имеющие одинаковый заряд, но различные массы, влетели в однородное магнитное поле. Первый ион начал двигаться по окружности радиусом $R_1 = 5$ см, второй ион – по окружности радиусом $R_2 = 2,5$ см. Найти отношение m_1/m_2 масс ионов, если они прошли одинаковую разность потенциалов.

4.59. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 100$ мкТл движется электрон по винтовой линии. Определить скорость электрона, если шаг винтовой линии равен $h = 20$ см, а радиус $R = 5$ см.

4.60. Электрон в однородном магнитном поле движется по винтовой линии радиусом $R = 5$ см и шагом $h = 20$ см. Определить скорость электрона, если индукция магнитного поля 10 Тл.

4.61. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 2$ Тл движется протон. Траектория его движения представляет собой винтовую линию с радиусом $R = 10$ см и шагом $h = 60$ см. Определить кинетическую энергию T протона.

4.62. Вычислить скорость v и кинетическую энергию T α -частиц, выходящих из циклотрона, если, подходя к выходному окну, ионы движутся по окружности радиусом $R = 50$ см. Индукция B магнитного поля циклотрона равна 1,7 Тл.

4.63. Перпендикулярно магнитному полю с индукцией $B = 0,1$ Тл включено электрическое поле напряженностью $E = 100$ кВ/м. Перпендикулярно обоим полям движется, не отклоняясь от прямолинейной траектории, заряженная частица. Вычислить скорость v частицы.

4.64. Перпендикулярно магнитному полю с индукцией $B = 0,08$ Тл включено электрическое поле напряженностью $E = 50$ кВ/м. Не отклоняясь от прямолинейной траектории перпендикулярно обоим полям движется протон. Вычислить кинетическую энергию протона и его импульс.

4.65. Заряженная частица прошла ускоряющую разность потенциалов $U = 104$ В и влетела в расположенные под прямым углом электрическое, $E = 10$ кВ/м, и магнитное, $B = 0,1$ Тл, поля. Найти отношение q/m заряда частицы к ее массе, если, двигаясь перпендикулярно обоим полям, частица не отклоняется от прямолинейной траектории.

4.66. Рамка с током $I = 5$ А содержит $N = 20$ витков тонкого провода. Определить магнитный момент рамки с током, если ее площадь $S = 10$ см².

4.67. По витку радиусом $R = 10$ см течет ток $I = 50$ А. Виток помещен в однородное магнитное поле напряженностью $H = 100$ А/м. Определить вращающий (механический) момент, действующий на виток, если плоскость витка составляет угол $\alpha = 60^\circ$ с линиями напряженности.

4.68. Кольцо радиусом $R = 10$ см находится в однородном магнитном поле напряженностью $H = 1000$ А/м. Плоскость кольца составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с линиями напряженности. Вычислить величину магнитного потока, пронизывающего кольцо.

4.69. В одной плоскости с длинным прямым проводом, по которому течет ток силой $I = 50$ А, расположена прямоугольная рамка так, что две большие стороны ее длиной $a = 65$ см параллельны проводу, а расстояние от провода до ближайшей из этих сторон равно ее ширине. Определить магнитный поток, пронизывающий рамку.

4.70. Короткая катушка площадью поперечного сечения $S = 150$ см², содержащая $N = 200$ витков провода, по которому течет ток силой $I = 4$ А, помещена в однородное магнитное поле напряженностью $H = 8000$ А/м. Определить магнитный момент катушки, а также вращающий момент, действующий на нее со стороны поля, если ось катушки составляет угол $\alpha = 60^\circ$ с линиями поля.

4.71. Виток диаметром $d = 20$ см, может вращаться около вертикальной оси, совпадающей с одним из диаметров витка. Виток установили в плоскости магнитного меридиана и пустили по нему ток силой $I = 10$ А. Какой вращающий момент нужно приложить к витку, чтобы удержать его в начальном положении?

4.72. Рамка диаметром $d = 6$ см содержит $N = 100$ витков. Плоскость витков совпадает с направлением напряженности однородного магнитного поля, равной $H = 15$ А/м. Какой вращающий момент действует на рамку при токе в ней $I = 10$ А?

4.73. Нормаль к плоскости рамки составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с направлением однородного магнитного поля. Под каким углом установилась рамка по отношению к полю, если вращающий момент, действующий на рамку, уменьшился в 10 раз? Решение пояснить рисунком.

4.74. По плоской круглой рамке, имеющей $N = 20$ витков радиусом $R = 2$ см, течет ток $I = 1$ А. Нормаль к плоскости рамки составляет угол $\alpha = 90^\circ$ с направлением магнитного поля напряженностью $H = 30$ А/м. Найти изменение вращающего момента, действующего на рамку, если из $N = 20$ витков рамки сделать один круглый виток.

4.75. Плоская круговая рамка диаметром $d = 10$ см находится в однородном магнитном поле. По рамке протекает ток силой $I = 15$ А. На сколько изменится вращающий момент, действующий на рамку, при повороте плоскости рамки на угол $\alpha = 60^\circ$? (До поворота плоскость рамки совпадала с направлением поля). Напряженность поля $H = 20$ А/м, среда - воздух.

4.76. Виток радиусом $R = 10$ см, по которому течет ток силой $I = 20$ А, свободно установился в однородном магнитном поле напряженностью $H = 1000$ А/м. Виток повернули относительно диаметра на угол $\alpha = 60^\circ$. Определить величину совершенной работы.

4.77. Плоский контур, площадь которого $S = 300$ см², находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,01$ Тл. Плоскость контура перпендикулярна линиям индукции. В контуре поддерживается неизменный ток силой $I = 10$ А. Определить работу A внешних сил по перемещению контура с током в область пространства, магнитное поле в которой отсутствует.

4.78. Виток, по которому течет ток силой $I = 20$ А, свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,016$ Тл. Диаметр витка $d = 10$ см. Определить работу A , которую нужно совершить, чтобы повернуть виток на угол $\alpha = \pi/2$ относительно оси, совпадающей с диаметром.

4.79. Виток, по которому течет ток силой $I = 20$ А, свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,016$ Тл. Диаметр витка

$d = 10$ см. Определить работу A , которую нужно совершить, чтобы повернуть виток на угол $\alpha = 2\pi$ относительно оси, совпадающей с диаметром.

4.80. Рамка площадью $S = 100$ см² содержит $N = 1000$ витков провода сопротивлением $R = 12$ Ом. К концам обмотки подключено внешнее сопротивление $U = 20$ Ом. Определить максимальную мощность, необходимую для того, чтобы равномерно с частотой $\nu = 8$ с⁻¹ вращать рамку в магнитном поле, индукция которого равна $B = 0,1$ Тл.

5. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ

5.1. Магнитные моменты атомов

Движение электрона в атоме подчиняется квантовым законам. Тем не менее, для объяснения некоторых процессов, происходящих при внесении веществ в магнитное поле, с успехом могут быть использованы классические представления о строении атомов. Согласно этим представлениям, электроны в атоме движутся по стационарным замкнутым траекториям – орбитам, поэтому каждый атом или молекулу можно рассматривать как совокупность электронных микротоков. Вследствие этого даже в отсутствие внешнего магнитного поля атомы обладают магнитным моментом, связанным с орбитальным движением электронов, т.е. ведут себя как магнитные диполи. Для качественного объяснения магнитных явлений достаточно предположить, что электроны в атоме вращаются вокруг ядра по круговым орбитам (рис. 5.1).

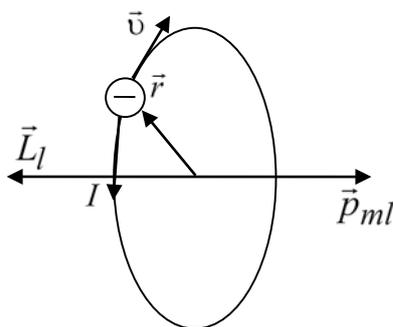


Рис. 5.1

Электрон, движущийся со скоростью \vec{v} по одной из таких орбит радиусом r , эквивалентен круговому контуру с током, а значит может быть охарактеризован магнитным моментом $p_{ml} = IS = I\pi r^2$, равным

произведению силы тока I на площадь контура S . Вектор \vec{p}_{ml} , называемый орбитальным магнитным моментом электрона, направлен перпендикулярно плоскости орбиты в соответствии с правилом правого винта по отношению к току.

Сила тока может быть рассчитана как $I = e/T = e\nu/2\pi r$, поскольку за время обращения электрона T вокруг ядра через площадку, расположенную на любом месте пути электрона, переносится в единицу времени заряд $q = -e$. Заметим, что направление тока, создаваемого вращающимся электроном противоположно направлению его скорости, так как электрон несет отрицательный заряд.

Итак, величина орбитального магнитного момента электрона может быть рассчитана как

$$p_{ml} = \frac{e\nu r}{2}. \quad (5.1)$$

С другой стороны, движущийся по орбите электрон вне зависимости от наличия у него заряда, обладает механическим моментом импульса L_l , модуль которого находится по формуле

$$L_l = m\nu r. \quad (5.2)$$

Вектор \vec{L}_l связан с орбитальным движением электрона и поэтому называется орбитальным механическим моментом электрона. Он, также как и \vec{p}_{ml} перпендикулярен плоскости орбиты, но направлен в противоположную сторону.

Отношение орбитальных магнитного и механического моментов

$$\frac{p_{ml}}{L_l} = -\frac{e}{2m} = -g_l \frac{e}{2m}, \quad (5.3)$$

называется магнитомеханическим (гиромагнитным) отношением. Оно определяется только универсальными постоянными и поэтому одинаково для всех орбит, причем для орбитального движения $g_l = 1$.

Пропорциональность магнитного и механического моментов лежит в основе так называемых магнитомеханических явлений, заключающихся в том, что намагничение магнетика приводит к его вращению и, наоборот, вращение магнетика вызывает его намагничение.

Экспериментальное определение гиромагнитного отношения, проведенное с железными образцами, дало результат, в два раза превышающий соотношение (5.3). Это дало основание предположить, что магнитные свойства веществ обусловлены не только орбитальным движением электронов.

Оказалось, что наряду с орбитальным магнитным моментом \vec{p}_{ml} электроны обладают также собственным (спиновым) магнитным моментом \vec{p}_{ms} , который первоначально считали обусловленным вращением электрона вокруг своей оси. В дальнейшем этот взгляд привел к целому ряду противоречий, поэтому в настоящее время наличие магнитного спинового момента \vec{p}_{ms} и механического спинового момента \vec{L}_s (называемого спином), не связывают с каким-либо движением электрона. Считается, что спин является таким же неотъемлемым свойством электрона, как его масса и заряд.

Отношение магнитного и механического спиновых моментов электрона, как следует из эксперимента, равно

$$\frac{p_{ms}}{L_s} = -\frac{e}{m} = -g_s \frac{e}{2m}, \quad (5.4)$$

т.е. в этом случае $g_s = 2$.

Спином обладают не только электроны, но и другие элементарные частицы. Спин элементарных частиц оказывается целым или полуцелым кратным постоянной Планка $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж · с. В частности, для электрона $L_s = \frac{1}{2}\hbar$, в связи с чем говорят, что спин электрона $s = 1/2$.

Магнитный момент атома складывается из магнитных моментов (как орбитальных, так и спиновых) входящих в его состав электронов и магнитного момента ядра. Поскольку магнитные моменты ядер, обусловленные наличием магнитных моментов у входящих в ядро протонов и нейтронов, в тысячи раз меньше магнитных моментов электронов, обычно ими пренебрегают. Таким образом, общий магнитный момент атома \vec{p}_m равен векторной сумме орбитальных и спиновых магнитных моментов входящих в атом электронов. В зависимости от величины суммарного магнитного дипольного момента и особенностей атомного строения все вещества по магнитным свойствам подразделяются на три группы: диамагнетики, парамагнетики и ферромагнетики.

5.2. Магнитное поле в веществе

Итак, атомы и молекулы подобны магнитным диполям, поэтому в магнитных полях ведут себя как диполи. Намагничивание магнетика естественно характеризовать магнитным моментом единицы объема образца. Эту величину называют намагниченностью \vec{J} , она равна отношению магнитного момента малого объема ΔV вещества к этому объему:

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V} \sum \vec{p}_m.$$

Здесь \vec{p}_m – магнитный момент отдельной молекулы, суммирование проводится по всем молекулам рассматриваемого объема.

Единицей измерения намагниченности в системе СИ является А/м.

Намагничивание магнетика появляется при внесении образца в магнитное поле \vec{B}_0 , создаваемое внешними макротоками. Однако внутри магнетика поле не равно \vec{B}_0 , так как появляется дополнительное поле \vec{B}' , создаваемое внутренними молекулярными микротоками. Намагничивание вещества обуславливается именно суммарным действием обоих полей, т.е. результирующее поле \vec{B} , в котором находятся молекулы, равно

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'.$$

Поле \vec{B}' так же, как и поле \vec{B}_0 , не имеет источников (линии магнитной индукции всегда замкнуты), поэтому поток вектора \vec{B} равен нулю:

$$\Phi_B = \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

Эта формула выражает теорему Гаусса для вектора магнитной индукции: поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность равен нулю.

Более информативным является закон полного тока (теорема о циркуляции) для магнитного поля в веществе, который записывают следующим образом:

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum I_{\text{макро}} + \mu_0 \sum I_{\text{микро}},$$

где $\sum I_{\text{макро}}$ – сумма внешних макроскопических токов; $\sum I_{\text{микро}}$ – сумма внутренних молекулярных микротоков, охватываемых некоторым контуром l . Это соотношение удобным для расчетов не является, так как наряду с известными макротоками содержит множество микротоков. Однако можно показать, что

$$\sum I_{\text{микро}} = \oint_l \vec{I} d\vec{l},$$

т.е. циркуляция вектора намагниченности определяется именно микротоками. С учетом этого соотношения закон полного тока записывают в виде

$$\oint_l \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{I} \right) d\vec{l} = \sum I_{\text{макро}}.$$

Если ввести вектор напряженности магнитного поля

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J},$$

то закон полного тока записывается в более удобной форме:

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \sum I_{\text{макро}}.$$

Итак, циркуляция вектора напряженности магнитного поля вдоль произвольного замкнутого контура равна алгебраической сумме макроскопических токов, охватываемых этим контуром.

5.3. Напряженность магнитного поля. Относительная магнитная проницаемость

При описании магнитного поля, помимо вектора магнитной индукции, используется также вспомогательная величина – вектор напряженности магнитного поля, определяемый соотношением

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}.$$

В отличие от индукции \vec{B} , характеризующей взаимодействие магнитного поля с токами и движущимися зарядами и потому являющейся

силовой характеристикой магнитного поля, напряженность \vec{H} непосредственного физического смысла не имеет. Она введена в электродинамику потому, что с ее помощью в компактной и удобной форме записываются уравнения для магнитных полей в неоднородных средах. Напряженность \vec{H} является аналогом электрического смещения \vec{D} .

Намагниченность принято связывать не с магнитной индукцией, а с напряженностью магнитного поля, не зависящей от вида магнетика и определяемой внешними условиями. Опыт показывает, что для большинства веществ справедливо соотношение

$$\vec{J} = \chi \vec{H},$$

т.е. намагниченность пропорциональна приложенному полю. Здесь χ – характерная для данного магнетика величина, называемая магнитной восприимчивостью. Поскольку размерность H совпадает с размерностью J (А/м), χ – безразмерная величина. С учетом последнего соотношения имеем

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0(1 + \chi)} = \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu}, \quad \vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}.$$

Безразмерная величина $\mu = 1 + \chi$ называется относительной магнитной проницаемостью вещества. Поскольку восприимчивость χ может быть как положительной, так и отрицательной, то магнитная проницаемость μ может быть как больше, так и меньше единицы. Относительная магнитная проницаемость μ показывает, во сколько раз усиливается (или ослабевает) поле в магнетике по сравнению с полем в вакууме.

5.4. Диамагнетики

В диамагнетиках собственное магнитное поле \vec{B}' , индуцируемое внешним полем B_0 , направлено противоположно внешнему полю. Поэтому результирующее поле в диамагнетике ослабляется. Это означает, что восприимчивость диамагнетиков $\chi < 0$, т.е. магнитная проницаемость $\mu < 1$.

Диамагнетизм может быть объяснен следующим образом. Когда молекула или атом вещества оказывается во внешнем возрастающем магнитном поле, то изменяющееся магнитное поле вызывает электромагнитную индукцию. Электроны в атомах приходят в дополнительное вращательное движение в таком направлении, что созданное этим движением магнитное поле будет противодействовать изменению внешнего поля. У атомов возникает индуцированный магнитный момент,

направленный против поля. Наведенные составляющие магнитных полей атомов складываются и образуют собственное магнитное поле вещества, ослабляющее внешнее магнитное поле. Этот эффект получил название диамагнитного эффекта.

Диамагнитный эффект возникает у всех атомов, но наблюдается только у тех веществ, атомы которых не обладают суммарным магнитным моментом. К диамагнетикам относятся многие металлы (например, Bi, Ag, Au, Cu) и большинство органических соединений.

Диамагнитная восприимчивость от температуры не зависит. В отсутствие внешнего магнитного поля диамагнетик немагнитен.

5.5. Парамагнетики

У парамагнитных веществ при отсутствии внешнего магнитного поля магнитные моменты электронов не компенсируют друг друга, и атомы (молекулы) парамагнетиков всегда обладают магнитным моментом. Однако вследствие теплового движения молекул их магнитные моменты ориентированы беспорядочно, поэтому у парамагнетиков в отсутствие внешнего магнитного поля намагниченность равна нулю. При внесении парамагнетика во внешнее магнитное поле молекулы ведут себя подобно диполям. В результате устанавливается преимущественная ориентация магнитных моментов по полю тем большая, чем больше магнитное поле, и тем меньшая, чем выше температура. Тепловое движение оказывает дезориентирующее действие, препятствуя полной ориентации всех молекул по полю. Таким образом, парамагнетик во внешнем магнитном поле намагничивается, создавая собственное магнитное поле, совпадающее по направлению с внешним полем и усиливающее его. Этот эффект называется парамагнитным.

Диамагнитный эффект возникает и в парамагнетиках, но он на порядок слабее парамагнитного. Поэтому возникающий при включении магнитного поля положительный (направленный по полю) магнитный момент бывает значительно больше, чем отрицательный индуцированный момент. Результирующий момент оказывается положительным, и вещество ведет себя, как парамагнетик. Парамагнетиками являются, например, кислород, окись азота, алюминий, щелочные металлы.

При ослаблении внешнего магнитного поля до нуля ориентация магнитных моментов вследствие теплового движения нарушается и парамагнетик размагничивается. В отсутствие внешнего магнитного поля парамагнетик, как и диамагнетик, немагнитен.

Магнитная восприимчивость парамагнетиков невелика и положительна. Поэтому относительная магнитная проницаемость $\mu > 1$.

Восприимчивость парамагнетиков обратно пропорциональна абсолютной температуре.

5.6. Ферромагнетики

Особый класс магнетиков образуют вещества, способные обладать спонтанной намагниченностью в отсутствие внешнего магнитного поля. Внутреннее магнитное поле в ферромагнетиках может в сотни и тысячи раз превышать вызвавшее его внешнее магнитное поле. Магнитная восприимчивость ферромагнетиков положительна и весьма велика. К числу ферромагнетиков относятся железо, никель, кобальт и ряд сплавов, причем ферромагнетизм присущ этим веществам, находящимся только в кристаллическом состоянии.

Существенной особенностью ферромагнетиков является наличие зависимости относительной магнитной проницаемости μ от величины напряженности H приложенного магнитного поля. Вначале μ быстро растет, достигает максимального значения, а затем убывает. Максимальные значения μ для ферромагнетиков очень велики: Fe – 5000; кремнистое железо (Fe + 3 % Si) – 10000; пермаллой (78 % Ni + 22 % Fe) – 100000.

Особые свойства ферромагнетиков объясняются наличием в них малых областей, обладающих однородной самопроизвольной намагниченностью. Такие области называются доменами. Линейные размеры доменов составляют 10^{-2} - 10^{-3} см. Поэтому внешнее магнитное поле в ферромагнетике ориентирует моменты не отдельных частиц, а целых областей – доменов.

