

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Казанский государственный
энергетический университет

С.Ф. МАЛАЦИОН

ОПТИКА. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ
ФИЗИКИ. ОСНОВЫ АТОМНОЙ И ЯДЕРНОЙ
ФИЗИКИ.

КУРС ЛЕКЦИЙ ПО ФИЗИКЕ

*Допущено Ученым советом КГЭУ
в качестве учебного пособия для студентов*

Казань 2008

УДК 53
ББК 22.3
М18

Рецензенты:

Доктор химических наук, профессор Казанского государственного технологического университета, зав. кафедрой физики *Е.С. Нефедьев*;
Кандидат физико-математических наук, доцент Казанского государственного энергетического университета *О.С. Зуева*

Малацион С.Ф.

М18 Оптика. Элементы квантовой физики. Основы атомной и ядерной физики: Курс лекций по физике.
– Казань: Казан. гос. энерг. ун-т, 2008. – 184 с.

В пособии приведены конспекты лекций, читаемых студентам энергетических специальностей во втором (третьем) семестре изучения курса общей физики. В нем изложены вопросы оптики, квантовой физики, физики атомного ядра и элементарных частиц.

Пособие соответствует программе рассматриваемых разделов курса физики для студентов энергетических специальностей.

Приведены контрольные вопросы и задачи для самостоятельного решения.

Пособие предназначено для студентов Казанского государственного энергетического университета.

УДК 53
ББК 22.3

© Малацион С.Ф., 2008

© Казанский государственный энергетический университет, 2008

ЧАСТЬ 1. ОПТИКА

ЛЕКЦИЯ 1. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

1.1. Свойства электромагнитных волн

Электромагнитные волны являются одним из наиболее важных типов волн, которые широко распространены на практике. Утверждение о существовании электромагнитных волн является непосредственным следствием уравнений Максвелла: переменное электрическое поле порождает магнитное поле, а изменяющееся магнитное поле, в свою очередь, ответственно за возникновение изменяющегося вихревого электрического поля. В результате этого возникает бесконечный процесс взаимного превращения полей, которые распространяются в пространстве. Из уравнений Максвелла следует, что векторы напряженностей \vec{E} и \vec{H} переменного электромагнитного поля и все их проекции на оси декартовых координат удовлетворяют в однородной, изотропной, непроводящей среде волновому уравнению

$$\Delta E = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}; \quad \Delta H = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}, \quad (1.1)$$

где $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа, а v – скорость

распространения волны. Таким образом, переменное электромагнитное поле действительно распространяется в пространстве в виде волн, фазовая скорость которых зависит от параметров среды (диэлектрической и магнитной проницаемости) и определяется выражением:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}, \quad (1.2)$$

где ϵ_0 и μ_0 – электрическая и магнитная постоянные, c – скорость света в вакууме. В вакууме электромагнитная волна распространяется со скоростью

света $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8$ м/с (для вакуума $\varepsilon = 1$ и $\mu = 1$), а во всех других средах – с меньшей скоростью: $v < c$ (поскольку для среды $\varepsilon \mu > 1$).

Поперечность электромагнитных волн. В электромагнитной волне колебания векторов напряженности \vec{E} переменного электрического поля и напряженности \vec{H} переменного магнитного поля взаимно перпендикулярны и лежат в плоскости, перпендикулярной вектору \vec{v} скорости распространения волны. Иначе говоря, электромагнитные волны – поперечные волны. Векторы \vec{E} , \vec{H} и \vec{v} образуют правовинтовую систему. На рис. 1.1 изображена моментальная «фотография» плоской электромагнитной волны.

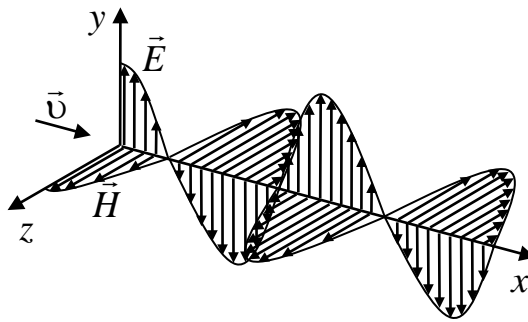


Рис.1.1

В электромагнитной волне векторы \vec{E} и \vec{H} колеблются в одной фазе – они одновременно достигают максимальных значений и одновременно обращаются в нуль. Модули \vec{E} и \vec{H} связаны соотношением $\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0} E = \sqrt{\mu \mu_0} H$, которое справедливо для любой бегущей электромагнитной волны, независимо от формы ее волновых поверхностей.

Монохроматической волной называется электромагнитная волна одной определенной частоты ν . В каждой точке электромагнитного поля монохроматической волны проекции векторов \vec{E} и \vec{H} на оси координат инерциальной системы отсчета совершают гармонические колебания одинаковой частоты, равной частоте волны ν . Например, в случае монохроматической плоской волны, распространяющейся вдоль положительного направления оси Ox ,

$$E_y = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi); \quad H_z = H_0 \cos(\omega t - kx + \varphi),$$

где E_0 и H_0 – соответственно, амплитуды E_y и H_z ; $\omega = 2\pi\nu$ – циклическая (круговая) частота волны; $k = \frac{\omega}{v}$ – волновое число; φ – начальные фазы

колебаний (они одинаковы, так как колебания электрического и магнитного векторов в электромагнитной волне происходят синфазно).

Энергия электромагнитной волны. Возможность обнаружения волн вдали от источника указывают на то, что они переносят энергию. Для характеристики переноса энергии вводится понятие интенсивности волны. *Интенсивностью электромагнитной волны* называется физическая величина I , численно равная энергии ΔW , переносимой электромагнитной волной за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны:

$$I = \frac{\Delta W}{S \cdot \Delta t}. \quad (1.3)$$

Найдем плотность энергии ω электромагнитной волны. Очевидно, что в линейной изотропной среде она складывается из объемных плотностей $\omega_{\text{эл}}$ электрического и $\omega_{\text{м}}$ магнитного полей

$$\omega = \omega_{\text{эл}} + \omega_{\text{м}} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} + \frac{\mu_0 \mu H^2}{2}. \quad (1.4)$$

Из соотношения между модулями векторов \vec{E} и \vec{H} поля электромагнитной волны $\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0} E = \sqrt{\mu \mu_0} H$ следует, что объемная плотность энергии ω электромагнитных волн:

$$\omega = \omega_{\text{эл}} + \omega_{\text{м}} = 2\omega_{\text{эл}} = \varepsilon \varepsilon_0 E^2 = \sqrt{\varepsilon \varepsilon_0} \sqrt{\mu \mu_0} E H \Rightarrow \omega = \frac{EH}{v}. \quad (1.5)$$

Скорость переноса энергии бегущей монохроматической волны равна фазовой скорости этой волны $v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}}$. Умножив плотность энергии ω на скорость v , получим *плотность потока энергии* $U = \omega v = EH$.

Введем *вектор плотности потока электромагнитной энергии* – вектор Умова-Пойнтинга, количественно характеризующий перенос энергии волнами:

$$\vec{U} = [\vec{E}\vec{H}]. \quad (1.6)$$

Направление вектора Умова-Пойнтинга совпадает с направлением переноса энергии, а модуль этого вектора равен EH . Другими словами, вектор *Умова-Пойнтинга* \vec{U} направлен в сторону распространения электромагнитной волны, а его модуль равен энергии, переносимой волной

за единицу времени через единичную площадку, расположенную перпендикулярно направлению распространения волны. Следовательно, *интенсивность электромагнитной волны* равна модулю среднего значения вектора Умова-Пойнтинга за период его полного колебания: $I = \langle \vec{U} \rangle$. Интенсивность бегущей монохроматической волны: $I = \langle \omega \rangle v$, где v – фазовая скорость волны, $\langle \omega \rangle$ – среднее значение объемной плотности энергии поля волны. Интенсивность плоской монохроматической волны пропорциональна квадрату амплитуды A колебаний вектора \vec{E} поля волны:

$$I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu \mu_0}} A^2. \quad (1.7)$$

Примечание: Под интенсивностью света, т.е. рассматриваемых в оптике электромагнитных волн, обычно понимают просто квадрат амплитуды колебаний вектора напряженности \vec{E} поля световой волны.

Виды электромагнитных волн. Видимый свет, радиоволны, рентгеновские лучи, γ -лучи имеют одну и ту же природу – это электромагнитные волны, различающиеся только длиной волны. Весь диапазон длин волн можно приблизительно разделить на ряд областей, каждая из которых связана с определенным видом излучения и способом генерации волн. Классификация электромагнитных волн по длинам волн или частотам называется *спектром электромагнитных волн*. В таблице 1.1 приведены приближенные значения частот и длин волн различных видов электромагнитных волн.

Диапазоны электромагнитных волн

Таблица 1.1

Частота, Гц	Диапазон волн	Длина волн, м
$10^3 - 10^{12}$	Радиоволны	$3 \cdot 10^5 - 3 \cdot 10^{-4}$
$10^{12} - 10^{14}$	Инфракрасное излучение	$3 \cdot 10^{-4} - 7,5 \cdot 10^{-7}$
$4 \cdot 10^{14} - 7,5 \cdot 10^{14}$	Видимый свет	$7,5 \cdot 10^{-7} - 4 \cdot 10^{-7}$
$7,5 \cdot 10^{14} - 10^{17}$	Ультрафиолетовое излучение	$4 \cdot 10^{-7} - 10^{-9}$
$10^{17} - 10^{20}$	Рентгеновское излучение	$10^{-9} - 10^{-12}$
$10^{20} - 10^{23}$	γ -излучение	$10^{-12} - 10^{-15}$

Электромагнитные волны с низкими частотами ($\nu < 10^3$ Гц) генерируются переменными электрическими токами соответствующей

частоты и не имеют практического значения. Радиоволны, используемые для радио и телевидения, генерируются при колебательных движениях зарядов в колебательном контуре, присоединенном к антенне. Инфракрасные (ИК) волны, диапазон которых принакает к радиоволнам, возникает вследствие колебаний ионов кристаллических решеток, к которым подводится тепловая энергия. Очень узкий диапазон занимает видимый свет (от 400 до 750 нм). Видимый свет и ультрафиолетовое излучение генерируются возбужденными валентными электронами атомов за счет энергии, подводимой извне (свечение газонаполненной трубки под действием электрического тока). Рентгеновское излучение возникает при резком торможении потока электронов препятствиями. γ -излучение испускается возбужденными атомными ядрами при радиоактивных превращениях и ядерных реакциях, а также при распаде частиц.

1.2. Световые волны

Одним из важных разделов физики является *оптика* – учение о свете, то есть об электромагнитных волнах, воспринимаемых нашим глазом. Такие волны, распространяющиеся в вакууме (в воздухе), занимают узкий диапазон с длинами волн 400 – 750 нм. Установлено, что цветовое воздействие на глаз человека обусловлено *частотой* света. Монохроматическим называется свет одной определенной частоты. Так, световые волны с частотой $0,4 \cdot 10^{15}$ Гц (с длиной волны в вакууме 750 нм) воспринимаются как красный свет, а с частотой $0,75 \cdot 10^{15}$ Гц (с длиной волны в вакууме 400 нм) – как фиолетовый. Установлено, что световые волны, отличающиеся по длине волны менее чем на 2 нм, воспринимаются как одноцветные.

Основные законы оптики. Основные законы распространения света, законы отражения и преломления были сформулированы до того, как была выяснена волновая природа света. Кратко остановимся на них.

Закон прямолинейного распространения света: Свет в оптически однородной среде распространяется прямолинейно.

Закон независимости световых пучков. Эффект производимый отдельным пучком, не зависит от того, действуют ли одновременно другие пучки или они устранены.

Отражение и преломление света. Допустим, что луч света 1 падает на границу раздела двух оптических (прозрачных) сред под некоторым углом i_1 к нормали к границе раздела (углом падения). В этом случае часть светового луча отражается (луч 2), а часть его (луч 3), изменив направление, проходит в другую среду (рис. 1.2). Описанное явление подчиняется трем законам:

1) Отраженный и преломленный лучи лежат в одной плоскости, проведенной через падающий луч и нормаль к границе раздела оптических сред. Эту плоскость называют плоскостью падения.

2) Угол отражения равен углу падения, т.е. $i'_1 = i_1$.

3) Отношение синуса угла падения i_1 к синусу угла преломления i_2 – есть величина постоянная, называемая относительным показателем преломления n_{21} (закон Снеллиуса):

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{21}. \quad (1.8)$$

Относительный показатель преломления равен показателю преломления второй среды относительно первой: $n_{21} = n_2/n_1$, где $n_1 = c/v_1$ и $n_2 = c/v_2$. Из этих формул следует, что разные среды обладают разными показателями преломления $n = c/v$, так как скорость распространения света в разных средах различна. Показатель преломления среды всегда больше единицы, потому что $v < c$. Отсюда следует интересный вывод: *длина одной и той же световой волны зависит от среды, в которой она распространяется*. Следует учесть опытный факт, что частота света $\nu = 1/T$ и период колебания световой волны T при переходе из одной среды в другую не меняются. Тогда, умножая и деля правую часть равенства $n = c/v$ на период колебания волны T , получаем

$$n = cT/vT = \lambda_0/\lambda \quad \text{или} \quad \lambda = \lambda_0/n, \quad (1.9)$$

где $cT = \lambda_0$ и $vT = \lambda$ – длина волны в вакууме и среде соответственно. Отсюда видно, что длина световой волны в среде меньше, чем в вакууме, так как $n > 1$.

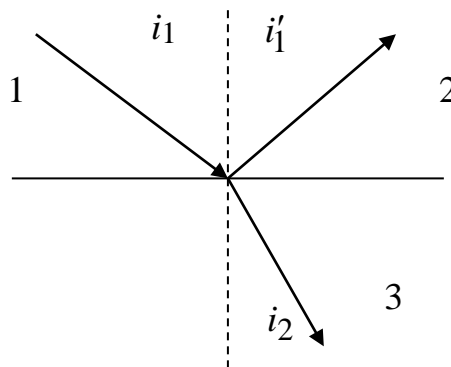


Рис. 1.2

Полное отражение. Если свет распространяется из оптически более плотной среды в оптически менее плотную среду, то угол преломления

больше угла падения (согласно закона Снеллиуса). Угол падения, при котором угол преломления становится равным $\pi/2$, называется предельным углом $i_{\text{пр}}$. Угол $i_{\text{пр}} = \arcsin n_{21}$. Если $i \geq i_{\text{пр}}$, то интенсивности отраженной и падающей волны одинаковы, т.е. волна полностью отражается от поверхности раздела сред. Это явление называется *полным внутренним отражением*.

Контрольные вопросы

1. Что такое электромагнитная волна. Какова скорость ее распространения в вакууме, в среде?
2. Какими свойствами обладает электромагнитная волна?
3. Как связаны вектора \vec{E} , \vec{H} и \vec{S} ?
4. Запишите волновое уравнение для векторов \vec{E} и \vec{H} переменного электромагнитного поля. Что является его решением? Объясните его физический смысл.
5. Определите объемную плотность энергии электромагнитного поля. В чем заключается физический смысл вектора Умова-Пойнтинга? Чему он равен?
6. Что такое интенсивность электромагнитной волны? В чем она измеряется? Запишите формулу интенсивности электромагнитной волны.
7. Каковы виды электромагнитных волн? Перечислите способы их возбуждения.
8. Что такое свет, какова его природа с точки зрения волновой теории? Что такое монохроматический свет?
9. Сформулируйте законы отражения и преломления света.
10. Что такое полное внутреннее отражение?

Задачи

1. Какова скорость света в воде, если при частоте $4,4 \cdot 10^{14}$ Гц длина волны в ней равна $0,51$ мкм?
2. Вода освещена светом с частотой $6 \cdot 10^{14}$ Гц. Какова его частота и длина волны в воде? Показатель преломления воды – $1,33$.
3. Сейсмическая упругая волна, падающая под углом 45° на границу раздела между двумя слоями земной коры с различными свойствами испытывает преломление, причем угол преломления равен 30° . Во второй среде волна распространяется со скоростью $4,0$ км/с. В первой среде скорость волны должна быть равна...
Варианты ответа: 1) $2,8$ км/с; 2) $7,8$ км/с; 3) $1,4$ км/с; 4) $5,6$ км/с.

ЛЕКЦИЯ 2. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

2.1. Интерференция световых волн

Все многообразие изученных свойств и законов распространения света, его взаимодействия с веществом показывает, что свет имеет сложную природу. Он представляет собой единство противоположных видов движения – корпускулярного (квантового) и волнового (электромагнитного). Т.е. в одних случаях он ведет себя как электромагнитная волна (интерференция, дифракция, поляризация), в других как поток особых частиц – фотонов (излучение и поглощение света, взаимодействие света с веществом).

Световые волны, согласно теории Максвелла, излучаются при колебаниях электрических зарядов, происходящих по закону синуса или косинуса. В природе и технике часто приходится сталкиваться с излучением волн, создаваемых независимыми зарядами, колеблющимися в разных фазах. В результате мы сталкиваемся со сложением многих волн, явлением, которое называют *интерференцией*. В основе этого явления лежит установленный опытным путем *принцип суперпозиции* (наложения) *волн*, вследствие которого *результатирующее колебание в любой точке пространства равно векторной сумме колебаний, обусловленных каждой из волн в отдельности в этой же точке*. Это означает, что волны не искажают друг друга, а просто складываются. Например, мы слышим без искажений звучание музыкальных инструментов в оркестре. Необходимым условием интерференции волн является их *когерентность* – *согласованное протекание во времени и пространстве нескольких колебательных или волновых процессов*. Этому условию удовлетворяют *монохроматические волны* – неограниченные в пространстве волны одной определенной и строго постоянной частоты, разность фаз колебаний которых не зависит от времени. Рассмотрим процесс наложения двух когерентных волн любой природы (механические, электромагнитные). Накладываясь друг на друга, две когерентные волны возбуждают в определенной точке пространства колебания одинакового направления. Векторы напряженностей электрического поля волн \vec{E}_1 и \vec{E}_2 совершают колебания вдоль одной прямой.

$$E_1 = E_{01} \cos(\omega t + \varphi_1); \quad E_2 = E_{02} \cos(\omega t + \varphi_2). \quad (2.1)$$

Амплитуду результирующего колебания найдем, используя *метод вращающегося вектора амплитуды* (рис. 2.1). Пусть A_1 и A_2 – амплитуды складываемых колебаний.