Рассмотрим намагничивание ферромагнетика (рис. 5.1).

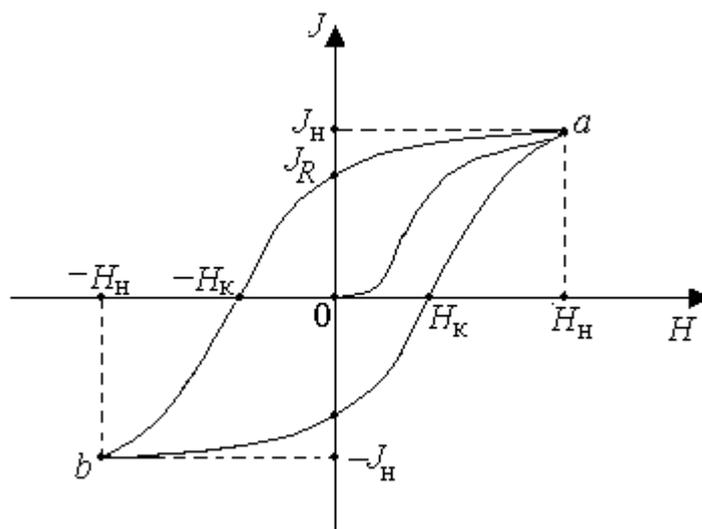


Рис. 5.1

С увеличением напряженности H магнитного поля от нуля намагниченность J увеличивается по кривой $0a$ (основная кривая намагничивания) до некоторого значения насыщения J_H . Если затем уменьшать H , то J изменяется по кривой, лежащей выше основной кривой. При $H=0$ намагниченность не равна нулю, т.е. у образца имеется остаточная намагниченность J_R . Это объясняется тем, что у части доменов сохраняется преимущественная ориентация их магнитных моментов. Чтобы полностью размагнитить образец, нужно создать вокруг него магнитное поле с напряженностью H_K , направленное в противоположную сторону. Величина H_K называется коэрцитивной силой. При дальнейшем увеличении магнитного поля, противоположного первоначальному, намагниченность снова достигает насыщения (точка b). Возвращаясь постепенно к напряженности H_H , получим замкнутую кривую, которая называется петлей гистерезиса.

Существование остаточной намагниченности делает возможным изготовление постоянных магнитов, т.е. тел, которые без затрат энергии на поддержание макроскопических токов обладают магнитным моментом и создают в окружающем их пространстве магнитное поле. Постоянный магнит тем лучше сохраняет свои свойства, чем больше коэрцитивная сила материала, из которого он изготовлен. Поэтому постоянные магниты изготавливают из жестких ферромагнетиков с большой коэрцитивной силой и широкой петлей гистерезиса (например, углеродистые и вольфрамовые стали).

Мягкие ферромагнетики с малой коэрцитивной силой и узкой петлей гистерезиса применяют для изготовления сердечников трансформаторов (например, мягкое железо, сплав железа с никелем). Это связано с тем, что работа, совершаемая при перемагничивании, пропорциональна площади петли гистерезиса, а значит, такие сердечники подвержены меньшему нагреву.

Для каждого ферромагнетика имеется определенная температура T_c , называемая точкой Кюри, при которой области спонтанного намагничивания – домены распадаются и вещество утрачивает ферромагнитные свойства. Например, для железа $T_c = 1041$ К, для никеля $T_c = 738$ К. При нагревании образца выше точки Кюри ферромагнетик превращается в обычный парамагнетик. При охлаждении ферромагнетика ниже T_c в нем снова возникают домены.

5.7. Понятие о природе ферромагнетизма. Антиферромагнетики

В создании самопроизвольной намагниченности ферромагнетиков орбитальные магнитные моменты не участвуют. Элементарными носителями

магнетизма в этих материалах являются спиновые магнитные моменты. Вначале представление о спине связывалось с вращением электрона вокруг собственной оси. В настоящее время доказано, что такая модель неверна. Электрону присущи собственный механический и магнитный моменты подобно тому, как ему присущи заряд e и масса m_e .

Согласно классическим представлениям, электроны в атоме движутся по орбитам, причем совокупность определенного числа орбит составляет электронную оболочку. Почти все оболочки подразделяются на слои или подоболочки. Ферромагнитные материалы обладают особенностью: прежде чем нижняя оболочка застроится полностью, начинается заполнение оболочки, расположенной выше. Спины электронов каждого слоя могут быть ориентированы в противоположных направлениях, и если имеет место «недостроенность» оболочки, то может быть и нескомпенсированность суммарного магнитного момента. Однако только недостроенности нижних оболочек недостаточно для появления ферромагнитного эффекта.

Возникновение доменов объясняется тем, что иногда состояние системы электронов является наиболее энергетически выгодным, когда магнитные моменты электронов ориентированы параллельно друг другу. Такое положение электронов является результатом так называемого «обменного взаимодействия» между ними.

В некоторых случаях обменные силы приводят к появлению антиферромагнетиков, в которых собственные моменты электронов соседних атомов ориентированы антипараллельно друг другу. В результате антиферромагнетики характеризуются очень малой магнитной восприимчивостью и проявляются как очень слабые парамагнетики. Для антиферромагнетиков тоже существует критическая температура T_N , которая называется антиферромагнитной точкой Кюри, или точкой Нееля. Выше такой температуры антипараллельная ориентация исчезает. Примеры антиферромагнетиков – эрбий, диспрозий, некоторые сплавы марганца и меди.

5.8. Магнитное поле в сверхпроводниках

Явление сверхпроводимости состоит в том, что у некоторых металлов и сплавов происходит резкое падение удельного сопротивления вблизи определенной температуры T_K . Известно свыше 500 чистых элементов и сплавов, обнаруживающих свойство сверхпроводимости. Критические температуры этих веществ составляют единицы кельвина. Однако в 1986 г. были открыты так называемые высокотемпературные сверхпроводники

(ВТСП) с критическими температурами порядка 80 К. В настоящее время созданы ВТСП-сплавы, критическая температура которых достигает значений 140-160 К.

Сопротивление металлов в сверхпроводящем состоянии равно нулю, и в них не выделяется джоулево тепло. Токи, раз возникнув, сохраняются в них неопределенно долгое время в отсутствие всякой сторонней ЭДС.

Сверхпроводящее состояние вещества отличается еще одной особенностью: магнитное поле не проникает в глубь металла, т.е. напряженность и индукция магнитного поля внутри сверхпроводников равны нулю.

Сверхпроводники применяются в вычислительной технике. Поскольку электрический ток в них является незатухающим, они могут быть использованы в качестве прекрасных запоминающих устройств. Сверхпроводники – хорошие переключающие устройства. Соленоиды из сверхпроводящего материала могут создавать очень сильные магнитные поля, которые позволяют уменьшить габариты и потребляемую энергию в синхротронах и других ускорителях частиц.

5.9. Примеры решения задач

Задача 5-1. Обмотка тонкой тороидальной катушки с железным сердечником содержит $N = 800$ витков. Средний радиус тороида равен $R = 15$ см. Определить напряженность поля H и магнитную индукцию B внутри сердечника, относительную магнитную проницаемость μ железа и намагниченность J сердечника при двух значениях силы тока в обмотке: 1) $I_1 = 0,2$ А; 2) $I_2 = 0,6$ А.

Решение. При протекании тока по обмотке соленоида в железном сердечнике тороида возникнет магнитное поле, замкнутые линии индукции и напряженности которого имеют форму окружностей, concentричных самому тору. Магнитная индукция этого поля создается как макротоками, текущими по обмотке, так и микротоками, возникающими в материале сердечника. При нахождении магнитного поля в веществе удобнее сначала искать напряженность магнитного поля, поскольку ее величина не только не зависит от материала сердечника, но и в отсутствие сердечника будет такой же. Для нахождения напряженности магнитного поля внутри тороида можно применить закон полного тока для магнитного поля в веществе:

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \sum I$$

где $\sum I = N \cdot I$ – алгебраическая сумма макротоков, сцепленных с контуром интегрирования L . Контур L выбирается совпадающим с одной из линий напряженности, например, со средней линией тороида. Так как тор тонкий, то можно приближенно считать, что в любом его поперечном сечении и во всех точках внутри тора $H = \text{const}$. В этом случае закон полного тока для магнитного поля в веществе можно записать в виде

$$H \cdot 2\pi \cdot R = N \cdot I,$$

а значит, для нахождения напряженности магнитного поля внутри тороида можно воспользоваться соотношением

$$H = N \cdot I / (2\pi \cdot R).$$

Численный расчет с использованием данных задачи дает следующие величины:

$$\text{при } I = I_1 = 0,2 \text{ А} \quad H_1 = NI_1 / (2\pi R) = 170 \text{ А/м},$$

$$\text{при } I = I_2 = 0,6 \text{ А} \quad H_2 = NI_2 / (2\pi R) = 510 \text{ А/м}.$$

Индукция магнитного поля внутри тороида может быть найдена по графику зависимости B от H основной кривой намагничивания железа (см. приложение):

$$\text{при } H = H_1 \quad B_1 = 0,8 \text{ Тл.}$$

$$\text{при } H = H_2 \quad B_2 = 1,1 \text{ Тл.}$$

Следует отметить, что для железа и других ферромагнетиков расчетной формулы для определения индукции магнитного поля в сердечнике не существует, поскольку соотношение

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}$$

обычно применяемое для неферромагнитных сред, в данном случае не может быть использовано из-за нелинейной зависимости относительной магнитной проницаемости μ от величины приложенного поля. Тем не менее, из этого соотношения могут быть найдены значения μ , соответствующие указанным рабочим режимам, а именно:

$$\mu_1 = B_1 / (\mu_0 H_1) = 3750, \quad \mu_2 = B_2 / (\mu_0 H_2) = 1720.$$

Намагниченность сердечника J может быть найдена из соотношения

$$\vec{J} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{H}.$$

Численный расчет дает следующие величины намагниченности сердечника:

$$J_1 = B_1 / \mu_0 - H_1 = 0,64 \cdot 10^6 \text{ А/м}; \quad J_2 = B_2 / \mu_0 - H_2 = 0,87 \cdot 10^6 \text{ А/м}.$$

Следует отметить, что в отличие от напряженности поля, которая прямо пропорциональна силе тока в обмотке, индукция магнитного поля внутри железного сердечника и его намагниченность току не пропорциональны.

Задача 5-2. В железном сердечнике соленоида, содержащего 10 витков на 1 см длины, индукция магнитного поля равна 1,3 Тл. Железный сердечник заменили стальным. Определить, во сколько раз следует изменить силу тока в обмотке соленоида, чтобы магнитная индукция в сердечнике осталась неизменной.

Решение. Ток I , текущий по обмотке соленоида, создает внутри соленоида магнитное поле, напряженность которого

$$H = I \cdot n$$

не зависит от материала сердечника, а зависит только от величины тока I , протекающего по обмотке и такого параметра обмотки, как число витков n на единицу длины, в нашем случае равного $n = 10 \text{ см}^{-1} = 1000 \text{ м}^{-1}$.

С другой стороны, существует еще одна характеристика магнитного поля – индукция магнитного поля. Она связана с напряженностью магнитного поля соотношением

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}.$$

Однако для ферромагнетиков, к которым относятся и железо, и сталь, это соотношение использовать не очень удобно, поскольку относительная магнитная проницаемость μ зависит от величины напряженности поля. В случае ферромагнетиков для нахождения связи между B и H чаще используют график зависимости B от H основной кривой намагничивания железа, приведенный в приложении. Используя указанный график найдем, что магнитной индукции $B = 1,3 \text{ Тл}$ в железе соответствует напряженность магнитного поля $H = 1000 \text{ А/м}$. Для создания такого поля необходим ток

$$I = H/n = 1 \text{ А/м}.$$

Из этого же графика видно, что для того, чтобы создать такую же индукцию магнитного поля $B = 1,3 \text{ Тл}$ в стали, необходимо создать магнитное поле с другой напряженностью $H_c = 2000 \text{ А/м}$. Это поле должно быть создано другим током, а именно $I_c = H_c / n = 2 \text{ А/м}$. Соответственно, для того, чтобы индукция магнитного поля в сердечнике осталась неизменной следует увеличить силу тока в обмотке соленоида в 2 раза, поскольку

$$I_c / I = 2.$$

Контрольные вопросы и задачи для самостоятельного решения

- 5.1. Из чего складывается магнитный момент атома?
- 5.2. В чем заключаются магнитомеханические явления?
- 5.3. Как определяется намагниченность вещества?
- 5.4. Как формулируется закон полного тока для магнитного поля в веществе?
- 5.5. У каких атомов наблюдается диамагнитный эффект?
- 5.6. Что происходит с веществом, помещенным в магнитное поле? В чем различие диамагнитного и парамагнитного эффектов?
- 5.7. Что показывает относительная магнитная проницаемость вещества?
- 5.8. В чем состоит отличительная особенность ферромагнетиков? Что такое домены?
- 5.9. Какой вид имеет петля гистерезиса?
- 5.10. Что такое коэрцитивная сила? Какая температура называется точкой Кюри?
- 5.11. Что такое антиферромагнетики? Как проявляются их магнитные свойства?
- 5.12. В чем состоит явление сверхпроводимости?
- 5.13. Что такое высокотемпературные сверхпроводники?
- 5.14. Какова особенность магнитных свойств сверхпроводников?
- 5.15. Где могут быть использованы сверхпроводники?
- 5.16. В стальном сердечнике соленоида, содержащего $n = 10$ витков/см, индукция равна $B = 1,0$ Тл. Стальной сердечник заменили железным. Определить, во сколько раз следует изменить силу тока в обмотке соленоида, чтобы индукция магнитного поля в сердечнике осталась неизменной.
- 5.17. Диаметр железного кольца по средней линии $d = 15$ см, его площадь сечения $S = 7$ см². На кольцо навито $N = 500$ витков провода. Определить силу тока I , при которой магнитный поток в кольце равен $\Phi = 8,4 \cdot 10^{-4}$ Вб.
- 5.18. Железный сердечник находится в однородном магнитном поле напряженностью $H = 1$ кА/м. Определить индукцию B магнитного поля в сердечнике и магнитную проницаемость μ железа.
- 5.19. На железное кольцо намотано в один слой $N = 500$ витков провода. Средний диаметр кольца $d = 25$ см. Определить магнитную индукцию B в железе и магнитную проницаемость μ железа, если сила тока I в обмотке: 1) 0,5 А; 2) 2,5 А.
- 5.20. Замкнутый соленоид со стальным сердечником имеет $n = 10$ витков на каждый сантиметр длины. По соленоиду течет ток силой $I = 2$ А. Вычислить магнитный поток Φ в сердечнике, если его сечение $S = 4$ см².

5.21. Соленоид намотан на чугунное кольцо сечением $S = 5 \text{ см}^2$. При силе тока $I = 1 \text{ А}$ магнитный поток $\Phi = 250 \text{ мкВб}$. Определить число витков n , приходящихся на единицу длины средней линии кольца.

5.22. В железном сердечнике соленоида индукция $B = 1,3 \text{ Тл}$. Железный сердечник заменили стальным. Определить, во сколько раз следует изменить силу тока в обмотке соленоида, чтобы индукция в сердечнике осталась неизменной.

5.23. В соленоид длиной $l = 0,2 \text{ м}$, имеющий $N = 300$ витков, введен железный сердечник. По соленоиду течет ток $I = 1 \text{ А}$. Найти индукцию магнитного поля H и намагниченность J железа внутри соленоида.

5.24. Железный сердечник длиной $l = 20 \text{ см}$ ($d \ll l$) содержит $N = 200$ витков. Определить магнитную проницаемость μ железа при силе тока $I = 0,4 \text{ А}$.

5.25. На железное кольцо намотаны в один слой $N = 200$ витков. Определить энергию индукцию магнитного поля внутри сердечника, если при токе силой $I = 2,5 \text{ А}$ магнитный поток Φ в железе равен $0,5 \text{ мВ}$.

5.26. На железное кольцо намотано в один слой $N = 400$ витков провода. Средний диаметр кольца $d = 20 \text{ см}$. Определить намагниченность J железа и его магнитную проницаемость μ , если сила тока I в обмотке $I = 2,2 \text{ А}$.

5.27. На стальное кольцо намотано в один слой $N = 500$ витков провода. Средний диаметр кольца $d = 25 \text{ см}$. Определить намагниченность J железа и его магнитную проницаемость μ , если сила тока I в обмотке $I = 2,5 \text{ А}$.

5.28. Обмотка соленоида с железным сердечником содержит $N = 600$ витков. Длина соленоида $l = 15 \text{ см}$. Определить напряженность поля H и магнитную индукцию B внутри сердечника, относительную магнитную проницаемость μ железа и намагниченность J сердечника при силе тока в обмотке $I = 1,2 \text{ А}$.

5.29. Обмотка соленоида со стальным сердечником содержит $N = 600$ витков. Длина соленоида $l = 15 \text{ см}$. Определить напряженность поля H и магнитную индукцию B внутри сердечника, относительную магнитную проницаемость μ железа и намагниченность J сердечника при силе тока в обмотке $I = 1,2 \text{ А}$.

5.30. Обмотка соленоида с чугунным сердечником содержит $N = 600$ витков. Длина соленоида $l = 15 \text{ см}$. Определить напряженность поля H и магнитную индукцию B внутри сердечника, относительную магнитную проницаемость μ железа и намагниченность J сердечника при силе тока в обмотке $I = 1,2 \text{ А}$.

6. ЯВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ. ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ

6.1. Явление электромагнитной индукции

Явление электромагнитной индукции, открытое М. Фарадеем в 1831 г., состоит в возникновении ЭДС в замкнутом контуре при изменении пронизывающего его магнитного поля. Следовательно, в замкнутом контуре, находящемся в переменном магнитном поле, возникает индуцированное электрическое поле, энергетической характеристикой которого является ЭДС электромагнитной индукции ε_i . Следствием является появление индукционного тока, зависящего еще и от сопротивления контура.

Связь между направлением индукционного тока и характером вызвавшего его изменения магнитного поля исследовал профессор Петербургского университета Э. Ленц и установил следующий закон, называемый правилом Ленца: при всяком изменении магнитного потока Φ , проходящего сквозь поверхность, натянутую на замкнутый контур, в последнем возникает индукционный ток такого направления, что создаваемое им магнитное поле противодействует изменению магнитного потока.

Закон Фарадея с учетом правила Ленца имеет математическое выражение

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (6.1)$$

и формулируется так: ЭДС электромагнитной индукции в замкнутом контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока, проходящего сквозь поверхность, натянутую на контур. Знак « $-$ » в этой формуле является выражением правила Ленца. При этом несущественно, чем именно вызвано изменение магнитного потока – деформацией контура, его перемещением в магнитном поле или изменением самого поля с течением времени. Универсальность закона состоит в том, что величина генерируемой ЭДС не зависит от способа изменения магнитного потока, а определяется только скоростью его изменения.

Если рассмотреть не один виток, а катушку с N витками, то суммарная ЭДС, индуцируемая в контуре, будет определяться всем магнитным потоком, сцепленным с этой катушкой, а значит

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt}, \quad (6.2)$$

где $\Psi = \sum_{i=1}^N \Phi$ – полный магнитный поток, называемый также потокосцеплением. Если поток, пронизывающий каждый из витков, одинаков, то

$$\Psi = N\Phi.$$

Итак, возникновение ЭДС электромагнитной индукции является следствием появления в окружающем пространстве вихревого электрического поля, генерируемого переменным магнитным полем.

Открытие явления электромагнитной индукции имело большое значение, так как была доказана возможность получения электрического тока с помощью магнитного поля. Этим была установлена взаимосвязь между электрическими и магнитными явлениями, что затем легло в основу теории электромагнитного поля

6.2. Принцип действия генератора переменного тока

Явление электромагнитной индукции используется для преобразования механической энергии в энергию электромагнитного тока. Принцип действия генераторов электрического тока основан на возникновении переменной ЭДС в контуре, вращающемся в однородном магнитном поле.