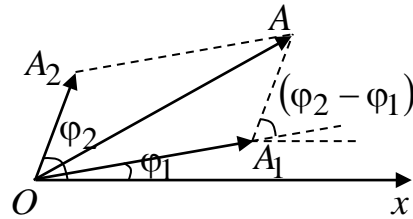


Рис. 2.1

По теореме косинусов $A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos(\pi - (\varphi_2 - \varphi_1))$; так как $\cos(\pi - \varphi) = -\cos \varphi$, то $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$.

Следовательно, для векторов \vec{E}_1 и \vec{E}_2 амплитуда результирующего колебания в рассматриваемой точке зависит от $\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$:

$$E^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (2.2)$$

Так как волны когерентны, то $\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$ имеет постоянное во времени, но свое для каждой точки пространства, значение. Запишем последнее выражение через интенсивности волн. Установлено, что интенсивности I прямо пропорциональны квадрату амплитуды, т.е. $I \propto A^2$. Тогда *интенсивность результирующей волны*

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (2.3)$$

Из этой формулы следует, что интенсивность результирующей волны в какой либо точке зависит от разности фаз налагающихся волн.

Интенсивность в случае синфазных колебаний. Если фазы φ_1 и φ_2 одинаковы или отличаются на четное число π и $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) > 0$, то интенсивность результирующей волны больше суммы интенсивностей налагающихся волн:

$$I_{\max} = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2, \quad (2.4)$$

$$I > I_1 + I_2$$

Интенсивность в случае противофазных колебаний. Если фазы φ_1 и φ_2 отличаются на нечетное число π и $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) < 0$, то

$$I_{\min} = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2, \quad (2.5)$$

$$I < I_1 + I_2$$

В пространстве будет наблюдаться периодическое распределение интенсивностей: в одних местах волны усиливают друг друга, в других ослабляют. Геометрическое место точек, в которых происходит усиление или ослабление волн, соответственно называют *интерференционным максимумом и интерференционным минимумом*, а их совокупность носит название *интерференционной картины*.

Итак, *интерференцией волн называют явление усиления и ослабления когерентных волн в определенных точках пространства при их наложении*.

Для некогерентных волн разность начальных фаз $(\varphi_2 - \varphi_1)$ непрерывно изменяется, поэтому среднее значение $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = 0$, интенсивность результирующей волны всюду одинакова, равна $I = 2I_1$ и интерференция не наблюдается. Для когерентных волн $I_{\max} = 4I_1$; $I_{\min} = 0$.

Особенности интерференции световых волн. Для возникновения интерференции световых волн необходимо создать определенные условия. Действительно, при наложении световых волн, испускаемых двумя независимыми источниками, интерференция не происходит. В этом случае наблюдается суммирование интенсивностей световых волн. Причина этого заключается в том, что налагающиеся волны в данном случае некогерентны. Физическая природа световых волн, испускаемых двумя независимыми источниками, состоит в том, что атомы излучают световые волны независимо друг от друга. В каждом таком атоме процесс излучения конечен и длится короткое время $\tau \approx 10^{-8}$ с. Разность фаз между излучениями двух независимых атомов изменяется при любом новом акте испускания света. Следовательно, волны, спонтанно излучаемые атомами любого источника, не когерентны и не являются монохроматическими.

Прерывистое излучение света атомами в виде отдельных коротких импульсов длительностью $\tau \leq 10^{-8}$ с, называется *волновым цугом*. Когерентность существует только в пределах одного цуга. Назовем *временем когерентности* — $\tau_{\text{ког}}$ — среднюю продолжительность одного цуга. Очевидно, что время когерентности не может превышать времени излучения атома: $\tau_{\text{ког}} < \tau$.

Максимальная геометрическая разность хода, при которой еще возможна интерференция, определяется соотношением $l_{\text{ког}} = c\tau_{\text{ког}}$ и называется *длиной когерентности*. Для обычных источников света время когерентности $\tau_{\text{ког}} \sim 10^{-8}$ с, а длина когерентности $l_{\text{ког}} \sim 3$ м. В действительности за счет ослабления волн длина когерентности составляет несколько см. Для сравнения, у лазеров $\tau_{\text{ког}} \sim 10^2$ с, $l_{\text{ког}} \sim 10^6$ м.

На четкость интерференционной картины влияют также размеры источников света. При достаточно больших размерах интерференционная

картина даже исчезает. Это объясняется тем, что каждая точка источника дает свою интерференционную картину, не совпадающую с картинами интерференции от других его точек. Два источника, размеры и взаимное расположение которых позволяют наблюдать интерференцию, называются *пространственно когерентными*.

Условия интерференционных максимумов и минимумов.

Определим условия интерференционных максимумов и минимумов для когерентных световых волн распространяющихся в разных средах до момента их встречи. Когерентные световые волны получают методом разделения волны, излучаемой одним источником, на две части, которые после прохождения разных *оптических путей* накладываются друг на друга и интерферируют. *Оптическая длина пути L* – это произведение геометрической длины S пути световой волны в данной среде на показатель преломления n этой среды. Разность оптических длин проходимых волнами путей называется *оптической разностью хода*: $\Delta = L_2 - L_1$.

Пусть разделение на две когерентные волны происходит в определенной точке O . До точки M , в которой наблюдается интерференционная картина, одна волна в среде с показателем преломления n_1 прошла путь S_1 , вторая – в среде с показателем преломления n_2 прошла путь S_2 (рис. 2.2).

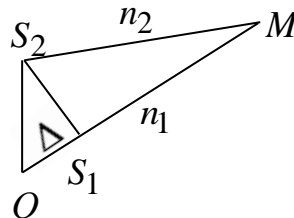


Рис. 2.2

Если в точке O фаза колебаний равна ωt , то в точке M первая и вторая волна возбуждают колебания

$$x_1 = A_1 \cos \omega \left(t - \frac{S_1}{v_1} \right) \quad \text{и} \quad x_2 = A_2 \cos \omega \left(t - \frac{S_2}{v_2} \right), \quad (2.6)$$

где $v_1 = \frac{c}{n_1}$ и $v_2 = \frac{c}{n_2}$ – фазовая скорость соответственно первой и второй

волн. Разность фаз колебаний возбуждаемых волнами в точке M :

$$\begin{aligned}\delta &= \omega\left(t - \frac{S_1}{v_1}\right) - \omega\left(t - \frac{S_2}{v_2}\right) = \omega\left(\frac{S_2}{v_2} - \frac{S_1}{v_1}\right) = \\ &= \frac{2\pi\nu}{c}(S_2n_2 - S_1n_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0}(S_2n_2 - S_1n_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0}(L_2 - L_1).\end{aligned}\quad (2.7)$$

Таким образом, связь между разностью фаз δ и оптической разностью хода $\Delta = L_2 - L_1$, определяется выражением:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0}(L_2 - L_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta. \quad (2.8)$$

Из этой формулы следует, что интенсивность будет *максимальной* во всех точках пространства, для которых $\cos(\delta) = 1$. Это возможно, если $\delta = \pm 2m\pi$, где $m = 0, 1, 2, \dots$. Отсюда находим *условие интерференционного максимума*:

$$\Delta = \pm 2\pi m \cdot \frac{\lambda_0}{2\pi} = \pm 2m \cdot \frac{\lambda_0}{2} = \pm m\lambda_0. \quad (2.9)$$

Вывод: Если оптическая разность хода равна целому числу длин волн в вакууме (четному числу полуволен), то колебания, возбуждаемые в точке M , совершаются в одинаковой фазе и будут усиливать друг друга, т.е. будет наблюдаться максимум интенсивности.

Очевидно, что интенсивность результирующей волны будет *наименьшей* во всех точках, для которых $\cos(\delta) = -1$, т.е. когда $\delta = \pm(2m + 1)\pi$. Отсюда находим *условие интерференционного минимума*:

$$\Delta = \pm(2m + 1)\frac{\lambda_0}{2}. \quad (2.10)$$

Вывод: Если оптическая разность хода равна полуцелому числу длин волн в вакууме (нечетному числу полуволен), то колебания, возбуждаемые в точке M , будут происходить в противофазе, будут гасить друг друга и будет наблюдаться минимум интенсивности. Представим полученные результаты в таблице 2.1.

Δ	δ	Результат
$\Delta = \pm m\lambda_0 = 2m\frac{\lambda_0}{2}$ ($m = 0, 1, 2, \dots$)	$\delta = \pm 2m\pi$	максимум (колебания совершаются синфазно)
$\Delta = \pm(2m+1)\frac{\lambda_0}{2}$ ($m = 0, 1, 2, \dots$)	$\delta = \pm(2m+1)\pi$	минимум (колебания совершаются в противофазе)

2.2. Интерференция света в тонких пленках

В природе часто можно наблюдать радужное окрашивание тонких пленок (масляные пленки на воде, мыльные пузыри, оксидные пленки на металлах), возникающие в результате интерференции света, отраженного верхней и нижней поверхностями пленки.