В этом случае изменение магнитного потока Φ сквозь контур, состоящий из одного витка площадью S , равно

$$\Phi = BS \cos \alpha \quad (6.3)$$

обуславливается не изменением индукции магнитного поля, так как $\vec{B} = \text{const}$, а изменением угла α между вектором \vec{B} и поворачивающейся нормалью \vec{n} к контуру. При равномерном вращении контура с угловой скоростью $\omega = \text{const}$, угол α зависит от времени, как

$$\alpha = \omega t. \quad (6.4)$$

Здесь начало отсчета времени t выбрано так, чтобы при $t = 0$, угол α был равен нулю. Следовательно, равномерное вращение контура приводит к появлению в нем переменной ЭДС индукции

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = BS\omega \sin \omega t, \quad (6.5)$$

также определяющейся гармоническим законом.

Максимальное (амплитудное значение) ЭДС, соответствующее $\sin \omega t = 1$, равно $\varepsilon_{i \max} = BS\omega$ и поэтому соотношение (6.5) может быть записано, как

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{i \max} \sin \omega t. \quad (6.6)$$

Если вращать не один, а несколько витков, соединенных последовательно, генерируемая ЭДС будет пропорциональна полному числу витков.

Итак, если контур равномерно вращается в однородном магнитном поле, в нем возникает переменная ЭДС, зависящая от частоты вращения $\nu = \omega/2\pi$ (в России $\nu = 50$ Гц), площади контура и величины индукции магнитного поля. Для увеличения генерируемой ЭДС применяют сильные магнитные поля, создаваемые постоянными магнитными или используют ферромагниты с магнитными сердечниками, через которые пропускают значительные токи.

Процесс превращения механической энергии в электрическую обратим, поскольку на контур с током, находящийся в магнитном поле действует момент сил, приводящий к вращению рамки. На этом принципе основана работа электродвигателей, предназначенных для превращения электрической энергии в механическую.

6.3. Вихревые токи

В массивных сплошных проводниках, помещенных в изменяющееся магнитное поле, создается вихревое электрическое поле, которое приводит в движение носители тока. Поэтому в объеме проводника возникают индукционные вихревые замкнутые токи, называемые токами Фуко. Так как электрическое сопротивление массивных сплошных тел мало, токи в них могут достигать больших величин. Токи Фуко подчиняются правилу Ленца, и имеют такое направление, чтобы их магнитное поле противодействовало причине, вызывающей эти токи, например, при движении массивного проводника в неоднородном магнитном поле токи Фуко приводят к появлению сил Ампера, препятствующих движению проводника, т.е. к его

торможению. Этот эффект используют в технике для успокоения (демпфирования) подвижных частей измерительных приборов.

Вихревые токи, помимо торможения, вызывают нагревание проводников, что может быть как нежелательным эффектом, так и приносить пользу. Например, токи Фуко, возникающие в сердечниках трансформаторов, могут приводить к потере энергии вследствие их нагревания. Для уменьшения этого эффекта сердечники собирают из тонких пластин, разделенных слоями изолятора. Эти пластины располагают параллельно силовым линиям магнитного поля. При этом силовые линии вихревого электрического поля и, соответственно, индукционные токи будут направлены поперек пластин, что существенно снижает их величину.

Тепловое действие токов Фуко используют для нагревания проводящих материалов в индукционных печах. Основным элементом такой печи является проволочная катушка, через которую пропускают переменный электрический ток высокой частоты. В металле возникают интенсивные вихревые токи, способные разогреть его до плавления. Такой способ позволяет плавить металлы в вакууме, в результате чего получают сверхчистые материалы. Поскольку выделяемое в проводнике джоулево тепло пропорционально квадрату частоты изменения тока в катушке, наиболее эффективно индукционная печь работает при протекании по катушке тока сверхвысокой частоты (СВЧ).

В методе поверхностной закалки металлов используется эффект вытеснения быстро переменных токов на поверхность проводника (скин-эффект), возникающий вследствие индуцирования различных вихревых токов в глубине и на поверхности проводника. Изменение частоты протекающих токов позволяет производить закалку на любой требуемой глубине.

6.4. Самоиндукция. Индуктивность

Вокруг всякого проводника с током существует магнитное поле. Собственное магнитное поле контура, по которому течет ток, создает магнитный поток Φ_S , пронизывающий этот же контур. При изменениях тока изменяется также и связанный с контуром магнитный поток Φ_S , вследствие чего в контуре индуцируется ЭДС. Это явление называется самоиндукцией.

В соответствии с законом Био-Савара-Лапласа магнитная индукция B пропорциональна силе тока, вызвавшего поле. Отсюда вытекает, что ток I в контуре и создаваемый им полный магнитный поток Φ_S пропорциональны друг другу:

$$\Phi_S = LI. \quad (6.7)$$

Коэффициент пропорциональности L называется индуктивностью контура. Это статическая индуктивность. Она зависит только от геометрической формы контура, его размеров и магнитных свойств (μ) среды, в которой контур находится. В частности, для индуктивности очень длинного соленоида можно получить выражение

$$L = \mu_0 \mu n^2 V, \quad (6.8)$$

где n – число витков на единицу длины соленоида; V – его объем.

Единица индуктивности в СИ – генри (Гн). Это индуктивность такого контура, магнитный поток самоиндукции которого равен 1 Вб при силе тока в 1 А:

$$1 \text{ Гн} = 1 \frac{\text{Вб}}{\text{А}} = 1 \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{А}}.$$

При прохождении по контуру изменяющегося тока магнитный поток самоиндукции изменяется, и в контуре наводится ЭДС самоиндукции. Если контур не деформируется и среда не меняет магнитных свойств, то $L = \text{const}$ и тогда закон Фарадея для ЭДС самоиндукции принимает вид

$$\varepsilon_S = -L \frac{dI}{dt}. \quad (6.9)$$

Под действием ЭДС самоиндукции возникает индукционный ток, который по закону Ленца замедляет возрастание или убывание тока в цепи. Чем больше индуктивность контура, тем сильнее тормозится любое изменение тока. Следовательно, контур, обладая индуктивностью, приобретает электрическую инертность по отношению к изменению тока в контуре.

6.5. Токи при размыкании и замыкании цепи

При изменении силы тока в проводящем контуре возникает ЭДС самоиндукции, приводящая к появлению дополнительных токов, препятствующих изменениям тока в цепи. Эти дополнительные токи, накладываясь на основной ток, препятствует его убыванию при размыкании цепи и замедляет его возрастание при замыкании цепи. Следовательно,

наличие индуктивности в цепи приводит к замедлению исчезновения или установления тока в цепи.

Можно показать, что в процессе отключения источника тока сила тока I убывает от начального значения I_0 по экспоненциальному закону

$$I = I_0 \exp(-t/\tau) \quad (6.10)$$

и определяется кривой 1 на рис. 6.1.

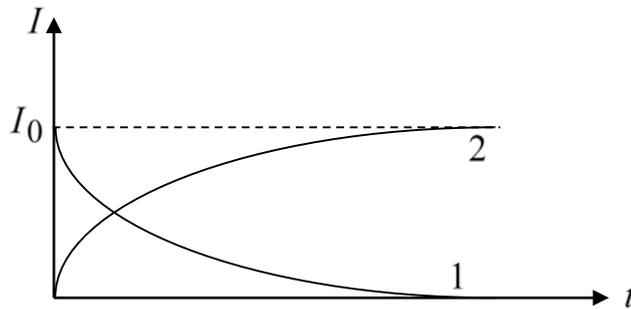


Рис. 6.1

В формуле (6.10) τ - время релаксации, т.е. время за которое сила тока уменьшается в e раз. Чем больше индуктивность L цепи и меньше ее сопротивление R , тем больше время релаксации, равное $\tau = L/R$ и, следовательно, тем медленнее уменьшается ток в цепи при ее размыкании.

При замыкании цепи нарастание тока задается функцией

$$I = I_0 [1 - \exp(-t/\tau)] \quad (6.11)$$

и определяется кривой 2 на рис. 6.1. Скорость нарастания тока определяется тем же временем релаксации $\tau = L/R$, что и убывание тока. Установление тока происходит тем быстрее, чем меньше индуктивность цепи и больше ее сопротивление.

6.6. Взаимная индукция. Трансформаторы

Рассмотрим два близко расположенных контура, по которым текут токи I_1 и I_2 . Магнитное поле, возбуждаемое током I_1 , проходит сквозь соседний контур, создавая пронизывающий его полный магнитный поток

$$\Phi_2 = L_{21} I_1. \quad (6.12)$$

Аналогично, ток I_2 создает пронизывающий первый контур полный магнитный поток

$$\Phi_1 = L_{12}I_2. \quad (6.13)$$

При изменениях токов в одном из контуров в другом индуцируется ЭДС, причем

$$\varepsilon_{i1} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}, \quad \varepsilon_{i2} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}. \quad (6.14)$$

Такие контуры называются связанными, а явление возникновения ЭДС в одном из контуров при изменениях силы тока в другом называется взаимной индукцией. Коэффициенты пропорциональности L_{12} и L_{21} называются взаимной индуктивностью контуров. Расчеты показывают, что в отсутствие ферромагнетиков $L_{12} = L_{21}$. Их величина зависит от формы, размеров и взаимного расположения контуров, а также от магнитных свойств окружающей контур среды.

Особый интерес, имеющий большое практическое значение, вызывает случай двух катушек, намотанных на общий тороидальный сердечник. Взаимная индуктивность такого устройства может быть рассчитана по формуле

$$L_{12} = L_{21} = \mu_0 \mu \frac{N_1 N_2}{l} S. \quad (6.15)$$

Здесь N_1 и N_2 - число витков в обеих катушках; l - длина сердечника по средней линии; S - площадь его поперечного сечения.

Явление взаимной индукции лежит в основе работы трансформатора - прибора, предназначенного для повышения или понижения переменного напряжения сети. Трансформатор состоит из двух обмоток, укрепленных на общем замкнутом железном сердечнике (рис. 6.2). Одна из обмоток с числом витков N_1 называется первичной, а вторая с числом витков N_2 - вторичной.

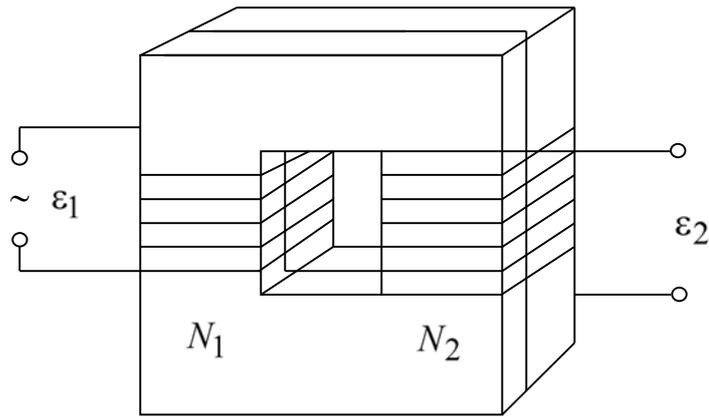


Рис. 6.2

Концы первичной обмотки присоединены к источнику переменного напряжения ε_1 частоты ω . При протекании по этой обмотке переменного тока I_1 той же частоты в сердечнике трансформатора создается переменный магнитный поток Φ . Поскольку он практически полностью локализован в железном сердечнике, витки вторичной обмотки пронизываются этим же магнитным потоком. Колебания этого потока вызывают во вторичной обмотке появление ЭДС взаимной индукции той же частоты ω , причем

$$\varepsilon_2 = -\frac{N_2}{N_1} \varepsilon_1. \quad (6.16)$$

Знак минус показывает, что ЭДС в первичной и вторичной обмотках противоположны по фазе. Поскольку потери энергии в современных трансформаторах не превышают 2 %, мощности тока в обеих обмотках трансформатора практически одинаковы и поэтому

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{I_1}{I_2}, \quad (6.17)$$

т.е. токи в обмотках обратно пропорциональны числу витков в этих обмотках.

Отношение числа витков $k = N_2 / N_1$, показывающее, во сколько раз ЭДС во вторичной обмотке трансформатора больше или меньше, чем в первичной, называется коэффициентом трансформации. Если $N_2 > N_1$, ($k > 1$), то трансформатор является повышающим; он увеличивает переменную ЭДС (но понижает ток). При $N_2 < N_1$ ($k < 1$), трансформатор является понижающим; он уменьшает переменную ЭДС (но увеличивает ток).

6.7. Энергия магнитного поля

При протекании токов в окружающем пространстве создается магнитное поле, причем оно появляется и исчезает вместе с появлением или исчезновением тока. Так же как и электрическое поле, магнитное поле является носителем энергии. Ее можно найти, рассчитав работу, которую необходимо затратить для увеличения тока от нуля до I и создания магнитного потока в контуре индуктивностью L . Соответствующий расчет энергии W магнитного поля, связанного с контуром, дает

$$W = \frac{LI^2}{2}. \quad (6.18)$$

Эта энергия локализована в возбужденном током магнитном поле. Ее можно представить как функцию величин, характеризующих это поле. Для этого вводят объемную плотность энергии w магнитного поля, т.е. энергию, сосредоточенную в единице объема пространства. Проведенный для бесконечно длинного соленоида расчет объемной плотности энергии магнитного поля дает соотношение

$$w = \frac{\mu_0 \mu \vec{H}^2}{2} = \frac{\vec{B}^2}{2\mu_0 \mu} = \frac{\vec{H}\vec{B}}{2}, \quad (6.19)$$

справедливое во всех случаях, где есть магнитное поле.

6.8. Основы теории Максвелла

Разработанная Максвеллом макроскопическая теория единого электромагнитного поля, явилась обобщением законов электростатики и электромагнетизма, установленных опытным путем. В теории Максвелла решается основная задача электродинамики: расчет характеристик электромагнитного поля заданной системы электрических зарядов и токов. При этом молекулярное строение среды и внутренний механизм процессов, происходящих в среде в электромагнитном поле, не рассматриваются. Электрические и магнитные свойства среды характеризуются тремя величинами: относительной диэлектрической проницаемостью ϵ , относительной магнитной проницаемостью μ и удельной электрической проводимостью σ . Предполагается, что эти параметры среды известны из опыта. В теории Максвелла рассматриваются усредненные электрические и

магнитные поля в объемах, пространственная протяженность которых неизмеримо больше размеров отдельных атомов и молекул.

Математическим выражением теории Максвелла служат четыре уравнения, которые могут быть записаны в двух формах: интегральной и дифференциальной. Уравнение Максвелла в интегральной форме выражают соотношения, справедливые для мысленно проведенных в электромагнитном поле неподвижных замкнутых контуров и поверхностей. Уравнение в дифференциальной форме связывают между собой характеристики электромагнитного поля и плотности электрических зарядов и токов в каждой точке этого поля.

Первое уравнение Максвелла – это обобщение закона электромагнитной индукции Фарадея

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}, \quad (6.20)$$

согласно которому в любом замкнутом контуре, находящемся в переменном магнитном поле, возникает ЭДС, пропорциональная скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, натянутую на контур. Максвелл предположил, что переменное магнитное поле создает вихревое электрическое поле независимо от того, находится в этом поле проводящий контур или нет. Наличие контура лишь позволяет обнаружить по возникновению индукционного тока существование электрического поля. Из уравнения (6.20) следует, что источниками электрического поля могут быть не только электрические заряды, но и изменяющиеся во времени магнитные поля.

Согласно идее Максвелла, изменяющееся со временем магнитное поле порождает вихревое электрическое поле. Это поле существенно отличается от порождаемого неподвижными зарядами электростатического поля. Электростатическое поле потенциально, его линии напряженности начинаются и заканчиваются на зарядах, а его циркуляция по любому контуру равна нулю. Циркуляция электрического поля, пропускаемого изменяющимся магнитным полем, наоборот, отлична от нуля, следовательно, оно, как и магнитное поле, оказывается вихревым, а его линии напряженности являются замкнутыми.

Итак, наличие в пространстве изменяющегося магнитного поля приводит к возникновению вихревого электрического поля. При выводе своего второго уравнения Максвелл предположил, что между электрическими и магнитными полями имеется и обратное соотношение, т.е. изменяющееся со

временем электрическое поле должно приводить к появлению магнитного поля.

Второе уравнение Максвелла является обобщением закона полного тока для магнитного поля в веществе, согласно которому магнитное поле создается электрическими токами, причем циркуляция вектора напряженности магнитного поля определяется всеми макроскопическими токами, охватываемыми контуром. Максвелл предположил, что источником магнитного поля могут быть не только токи, но и переменные электрические поля. Для установления количественных соотношений между изменяющимся электрическим и возникающим магнитными полями им был введен в рассмотрение создаваемый изменяющимся электрическим полем так называемый *ток смещения*, порождающий магнитное поле.

Ток смещения не всегда связан с движением электрических зарядов. Например, конденсатор, находящийся в цепи переменного тока не разрывает эту цепь. В отличие от цепей постоянного тока конденсатор не является препятствием для прохождения по цепи переменного тока в пространстве, а значит цепь является замкнутой. Однако в отсутствие диэлектрика в пространстве между обкладками конденсатора не наблюдается движения зарядов, токи проводимости протекают только по проводникам. Согласно Максвеллу, протекание переменных токов по цепи, а значит замкнутость цепей обеспечивается токами смещения, существующими между обкладками конденсатора. При этом линии тока проводимости непрерывно переходят на границе обкладок к линиям тока смещения. Чтобы линии тока смещения имели такую же густоту, как и линии тока проводимости, плотность тока смещения $j_{\text{см}}$ должна быть такой же, как и плотность тока проводимости j в непосредственной близости от поверхности обкладок

$$j = I/S = \frac{d}{dt} \left(\frac{q}{S} \right) = \frac{d\sigma}{dt}.$$

В конденсаторе поверхностная плотность заряда на обкладках σ равна электрическому смещению D поля в конденсаторе. В общем случае плотность тока смещения определяется по формуле

$$\vec{j}_{\text{см}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (6.21)$$

т.е. плотность тока смещения равна скорости изменения вектора электрического смещения \vec{D} в рассматриваемой точке.

Соотношение (6.21), определяющее плотность тока смещения Максвелл распространил на электрические поля любого вида, в том числе и на вихревые поля. При этом из всех физических свойств, присущих току проводимости, Максвелл приписал току смещения лишь одно – способность создавать в окружающем пространстве магнитное поле.

В диэлектриках ток смещения состоит из двух слагаемых. Поскольку электрическое поле в диэлектриках $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ определяется не только напряженностью электростатического поля \vec{E} , но и поляризованностью \vec{P} образца, то плотность тока смещения равна

$$\vec{j}_{\text{см}} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}.$$

Первое слагаемое определяет плотность тока смещения в вакууме, не связанную с движением зарядов, а обусловленную только изменением электрического поля во времени. Следовательно, любое изменение электрического поля во времени приводит к появлению тока смещения, а значит к возникновению в окружающем пространстве магнитного поля. Второе слагаемое – это плотность тока поляризации, т.е. тока обусловленного упорядоченным смещением связанных электрических зарядов в диэлектрике при изменении его поляризации. Природа токов поляризации не отличается от природы токов проводимости.

Согласно Максвеллу, при расчетах электромагнитных полей нужно подставлять полную плотность тока $\vec{j}_{\text{полн}} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ и тогда второе уравнение Максвелла, являющееся обобщением закона полного тока для магнитного поля в веществе, запишется как

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}. \quad (6.22)$$

Это уравнение показывает, что магнитные поля могут возбуждаться либо движущимися зарядами (электрическими токами), либо переменными электрическими полями. Справедливость этого соотношения подтверждается полным согласием теории и опыта.

Третье уравнение Максвелла выражает обобщение теоремы Остроградского-Гаусса на случай не только электростатических, но и переменных электрических полей. Оно записывается для потока электрического смещения \vec{D} сквозь произвольную замкнутую поверхность, охватывающую суммарный свободный заряд q (который может быть распределен с объемной плотностью ρ):

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = q = \int_V \rho dV .$$

Интегрирование в правой части уравнения проводится по объему V , ограниченному замкнутой поверхностью S . Это соотношение говорит о том, что источниками электрического поля могут быть свободные заряды и линии электрического смещения \vec{D} могут начинаться или оканчиваться на зарядах.

Четвертое уравнение Максвелла является обобщением теоремы Остроградского-Гаусса для переменного магнитного поля:

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0 .$$

Это соотношение отражает соленоидальный характер магнитного поля, т.е. замкнутость его силовых линий и отсутствие в природе магнитных зарядов.

Величины, входящие в уравнения Максвелла, связаны между собой. Поэтому к четырем уравнениям Максвелла добавляются еще три материальных уравнения, характеризующие электрические и магнитные свойства среды. Для случая изотропных сред в отсутствие сегнетоэлектриков и ферромагнетиков они имеют вид:

$$\vec{D} = \epsilon\epsilon_0 \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, \quad \vec{j} = \sigma \vec{E} .$$

Совокупность этих семи уравнений образует основу электродинамики покоящихся сред.

С помощью известных в векторном анализе теорем уравнения Максвелла могут быть записаны в дифференциальной (т.е. относящейся к точке) форме:

$$\begin{aligned}\operatorname{rot}\vec{E} &= -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}, & \operatorname{div}\vec{D} &= \rho; \\ \operatorname{rot}\vec{H} &= \vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}, & \operatorname{div}\vec{B} &= 0.\end{aligned}$$

Эти уравнения должны быть дополнены не только тремя материальными уравнениями, но и граничными условиями, которым должно удовлетворять электромагнитное поле на границе раздела двух сред.

6.9. Электромагнитное поле

Согласно идеям Максвелла, переменное магнитное поле всегда связано с порождаемым им электрическим полем. И наоборот, переменное электрическое поле всегда связано с порождаемым им магнитным полем. Таким образом, электрические и магнитные поля оказываются неразрывно связанными друг с другом – они образуют единое электромагнитное поле.

В соответствии с принципом относительности Эйнштейна законы всех физических явлений имеют одинаковый вид и описываются одинаковыми уравнениями во всех инерциальных системах отсчета. Поэтому отдельное рассмотрение электрического и магнитного полей имеет относительный смысл. Действительно, электростатическое поле создается системой неподвижных зарядов. Однако, неподвижные относительно некоторой системы отсчета, эти заряды движутся относительно других инерциальных систем отсчета и, следовательно, порождают не только электрическое, но и магнитное поля.

Неподвижный провод с током создает в каждой точке пространства постоянное магнитное поле. Однако относительно других инерциальных систем отсчета этот провод находится в движении. Поэтому создаваемое им магнитное поле в любой точке будет меняться и порождать вихревое электрическое поле.

Итак, поле может казаться только электрическим или только магнитным лишь относительно определенной системы отсчета. Относительно других систем отсчета поля всегда является совокупностью электрического и магнитного полей, образующих единое электромагнитное поле.

Теория Максвелла предсказала существование электромагнитных волн – переменного электромагнитного поля, распространяющегося в пространстве с конечной скоростью. Действительно, переменное электрическое поле порождает переменное магнитное поле, которое, в свою очередь, порождает переменное электрическое и т.д. Если с помощью колеблющихся зарядов

возбудить переменное электромагнитное поле, то в окружающем пространстве возникает последовательность взаимных превращений электрического и магнитного полей, распространяющихся от точки к точке. Этот процесс, являясь периодическим во времени и пространстве, представляет собой волну.

Преобразуя математически уравнения Максвелла можно показать, что векторы \vec{E} и \vec{H} удовлетворяют так называемому волновому уравнению. Это говорит о том, что электромагнитные поля могут существовать в виде электромагнитных волн, фазовая скорость которых равна

$$v = c / \sqrt{\epsilon_{\mu}} .$$

В вакууме, когда $\epsilon = 1$, $\mu = 1$, скорость электромагнитных волн совпадает со скоростью света c в пустоте.

В дальнейшем было доказано, что видимый свет также представляет собой электромагнитные волны, полностью описываемые уравнением Максвелла.

Таким образом, теория Максвелла и принцип относительности Эйнштейна привели к единой теории электрических, магнитных и оптических явлений, базирующихся на представлении об электромагнитном поле.

6.10. Примеры решения задач

Задача 6-1. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,12$ Тл вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 25 \text{ с}^{-1}$ квадратная рамка со стороной $l = 10$ см, содержащая $N = 100$ витков. Ось вращения перпендикулярна линиям индукции и совпадает с одной из сторон рамки. Определить максимальные значения магнитного потока, пронизывающего рамку, и ЭДС индукции, возникающей в ней.

Решение. При вращении рамки в однородном магнитном поле непрерывно изменяется угол между вектором индукции \vec{B} и нормалью \vec{n} к плоскости рамки, следовательно, изменяется и магнитный поток, пронизывающий рамку. Это значит, что в рамке возникает ЭДС индукции

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Psi}{dt} = -N \frac{d\Phi}{dt},$$

где N – число витков, пронизываемых магнитным потоком Φ , а $\Psi = N\Phi$ – полный магнитный поток или потокосцепление.

Угловая скорость вращения рамки постоянна, следовательно, угол α между индукцией магнитного поля и нормалью к рамке изменяется со временем по линейному закону. Если принять, что в начальный момент плоскость рамки нормальна к линиям индукции, и положительное направление нормали \vec{n} совпадает с вектором \vec{B} , то в любой момент времени t величина этого угла изменяется по закону $\alpha = \omega t$. Так как магнитное поле однородно, то магнитный поток, пронизывающий рамку, содержащую N витков, находится как

$$\Psi = N\Phi = NBS \cos \alpha,$$

Учитывая, что площадь рамки равна $S = l^2$, а угол α зависит от времени по указанному закону, имеем

$$\Psi = NBl^2 \cos \omega t.$$

Из уравнения видно, что магнитный поток изменяется со временем по косинусоидальному закону. Поскольку максимальное значение косинуса любого угла равно ± 1 , максимальное значение магнитного потока определяется соотношением

$$\Psi = \pm NBl^2.$$

Подставив числовые значения, заданные условиями задачи, получим

$$\Psi = \pm 0,12 \text{ Вб}$$

ЭДС индукции может быть найдена по закону электромагнитной индукции Фарадея

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_i &= -\frac{d\Psi}{dt} = -N \frac{d\Phi}{dt}, \\ \mathcal{E}_i &= -\frac{d}{dt}(NBl^2 \cos \omega t) = NBl^2 \omega \sin \omega t. \end{aligned}$$

Из последнего соотношения видно, что ЭДС индукции также изменяется по периодическому (синусоидальному) закону. Однако в те моменты времени, когда $\alpha = \omega t = m\pi$ ($m = 0, 1, 2, \dots$) и магнитный поток, пронизывающий рамку, имеет максимальное значение, ЭДС индукции обращается в нуль. Более того, при прохождении рамкой этого положения ЭДС индукции изменяет свой знак.

Наоборот, в те моменты времени, когда $\alpha = \omega t = (2m + 1)\frac{\pi}{2}$, ЭДС индукции имеет экстремальное значение, равное

$$\mathcal{E}_i = \pm NBl^2 \omega,$$

а магнитный поток обращается в нуль, а при прохождении рамкой этого положения изменяет знак.

Подставив численные значения заданных по условию задачи величин и выполнив вычисления, для максимального значения ЭДС индукции получим $\mathcal{E}_i = \pm 3 \text{ В}$.

Задача 6-2. Кольцо из проволоки сопротивлением $R = 0,002 \text{ Ом}$ находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,8 \text{ Тл}$. Плоскость кольца составляет угол $\alpha = 90^\circ$ с линиями индукции. Определить количество электричества, которое протечет по кольцу, если его развернуть на угол $\beta = 180^\circ$. Площадь кольца $S = 15 \text{ см}^2$.

Решение. При повороте кольца из проволоки меняется пронизывающий его магнитный поток. Более того, разворот на угол $\beta = 180^\circ$ соответствует изменению магнитного потока на величину,

$$\Delta\Phi = \Phi - (-\Phi) = 2\Phi = 2BS,$$

равную удвоенной величине первоначального потока, пронизывающего рамку. Здесь учтено, что однородное магнитное поле, направленное перпендикулярно плоскости кольца, создает магнитный поток

$$\Phi = BS.$$

Изменение магнитного потока сквозь любой проводящий контур возбуждает ЭДС индукции, в нашем случае равную

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{2\Phi}{\Delta t},$$

и приводит к появлению индукционного тока

$$I = \frac{\mathcal{E}_i}{R}.$$

С другой стороны, ток – это заряд Δq (количество электричества), протекающий через поперечное сечение проводника за время Δt , т.е.

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}.$$

Сопоставляя приведенные соотношения, получим выражение

$$\frac{\Delta q}{\Delta t} = -\frac{2\Phi}{R \Delta t} = -\frac{2BS}{R \Delta t},$$

из которого может быть найдена искомая величина:

$$\Delta q = 2BS/R = 1,2 \text{ Кл}.$$

Задача 6-3. Найти ЭДС индукции в соленоиде с железным сердечником, содержащем $N = 500$ витков, и имеющем поперечное сечение $S = 0,002 \text{ м}^2$,

если известно, что за время $\Delta t = 0,025$ с напряженность магнитного поля равномерно убывает от $H_1 = 1000$ А/м до $H_2 = 500$ А/м.

Решение. ЭДС индукции может быть найдена по закону электромагнитной индукции Фарадея

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Psi}{dt} = -N \frac{d\Phi}{dt}.$$

Однако, в данном случае мы не можем произвести дифференцирование, поскольку неизвестен закон изменения как магнитного потока Φ , так и индукции магнитного поля B со временем. Поэтому воспользуемся приближенным соотношением

$$\mathcal{E}_i = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Учитывая, что в соленоиде магнитное поле расположено перпендикулярно плоскости витков, магнитный поток может быть найден, как $\Phi = B S$, и поэтому

$$\mathcal{E}_i = -N \cdot S \frac{\Delta B}{\Delta t}.$$

Поскольку соленоид имеет ферромагнитный сердечник, для нахождения изменения индукции магнитного поля $\Delta B = B_2 - B_1$ необходимо воспользоваться графиком зависимости $B(H)$, приведенным в приложении. Из графика видно, что при $H_1 = 1000$ А/м, магнитная индукция равна $B_1 = 1,3$ Тл, а при $H_2 = 500$ А/м, магнитная индукция равна $B_2 = 1,1$ Тл. Учитывая, что $\Delta B = -0,2$ Тл, для ЭДС индукции в соленоиде с железным сердечником имеем

$$\mathcal{E}_i = 20 \text{ В}.$$

Задача 6-4. Имеется катушка длиной $l = 20$ см и диаметром $d = 2$ см. Обмотка катушки состоит из $N = 200$ витков медной проволоки, площадь поперечного сечения которой $S = 1 \text{ мм}^2$. Катушка включена в цепь с некоторой ЭДС. При помощи переключателя ЭДС выключается, и катушка замыкается накоротко. Во сколько раз уменьшится ток в катушке через $\Delta t = 0,0012$ с.

Решение. Известно, что в результате отключения источника тока, т.е. ЭДС, сила тока I убывает от начального значения I_0 по экспоненциальному закону

$$I = I_0 \exp(-t/\tau).$$

В этой формуле τ - время релаксации, т.е. время за которое сила тока уменьшается в e раз. Время релаксации, равное $\tau = L/R$, зависит от индуктивности цепи L и ее сопротивления R . Чем больше индуктивность L

цепи и меньше ее сопротивление R , тем больше время релаксации, и, следовательно, тем медленнее уменьшается ток в цепи при ее размыкании.

Для нахождения времени релаксации τ необходимо определить индуктивность цепи

$$L = \mu_0 \mu n^2 V,$$

и ее сопротивление $R = \rho L/S$. В этих формулах $n = N/l = 1000 \text{ м}^{-1}$ – это число витков соленоида (катушки) на единицу ее длины, $V = \pi d^2 l$ – объем катушки, а для нахождения сопротивления R необходимо найти длину провода L , из которого изготовлена катушка. Поскольку длина каждого витка равна πd , общая длина провода может быть найдена, как $L = \pi d \cdot N$. Удельное сопротивление меди возьмем из табличных данных, имеющих в приложении ($1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$). Учитывая все приведенные соотношения, найдем формулу для определения времени релаксации и ее численное значение

$$\tau = \frac{\mu_0 \mu n^2 \pi d^2 l S}{\rho \pi d N} = \frac{\mu_0 \mu n d l S}{\rho} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ с.}$$

Зная время релаксации, можно определить искомую величину:

$$\frac{I_0}{I} = \exp(t/\tau) = \exp(4) = 55.$$

Итак, через время $\Delta t = 0,0012 \text{ с}$ после выключения ЭДС ток в катушке уменьшится в 55 раз.

Задача 6-5. По обмотке тороида течет ток силой $I = 5 \text{ А}$. Витки провода диаметром $d = 0,4 \text{ мм}$ плотно прилегают друг к другу. Определить величину энергии магнитного поля и плотности энергии магнитного поля в стальном сердечнике тороида, если площадь сечения его $S = 4 \text{ см}^2$, а диаметр средней линии $D = 20 \text{ см}$.

Решение. В отсутствие ферромагнетика или при известной величине относительной магнитной проницаемости μ для решения задачи можно было бы сначала найти индуктивность тороида (соленоида) по формуле

$$L = \mu_0 \mu n^2 V,$$

а затем рассчитать заключенную в нем энергию магнитного поля $W = L \cdot I^2 / 2$, и плотность энергии магнитного поля $w = W/V$.

В нашем случае при наличии стального ферромагнитного сердечника относительная магнитная проницаемость μ неизвестна. Поэтому удобнее выбрать другой ход решения. Сначала необходимо рассчитать напряженность H магнитного поля внутри тороида. Для этого можно воспользоваться соотношением

$$H = I \cdot n = I/d,$$

где учтено, что витки плотно прилегают друг к другу и поэтому их число на единицу длины n может быть найдено, как $n = 1/d = 250$ вит/м. Следовательно, согласно условиям нашей задачи, $H = 1000$ А/м.

Далее по графику зависимости $B(H)$, приведенному в приложении, ищется величина индукции магнитного поля. В стальном сердечнике при $H = 1000$ А/м магнитная индукция равна $B = 1,17$ Тл. Следовательно, плотность энергии магнитного поля, которая может быть рассчитана по формуле

$$w = \frac{\mu_0 \mu \vec{H}^2}{2} = \frac{\vec{B}^2}{2\mu_0 \mu} = \frac{\vec{H}\vec{B}}{2}$$

равна $w = 585$ Дж/м³. Энергия магнитного поля, заключенного в объеме тороида, может быть найдена, как $W = w \cdot V = w \cdot S \cdot \pi \cdot D = 0,15$ Дж.

Контрольные вопросы и задачи для самостоятельного решения

- 6.1. В чем заключается явление электромагнитной индукции?
- 6.2. Как записывается закон электромагнитной индукции Фарадея?
- 6.3. Какое правило позволяет определить направление индукционного тока?
- 6.4. Что такое потокосцепление?
- 6.5. В чем заключается принцип действия генератора переменного тока?
- 6.6. К каким эффектам приводит возникновение вихревых токов?
- 6.7. Что такое явление самоиндукции и каким законом оно описывается?
- 6.8. Как определяется индуктивность соленоида?
- 6.9. Как меняются токи при размыкании и замыкании цепи?
- 6.10. Что такое взаимная индукция?
- 6.11. Как устроен трансформатор?
- 6.12. Как находится энергия катушки индуктивности?
- 6.13. Что такое объемная плотность энергии магнитного поля и как она находится?
- 6.14. Как записываются уравнения Максвелла для электромагнитного поля? Следствием каких законов они являются?
- 6.15. Как происходит распространение электромагнитного поля?
- 6.16. Рамка площадью $S = 50$ см², содержащая $N = 100$ витков, равномерно вращается в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,04$ Тл. Определить максимальную ЭДС индукции, если ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции, а рамка делает $\nu = 960$ об/мин.
- 6.17. Квадратная рамка со стороной $a = 0,2$ м помещена в однородное магнитное поле. Нормаль к плоскости рамки составляет с направлением

магнитного поля угол $\alpha = 30^\circ$. Определить индукцию магнитного поля, если среднее значение ЭДС индукции, возникающей в рамке при выключении поля в течение времени $\Delta t = 0,01$ с, равно $\mathcal{E} = 0,08$ В.

6.18. Прямой проводник длиной $l = 20$ см находится в однородном магнитном поле, индукция которого $B = 1$ Тл. Концы проводника замкнуты проводом, находящимся вне поля. Сопротивление всей цепи $R = 0,1$ Ом. Определить силу, которую нужно приложить к проводнику, чтобы перемещать его перпендикулярно линиям индукции со скоростью $v = 2,5$ м/сек.

6.19. На соленоид длиной $l = 20$ см и площадью поперечного сечения $S = 30$ см² надет проволочный виток. Обмотка соленоида имеет $N = 320$ витков, и по нему идет ток $I = 3$ А. Какая средняя ЭДС индуцируется в надетом на соленоид витке, когда ток в соленоиде выключается в течение времени $\Delta t = 1$ мс.

6.20. Найти ЭДС индукции в соленоиде, содержащем $N = 500$ витков, если известно, что за время $\Delta t = 0,002$ с магнитный поток равномерно убывает от $\Phi_1 = 12$ до $\Phi_2 = 8$ мВб.

6.21. На соленоид длиной $l = 144$ см и диаметром $d = 5$ см надет проволочный виток. Обмотка соленоида имеет $N = 2000$ витков, и по ней течет ток $I = 2$ А. Соленоид имеет железный сердечник. Какая средняя ЭДС индуцируется в надетом на соленоид витке, когда ток в соленоиде выключается в течение времени $\Delta t = 2$ мс?

6.22. В однородном магнитном поле, индукция которого $B = 0,1$ Тл, вращается катушка, состоящая из $N = 200$ витков. Ось вращения катушки перпендикулярна к ее оси и к направлению магнитного поля. Период обращения катушки $T = 0,2$ с; площадь поперечного сечения $S = 4$ см². Найти максимальную ЭДС индукции во вращающейся катушке.

6.23. В однородном магнитном поле, напряженностью $H = 2000$ А/м равномерно с частотой $\nu = 10$ с⁻¹ вращается стержень длиной $l = 20$ см так, что плоскость его вращения перпендикулярна линиям индукции, а ось вращения проходит через один из его концов. Определить индуцируемую на концах стержня разность потенциалов.

6.24. Рамка, содержащая $N = 1500$ витков площадью $S = 50$ см², равномерно вращается в магнитном поле с напряженностью $H = 810$ А/м, делая $\nu = 480$ об/мин. Ось вращения лежит в плоскости и перпендикулярна линиям индукции. Определить максимальную ЭДС индукции, возникающую в рамке.

6.25. В магнитном поле, индукция которого $B = 0,05$ Тл, вращается стержень длиной $l = 1$ м с угловой скоростью $\omega = 20$ рад/с. Ось вращения

проходит через конец стержня и параллельна магнитному полю. Найти ЭДС индукции, возникающую на концах стержня.

6.26. Круговой проволочный виток площадью $S = 0,01$ м находится в однородном магнитном поле, индукция которого равна $B = 1$ Тл. Плоскость витка перпендикулярна к направлению магнитного поля. Найти среднюю ЭДС индукции, возникающую в витке при выключении поля в течение времени $\Delta t = 10$ мс.

6.27. Кольцо из проволоки сопротивлением $R = 0,001$ Ом находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,4$ Тл. Плоскость кольца составляет угол $\alpha = 90^\circ$ с линиями индукции. Определить количество электричества, которое протечет по кольцу, если его выдернуть из поля. Площадь кольца $S = 10$ см².

6.28. Проволочный виток радиусом $r = 4$ см и сопротивлением $R = 0,01$ Ом находится в однородном магнитном поле с напряженностью $H = 5000$ А/м. Плоскость рамки составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с линиями поля. Какое количество электричества протечет по витку, если магнитное поле выключить ?