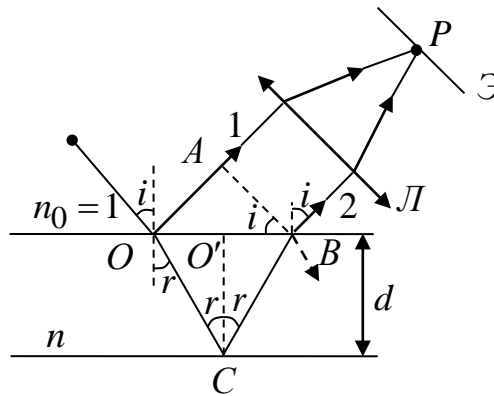


Рис. 2.3

Пусть на плоскопараллельную прозрачную пленку с показателем преломления n и толщиной d падает плоская монохроматическая волна. На поверхности пленки в точке O луч разделится на два: часть отразится от поверхностей пленки (луч 1), а частично преломится (рис. 2.3). Преломленный луч дойдет до точки C , частично преломится в воздух, частично отразится и пойдет в точку B . Здесь он снова отразится и преломится, выходя в воздух под углом i (луч 2). Лучи 1 и 2 когерентны, если *оптическая разность хода* мала по сравнению с *длиной когерентности* падающей волны. Таким образом, интерференционная картина определяется оптической разностью хода между интерферирующими лучами от точки O до плоскости AB :

$$\Delta = n(|OC| + |CB|) - |OA| \pm \frac{\lambda_0}{2}, \quad (2.11)$$

где наличие $\frac{\lambda_0}{2}$ – обусловлено потерей полуволны при отражении света от границы раздела. При $n > n_0$ потеря полуволны произойдет в точке O и $\frac{\lambda_0}{2}$ будет иметь знак минус; если же $n < n_0$, то потеря полуволны произойдет в точке C и $\frac{\lambda_0}{2}$ будет иметь знак плюс. Согласно рис. 2.3, в равностороннем треугольнике $OСВ$:

$$|OC| = |CB| = \frac{d}{\cos r} \Rightarrow n(|OC| + |CB|) = \frac{2dn}{\cos r};$$

$$|OA| = OB \sin i = 2|OO'| \sin i = 2|OC| \sin r \sin i = 2d \frac{\sin r}{\cos r} \sin i = 2d \operatorname{tg} r \sin i.$$

Учтем закон преломления (закон Снеллиуса: $\frac{\sin i}{\sin r} = n \Rightarrow n \sin r = \sin i$) и получим:

$$\begin{aligned} \Delta &= \frac{2dn}{\cos r} - 2d \operatorname{tg} r \sin i = \frac{2dn}{\cos r} - 2d n \operatorname{tg} r \sin r = \\ \Delta &= 2dn \left(\frac{1}{\cos r} - \frac{\sin^2 r}{\cos r} \right) = 2dn \left(\frac{1 - \sin^2 r}{\cos r} \right) = 2dn \cos r = \\ &= 2dn \sqrt{1 - \sin^2 r} = 2d \sqrt{n^2 - n^2 \sin^2 r} = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 i}. \end{aligned}$$

С учетом потери полуволны для оптической разности хода между интерферирующими лучами окончательно получим выражение:

$$\Delta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2}. \quad (2.12)$$

Условие для интерференционного максимума:

$$\begin{aligned} 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2} &= m \lambda_0 \\ m &= 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (2.13)$$

Условие для интерференционного минимума:

$$\begin{aligned} 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2} &= (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2}. \\ m &= 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (2.14)$$

Отметим, что максимумам интерференции в отраженном свете соответствуют минимумы в проходящем свете и наоборот (оптическая разность хода для проходящего и отраженного света отличается на $\frac{\lambda_0}{2}$).

Если пластинка освещается белым светом, то в отраженном и проходящем свете она имеет дополнительную окраску. Наибольшая толщина пластинки d , при которой еще возможно наблюдение интерференционных полос, лимитируется длиной когерентности: $2d \cos r < l_{\text{ког}}$.

Рассматривая интерференцию света в тонких пленках, различают интерференционные *полосы равного наклона* и *равной толщины*. Интерференционная картина определяется величинами d , n , λ_0 и i . Для данных λ_0 , d и n , каждому наклону i лучей соответствует своя интерференционная полоса. Интерференционные полосы, возникающие в результате наложения лучей, падающих на плоскопараллельную пластинку под одинаковыми углами, называют *полосами равного наклона*. Они локализованы в бесконечности, поскольку отраженные лучи параллельны друг другу. Поэтому для их наблюдения используют собирающую линзу и экран, расположенный в фокальной плоскости линзы. *Полосы равной толщины* наблюдаются при отражении параллельного пучка лучей ($I = \text{const}$) от тонкой прозрачной пленки, толщина d которой неодинакова в разных местах. Оптическая разность хода интерферирующих волн изменяется при переходе от одних точек на поверхности пленки к другим, в соответствии с изменением толщины d , так, что условия интерференции одинаковы в точках, соответствующих одинаковой толщине пленки. Поэтому рассматриваемая интерференционная картина и называется *полосами равной толщины*. Полосы равной толщины локализованы вблизи поверхности пленки.

Кольца Ньютона – классический пример *полос равной толщины*. Они наблюдаются при отражении света от воздушного зазора, образованного плоскопараллельной пластинкой и плосковыпуклой линзой с большим радиусом кривизны.

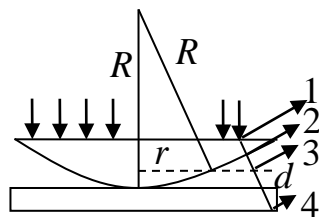


Рис. 2.4

Параллельный пучок света падает нормально на плоскую поверхность линзы и частично отражается от верхней и нижней границы воздушного

зазора между линзой и платиной (рис. 2.4) При наложении отраженных лучей (2) и (3) возникают полосы равной толщины, имеющие вид концентрических колец с центром в точке соприкосновения линзы с пластинкой.

В отраженном свете (с учетом потери $\frac{\lambda_0}{2}$ при отражении) для тонких пленок оптическая разность хода интерферирующих лучей определяется выражением (2.12). При условии, что $n=1$ и $i=0$ ($\sin i=0$) (свет падает нормально), для оптической разности хода справедливо соотношение:

$$\Delta = 2d + \frac{\lambda_0}{2},$$

где d – толщина воздушного зазора.

Из рис. 2.4 следует, что

$$R^2 = (R - d)^2 + r^2 = R^2 - 2Rd + d^2 + r^2,$$

Учтем, что d – мало, тогда

$$R^2 = R^2 - 2Rd + r^2 \Rightarrow 2Rd = R^2 - R^2 + r^2 \text{ и } d = \frac{r^2}{2R},$$

где r – радиус окружности, всем точкам которой соответствует одинаковый зазор d , R – радиус кривизны выпуклой поверхности линзы. Тогда оптическая разность хода определяется выражением:

$$\Delta = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda_0}{2}.$$

Условие интерференционного максимума:

$$\frac{r^2}{R} + \frac{\lambda_0}{2} = 2m \frac{\lambda_0}{2} \Rightarrow \frac{r^2}{R} = (2m - 1) \frac{\lambda_0}{2} = \left(m - \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda_0}{2}.$$

Радиусы светлых колец Ньютона:

$$r_m = \sqrt{\left(m - \frac{1}{2}\right) \lambda_0 R} \quad (m = 1, 2, 3, \dots). \quad (2.15)$$

Условие интерференционного минимума:

$$\frac{r^2}{R} + \frac{\lambda_0}{2} = (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2} \Rightarrow \frac{r^2}{R} = 2m \frac{\lambda_0}{2} = m \lambda_0.$$

Радиусы темных колец Ньютона.

$$r = \sqrt{m\lambda_0 R}. \quad (2.16)$$

В центре находится темное пятно, соответствующее изменению фазы волны на π при отражении от нижней поверхности воздушного зазора. Если на линзу падает белый свет, то в отраженном свете наблюдается темное пятно, окруженное системой цветных колец, соответствующих интерференционным максимумам отражения света с различными значениями λ .

2.3. Применение интерференции света

1. Явление интерференции применяется для подтверждения волновой природы света и для измерения длин волн. Знание оптической разности хода позволяет измерять длины световых волн с большой точностью.

2. Явление интерференции применяется для улучшения качества оптических приборов (*просветление оптики*) и получения *высокоотражающих покрытий*. Прохождение света через каждую преломленную поверхность линзы сопровождается потерей 4 % падающего потока. Если линз в объективе много, то число отражений велико, и поэтому велики потери светового потока. Интенсивность прошедшего света ослабляется и светосила оптического прибора уменьшается. Для устранения указанных недостатков осуществляют *просветление оптики*. На свободные поверхности линз наносят тонкие пленки с показателем преломления, меньшим, чем у материала линзы. Толщину пленки d и показатели преломления стекла $n_{ст}$ и пленки n подбирают таким образом, чтобы волны, отраженные от обеих поверхностей пленки, гасили друг друга (рис. 2.5)

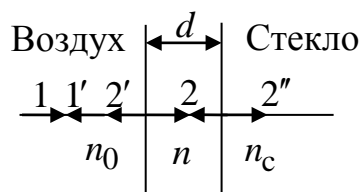
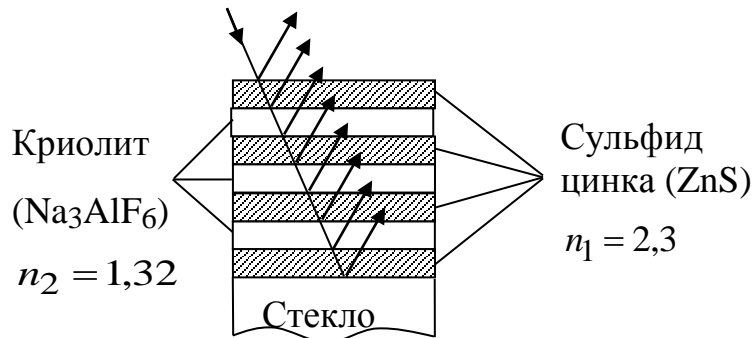


Рис. 2.5

Если выполняется условие $n = \sqrt{n_{ст}}$ и оптическая толщина пленки $nd = \frac{\lambda_0}{4}$, то в результате интерференции происходит гашение отраженных лучей: лучи 1' и 2' гасят друг друга. Так как добиться одновременного гашения всех длин волн невозможно, то это делается для наиболее

восприимчивой глазом длины волны $\lambda_0 \approx 0,55$ мкм. Поэтому объективы с просветленной оптикой имеют синевато-красный оттенок.

Создание *высокоотражающих* покрытий стало возможным на основе *многолучевой интерференции*. Многолучевая интерференция используется в дифракционной решетке. Ее можно осуществить в многослойной системе чередующихся пленок с разным показателями преломления (но одинаковой оптической толщиной $dn = \frac{\lambda_0}{4}$), нанесенных на отражающую поверхность.



На границе раздела пленок возникает большое число отраженных лучей, которые будут усиливаться, вследствие интерференции, что приведет к тому, что коэффициент отражения возрастет до 96 %. Подобные отражатели применяются в лазерной технике и для создания интерференционных светофильтров.

3. Явление интерференции лежит в основе устройства *интерферометров* – оптических приборов, с помощью которых можно пространственно разделить пучок света на 2 и более когерентных лучей и создать между ними оптическую разность хода. После сведения этих пучков можно наблюдать интерференцию. Эти приборы позволяют с высокой точностью измерить показатели преломления различных прозрачных сред.

4. С помощью интерференции легко контролируется качество полированной поверхности оптических деталей: например, на плоскую поверхность накладывают шаблонную пластину и по интерференционной картине в слое между этими поверхностями можно судить о качестве поверхности (в случае неровной поверхности интерференционные полосы будут сильно искажены).

Контрольные вопросы

1. В чем заключается принцип суперпозиции волн?
2. Что называется интерференцией?
3. Какие волны называются когерентными?
4. Что такое оптическая длина пути, оптическая разность хода лучей, разность фаз?

5. Что такое когерентность, время и длина когерентности?
6. Выведите условия минимума и максимума интерференции.
7. Каковы особенности наблюдения интерференции света?
8. Чем обусловлена интерференция в тонких пластинах? Запишите выражение для оптической разности хода лучей в тонкой пластине, условие минимума и максимума интерференции лучей в тонкой пластине.
9. Что такое полосы равной толщины и полосы равного наклона? Где они локализованы?
10. Что такое кольца Ньютона? Чему равен радиус светлых и темных колец Ньютона в отраженном и проходящем свете?
11. В чем заключается суть просветления оптики? Где еще используется явление интерференции?

Задачи

1. Складываются два гармонических колебания с одинаковыми периодами. Результирующее колебание имеет максимальную амплитуду при разности фаз, равной...

Варианты ответа: 1) 0; 2) π ; 3) $\pi/2$; 4) $\pi/4$

2. Тонкая пленка, освещенная белым светом вследствие явления интерференции в отраженном свете имеет зеленый цвет. При уменьшении показателя преломления пленки ее цвет...

Варианты ответа: 1) станет синим; 2) станет красным; 3) не изменится.

3. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим нормально. При заполнении пространства между линзой и стеклянной пластинкой прозрачной жидкостью радиусы темных и светлых колец в отраженном свете уменьшились в 1,21 раза. Определите показатель преломления жидкости.

4. На мыльную пленку падает белый свет под углом 30° к поверхности пленки. При какой наименьшей толщине пленки отраженный свет будет окрашен в желтый цвет ($\lambda = 600$ нм)? Показатель преломления мыльной воды – 1,33.

ЛЕКЦИЯ 3. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

3.1. Принцип Гюйгенса-Френеля

С интерференцией волн тесно связано другое важное явление – дифракция. *Дифракцией* называется *огибание волнами препятствий*. Дифракция зависит от соотношения размеров препятствия и длины волны. Она проявляется заметным образом, когда размеры препятствия и длины волны соизмеримы. Поэтому дифракция звуковых волн наблюдается легко. Например: звук хорошо слышен за углом дома, т.е. звук его огибает.

В случае света, длина волны λ которого много меньше размеров d препятствий, наблюдать дифракцию можно только на достаточно больших расстояниях l от преграды

$$l \geq \frac{d^2}{\lambda}. \quad (3.1)$$

На языке оптики дифракция означает проникновение света в область геометрической тени, т.е. любое отклонение распространения волн вблизи препятствий от законов геометрической оптики. Благодаря дифракции волны могут огибать препятствия, проникать через небольшие отверстия в экранах и т.д. Таким образом, *дифракция света* – это совокупность явлений, обусловленных волновой природой света и наблюдаемых при распространении света сквозь малые отверстия, вблизи границ непрозрачных тел.

Явление дифракции объясняется на основе явления интерференции волн и *принципа Гюйгенса*. Этот принцип формулируется следующим образом: *всякая точка, до которой дошла волна, служит источником вторичных когерентных волн, а огибающая этих волн задает положение волнового фронта в следующий момент времени*.

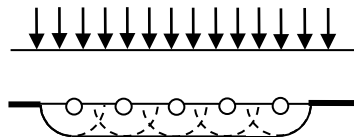


Рис. 3.1

Пусть плоская волна нормально падает на отверстие в экране (рис. 3.1). Согласно Гюйгенсу, каждая точка выделяемого отверстием участка волнового фронта служит источником вторичных когерентных волн. Если в момент времени t , построить огибающую вторичных волн, то видно, что фронт волны заходит в область геометрической тени, т.е. волна огибает край

отверстия. Принцип Гюйгенса – геометрический принцип. Он решает вопрос о направлении распространения волнового фронт, но не затрагивает вопроса об амплитуде, и, следовательно, об интенсивности световых волн, располагающихся за преградой. Френель дополнил принцип Гюйгенса идеей интерференции вторичных волн. Согласно *принципу Гюйгенса-Френеля*, световая волна, возбуждаемая источником S , может быть представлена как результат суперпозиции когерентных вторичных волн, «излучаемых» фиктивными источниками. Такими источниками могут служить бесконечно малые элементы любой замкнутой поверхности, охватывающей источник S . Обычно в качестве такой поверхности выбирают одну из волновых поверхностей, поэтому все фиктивные источники действуют синфазно. Учет амплитуд и фаз вторичных волн, позволяет найти амплитуду, а значит и интенсивность результирующей волны в любой точке пространства.

Пусть S – одна из волновых поверхностей света, распространяющегося от некоторого источника. Каждый элемент поверхности служит источников вторичной сферической волны, амплитуда которой пропорциональна величине элемента dS (рис. 3.2).

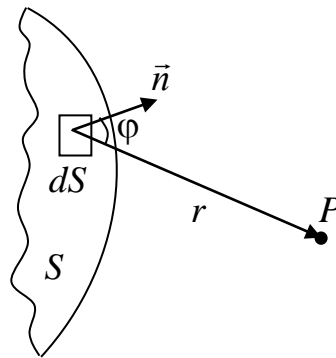


Рис. 3.2

Амплитуда сферической волны убывает с расстоянием r от источника по закону $\frac{1}{r}$. Следовательно, от каждого участка dS волновой поверхности в точку P приходит колебание:

$$d\xi = K \frac{a_0 dS}{r} \cos(\omega t - kx + \alpha_0), \quad (3.2)$$

где $(\omega t + \alpha_0)$ – фаза колебания в месте расположения волновой поверхности S ; k – волновое число; r – расстояние от элемента dS до точки P ; a_0 – амплитуда колебания в том месте, где находится элемент dS ; K – коэффициент пропорциональности, который бывает при увеличении угла φ

между нормалью n к dS и направлением от dS к точке P ($K = 0$ при $\varphi = \frac{\pi}{2}$; $K = \text{max}$ при $\varphi = 0$).