6.29. Рамка из провода сопротивлением $R = 0,01$ Ом равномерно вращается в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,05$ Тл. Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции. Площадь рамки $S = 100$ см². Определить, какое количество электричества протечет через рамку за время поворота ее на угол $\alpha = 30^\circ$ в случаях поворота: 1) от 0° до 30° , 2) от 30° до 60° , 3) от 60° до 90° .

6.30. Катушка сопротивлением $R = 0,5$ Ом с индуктивностью $L = 4$ мГн параллельно соединена с проводником сопротивлением $R = 2,5$ Ом, по которому течет постоянный ток силой $I = 0,1$ А. Определить количество электричества, которое будет индуцировано в катушке при размыкании цепи.

6.31. Соленоид содержит $N = 4000$ витков провода, по которому течет ток $I = 20$ А. Определить магнитный поток и потокосцепление, если индуктивность $L = 0,4$ Гн.

6.32. Соленоид сечением $S = 5$ см содержит $N = 1200$ витков. Индукция магнитного поля внутри соленоида при токе $I = 2$ А равна $B = 0,01$ Тл. Определить индуктивность соленоида.

6.33. Обмотка соленоида состоит из витков медной проволоки, поперечное сечение которой $S = 1$ мм². Длина соленоида $l = 25$ см; его сопротивление $R = 0,2$ Ом. Найти индуктивность соленоида.

6.34. На картонный каркас длиной $L = 0,8$ м и диаметром $D = 4$ см намотан в один слой провод диаметром $d = 0,25$ мм так, что витки плотно прилегают друг к другу. Вычислить индуктивность полученного соленоида.

6.35. Катушка, намотанная на немагнитный цилиндрический каркас, имеет $N = 250$ витков и индуктивность $L_1 = 36$ мГн. Чтобы увеличить индуктивность катушки до $L_2 = 100$ мГн, обмотку катушки сняли и заменили обмоткой из более тонкой проволоки с таким расчетом, чтобы длина катушки осталась прежней. Сколько витков оказалось в катушке после перемотки ?

6.36. Соленоид содержит $N = 600$ витков. При силе тока $I = 10$ А магнитный поток равен $\Phi = 80$ мкВб. Определить индуктивность соленоида.

6.37. Катушка длиной $l = 20$ см и диаметром $d = 3$ см имеет $N = 400$ витков. По катушке идет ток $I = 2$ А. Найти индуктивность катушки и магнитный поток, пронизывающий площадь ее поперечного сечения.

6.38. Площадь поперечного сечения соленоида с железным сердечником $S = 10$ см²; длина соленоида $l = 1$ м. Магнитный поток, пронизывающий поперечное сечение соленоида $\Phi = 1,4$ мВб. Какому току, текущему через соленоид, соответствует этот магнитный поток, если известно, что индуктивность соленоида при этих условиях $L = 0,44$ Гн?

6.39. Соленоид содержит $N = 800$ витков. Сечение сердечника (из немагнитного материала) равно $S = 10$ см. По обмотке течет ток, создающий поле с индукцией $B = 8$ мТл. Определить среднее значение ЭДС самоиндукции, которая возникает на зажимах соленоида, если сила тока уменьшается до нуля за время $\Delta t = 0,8$ мс.

6.40. Соленоид содержит $N = 1000$ витков. Сечение сердечника $S = 10$ см. По обмотке течет ток, создающий поле с индукцией $B = 1,5$ Тл. Найти среднее значение ЭДС, которая возникает на зажимах соленоида, если ток уменьшится до нуля за $\Delta t = 510$ с.

6.41. Обмотка соленоида с железным сердечником содержит $N = 600$ витков. Длина сердечника $l = 40$ см. Как и во сколько раз изменится индуктивность соленоида, если сила тока, протекающего по обмотке, возрастает от $I_1 = 0,2$ А до $I_2 = 1$ А?

6.42. Цепь состоит из катушки индуктивностью $L = 0,1$ Гн и источника тока. Источник тока отключили, не разрывая цепь. Время, через которое сила тока уменьшается до 0,001 первоначального значения, равно $\Delta t = 0,07$ с. Определить сопротивление катушки.

6.43. Источник тока замкнули на катушку сопротивлением $R = 20$ Ом. Через время $\Delta t = 0,1$ с сила тока замыкания достигла 0,95 предельного значения. Определить индуктивность катушки.

6.44. Определить силу тока в цепи через $\Delta t = 0,01$ с после ее размыкания. Сопротивление цепи $R = 20$ Ом и индуктивность $L = 0,1$ Гн. Сила тока до размыкания цепи $I = 50$ А.

6.45. К источнику тока с внутренним сопротивлением $r = 0,2$ Ом присоединена катушка сопротивлением $R = 0,8$ Ом и индуктивностью $L = 0,5$ Гн. Определить, через какой промежуток времени с момента замыкания цепи ток достигнет значения, отличающегося от максимального на 1 %.

6.46. Электрическая лампочка, сопротивление которой в горячем состоянии $R = 10$ Ом, подключается через дроссель к 12-вольтовому аккумулятору. Индуктивность дросселя $L = 2$ Гн, сопротивление $r = 1$ Ом. Через какое время после включения лампочка загорится, если она начинает заметно светиться при напряжении на ней $U = 6$ В ?

6.47. Имеется катушка длиной $l = 20$ см и диаметром $d = 2$ см. Обмотка катушки состоит из $N = 200$ витков медной проволоки, площадь поперечного сечения которой $S = 1$ мм². Катушка включена в цепь с некоторой ЭДС. При помощи переключателя ЭДС выключается, и катушка замыкается накоротко. Через какое время после выключения ЭДС ток в цепи уменьшится в 2 раза?

6.48. Катушка имеет индуктивность $L = 0,2$ Гн и сопротивление $R = 1,64$ Ом. Во сколько раз уменьшится ток в катушке через время $\Delta t = 0,005$ с после того, как ЭДС выключена и катушка замкнута накоротко?

6.49. Катушка имеет индуктивность $L = 0,144$ Гн и сопротивление $R = 10$ Ом. Через какое время Δt после включения в катушке потечет ток, равный половине установившегося?

6.50. Определить объемную плотность энергии магнитного поля w в стальном сердечнике, если индукция магнитного поля $B = 0,5$ Тл.

6.51. По обмотке соленоида индуктивностью $L = 0,2$ Гн течет ток $I = 10$ А. Определить энергию магнитного поля соленоида и объемную плотность энергии, если длина соленоида $l = 20$ см, а его диаметр $d = 2$ см.

6.52. Напряженность магнитного поля тороида со стальным сердечником возросла от $H_1 = 100$ А/м до $H_2 = 800$ А/м. Определить, во сколько раз изменилась объемная плотность энергии магнитного поля.

6.53. По обмотке тороида течет ток силой $I = 6$ А. Витки провода радиусом $r = 0,2$ мм плотно прилегают друг к другу. Определить величину энергии магнитного поля в стальном сердечнике тороида, если площадь сечения его $S = 4$ см², а диаметр средней линии $D = 30$ см.

6.54. По обмотке соленоида течет ток силой $I = 6$ А. Витки провода диаметром $d = 0,2$ мм плотно прилегают друг к другу. Определить величину энергии магнитного поля W в железном сердечнике соленоида, если его радиус $r = 2$ см, а длина $l = 30$ см.

6.55. Соленоид содержит $N = 1000$ витков. Сила тока в обмотке соленоида равна $I = 1$ А, магнитный поток $\Phi = 0,01$ Вб. Определить энергию

магнитного поля.

6.56. Обмотка тороида содержит $n = 10$ витков на каждый сантиметр длины. Сердечник немагнитный. При какой силе тока плотность энергии магнитного поля равна $w = 1 \text{ Дж/м}^3$.

6.57. Определить плотность энергии w магнитного поля в железном сердечнике замкнутого соленоида, если напряженность намагничивающего поля равна $H = 1200 \text{ А/м}$.

6.58. Определить плотность энергии магнитного поля в центре кольцевого проводника, имеющего радиус $R = 25 \text{ см}$ и содержащего $N = 100$ витков. Сила тока в проводнике $I = 2 \text{ А}$.

6.59. На железное кольцо намотаны в один слой $N = 200$ витков. Определить энергию W магнитного поля, если при токе силой $I = 2,5 \text{ А}$ магнитный поток в железе равен $\Phi = 0,5 \text{ мВб}$.

6.60. При какой силе тока в прямолинейном бесконечно длинном проводнике плотность энергии магнитного поля на расстоянии $a = 1 \text{ см}$ от проводника равна $w = 0,1 \text{ Дж/м}^3$?

7. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Колебаниями называются движения или процессы, отличающиеся той или иной степенью повторяемости. В зависимости от физической природы повторяющегося процесса различают механические, электромагнитные, электромеханические и другие колебания. Разнообразные по природе, колебания имеют общие закономерности и описываются однотипными уравнениями.

Колебания называются периодическими, если значения изменяющихся физических величин повторяются через равные промежутки времени. Простейшим случаем периодических колебаний являются гармонические колебания, в которых колеблющаяся величина изменяется по закону синуса или косинуса. Следует отметить, что колебания в природе и технике часто близки к гармоническим, а периодические процессы иной формы могут быть представлены как наложение нескольких гармонических колебаний.

В современном мире особую роль занимают электромагнитные колебания, при которых периодически изменяющиеся электрические величины (заряды, напряжения, токи) сопровождаются взаимными превращениями электрического и магнитного полей.

7.1. Колебательный контур

Для возбуждения и поддержания электромагнитных колебаний используется колебательный контур – электрическая цепь, состоящая из последовательно соединенных конденсатора емкостью C , катушки с индуктивностью L и электрического сопротивления R (рис. 7.1).

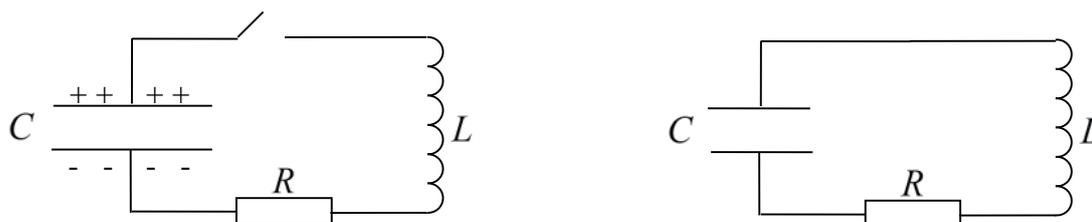


Рис. 7.1

В простейшем идеализированном случае, когда электрическим сопротивлением R можно пренебречь ($R \rightarrow 0$), колебательный контур состоит из конденсатора емкостью C и катушки с индуктивностью L . Если при разомкнутом ключе зарядить конденсатор C до некоторого напряжения U_c (сообщив тем самым обкладкам разноименные заряды величины $q = CU$), а затем замкнуть ключ, то конденсатор начнет разряжаться и в цепи возникнет ток I . Энергия электрического поля, первоначально сосредоточенная в конденсаторе, переходит в магнитную энергию катушки индуктивности. Когда конденсатор полностью разрядится, ток достигнет максимума. С этого момента ток начнет убывать, но он прекратится не сразу, так как его будет поддерживать ЭДС самоиндукции. Ток будет перезаряжать конденсатор. При этом возникает электрическое поле, стремящееся ослабить ток. Когда ток прекратится, конденсатор полностью перезарядится, при этом вся энергия опять будет сосредоточена на обкладках конденсатора и т.д.

При отсутствии активного сопротивления R в контуре будут возникать строго периодические колебания, причем периодически изменяются: заряд на обкладках конденсатора, напряжение на нем и ток, текущий через катушку. Если активное сопротивление R не равно нулю, в контуре будет происходить постепенное преобразование электромагнитной энергии в джоулево тепло. Колебания в этом случае будут постепенно затухать.

7.2 Свободные незатухающие колебания

Для расчета процессов, происходящих в колебательном контуре, используются те же законы Ома и правила Кирхгофа, которые остаются справедливыми и для мгновенных значений квазистационарных токов. Поскольку алгебраическая сумма падений напряжений в замкнутой цепи равна алгебраической сумме ЭДС, действующих в этой цепи, для колебательного контура справедливо соотношение

$$IR + U_c = \varepsilon_s \quad (7.1)$$

где I и $U_c = q/C$ - мгновенные значения силы тока и напряжения на конденсаторе.

ЭДС самоиндукции, возникающая в контуре с индуктивностью L при протекании изменяющегося тока – единственная ЭДС в рассматриваемой цепи, причем

$$\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}. \quad (7.2)$$

Ток связан с изменением заряда q на обкладках конденсатора соотношением

$$I = -\frac{dq}{dt}, \quad \frac{dI}{dt} = -\frac{d^2q}{dt^2}. \quad (7.3)$$

Подставив эти выражения в первое уравнение, получим уравнение колебательного контура

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0. \quad (7.4)$$

Если определить из этого уравнения зависимость $q(t)$, то в дальнейшем можно найти напряжение на конденсаторе $U_c(t) = q(t)/C$ и силу тока $I = dq/dt$.

Уравнению колебательного контура можно придать более общий с точки зрения теории колебаний вид:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0. \quad (7.5)$$

Здесь использованы обозначения

$$\frac{R}{L} = 2\beta, \quad \frac{1}{LC} = \omega_0^2. \quad (7.6)$$

Величину ω_0 называют собственной частотой контура; β – коэффициент затухания.

Решение этого уравнения показывает, что в контуре происходят гармонические колебания, которые при $R=0$ будут незатухающими, а при $R \neq 0$ – затухающими.

Если в контуре нет внешней ЭДС и активное сопротивление R равно нулю, колебания в контуре являются свободными незатухающими. В этом случае решением уравнения колебательного контура является функция

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (7.7)$$

Здесь q_m – амплитудное значение заряда на обкладках конденсатора; ω_0 – собственная частота контура; φ_0 – начальная фаза.

Из этого уравнения следует, что заряд на обкладках (а также напряжение на конденсаторе и ток) совершает гармонические незатухающие колебания с частотой $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. Отметим, что величина собственной частоты ω_0 определяется только свойствами самого контура, в то время как q_m и φ_0 зависят только от начальных условий.

Период свободных незатухающих колебаний определяется по формуле Томсона

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}, \quad (7.8)$$

полученной в 1853 году.

Вид зависимости заряда на обкладках конденсатора от времени для идеализированного колебательного контура изображен на рис. 7.2.

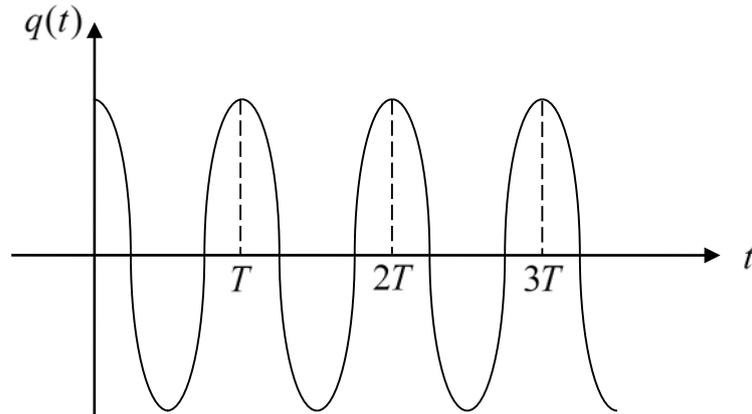


Рис. 7.2

Напряжение на конденсаторе

$$U_C(t) = \frac{q(t)}{C} = \frac{q_m}{C} \cos(\omega_0 t + \varphi) = U_{cm} \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

меняется синхронно с зарядом и имеет такой же вид зависимости от времени (рис. 7.2), как $q(t)$.

Ток I можно найти, дифференцируя заряд q по времени:

$$I = \frac{dq}{dt} = -q_m \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = I_m \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right). \quad (7.10)$$

Если учтем, что напряжение на конденсаторе находится в фазе с зарядом q , то приходим к выводу, что ток I опережает по фазе напряжение на конденсаторе на $\pi/2$. Следовательно, когда ток достигает наибольшего значения, заряд и напряжение обращаются в нуль, и наоборот. Этот же вывод следует и из энергетических соображений. Соответственно, график зависимости $I(t)$ сдвинут влево на четверть периода по отношению к графику $q(t)$.

В случае свободных колебаний сумма энергий электрического и магнитного полей колебательного контура является полной энергией электромагнитных колебаний и остается постоянной, поэтому

$$\frac{CU_{cm}^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2}. \quad (7.11)$$

7.3. Свободные затухающие колебания

Реальный контур обладает не равным нулю активным сопротивлением. Энергия, запасенная в контуре, постепенно расходуется на нагревание, в результате чего колебания затухают. В этом случае решением уравнения колебательного контура является функция

$$q = q_m e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (7.12)$$

где q_m – амплитудное значение заряда на обкладках конденсатора; $\beta = R/2L$ – коэффициент затухания. В данном случае закон изменения заряда от времени записан через синус ωt для удобства графического представления колебаний. Затухающие колебания совершаются с циклической частотой

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}, \quad (7.13)$$

меньшей собственной частоты контура ω_0 .

Функция $q(t)$ в данном случае не является периодической, тем не менее, $T = 2\pi/\omega$ называют периодом затухающих колебаний.

Множитель $q_m e^{-\beta t}$ называется амплитудой затухающих колебаний. С течением времени амплитуда уменьшается по экспоненциальному закону. На рис. 7.3 изображен вид зависимости заряда на обкладках конденсатора от времени для случая затухающих колебаний.

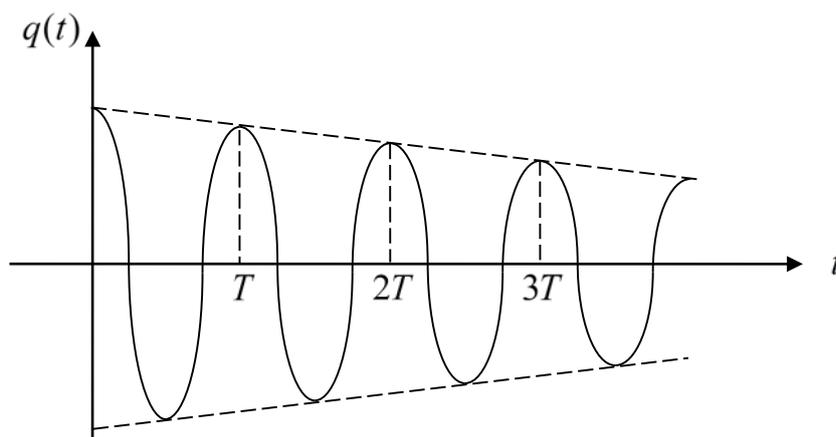


Рис. 7.3

Пунктирной линией обозначена зависимость амплитуды от времени.

Энергия затухающих колебаний, в начальный момент времени равная энергии электрического поля конденсатора, со временем уменьшается, превращаясь в тепло на сопротивлении R и рассеиваясь.

Затухающие колебания характеризуются не только коэффициентом затухания $\beta = R/2L$, но и *логарифмическим декрементом затухания*

$$\lambda = \beta T \quad (7.14)$$

Для характеристики колебательной системы также пользуются понятием *добротности* Q , которая определяется как величина, обратная логарифмическому декременту затухания $Q = \pi/\lambda$. При малых значениях логарифмического декремента затухания добротность колебательного контура может быть найдена по формуле

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (7.15)$$

Можно показать, что при слабом затухании добротность контура пропорциональна отношению энергии, запасенной в контуре, к убыли энергии за один период колебаний.

При увеличении коэффициента затухания β период затухающих колебаний растет и при $\beta = \omega_0$ становится бесконечно большим, т.е. движение перестает быть периодическим. В этом случае процесс не будет колебательным. Он называется аperiodическим.

7.4. Вынужденные электромагнитные колебания

Свободные электромагнитные колебания в колебательном контуре из-за наличия в нем активного сопротивления быстро затухают. При этом энергия в контуре постепенно уменьшается, превращаясь в тепло. Однако использование внешнего источника энергии – внешней ЭДС позволяет сделать колебания незатухающими.

При включении в контур внешней переменной ЭДС, зависящей от времени по гармоническому закону

$$\varepsilon = \varepsilon_m \cos \omega t \quad (7.16)$$

в колебательном контуре через некоторое время, необходимое для установления колебаний, возникают незатухающие вынужденные электромагнитные колебания, происходящие с частотой ω внешней ЭДС.

Несмотря на то, что частота колебаний тока I , заряда q_c на обкладках конденсатора, напряжений на конденсаторе U_c и катушке индуктивности U_L совпадает с частотой внешней ЭДС, фазы колебаний этих величин будут другими. В частности, можно показать, что колебания тока описываются уравнением

$$I = I_m \cos(\omega t - \varphi), \quad (7.17)$$

причем амплитудное значение тока I_m и фаза φ колебаний тока определяются соотношениями

$$I_m = \frac{\varepsilon_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \quad (7.18)$$

Расчет напряжений показывает, что напряжение на активном сопротивлении

$$U_R = IR = I_m R \cos(\omega t - \varphi) \quad (7.19)$$

находится в фазе с током I , напряжение на конденсаторе

$$U_C = \frac{q}{C} = \frac{I_m}{\omega C} \cos\left(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) \quad (7.20)$$

отстает по фазе от тока на $\frac{\pi}{2}$, а напряжение на катушке индуктивности

$$U_L = L \frac{dI}{dt} = I_m \omega L \cos\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right) \quad (7.21)$$

опережает ток на $\frac{\pi}{2}$.

Векторная диаграмма (рис. 7.4), построенная для амплитудных значений напряжений позволяет графически изобразить соотношения между амплитудами гармонически колеблющихся величин.

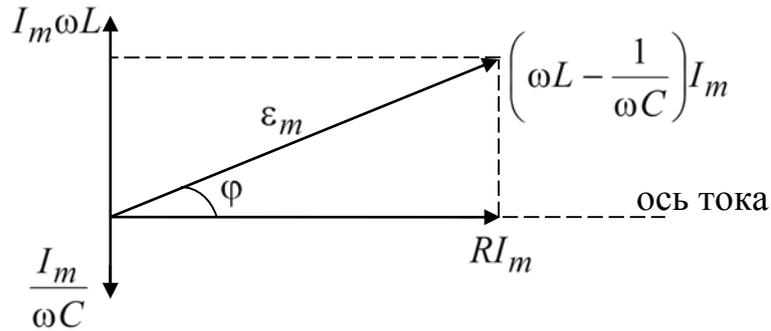


Рис. 7.4

При построении диаграммы учтено различие в фазах напряжений на активном сопротивлении, емкости и индуктивности. Амплитуда ε_m приложенного внешнего напряжения должна быть равна векторной сумме амплитуд падений напряжений на всех участках контура. Геометрическое решение так же приводит к выведенным математически формулам (7.18).

Величина

$$z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2} \quad (7.22)$$

называется полным сопротивлением цепи переменного тока. Наряду с активным сопротивлением R оно определяется также реактивным емкостным сопротивлением $R_C = 1/\omega C$ и реактивным индуктивным сопротивлением $R_L = \omega L$.

Отметим, что для постоянного тока конденсатор в цепи представляет собой разрыв цепи и имеет, соответственно, бесконечно большое сопротивление. Для переменного тока конденсатор препятствием не является благодаря постоянной перезарядке его обкладок. В этом случае емкостное сопротивление имеет конечную величину.

Соотношение (7.18), которое можно записать в виде $I_m = \frac{\varepsilon_m}{z}$, является законом Ома для цепи переменного тока. Оно справедливо и для действующих значений силы тока и ЭДС, меньших амплитудных в $\sqrt{2}$ раз.

Амплитуда силы тока, согласно закону Ома достигает наибольшего значения при наименьшем значении полного сопротивления z цепи, т.е. при условии

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0.$$

Это соответствует циклической частоте $\omega = \sqrt{1/LC}$, совпадающей с циклической частотой свободных незатухающих электромагнитных колебаний в колебательном контуре. В этом случае $z = R$, а амплитуда силы тока достигает значения $I_m = \frac{\varepsilon_m}{R}$, которое будет особенно большим при малом значении активного сопротивления R .

Итак, при приближении циклической частоты ω внешней переменной ЭДС к собственной частоте ω_0 происходит резкое возрастание амплитуды вынужденных колебаний. Это явление называется резонансом. Графики зависимостей I_m от ω (резонансные кривые) для различных активных сопротивлений R представлены на рис. 7.5.

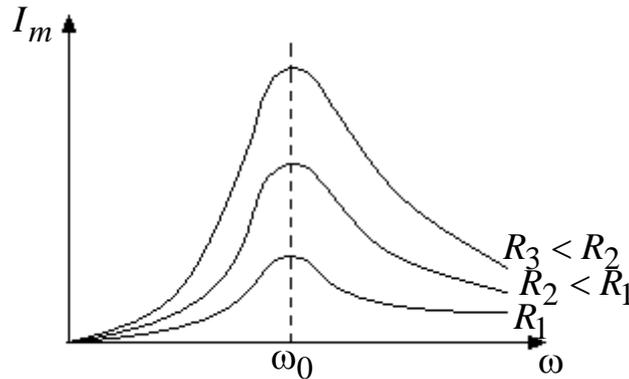


Рис. 7.5

Резонансные кривые имеют тем более острый максимум, чем меньше активное сопротивление R .

В случае резонанса напряжение на активном сопротивлении равно внешней ЭДС $U_R = \varepsilon$, а напряжения на конденсаторе и катушке индуктивности одинаковы по амплитуде и противоположны по фазе. Отсюда следует, что

$$U_L = U_C = \sqrt{\frac{L}{C}} I_m = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \varepsilon_m = Q \varepsilon_m,$$

где Q – добротность колебательного контура, которая определяется формулой (). Поскольку обычно $Q > 1$, в случае резонанса напряжение на конденсаторе и катушке индуктивности резко возрастают, превышая внешнюю ЭДС в Q раз.

Таким образом, добротность контура показывает, во сколько раз максимальное значение на конденсаторе превышает амплитуду внешней ЭДС.

При резонансе сдвиг фаз между током и напряжением становится равным нулю, поскольку напряжения на конденсаторе и индуктивности полностью компенсируют друг друга, и падение напряжения происходит только на активном сопротивлении.

Явление резонанса используют, в частности, в радиосвязи при настройке радиоприемников на частоту той или иной радиостанции. Радиоволны от различных передающих станций возбуждают в антенне радиоприемника переменные токи различных частот. При этом из колебаний всех частот, возбужденных в антенне, контур усиливает только те колебания, частота которых находится в узком интервале вблизи резонансной частоты контура. Настройка контура на нужную частоту обычно осуществляется изменением емкости конденсатора.

Вредное влияние резонанса в электрических цепях проявляется в тех случаях, когда в цепи, не рассчитанной на работу в условиях резонанса, возникают чрезмерно большие токи или напряжения, что может привести к пробое изоляции, расплавлению проводов и т.д.

7.5. Волновые процессы

Если в каком-либо месте упругой среды возбудить колебания ее частиц, то вследствие взаимодействия между частицами это колебание будет распространяться в среде от частицы к частице с некоторой скоростью v . Процесс распространения колебаний в пространстве называется *волновым процессом*, или *волной*. При распространении волны частицы среды не вовлекаются в поступательное движение, они лишь совершают колебания около своих положений равновесия. Поэтому перенос энергии при распространении волн происходит без переноса вещества.

В зависимости от направления колебаний частиц по отношению к направлению распространения волны различают *продольные* и *поперечные* волны. В продольной волне частицы колеблются вдоль направления распространения волны. В поперечной волне частицы среды колеблются в направлениях, перпендикулярных направлению распространения волны.

Упругие поперечные волны могут возникнуть лишь в среде, обладающей сопротивлением сдвигу. Поэтому в жидкой и газообразной средах возможно возникновение только продольных волн. В твердой среде возможно возникновение как продольных, так и поперечных волн.

Волна, распространяясь от источника колебаний, охватывает все новые и новые части пространства. Геометрическое место точек, до которых доходят колебания к моменту времени t , называется *волновым фронтом*. Фронт волны представляет собой ту поверхность, которая отделяет часть пространства, уже вовлеченную в волновой процесс, от области, в которой колебания еще не возникли. Геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе, называется волновой поверхностью. Волновые поверхности могут быть любой формы. В простейшем случае они представляют собой совокупность плоскостей, параллельных друг другу, или совокупность концентрических сфер. Соответственно, волна может быть плоской или сферической.

Расстояние λ , на которое распространяется волна за время, равное периоду колебаний частиц среды, называется *длиной волны*:

$$\lambda = vT. \quad (7.16)$$

Ее также можно определить как расстояние между ближайшими частицами, колеблющимися в одинаковой фазе. Поэтому скорость распространения волны v является скоростью распространения фазы и называется фазовой скоростью. С учетом $T = 1/\nu$, где ν – частота колебаний,

$$v = \lambda\nu. \quad (7.17)$$

Для характеристики волн также используется волновое число k :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{\omega}{v}. \quad (7.18)$$

Распространение волн в однородной изотропной среде в общем случае описывается *волновым уравнением* – дифференциальным уравнением в частных производных, имеющим вид

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}. \quad (7.19)$$

Любая волна, в которой колеблется некоторая величина ξ (например, смещение частицы от положения равновесия), удовлетворяет этому уравнению. Более того, всякая функция $\xi(x, y, z, t)$, являющаяся решением этого уравнения, описывает некоторую волну, причем квадратный корень из

величины, обратной коэффициенту при $\partial^2 \xi / \partial t^2$, дает фазовую скорость этой волны.

7.6. Электромагнитные волны

Переменные электрическое и магнитное поля взаимно связаны: одно порождает другое. Последовательность взаимных превращений электрического и магнитного полей, распространяющихся от точки к точке, обладает периодичностью во времени и пространстве и, следовательно, представляет собой волну. Такие волны называются электромагнитными.

Существование электромагнитных волн является важнейшим следствием из уравнений Максвелла. При отсутствии токов и свободных зарядов уравнения Максвелла, описывающие напряженность электрического поля \vec{E} и напряженность магнитного поля \vec{H} , могут быть сведены к виду

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} = \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial z^2} = \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}. \end{cases} \quad (7.20)$$

Эти уравнения неразрывно связаны друг с другом и представляют собой типичные волновые уравнения, доказывающие существование электромагнитных волн. Фазовая скорость электромагнитных волн определяется выражением

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}}, \quad (7.21)$$

где $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ – скорость света, связанная с электрической ε_0 и магнитной μ_0 постоянными; ε и μ – электрическая и магнитная проницаемости среды. В вакууме (при $\varepsilon = \mu = 1$) скорость электромагнитных волн v совпадает со скоростью света c .

Итак, электромагнитное поле, образованное в некоторой области пространства, не остается локализованным в этой области, а с определенной скоростью распространяется в окружающем пространстве в виде электромагнитных волн.

В электромагнитной волне колеблются векторы \vec{E} и \vec{H} . Для примера рассмотрим плоскую электромагнитную волну, распространяющуюся вдоль волновых уравнений и имеющую вид

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \vec{E}_m \cos(\omega t - kx + \alpha), \\ \vec{H} &= \vec{H}_m \cos(\omega t - kx + \alpha).\end{aligned}\quad (7.22)$$

Из уравнений следует, что колебания электрического и магнитного векторов в электромагнитной волне происходят с одинаковой частотой ω и одинаковой фазой α , т.е. они колеблются синхронно. Амплитуды этих векторов связаны соотношением

$$E_m \sqrt{\epsilon \epsilon_0} = H_m \sqrt{\mu \mu_0}. \quad (7.23)$$

Векторы \vec{E} и \vec{H} колеблются во взаимно перпендикулярных направлениях и перпендикулярны к направлению распространения волны (см. рис. 7.4), т.е. электромагнитные волны являются поперечными.

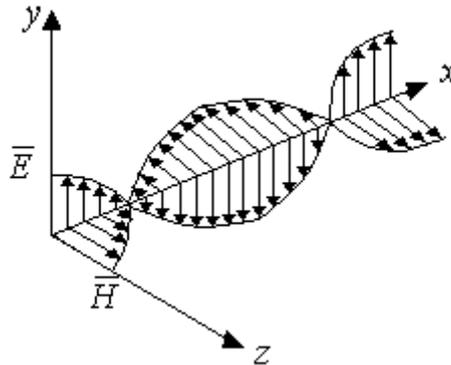


Рис. 7.4

В фиксированной точке пространства векторы \vec{E} и \vec{H} изменяются со временем по гармоническому закону, но от точки к точке эти изменения происходят со сдвигом по фазе, определяемым расстоянием по оси x .

7.7. Энергия электромагнитных волн

Основным свойством всех волн является перенос энергии без переноса вещества. Поскольку в электромагнитной волне представлено два поля, в ней имеют место два вида энергии – электрическая и магнитная. Плотность энергии электромагнитного поля складывается из двух частей:

$$\omega = \omega_E + \omega_H = \frac{1}{2} (\epsilon\epsilon_0 E^2 + \mu_0 \mu H^2). \quad (7.24)$$

Это соотношение может быть приведено к виду

$$\omega = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \sqrt{\epsilon \mu} E H = \frac{1}{v} E H. \quad (7.25)$$

Для характеристики течения энергии в разных точках пространства вводится векторная величина \vec{S} , называемая *плотностью потока энергии*. Модуль плотности потока энергии равен энергии, переносимой электромагнитной волной за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны:

$$S = \omega v = E H. \quad (7.26)$$

Направлен вектор \vec{S} в сторону распространения электромагнитной волны, т.е. в ту же сторону, что и вектор $[\vec{E}\vec{H}]$. Окончательно вектор плотности потока электромагнитной энергии, называемый вектором Умова-Пойтинга, равен

$$\vec{S} = [\vec{E}\vec{H}]. \quad (7.27)$$

Этот вектор так же, как и плотность энергии ω , различен в разных точках пространства, а в данной точке изменяется со времени по закону квадрата синуса.

Отметим, что когда говорят об *интенсивности волны* в данной точке, то имеют в виду среднее по времени значение плотности потока энергии, переносимой световой волной.

Существование давления электромагнитных волн приводит к выводу о том, что электромагнитному полю присущ механический импульс p . *Импульс электромагнитного поля*

$$p = \frac{W}{c}, \quad (7.28)$$

т.е. электромагнитная волна, несущая в себе энергию W , одновременно переносит импульс p .

7.8. Примеры решения задач

Задача 7-1. Известно, что напряжение на обкладках конденсатора, измеренное в вольтах, в колебательном контуре меняется в зависимости от времени по закону $U = 12 \cos(20\pi \cdot t)$. Емкость конденсатора равна $C = 5$ мкФ. Найти: а) период колебаний, угловую и циклическую частоту колебаний в контуре; б) индуктивность контура; в) закон изменения заряда на обкладках конденсатора и его заряд в момент времени $t = T/6$; г) закон изменения тока в контуре и его величину в момент времени $t = T/6$; д) полную энергию контура; е) максимальную энергию электрического поля и его энергию в момент времени $t = T/6$; ж) максимальную энергию магнитного поля.

Решение. Сравнивая уравнение колебаний в рассматриваемом колебательном контуре

$$U = 12 \cos(200\pi \cdot t)$$

с общим уравнением, описывающим изменение напряжения в контуре,

$$U = U_m \cos(\omega t) = U_m \cos(2\pi\nu t)$$

находим амплитудное значение напряжения на конденсаторе $U_m = 12$ В, циклическую частоту колебаний в контуре $\omega = 200\pi = 628$ рад/с, угловую частоту колебаний $\nu = 100$ с⁻¹, период колебаний $T = 1/\nu = 0,01$ с.

Далее, учитывая, что период колебаний в колебательном контуре определяется формулой Томсона

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC},$$

найдем индуктивность контура

$$L = T^2 / (4\pi^2 C) = 0,51 \text{ Гн.}$$

Заряд на обкладках конденсатора изменяется синхронно с напряжением на конденсаторе, и его зависимость от времени может быть записана, как

$$q = C \cdot U = 6 \cdot 10^{-5} \cos(200\pi t) \text{ Кл.}$$

В момент времени $t = T/6$ заряд на обкладках конденсатора равен

$$q = 6 \cdot 10^{-5} \cos(2\pi/6) = 3 \cdot 10^{-5} \text{ Кл.}$$

Для нахождения тока в контуре необходимо найти производную $I = dq/dt$, т.е. использовать соотношение

$$\begin{aligned} I = \frac{dq}{dt} &= -6 \cdot 10^{-5} \cdot 200\pi \sin(200\pi t) = -37,7 \cdot 10^{-3} \sin(200\pi t) = \\ &= 37,7 \cdot 10^{-3} \cos(200\pi t + \frac{\pi}{2}) \text{ А.} \end{aligned}$$

В момент времени $t = T/6$ ток, текущий по контуру, равен

$$I = -37,7 \cdot 10^{-3} \sin(2\pi/6) = 32,6 \cdot 10^{-3} \text{ А} = 32,6 \text{ мА.}$$

Полная энергия, запасенная в колебательном контуре, может быть найдена либо как максимальная энергия электрического поля (поскольку в момент максимального заряда конденсатора ток в контуре равен нулю), либо как максимальная энергия магнитного поля (поскольку в момент полностью разряженного конденсатора вся энергия переходит в энергию магнитного поля катушки). Для ее нахождения используем равенство

$$W_{\text{полн}} = \frac{CU_{\text{см}}^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2} = 3,6 \cdot 10^{-4} \text{ Дж.}$$

Энергия электрического поля в момент времени $t = T/6$ будет составлять только часть от полной энергии, которую можно найти по формуле

$$W = C \cdot U^2 / 2 = C [U_m \cos(2\pi/6)]^2 / 2 = 0,9 \cdot 10^{-4} \text{ Дж.}$$

Задача 7-2. Конденсатор емкостью $C = 8 \cdot \text{мкФ}$, заряженный до разности потенциалов $U_m = 15 \text{ В}$, и катушка индуктивности $L = 3 \text{ мГн}$, имеющая активное сопротивление $R = 1 \text{ Ом}$, соединены в колебательный контур. Написать уравнение колебаний для заряда на обкладках конденсатора; рассчитать длину волны, на которую настроен контур; найти число колебаний N_e , по прошествии которых амплитуда колебаний в этом контуре уменьшится в e раз; определить добротность контура Q .

Решение. В контуре, обладающем активным сопротивлением, происходят свободные затухающие колебания. Зависимость заряда от времени для такого контура имеет вид

$$q = q_m e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0) = CU_m e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0),$$

где $\varphi_0 = 0$, если отсчет времени начать с момента соединения конденсатора с катушкой индуктивности, а коэффициент затухания β находится, как

$$\beta = R/2L = 1,67 \cdot 10^5 \text{ с}^{-1}.$$

Максимальный заряд на обкладках может быть найден через параметры конденсатора $q_m = CU_m = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ Кл}$. Циклическая частота колебаний, возбуждаемых в данном колебательном контуре, должна быть рассчитана не по формуле Томсона $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, а по формуле

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}},$$

учитывающей наличие активного сопротивления, приводящего к уменьшению частоты колебаний. Однако численный расчет дает $\omega = 6,45 \cdot 10^3 \text{ рад/с}$, что практически идентично частоте ω_0 . Такой частоте соответствует длина волны $\lambda = c/v = 2\pi c/\omega = 2,92 \cdot 10^5 \text{ м}$, на которую рассчитан контур. Подставляя

полученные данные в уравнение колебательного контура, можно написать его явный вид

$$q = 1,2 \cdot 10^{-4} \exp(-1,67 \cdot 10^5 t) \cdot \cos(6,45 \cdot 10^3 t) \text{ Кл.}$$

Для нахождения времени, за которое амплитуда тока в этом контуре уменьшится в e раз, запишем это условие в математической форме:

$$\frac{q_m}{q_m e^{-\beta t}} = e$$

Это означает, что амплитуда уменьшается в e раз за время $t = \tau = 1/\beta = 2L/R$. За это время произойдет некоторое число N_e колебаний, которое можно найти из следующих соображений. Период затухающих колебаний определяется из соотношения $T = 2\pi/\omega$, где $\omega = 6,45 \cdot 10^3$ рад/с уже найдено нами ранее. Искомое число N_e может быть найдено из соотношения $N_e = \tau/T$, которое может быть приведено к виду

$$N_e = \tau/T = L\omega/R\pi.$$

Численный расчет дает $N_e = 6,17$.