Результирующее колебание в точке P представляет собой суперпозицию колебаний, взятых для всей волновой поверхности. Аналитическое выражение принципа Гюйгенса-Френеля:

$$\xi = \int_S K(\varphi) \frac{a_0}{r} \cos(\omega t - kx + \alpha_0) dS. \quad (3.3)$$

3.2. Метод зон Френеля. Прямолинейное распространение света

Долгое время вопрос, почему в однородной среде свет от точечного источника распространяется прямолинейно, оставался без ответа. Френель решил эту задачу, рассмотрев взаимную интерференцию вторичных волн и применив прием, получивший название *метода зон Френеля*. Найдем в произвольной точке M амплитуду световой волны, распространяющейся из точечного источника S монохроматического света (рис. 3.3). Согласно принципу Гюйгенса-Френеля, действие источника S заменим действием воображаемых источников, расположенных на волновой поверхности Φ .

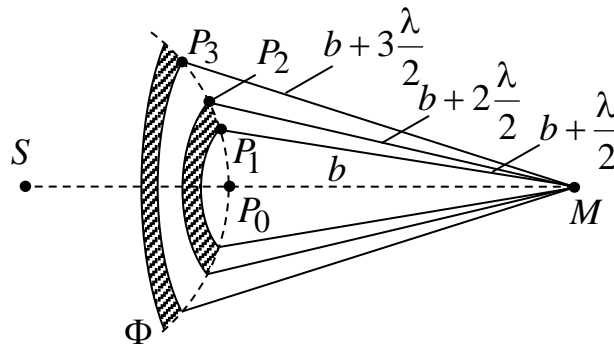


Рис. 3.3

Френель разбил волновую поверхность Φ на кольцевые зоны такого размера, чтобы расстояния от краев зоны до точки M отличались на $\frac{\lambda}{2}$, т.е.

$|P_1M| - |P_0M| = |P_2M| - |P_1M| = \dots = \frac{\lambda}{2}$. Так как колебания от соседних зон

проходят до точки M расстояния, отличающиеся на $\frac{\lambda}{2}$, то в точку M они

приходят в противофазе, и при наложении эти колебания будут взаимно ослаблять друг друга. Амплитуда результирующего колебания в точке M :

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4, \quad (3.4)$$

где $A_1, A_2 \dots$ – амплитуды колебаний, возбуждаемых 1-й, 2-й... зонами.

Для оценки амплитуд колебаний найдем площади зон Френеля (рис. 3.4).

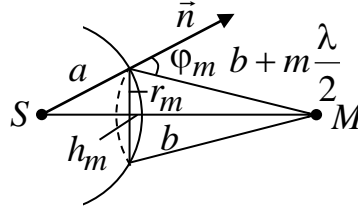


Рис. 3.4

Пусть внешняя граница m -й зоны выделяет на волновой поверхности сферический сегмент высотой h_m . Обозначим площадь этого сегмента σ_m . Площадь m -й зоны Френеля равна $\Delta\sigma = \sigma_m - \sigma_{m-1}$, где σ_{m-1} – площадь сегмента, выделяемого внешней границей $(m-1)$ -й зоны.

Радиус m -й зоны найдем из рис. 3.4:

$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 = \left(b + m \frac{\lambda}{2}\right)^2 - (b + h_m)^2. \quad (3.5)$$

Проведя элементарные преобразования и учитывая, что $\lambda \leq a$ и $\lambda \leq b$, получим:

$$a^2 - a^2 + 2ah_m - h_m^2 = b^2 + bm\lambda + m^2 \frac{\lambda^2}{4} - b^2 - 2bh_m - h_m^2.$$

$$2ah_m = bm\lambda - 2bh_m;$$

$$2ah_m + 2bh_m = bm\lambda;$$

$$2h_m(a + b) = bm\lambda.$$

Высота сферического сегмента h_m определяется выражением:

$$h_m = \frac{bm\lambda}{2(a + b)}. \quad (3.6)$$

Площадь сферического сегмента и площадь m -й зоны Френеля соответственно равны

$$\sigma_m = 2\pi a h_m = \frac{2\pi a b m \lambda}{2(a+b)} = \frac{\pi a b \lambda m}{a+b}.$$

$$\Delta\sigma = \sigma_m - \sigma_{m-1} = \frac{\pi a b \lambda m}{a+b} - \frac{\pi a b \lambda (m-1)}{a+b} = \frac{\pi a b \lambda}{a+b}. \quad (3.7)$$

Выражение (3.7) не зависит от m , следовательно, построение зон Френеля разбивает волновую поверхность сферической волны на равновеликие зоны. Френель предположил, что действие отдельных зон в точке M тем меньше, чем больше угол φ_m (рис. 3.4) между нормалью \vec{n} к поверхности зоны и направлением на точку M , т.е. действие зон постепенно убывает от центральной к периферической. Интенсивность излучения в направлении точки M уменьшается с ростом m вследствие увеличения расстояния от зоны до точки M . Следовательно, $A_1 > A_2 > A_3 > \dots$

Общее число зон Френеля, уместяющихся на полусфере, очень велико. Например, при $a = b = 10$ см и $\lambda = 0,5$ мкм (500 нм)

$$N = \frac{2\pi a^2}{\pi a b \lambda} (a+b) = 8 \cdot 10^5.$$

Принято приближенно считать, что амплитуда колебания A_m от некоторой m -й зоны Френеля равна среднему арифметическому от амплитуд примыкающих к ней зон, т.е.

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}. \quad (3.8)$$

Тогда выражение (3.4) можно записать в виде

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots = \frac{A_1}{2} \quad (3.9)$$

так как выражения, стоящие в скобках, согласно (3.9) равны нулю, а оставшаяся часть от амплитуды последней зоны пренебрежимо мала.

Таким образом, амплитуда результирующих колебаний в произвольной точке M определяется действием только половины центральной зоны Френеля. Следовательно, действие всей волновой поверхности на точку M сводится к действию ее малого участка, меньшего центральной зоны.

Найдем радиус внешней границы m -й зоны Френеля. Обратимся к формуле (3.5) и учтем, что $h_m \ll a$, тогда $r_m^2 = 2ah_m$. Подставим сюда

значение высоты сферического сегмента h_m (3.6) и получим выражение для радиуса внешней границы m -й зоны Френеля:

$$r_m^2 = \frac{2abm\lambda}{2(a+b)} = \frac{ab}{a+b}m\lambda \quad \text{и} \quad r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b}m\lambda}. \quad (3.10)$$

Пример: Рассчитаем радиус внешней границы 1-ой (центральной) зоны при $a = b = 10$ см и $\lambda = 500$ нм.

$$r_m = \sqrt{\frac{0,1 \cdot 0,1}{0,1 + 0,1} \cdot 5 \cdot 10^{-9}} = 0,158 \text{ мм.}$$

Следовательно, распространение света от S к M происходит так, будто световой поток распространяется внутри очень узкого канала вдоль SM , т.е. *прямолинейно*. Таким образом, принцип Гюйгенса-Френеля позволяет объяснить прямолинейное распространение света в однородной среде.

Зонные пластинки. Правомерность деления волнового фронта на зоны Френеля подтверждается экспериментально. Для этого используются *зонные пластинки* – стеклянные пластинки, на поверхности которых нанесены по принципу расположения зон Френеля прозрачные и непрозрачные кольца радиусами $r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b}m\lambda}$. Если поместить зонную пластинку в строго определенном месте на расстоянии a от источника и расстоянии b от точки наблюдения, то для света с длиной волны λ она перекроет четные зоны и оставит свободными нечетные, начиная с центральной. В результате, результирующая амплитуда

$$A = A_1 + A_3 + A_5 + \dots$$

должна быть больше, чем при полностью открытом волновом фронте. Опыт показывает, что зонная пластинка увеличивает освещенность в точке M , действуя подобно собирающей линзе.

3.3. Дифракция Френеля

Дифракцию разделяют на два типа: *дифракция Френеля* (или дифракция в сходящихся лучах) и *дифракция Фраунгофера* (или дифракция в параллельных лучах).

Дифракция Френеля наблюдается, когда на препятствие падает сферическая волна, а дифракционная картина наблюдается на экране, находящемся за препятствием на конечном расстоянии от него.

Пример 1: Дифракция на круглом отверстии (рис. 3.5).

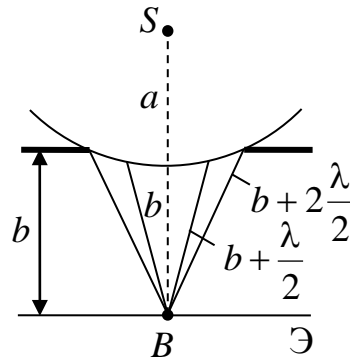


Рис.3.5

На пути сферической волны от источника S расположен экран с круглым отверстием, радиусом r_0 . Дифракционная картина наблюдается на экране \mathcal{E} в точке B . Экран параллелен отверстию и находится на расстоянии от него. Разобьем открытую часть волновой поверхности на зоны Френеля. Вид дифракционной картины зависит от числа зон Френеля, укладывающихся, на открытой части волновой поверхности в плоскости отверстия.

Амплитуда результирующего колебания, возбуждаемого в точке B всеми зонами,

$$A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}, \quad (3.11)$$

где «+» соответствует нечетным m , а «-» соответствует четным m .