Добротность колебательного контура $Q = \pi/\lambda$, обратная логарифмическому декременту затухания $\lambda = \beta T$, при малых значениях логарифмического декремента затухания может быть найдена по формуле

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}},$$

позволяющей вычислить численное значение добротности $Q = 19,4$.

Задача 7-3. Электрическая цепь состоит из конденсатора емкостью $C = 8$ мкФ, катушки с индуктивностью $L = 3$ мГн и резистора сопротивлением $R = 1$ Ом. Определить реактивное емкостное, реактивное индуктивное и полное сопротивления цепи при частоте тока $\nu = 1$ кГц. Рассчитать сдвиг фаз между напряжением и током в цепи.

Решение. Реактивное емкостное сопротивление цепи находится, как

$$R_C = 1/\omega C = 1/(2\pi\nu C) = 19,9 \text{ Ом.}$$

Реактивное индуктивное сопротивление рассчитывается по формуле

$$R_L = \omega L = 2\pi\nu L = 18,8 \text{ Ом.}$$

Для нахождения полного сопротивления цепи воспользуемся соотношением

$$z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2} = 1,49 \text{ Ом.}$$

Сдвиг фаз между напряжением и током в цепи определяется соотношением

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = -1,1.$$

Такое значение тангенса соответствует углу $\varphi = -48^\circ$, что говорит о том, что напряжение отстает по фазе от тока на указанный угол.

Задача 7-4. В однородной и изотропной среде с относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 2,0$ и относительной магнитной проницаемостью $\mu = 1,0$ распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитудное значение напряженности электрического поля волны $E_m = 8$ В/м. Определить: а) амплитудное значение напряженности H_m магнитного поля волны, б) фазовую скорость v волны, в) среднее по времени значение плотности потока энергии, переносимой световой волной, г) среднюю по времени плотность энергии электромагнитного поля волны.

Решение. Для определения амплитудного значения напряженности магнитного поля волны используем соотношение

$$E_m \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} = H_m \sqrt{\mu\mu_0}.$$

Учитывая, что электрическая постоянная равна $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, а магнитная постоянная равна $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м, найдем численное значение амплитуды напряженности магнитного поля волны $H_m = 30$ мА/м.

Фазовая скорость электромагнитных волн определяется выражением

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}.$$

Поскольку скорость света в вакууме $c = 3 \cdot 10^8$ м/с, в данной среде электромагнитная волна распространяется со скоростью $v = c/\sqrt{2} = 2,12 \cdot 10^8$ м/с.

Среднее по времени значение плотности потока энергии, переносимой световой волной, т.е. вектор Умова-Пойнтинга, определяется соотношением

$$\vec{S} = [\vec{E}\vec{H}]$$

Значение плотности потока энергии S , переносимой световой волной, как и плотность энергии w , различны в разных точках пространства, а в некоторой конкретной точке изменяются со временем по закону квадрата синуса. Поскольку среднее значение квадрата синуса равно $1/2$, для искомой величины имеем

$$S = E_m H_m / 2 = 0,24 \text{ Вт/м}^2.$$

Для нахождения средней по времени плотности энергии электромагнитного поля волны воспользуемся соотношением, связывающим величины S , w и v :

$$w = S/v = 1,13 \text{ нДж/м}^3.$$

Контрольные вопросы и задачи для самостоятельного решения

- 7.1. Что такое колебательный контур?
- 7.2. Какие виды энергии преобразуются в процессе колебаний в контуре? Как они выражаются через параметры контура?
- 7.3. Что такое собственная частота контура?
- 7.4. Как записывается формула Томсона?
- 7.5. При каком условии колебания в контуре будут незатухающими? Что при этом можно сказать о полной энергии колебаний в контуре?
- 7.6. Что такое коэффициент затухания?
- 7.7. Какова циклическая частота затухающих колебаний?
- 7.8. Что происходит с энергией колебаний, если они являются затухающими?
- 7.9. Что такое добротность контура, логарифмический декремент затухания?
- 7.10. Какой процесс называется аperiodическим? Когда он возникает?
- 7.11. Какой процесс называют волной? Как различаются продольные и поперечные волны?
- 7.12. Что такое фронт волны, длина волны, фазовая скорость?
- 7.13. Как происходит распространение электромагнитной волны?
- 7.14. Какие величины периодически изменяются в электромагнитной волне?
- 7.15. Что такое вектор Умова-Пойнтинга?
- 7.16. В колебательном контуре максимальная сила тока $I_m = 5$ мА, максимальное напряжение на конденсаторе $U_m = 12$ В. Найти энергию колебательного контура, если период колебаний равен $T = 5,5$ мкс. Определить частоту колебаний и длину волны, на которую настроен контур.
- 7.17. Амплитудное значение синусоидального напряжения с частотой $\nu = 50$ Гц равно $U_m = 220$ В. Начальная фаза равна нулю. Написать зависимость напряжения от времени. Найти напряжение в моменты времени $t_1 = 0,001$ с, $t_2 = 0,002$ с, $t_3 = 0,003$ с, $t_4 = 3,05$ с.
- 7.18. Напряжение на конденсаторе в колебательном контуре изменяется по закону $U_c = 16 \cos(3 \cdot 10^5 t)$ В. В начальный момент заряд конденсатора был равен $q_0 = 5 \cdot 10^{-6}$ Кл. Определить: а) емкость конденсатора, б) индуктивность контура, в) период и частоту колебаний в контуре, г) энергию колебательного контура.

7.19. Конденсатор емкостью $C = 250$ пФ зарядили до напряжения $U_m = 6$ В, и соединили с катушкой индуктивности $L = 45$ мкГн. Написать уравнение колебаний для заряда и тока в контуре.

7.20. Конденсатору емкостью $C = 250$ пФ сообщили заряд $q_m = 10^{-9}$ Кл, и соединили с катушкой индуктивности $L = 45$ мкГн. Написать уравнение колебаний для заряда и тока в контуре.

7.21. Колебательный контур содержит конденсатор емкостью $C = 120$ нФ и катушку с индуктивностью $L = 0,8$ мГн. Найти максимальное напряжение U_m на обкладках конденсатора, если максимальная сила тока $I_m = 25$ мА. Написать уравнение колебаний для напряжения и тока в контуре.

7.22. Колебательный контур содержит конденсатор емкостью $C = 120$ нФ и катушку с индуктивностью $L = 0,8$ мГн. Найти максимальную силу тока I_m в контуре, если напряжение на обкладках конденсатора $U_m = 180$ В. Написать уравнение колебаний для напряжения и тока в контуре.

7.23. Сила тока в колебательном контуре изменяется по закону $I = 8 \sin(5 \cdot 10^3 t)$ А. Индуктивность контура $L = 0,06$ Гн. Найти емкость конденсатора, энергию колебательного контура, длину волны, на которую настроен контур. Написать уравнение колебаний для напряжения на конденсаторе.

7.24. Сила тока в колебательном контуре изменяется по закону $I = 8 \sin(5 \cdot 10^3 t)$ А. Емкость конденсатора $C = 15$ нФ. Найти индуктивность контура, энергию колебательного контура, длину волны, на которую настроен контур. Написать уравнение колебаний для напряжения на конденсаторе.

7.25. Напряжение на конденсаторе емкостью $C = 0,8$ мкФ, включенном в колебательный контур, изменяется по закону $U_c = 25 \cos(5 \cdot 10^3 t)$ В. Найти индуктивность контура и максимальную силу тока в нем. Написать уравнение колебаний для тока в контуре.

7.26. Напряжение на конденсаторе, включенном в колебательный контур, изменяется по закону $U_c = 25 \cos(5 \cdot 10^3 t)$ В. Индуктивность контура $L = 0,09$ Гн. Найти емкость конденсатора и его максимальный заряд. Написать уравнение колебаний для заряда на конденсаторе и тока в контуре.

7.27. Конденсатор емкостью $C = 0,4$ мкФ, заряженный до разности потенциалов $U_m = 125$ В, и катушка индуктивности $L = 12$ мГн, имеющая активное сопротивление $R = 1,2$ Ом, соединены в колебательный контур. Определить добротность контура Q . Написать уравнение затухающих колебаний для заряда на обкладках конденсатора.

7.28. Конденсатор емкостью $C = 0,6$ мкФ, заряженный до разности потенциалов $U_m = 15$ В, и катушка индуктивности $L = 8$ мГн, имеющая активное сопротивление $R = 0,2$ Ом, соединены в колебательный контур. Определить логарифмический декремент затухания λ . Написать уравнение затухающих колебаний для напряжения на обкладках конденсатора.

7.29. Конденсатор емкостью $C = 5$ нФ, имеющий заряд $q_m = 10^{-6}$ В, и катушка индуктивности $L = 2$ мГн, имеющая активное сопротивление $R = 0,08$ Ом, соединены в колебательный контур. Определить логарифмический декремент затухания λ . Написать уравнение затухающих колебаний для тока в контуре.

7.30. Цепь состоит из катушки индуктивности $L = 0,25$ Гн, имеющей активное сопротивление $R = 80$ Ом, и конденсатора с емкостью $C = 2 \cdot 10^{-6}$ Ф. Определить полное сопротивление цепи и сдвиг фаз между током и напряжением в цепи при частоте $\nu = 50$ Гц.

7.31. Цепь состоит из катушки индуктивности $L = 0,25$ Гн, имеющей активное сопротивление $R = 80$ Ом, и конденсатора с емкостью $C = 2 \cdot 10^{-6}$ Ф. Определить резонансную частоту цепи и ее полное сопротивление при частоте, составляющей 80% от резонансной.

7.32. В цепь переменного тока с частотой $\nu = 1000$ Гц включена катушка с индуктивностью $L = 0,1$ Гн. Конденсатор какой емкости надо включить в эту цепь, чтобы наступил резонанс?

7.33. В цепь переменного тока с частотой $\nu = 1000$ Гц включен конденсатор емкостью $C = 2 \cdot 10^{-6}$ Ф. Какую индуктивность надо включить в эту цепь, чтобы наступил резонанс?

7.34. Резонанс в колебательном контуре с конденсатором емкостью $C_1 = 10^{-7}$ Ф наступает при частоте $\nu_1 = 500$ Гц. Когда параллельно конденсатору C_1 подключают второй конденсатор емкостью C_2 , то частота резонанса становится равной $\nu_2 = 100$ Гц. Найти емкость второго конденсатора C_2 .

7.35. Резонанс в колебательном контуре с конденсатором емкостью $C_1 = 10^{-7}$ Ф наступает при частоте $\nu_1 = 500$ Гц. При какой частоте будет наблюдаться резонанс, если параллельно конденсатору C_1 подключить второй конденсатор емкостью $C_2 = 3 \cdot 10^{-7}$ Ф. Как изменится частота, если конденсатор C_2 подключить последовательно?

7.36. В однородной и изотропной среде с относительной диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 2,6$ и относительной магнитной проницаемостью $\mu = 1,0$ распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитудное значение напряженности магнитного поля волны $H_m = 0,06$ А/м. Определить: а) амплитудное значение напряженности E_m электрического поля

волны, б) фазовую скорость v волны, в) среднее по времени значение плотности потока энергии, переносимой световой волной, г) среднюю по времени плотность энергии электромагнитного поля волны.

7.37. В однородной и изотропной среде с относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 2,2$ и относительной магнитной проницаемостью $\mu = 1,0$ распространяется плоская электромагнитная волна. Среднее по времени значение плотности энергии электромагнитного поля волны равно $w = 1,18$ нДж/м³. Определить: а) амплитудное значение напряженности E_m электрического поля волны, б) фазовую скорость v волны, в) среднее по времени значение плотности потока энергии, переносимой световой волной.

7.38. В однородной и изотропной среде с относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 1,8$ и относительной магнитной проницаемостью $\mu = 1,0$ распространяется плоская электромагнитная волна. Среднее по времени значение плотности энергии электромагнитного поля волны равно $w = 1,5$ нДж/м³. Определить: а) амплитудное значение напряженности H_m магнитного поля волны, б) фазовую скорость v волны, в) среднее по времени значение плотности потока энергии, переносимой световой волной.

7.39. В однородной и изотропной среде с относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 1,95$ и относительной магнитной проницаемостью $\mu = 1,0$ распространяется плоская электромагнитная волна. Среднее по времени значение плотности потока энергии, переносимой световой волной равно $S = 0,4$ Вт/м². Определить: а) амплитудное значение напряженности H_m магнитного поля волны, б) фазовую скорость v волны, в) среднюю по времени плотность энергии w электромагнитного поля волны.

7.40. В однородной и изотропной среде с относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 1,95$ и относительной магнитной проницаемостью $\mu = 1,0$ распространяется плоская электромагнитная волна. Среднее по времени значение плотности потока энергии, переносимой световой волной равно $S = 0,4$ Вт/м². Определить: а) амплитудное значение напряженности E_m электрического поля волны, б) фазовую скорость v волны, в) среднюю по времени плотность энергии w электромагнитного поля волны.

Общие рекомендации по работе с пособием

Работа студентов по изучению курса физики складывается из следующих элементов: посещение лекций, лабораторных и практических занятий; самостоятельное изучение разделов и тем курса по учебникам и учебным пособиям с последующей самопроверкой и решением типовых задач; выполнение контрольных работ, домашних или расчетных заданий; оформление отчетов по выполненным лабораторным работам, сдача зачетов и экзаменов по всему курсу.

В данном учебном пособии лекционный материал представлен в сжатом, конспективном виде. Акцент делается на ознакомление с основными теоретическими положениями рассматриваемых тем. Это является оправданным при работе с наименее подготовленными студентами дневного отделения, которые не всегда в состоянии отделить главный материал от второстепенного, и особенно при работе со студентами очно-заочного и заочного отделений. Практическое применение полученных знаний иллюстрируется в ходе решения типовых задач. В конце каждой темы приведено большое количество вопросов и задач (от 30 до 120), которые могут быть использованы как при самостоятельном изучении теоретического материала, так и при проведении практических занятий и организации самостоятельной работы студентов. Таблице вариантов расчетных и контрольных заданий дает возможность использовать предложенные задачи в тех случаях, когда программой предусмотрено выполнение расчетного или контрольного задания. Ниже приводятся 50 вариантов расчетного задания (табл. 1).

Для правильного определения номера варианта расчетного задания необходимо взять последние две цифры зачетной книжки. Если соответствующее число меньше 50 – это и будет номер искомого варианта. Если соответствующее число будет больше 50, чтобы получить номер варианта, от него надо эту цифру отнять. Например, последние две цифры дают число 87. Это означает, что необходимо выполнить вариант с номером 37, так как $87 - 50 = 37$. Если обе последние цифры – нули, выполняется вариант, имеющий номер 50.

Таблица 1. Варианты расчетных и контрольных заданий

1	1.1	1.45	2.3	3.4	4.6	5.8	6.2	7.15
	1.20	1.71	2.25	3.38	4.16	5.30	6.16	7.40
			2.75	3.75	4.80		6.30	
2	1.2	1.46	2.4	3.5	4.7	5.9	6.3	7.14
	1.21	1.72	2.26	3.37	4.17	5.29	6.17	7.39
			2.74	3.74	4.31		6.31	
3	1.3	1.47	2.5	3.6	4.8	5.10	6.4	7.13
	1.22	1.73	2.27	3.36	4.18	5.28	6.18	7.38
			2.73	3.73	4.32		6.32	
4	1.4	1.48	2.6	3.7	4.9	5.11	6.5	7.12
	1.23	1.74	2.28	3.35	4.19	5.27	6.19	7.37
			2.72	3.72	4.33		6.33	
5	1.5	1.49	2.7	3.8	4.10	5.12	6.6	7.11
	1.24	1.75	2.29	3.34	4.20	5.26	6.20	7.36
			2.71	3.71	4.34		6.34	
6	1.6	1.50	2.8	3.9	4.11	5.13	6.7	7.10
	1.25	1.76	2.30	3.33	4.21	5.25	6.21	7.35
			2.70	3.70	4.35		6.35	
7	1.7	1.51	2.9	3.10	4.12	5.14	6.8	7.9
	1.26	1.77	2.31	3.32	4.22	5.24	6.22	7.34
			2.69	3.69	4.36		6.36	
8	1.8	1.52	2.10	3.11	4.13	5.15	6.9	7.8
	1.27	1.78	2.32	3.30	4.23	5.23	6.23	7.33
			2.68	3.68	4.37		6.37	
9	1.9	1.53	2.11	3.12	4.14	5.1	6.10	7.7
	1.28	1.79	2.33	3.29	4.24	5.22	6.24	7.32
			2.67	3.67	4.38		6.38	
10	1.10	1.54	2.12	3.13	4.15	5.2	6.11	7.6
	1.29	1.80	2.34	3.28	4.25	5.21	6.25	7.31
			2.66	3.66	4.39		6.39	
11	1.11	1.55	2.13	3.14	4.1	5.3	6.12	7.5
	1.30	1.90	2.35	3.27	4.26	5.20	6.26	7.30
			2.65	3.65	4.40		6.40	
12	1.12	1.56	2.14	3.15	4.2	5.4	6.13	7.4
	1.31	1.91	2.36	3.26	4.27	5.19	6.27	7.29
			2.64	3.64	4.41		6.41	

Продолжение табл. 1.

13	1.13	1.57	2.15	3.1	4.3	5.5	6.14	7.3
	1.32	1.92	2.37	3.16	4.28	5.18	6.28	7.28
			2.63	3.28	4.42		6.42	
14	1.14	1.58	2.1	3.2	4.4	5.6	6.15	7.2
	1.33	1.93	2.38	3.17	4.29	5.17	6.29	7.27
			2.62	3.29	4.43		6.43	
15	1.15	1.59	2.2	3.3	4.5	5.7	6.1	7.1
	1.34	1.94	2.39	3.18	4.30	5.16	6.30	7.26
			2.61	3.30	4.44		6.44	
16	1.1	1.60	2.3	3.4	4.6	5.8	6.2	7.10
	1.35	1.95	2.40	3.19	4.31	5.30	6.31	7.25
			2.60	3.40	4.45		6.45	
17	1.22	1.61	2.4	3.5	4.7	5.9	6.3	7.11
	1.36	1.96	2.16	3.20	4.32	5.29	6.32	7.24
			2.40	3.41	4.46		6.46	
18	1.3	1.62	2.5	3.6	4.8	5.10	6.4	7.12
	1.37	1.97	2.17	3.21	4.33	5.28	6.33	7.23
			2.41	3.42	4.47		6.47	
19	1.4	1.63	2.6	3.7	4.9	5.11	6.5	7.13
	1.38	1.98	2.18	3.22	4.34	5.27	6.34	7.22
			2.42	3.43	4.48		6.48	
20	1.5	1.64	2.7	3.8	4.10	5.12	6.6	7.14
	1.39	1.99	2.19	3.23	4.35	5.26	6.35	7.21
			2.43	3.44	4.49		6.49	
21	1.6	1.65	2.8	3.9	4.11	5.13	6.7	7.15
	1.40	1.100	2.20	3.24	4.36	5.25	6.36	7.20
			2.44	3.45	4.50		6.50	
22	1.7	1.66	2.9	3.10	4.12	5.14	6.8	7.1
	1.41	1.101	2.21	3.25	4.37	5.24	6.37	7.19
			2.45	3.46	4.51		6.51	
23	1.8	1.67	2.10	3.11	4.13	5.15	6.9	7.2
	1.42	1.102	2.22	3.39	4.38	5.23	6.38	7.18
			2.46	3.47	4.52		6.52	
24	1.9	1.68	2.11	3.12	4.14	5.1	6.10	7.3
	1.43	1.103	2.23	3.40	4.39	5.22	6.39	7.17
			2.47	3.48	4.53		6.53	

Продолжение табл. 1.