Если отверстие открывает четное число зон Френеля, то в точке B наблюдается минимум интенсивности, а в центре будет темное пятно (рис. 3.6а). Если отверстие открывает нечетное число зон Френеля, то в точке B наблюдается максимум интенсивности, а в центре будет наблюдаться светлое пятно (рис. 3.6б).



Рис. 3.6

Наименьшая интенсивность наблюдается, если открыты две зоны Френеля: их действия в точке B уничтожат друг друга из-за интерференции.

Максимальная интенсивность наблюдается, если открыта одна зона Френеля. В точке B амплитуда будет вдвое больше, чем в отсутствие

непрозрачного экрана с отверстием: $A = A_1$ (см. (3.4)). Интенсивность света будет больше соответственно в четыре раза.

Если диаметр отверстия велик, то амплитуда света от m -й зоны $A_m \ll \frac{A_1}{2}$ и результирующая амплитуда $A = \frac{A_1}{2}$, т.е. такая же, как при полностью открытом волновом фронте. В данном случае дифракция не наблюдается, свет распространяется, как и в отсутствие круглого отверстия, прямолинейно.

Пример 2: Дифракция на диске (рис. 3.7)

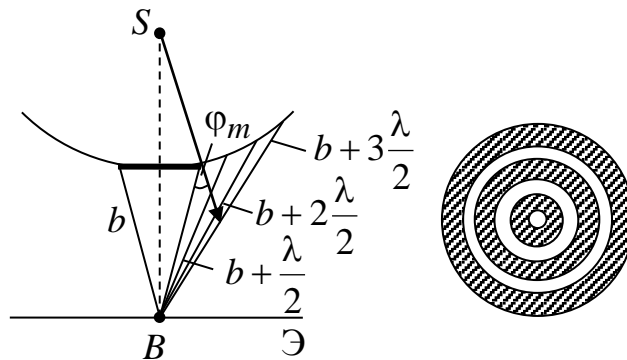


Рис. 3.7

На пути сферической волны от точечного источника S расположен непрозрачный диск. Дифракционная картина наблюдается в точке B экрана. Экран параллелен диску. Закрытый диском участок волнового фронта исключают из рассмотрения и зоны Френеля строят, начиная с краев диска.

Если диском закрывается m зон Френеля, то амплитуда результирующего колебания в точке B равна

$$A = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - \dots = \frac{A_{m+1}}{2} + \left(\frac{A_{m+1}}{2} - A_{m+2} + \frac{A_{m+3}}{2} \right) + \dots$$

$$\text{или } A = \frac{A_{m+1}}{2}, \quad (3.12)$$

так как выражения, стоящие в скобках, равны нулю. Следовательно, амплитуда результирующего колебания в точке B равна половине амплитуды, обусловленной первой открытой зоной Френеля. В точке B всегда наблюдается интерференционный максимум (светлое пятно) – *пятно Пуассона*. Центральный максимум окружен концентрическими с ним темными и светлыми кольцами, а интенсивность в максимумах убывает с расстоянием от центра картины.

С увеличением размеров диска первая открытая зона Френеля удаляется от точки B и увеличивается угол φ_m между нормалью \vec{n} к поверхности и направлением на точку B . В результате интенсивность центрального максимума с увеличением размера диска уменьшается. Если диск велик, то за ним наблюдается тень, а на границе – слабая дифракционная картина.

3.4. Дифракция Фраунгофера

Второй тип дифракции – *дифракция Фраунгофера* (или дифракция в параллельных лучах) наблюдается в том случае, когда источник света и точка наблюдения бесконечно удалены от препятствия, вызвавшего дифракцию. Практически, для этого нужно точечный источник света поместить в фокусе собирающей линзы, а дифракционную картину исследовать в фокальной плоскости второй собирающей линзы, установленной за препятствием.

Пример 1. *Дифракция Фраунгофера на щели.*

Пусть плоская монохроматическая волна падает нормально на щель шириной a (рис. 3.8). Параллельные пучки лучей, выходящие из щели в произвольном направлении φ (φ – *угол дифракции*), собираются линзой в точке B . Открытую часть волновой поверхности MN в плоскости щели разбивают на зоны Френеля, которые имеют вид полос, параллельных ребру M щели и проведены так, чтобы разность хода от краев этих зон была равна $\frac{\lambda}{2}$. Таким образом, всего на ширине щели уместится $N = \frac{\Delta}{\lambda/2}$ зон.

Оптическая разность хода между крайними лучами MC и ND , идущими от щели в произвольном направлении φ , B_0

$$\Delta = NF = a \sin \varphi. \quad (3.13)$$

Тогда число зон Френеля, уместяющихся на ширине щели

$$N = \frac{\Delta}{\lambda/2} = \frac{a \sin \varphi}{\lambda/2}. \quad (3.14)$$

Из выражения (3.13) вытекает, что число зон Френеля, укладываемых на ширине щели, зависит от угла φ . От числа зон Френеля зависит результат наложения вторичных волн. При интерференции света от каждой пары соседних зон Френеля амплитуда результирующих колебаний равна нулю, так как колебания от каждой пары соседних зон находятся в противофазе и взаимно гасят друг друга. Таким образом, если число зон Френеля *четное*, то

$$a \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} \quad (m = 1, 2, 3 \dots) \quad (3.15)$$

и в точке B наблюдается *дифракционный минимум* (полная темнота).

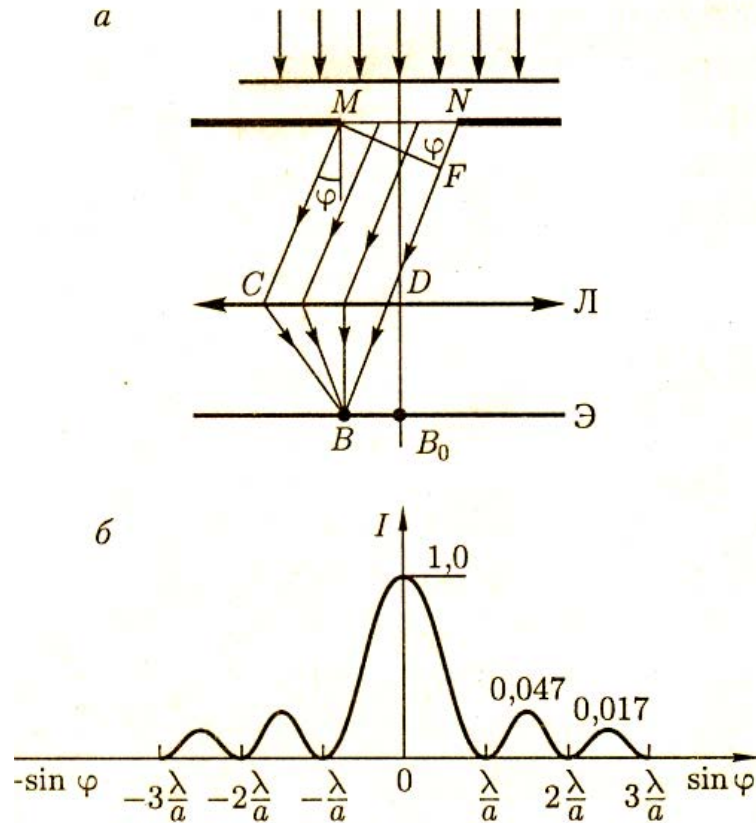


Рис. 3.8

Если число зон Френеля *нечетное*, то

$$a \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (m = 1, 2, 3 \dots) \quad (3.16)$$

и наблюдается *дифракционный максимум*, соответствующий действию одной некомпенсированной зоны Френеля.

В направлении $\varphi = 0$ щель действует как одна зона Френеля, и в этом направлении свет распространяется с наибольшей интенсивностью, т.е. в точке B_0 наблюдается *центральный дифракционный максимум*.

Из условий (3.15) и (3.16) можно найти направления на точки экрана, в которых интенсивность света равна нулю ($\sin \varphi = \pm \frac{m\lambda}{a}$) или максимальна

($\sin \varphi = \frac{(2m + 1)\lambda}{2a}$). Можно также рассчитать зависимость распределения интенсивности на экране от угла дифракции - *дифракционный спектр*. Расчеты показывают, что интенсивности в центральном и последующих

максимумах относятся как $1:0,047:0,017:0,0083\dots$, т.е. основная часть световой энергии сосредоточена в центральном максимуме.

Положение дифракционных максимумов зависит от длины волны λ , поэтому рассмотренная дифракционная картина имеет место для монохроматического света. При освещении щели белым светом центральный максимум наблюдается в виде белой полосы (он общий для всех длин волн). Боковые максимумы радужно окрашены, так как условие максимума при любых m различно для разных λ . Справа и слева от центрального максимума наблюдаются максимумы первого ($m = 1$), второго ($m = 2$) и других порядков, обращенных фиолетовым краем к центру дифракционной картины. С уменьшением ширины щели центральный максимум расширяется, а с увеличением ширины щели дифракционные полосы становятся уже и ярче.

Пример 2. Дифракция Фраунгофера на дифракционной решетке.