25	1.10	1.69	2.12	3.13	4.15	5.2	6.11	7.4
	1.44	1.104	2.24	3.41	4.40	5.21	6.40	7.16
			2.48	3.49	4.54		6.54	
26	1.11	1.70	2.13	3.14	4.1	5.3	6.12	7.5
	1.45	1.105	2.25	3.42	4.41	5.20	6.41	7.17
			2.49	3.50	4.55		6.55	
27	1.12	1.16	2.14	3.15	4.2	5.4	6.13	7.6
	1.46	1.106	2.26	3.43	4.42	5.19	6.42	7.18
			2.50	3.51	4.56		6.56	
28	1.13	1.17	2.15	3.1	4.3	5.5	6.14	7.7
	1.47	1.107	2.27	3.44	4.43	5.18	6.43	7.19
			2.51	3.52	4.57		6.57	
29	1.14	1.18	2.1	3.2	4.4	5.6	6.15	7.8
	1.48	1.108	2.28	3.45	4.44	5.17	6.44	7.20
			2.52	3.53	4.58		6.58	
30	1.15	1.19	2.2	3.3	4.5	5.7	6.1	7.9
	1.50	1.109	2.29	3.46	4.45	5.16	6.45	7.21
			2.53	3.54	4.59		6.59	
31	1.1	1.20	2.3	3.4	4.6	5.8	6.6	7.10
	1.51	1.110	2.30	3.47	4.46	5.30	6.46	7.22
			2.54	3.55	4.60		6.60	
32	1.2	1.21	2.4	3.5	4.7	5.9	6.7	7.11
	1.52	1.111	2.31	3.48	4.47	5.29	6.47	7.23
			2.55	3.56	4.61		6.59	
33	1.3	1.22	2.5	3.6	4.8	5.10	6.8	7.12
	1.53	1.112	2.32	3.49	4.48	5.28	6.48	7.24
			2.56	3.57	4.62		6.58	
34	1.4	1.23	2.6	3.7	4.9	5.11	6.9	7.12
	1.54	1.113	2.33	3.50	4.49	5.27	6.49	7.25
			2.57	3.58	4.63		6.57	
35	1.5	1.24	2.7	3.8	4.10	5.12	6.10	7.14
	1.55	1.114	2.34	3.51	4.50	5.26	6.30	7.26
			2.58	3.59	4.64		6.56	
36	1.6	1.25	2.8	3.9	4.11	5.13	6.11	7.15
	1.56	1.115	2.35	3.52	4.51	5.25	6.31	7.27
			2.59	3.60	4.65		6.55	

Продолжение табл. 1.

37	1.7	1.26	2.9	3.10	4.12	5.14	6.12	7.15
	1.57	1.116	2.36	3.53	4.52	5.24	6.32	7.28
			2.60	3.61	4.66		6.54	
38	1.8	1.27	2.10	3.11	4.13	5.15	6.13	7.14
	1.58	1.117	2.37	3.54	4.53	5.23	6.33	7.29
			2.61	3.62	4.67		6.53	
39	1.9	1.28	2.11	3.12	4.14	5.1	6.14	7.13
	1.59	1.118	2.38	3.55	4.54	5.22	6.34	7.30
			2.62	3.63	4.68		6.52	
40	1.10	1.29	2.12	3.13	4.15	5.2	6.15	7.12
	1.60	1.119	2.39	3.56	4.55	5.21	6.35	7.31
			2.63	3.64	4.69		6.51	
41	1.11	1.30	2.13	3.14	4.1	5.3	6.15	7.11
	1.61	1.120	2.40	3.57	4.56	5.20	6.26	7.32
			2.64	3.65	4.70		6.50	
42	1.12	1.31	2.14	3.15	4.2	5.4	6.14	7.10
	1.62	1.81	2.41	3.58	4.57	5.19	6.27	7.33
			2.65	3.66	4.71		6.49	
43	1.13	1.32	2.15	3.1	4.3	5.5	6.13	7.9
	1.63	1.82	2.42	3.59	4.58	5.18	6.28	7.34
			2.66	3.67	4.72		6.48	
44	1.14	1.33	2.1	3.2	4.4	5.6	6.12	7.8
	1.64	1.83	2.43	3.60	4.59	5.17	6.19	7.35
			2.67	3.68	4.73		6.47	
45	1.15	1.34	2.2	3.3	4.5	5.7	6.11	7.7
	1.65	1.84	2.44	3.61	4.60	5.16	6.20	7.36
			2.68	3.69	4.74		6.46	
46	1.10	1.35	2.3	3.4	4.6	5.8	6.10	7.6
	1.66	1.85	2.45	3.62	4.61	5.30	6.16	7.37
			2.69	3.70	4.75		6.60	
47	1.11	1.36	2.4	3.5	4.7	5.9	6.9	7.5
	1.67	1.86	2.46	3.63	4.62	5.29	6.17	7.38
			2.70	3.71	4.76		6.59	
48	1.12	1.37	2.5	3.6	4.8	5.10	6.8	7.4
	1.68	1.87	2.47	3.64	4.63	5.28	6.18	7.39
			2.71	3.72	4.77		6.58	

Окончание табл. 1.

49	1.13	1.38	2.6	3.7	4.9	5.11	6.7	7.3
	1.69	1.88	2.48	3.65	4.64	5.27	6.19	7.40
			2.72	3.73	4.78		6.57	
50	1.14	1.39	2.7	3.8	4.10	5.12	6.8	7.4
	1.70	1.89	2.49	3.66	4.65	5.26	6.20	7.39
			2.73	3.74	4.79		6.56	

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Справочные таблицы

1. Некоторые часто встречающиеся числа

$\pi = 3,141593$	$\sqrt{\pi} = 1,77245$	$1^\circ = 0,01745$ рад
$4\pi = 12,5637$	$e = 2,71828$	$1' = 0,00029$ рад
$2/\pi = 0,63662$	$\sqrt{2} = 1,41421$	$1'' = 0,0000048$ рад
$\pi^2 = 9,86960$	$\sqrt{3} = 1,73205$	

2. Обозначения и названия единиц

А – ампер	дин – дина	рад – радиан
В – вольт	Дж – джоуль	с – секунда
Вб – вебер	К – кельвин	См – сименс
Вт – ватт	Кл – кулон	Тл – тесла
Гн – генри	м – метр	Ф – фарад
г – грамм	мин – минута	ч – час
Гс – гаусс	Мкс – максвелл	Э – эрстед
Гц – герц	Н – ньютон	эВ – электронвольт

3. Десятичные приставки к названиям единиц

Т – тера, 10^{12}	да – дека, 10^1	н – нано, 10^{-9}
Г – гига, 10^9	д – деци, 10^{-1}	п – пико, 10^{-12}
М – мега, 10^6	с – санти, 10^{-2}	ф – фемто, 10^{-15}
К – кило, 10^3	м – милли, 10^{-3}	а – атто, 10^{-18}
г – гекто, 10^2	мк – микро, 10^{-6}	

4. Основные физические постоянные

Гравитационная постоянная	$G = 6,6720 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$
Скорость света в вакууме	$c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Скорость звука в воздухе при нормальных условиях	$v_{\text{ЗВ}} = 331,36 \text{ м/с}$
Электрическая постоянная	$\epsilon_0 = 8,85418782 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ $1/4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 12,5663706144 \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ $\mu_0 / 4\pi = 10^{-7} \text{ Гн/м}$
Связь между скоростью света и постоянными ϵ_0 и μ_0	$c = 1 / \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$
Постоянная Планка	$h = 6,626176 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Масса покоя электрона	$m_e = 9,109534 \cdot 10^{-31} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Масса покоя протона	$m_p = 1,6726485 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Масса покоя нейтрона	$m_n = 1,6749543 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Отношение массы протона к массе электрона	$m_p / m_e = 1836,15152$
Элементарный заряд	$e = 1,6021892 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Отношение заряда электрона к его массе	$e / m_e = 1,7588047 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$
Атомная единица массы	$1 \text{ а.е.м.} = 1,6605655 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Постоянная Авогадро	$N_A = 6,022045 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Постоянная Фарадея	$F = 96,48456 \cdot 10^3 \text{ Кл/моль}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,31441 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$
Молярный объем идеального газа при нормальных условиях	$V_0 = 22,41383 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$
Постоянная Больцмана	$k = 1,380662 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Нормальное атмосферное давление	$p_0 = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Па}$
Ускорение свободного падения	$g = 9,80665 \text{ м/с}^2$

5. Некоторые астрономические величины

Радиус Земли	$6,378164 \cdot 10^6$ м
Средняя плотность Земли	$5,518 \cdot 10^3$ кг/м ³
Масса Земли	$5,976 \cdot 10^{24}$ кг
Радиус Солнца	$6,9599 \cdot 10^8$ м
Средняя плотность Солнца	$1,41 \cdot 10^3$ кг/м ³
Масса Солнца	$1,989 \cdot 10^{30}$ кг
Радиус Луны	$1,737 \cdot 10^6$ м
Масса Луны	$7,35 \cdot 10^{22}$ кг
Среднее расстояние до Луны	$3,844 \cdot 10^8$ м
Среднее расстояние до Солнца (астрономическая единица)	$1,49598 \cdot 10^{11}$ м
Период обращения Луны вокруг Земли	27 сут 7 ч 43 мин

6. Свойства некоторых твердых тел

Вещество	Плотность, 10^3 кг/м ³	Температура плавления, °С	Удельная теплоемкость, Дж/(кг · К)	Удельная теплота плавления, кДж/кг	Температурный коэффициент линейного расширения, 10^{-5} К ⁻¹
Алюминий	2,6	659	896	322	2,3
Железо	7,9	1530	500	272	1,2
Латунь	8,4	900	386	-	1,9
Лед	0,9	0	2100	335	-
Медь	8,6	1100	395	176	1,6
Олово	7,2	232	230	58,6	2,7
Платина	21,4	1770	117	113	0,89
Пробка	0,2	-	2050	-	-
Свинец	11,3	327	126	22,6	2,9
Серебро	10,5	960	234	88	1,9
Сталь	7,7	1300	460	-	1,06
Цинк	7,0	420	391	117	2,9

7. Свойства некоторых жидкостей (при 20 °С)

Вещество	Плотность, 10^3 кг/м^3	Удельная теплоемкость, Дж/(кг · К)	Поверхностное натяжение, Н/м
Бензол	0,88	1720	0,03
Вода	1,00	4190	0,073
Глицерин	1,20	2430	0,064
Касторовое масло	0,90	1800	0,035
Керосин	0,80	2140	0,03
Ртуть	13,60	138	0,5
Спирт	0,79	2510	0,02

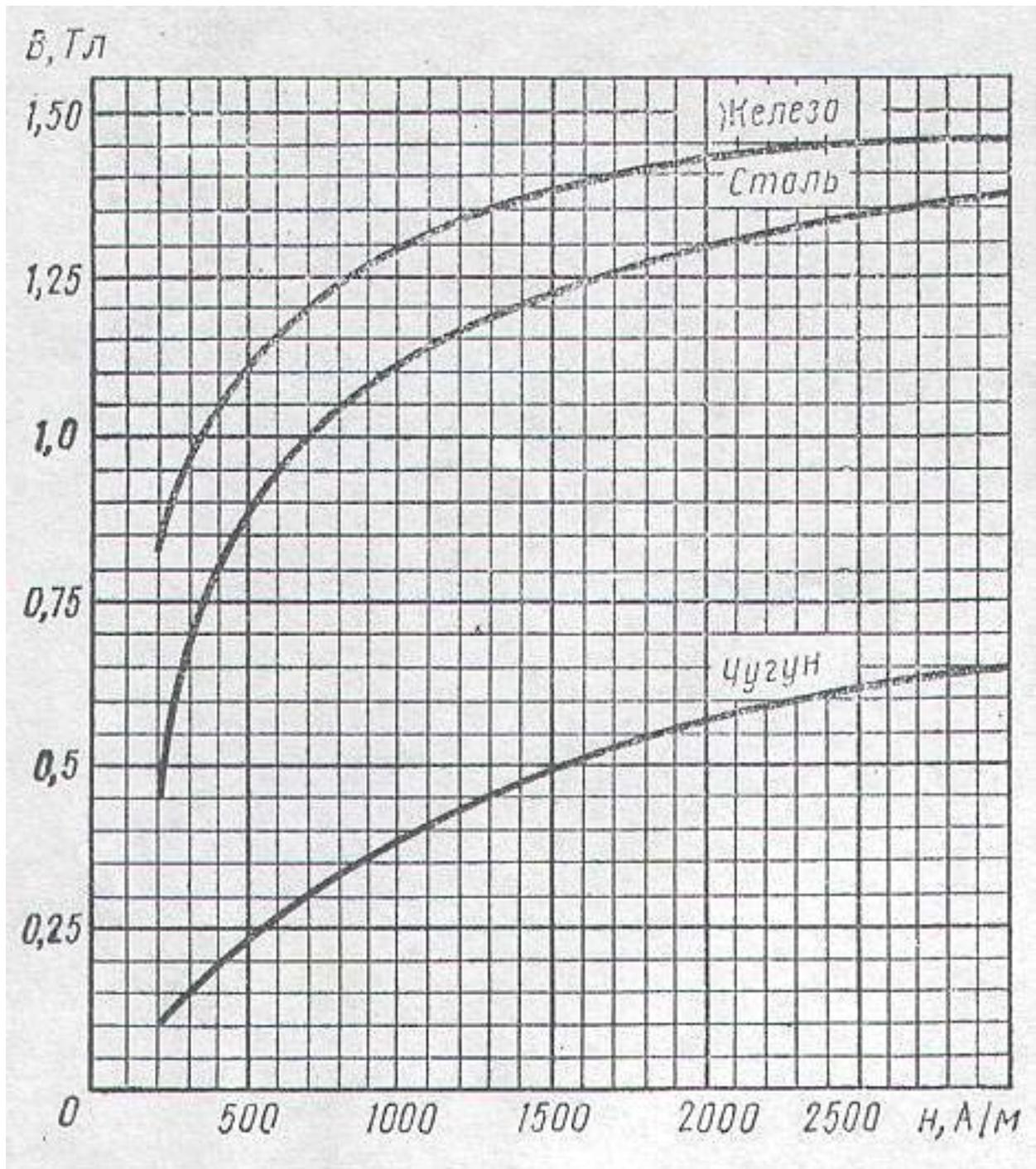
8. Диэлектрическая проницаемость

Вещество	ϵ	Вещество	ϵ
Вода	81	Слюда	7
Керосин	2	Стекло	7
Масло (трансф.)	2,2	Фарфор	5
Парафин	2	Эбонит	3

9. Удельное сопротивление ρ и температурный коэффициент расширения α проводников

Вещество	ρ (при 20 °С) Ом · м	α , °С ⁻¹
Алюминий	$2,8 \cdot 10^{-8}$	$4,9 \cdot 10^{-3}$
Графит	$3,9 \cdot 10^{-6}$	$-0,8 \cdot 10^{-3}$
Железо	$9,8 \cdot 10^{-9}$	$6,2 \cdot 10^{-3}$
Медь	$1,7 \cdot 10^{-8}$	$4,2 \cdot 10^{-3}$

10. Связь между магнитной индукцией B поля в некоторых ферромагнетиках и напряженностью H намагничивающего поля



ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	3
РАЗДЕЛ 1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА.....	5
1. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ.....	5
1.1. Электрический заряд. Закон сохранения электрического заряда.....	5
1.2. Взаимодействие зарядов. Закон Кулона.....	6
1.3. Электрическое поле. Напряженность поля.....	7
1.4. Электрический диполь.....	9
1.5. Потенциал электрического поля. Работа по перемещению зарядов.....	11
1.6. Связь напряженности и потенциала.....	13
1.7. Поток вектора напряженности. Теорема Остроградского-Гаусса.....	15
1.8. Примеры вычисления электрических полей с помощью теоремы Остроградского-Гаусса.....	17
1.9. Примеры решения задач.....	20
Контрольные вопросы и задачи для самостоятельного решения.....	28
2. ДИЭЛЕКТРИКИ И ПРОВОДНИКИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ.....	42
2.1. Виды поляризации диэлектриков.....	42
2.2. Электрическое поле в диэлектриках.....	43
2.3. Поляризованность диэлектрика.....	44
2.4. Теорема Остроградского-Гаусса для электростатического поля в диэлектрике.....	46
2.5. Условия на границе раздела двух диэлектрических сред....	46
2.6. Сегнетоэлектрики.....	48
2.7. Проводники в электрическом поле.....	49
2.8. Емкость уединенного проводника.....	50
2.9. Конденсаторы.....	51
2.10. Энергия электростатического поля.....	53
2.11. Примеры решения задач.....	54
Контрольные вопросы и задачи для самостоятельного решения.....	64
РАЗДЕЛ 2. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК.....	74
3. ЗАКОНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА.....	74
3.1. Электрический ток.....	74
3.2. Сила и плотность тока.....	75
3.3. Закон Ома для однородного проводника.....	76

3.4. Зависимость удельного сопротивления от температуры.....	77
3.5. Сторонние силы.....	79
3.6. Закон Ома для неоднородного участка цепи.....	81
3.7. Последовательное и параллельное соединение проводников	82
3.8. Работа и мощность тока. Закон Джоуля-Ленца.....	84
3.9. Классическая теория электропроводности металлов.....	86
3.10. Правила Кирхгофа для разветвленных цепей.....	88
3.11. Примеры решения задач.....	89
Контрольные вопросы и задачи для самостоятельного решения.....	96
РАЗДЕЛ 3. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ.....	106
4. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ.....	106
4.1. Магнитное поле. Вектор индукции магнитного поля.....	106
4.2. Закон Био-Савара-Лапласа. Напряженность магнитного поля.....	110
4.3. Закон полного тока для магнитного поля в вакууме.....	112
4.4. Магнитный поток. Теорема Гаусса для магнитного поля....	113
4.5. Силы Ампера. Взаимодействие токов.....	114
4.6. Контур с током в магнитном поле.....	117
4.7. Магнитное поле движущегося заряда.....	118
4.8. Сила Лоренца.....	119
4.9. Движение заряженных частиц в магнитном поле.....	121
4.10. Эффект Холла.....	123
4.11. Работа по перемещению проводника и контура с током в магнитном поле.....	126
4.12. Примеры решения задач.....	127
Контрольные вопросы и задачи для самостоятельного решения.....	133
5. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ.....	141
5.1. Магнитные моменты атомов.....	141
5.2. Магнитное поле в веществе.....	144
5.3. Напряженность магнитного поля. Относительная магнитная проницаемость.....	145
5.4. Диамагнетики.....	146
5.5. Парамагнетики.....	147
5.6. Ферромагнетики.....	148
5.7. Понятие о природе ферромагнетизма. Антиферромагнетики.....	149
5.8. Магнитное поле в сверхпроводниках.....	150
5.9. Примеры решения задач.....	151
Контрольные вопросы и задачи для самостоятельного решения.....	154

6. ЯВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ.	
ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ.....	156
6.1. Явление электромагнитной индукции.....	156
6.2. Принцип действия генератора переменного тока.....	157
6.3. Вихревые токи.....	158
6.4. Самоиндукция. Индуктивность.....	159
6.5. Токи при размыкании и замыкании цепи.....	161
6.6. Взаимная индукция. Трансформаторы.....	162
6.7. Энергия магнитного поля.....	164
6.8. Основы теории Максвелла.....	164
6.9. Электромагнитное поле.....	169
6.10. Примеры решения задач.....	170
Контрольные вопросы и задачи для самостоятельного решения.....	175
7. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ.....	180
7.1. Колебательный контур.....	181
7.2. Свободные незатухающие колебания.....	182
7.3. Свободные затухающие колебания.....	183
7.4. Вынужденные электромагнитные колебания.....	186
7.5. Волновые процессы.....	190
7.6. Электромагнитные волны.....	192
7.7. Энергия электромагнитных волн.....	193
7.7. Энергия электромагнитных волн.....	195
Контрольные вопросы и задачи для самостоятельного решения.....	199
ПРИЛОЖЕНИЯ.....	203
ОГЛАВЛЕНИЕ.....	213