Большое практическое значение имеет дифракция, наблюдаемая при прохождении света через одномерную дифракционную решетку. *Дифракционной решеткой называется совокупность параллельных щелей равной ширины, лежащих в одной плоскости и разделенных равными по ширине непрозрачными промежутками.* Постоянной (периодом) дифракционной решетки d называется суммарная ширина щели a и непрозрачного промежутка между щелями:

$$d = a + b. \quad (3.17)$$

Дифракционная картина на решетке определяется как результат взаимной интерференции волн, идущих от всех щелей, т.е. в дифракционной решетке осуществляется многолучевая интерференция когерентных дифрагированных пучков света, идущих от всех щелей.

Рассмотрим дифракцию от двух щелей дифракционной решетки. Плоская монохроматическая волна падает нормально к плоскости решетки (рис. 3.9). Так как щели находятся на одинаковых расстояниях друг от друга, то разности хода лучей, идущих от двух соседних щелей, будут одинаковы для данного направления φ в пределах всей решетки:

$$\Delta = CF = (a + b)\sin \varphi = d \sin \varphi. \quad (3.18)$$

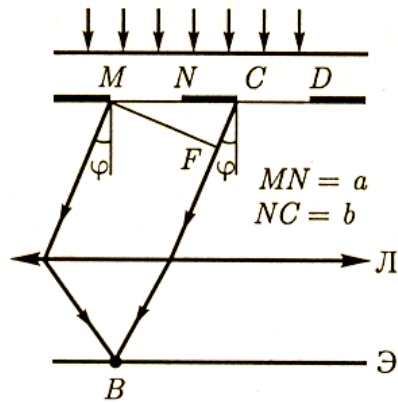


Рис. 3.9

В таблице 3.1 приведены условия наблюдения дифракции на двух щелях.

Таблица 3.1

Условия	Формула	Обоснование
Главные (прежние) минимумы	$a \sin \varphi = \pm m\lambda$ $m = 1, 2, 3, \dots$	В тех направлениях, в которых ни одна из щелей не распространяет свет, он не будет распространяться и при двух и более щелях.
Дополнительные минимумы	$d \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$ $m = 0, 1, 2, \dots$	Возникают вследствие взаимной интерференции световых лучей, посылаемых двумя щелями в направлениях, определяемых условием $d \sin \varphi = \pm \frac{\lambda}{2}; \frac{3\lambda}{2}; \frac{5\lambda}{2} \dots$ Световые лучи гасят друг друга, т.е. возникают дополнительные минимумы
Главные максимумы	$d \sin \varphi = \pm m\lambda$ $m = 0, 1, 2, \dots$	В данных направлениях действие одной щели усиливает действие другой. $d \sin \varphi = \pm 0; \lambda; 2\lambda; 3\lambda \dots$

Таким образом, полная дифракционная картина на двух щелях определяется из условий:

$$a \sin \varphi = \lambda, 2\lambda, 3\lambda \dots \quad (\text{главные минимумы}) \quad (3.19)$$

$$d \sin \varphi = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2} \dots \quad (\text{дополнительные минимумы}) \quad (3.20)$$

$$d \sin \varphi = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda \dots \quad (\text{главные максимумы}). \quad (3.21)$$

Между двумя главными максимумами располагается один дополнительный минимум. В случае N щелей между двумя главными

максимумами располагается $N - 1$ дополнительных минимумов, разделенных вторичными максимумами, создающими весьма слабый фон. Условием *главных минимумов* является условие (3.19), условием *главных максимумов* – условие (3.21), а *условием дополнительных минимумов*

$$d \sin \varphi = \pm \frac{m' \lambda}{N}, \quad (3.22)$$

$$m' \neq 0, N, 2N, \dots,$$

где m' может принимать все целочисленные значения, кроме тех, при которых условие (3.22) переходит в условие главных максимумов (3.21).

Чем больше щелей в дифракционной решетке, тем больше световой энергии пройдет сквозь решетку, тем больше минимумов образуется между соседними главными максимумами, тем интенсивнее и острее будут максимумы. Так как модуль $\sin \varphi$ не может быть больше единицы, то из (3.21) следует, что число главных максимумов определяется отношением периода решетки к длине волны. Максимальный порядок спектра, даваемый дифракционной решеткой:

$$m \leq \frac{d}{\lambda}. \quad (3.23)$$

Дифракционная решетка как спектральный прибор. Положение главных максимумов в дифракционной решетке зависит от длины волны λ :

$$d \sin \varphi = \pm m \lambda \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Поэтому при пропускании белого света через решетку все максимумы кроме центрального ($m = 0$) окрасятся в цвета спектра: фиолетовая область будет обращена к центру дифракционной картины, а красная – наружу.

Это свойство дифракционной решетки используется для исследования спектрального состава света (определения длин волн и интенсивностей всех монохроматических компонентов), т.е. дифракционная решетка может быть использована как спектральный прибор, предназначенный для разложения света в спектр и измерения длин волн.

Контрольные вопросы

1. Что такое дифракция? Каковы условия наблюдения дифракции?
2. В чем заключается принцип Гюйгенса? Какие дополнения внес Френель в этот принцип? Как звучит принцип Гюйгенса-Френеля?
3. В чем заключается принцип построения зон Френеля? Чему равен радиус m -й внешней границы зоны Френеля?
4. Что такое зонные пластинки? Каков принцип их действия?

5. Какие типы дифракции Вы знаете? Когда они наблюдаются?
6. Почему дифракция Френеля не наблюдается на больших отверстиях и больших дисках?
7. Какой вид имеет дифракционная картина, получающаяся при дифракции на малом круглом отверстии, на малом диске? Что такое пятно Пуассона, для какого типа дифракции оно наблюдается?
8. Найдите направления на точки экрана в случае дифракции на щели, в которых интенсивность света равна нулю, интенсивность максимальна. Напишите условие дифракционного максимума и минимума.
9. Что такое дифракционная решетка? Что такое “постоянная (период) решетки”? Запишите условия главных максимумов, главных минимумов, дополнительных минимумов.
10. Почему дифракционная решетка может быть использована как спектральный прибор? Как с ее помощью можно измерить длины волн?

Задачи

1. Дифракция наблюдается на расстоянии 1 м от точечного источника монохроматического света ($\lambda = 0,5$ мкм). Посередине между источником света и экраном находится диафрагма с круглым отверстием. Определите радиус отверстия, при котором центр дифракционных колец на экране является наиболее темным. [$r = 0,5$ мм].
2. Монохроматический свет нормально падает на дифракционную решетку. Определите угол дифракции, соответствующий максимуму четвертого порядка, если максимум третьего порядка отклонен на $\varphi_1 = 18^\circ$. [$\varphi_2 = 24^\circ 20'$].
3. На дифракционную решетку нормально падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 600$ нм. Определите наибольший порядок спектра, полученный с помощью этой решетки, если ее постоянная $d = 2$ мкм. [$m_{\max} = 3$].

ЛЕКЦИЯ 4. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН С ВЕЩЕСТВОМ

4.1. Дисперсия света

Дисперсией света называются явления, обусловленные зависимостью показателя преломления вещества от длины световой волны (или частоты). Эту зависимость можно охарактеризовать функцией

$$n = f(\lambda) \quad \text{или} \quad n = f(\omega), \quad (4.1)$$

где λ – длина световой волны в вакууме, ω – частота.

Дисперсией вещества называется производная n от λ :

$$D = \frac{dn}{d\lambda}. \quad (4.2)$$

Дисперсия показывает, как быстро изменяется показатель преломления с длиной волны.

Для всех прозрачных веществ функция (4.1) имеет в видимой части спектра характер, показанный на рис. 4.1. С уменьшением длины волны λ показатель преломления n увеличивается со все возрастающей скоростью, так что дисперсия вещества отрицательна $\frac{dn}{d\lambda} < 0$ (или $\frac{dn}{d\nu} > 0$) и растет по модулю с уменьшением длины волны λ . Такой ход зависимости n от λ называется *нормальной дисперсией*.

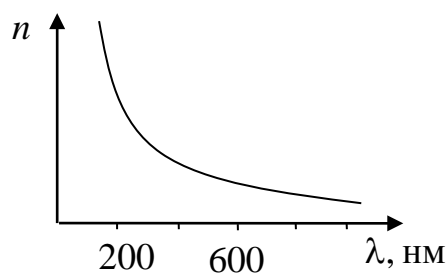


Рис.4.1

Если вещество поглощает часть лучей, то в области поглощения и вблизи нее ход дисперсии обнаруживает аномалию. Дисперсия называется *аномальной*, если показатель преломления n убывает с уменьшением длины световой волны λ . На таком участке дисперсия вещества оказывается положительной $\frac{dn}{d\lambda} > 0$ (или $\frac{dn}{d\nu} < 0$).

Среды, обладающие дисперсией, называются *диспергирующими*. В диспергирующих средах скорость световых волн зависит от длины волны λ или частоты.

Наиболее отчетливо дисперсия света проявляется при прохождении белого света через призму. Первые экспериментальные наблюдения дисперсии света принадлежат И. Ньютону (1672 г.). Вследствие дисперсии свет оказывается разложенным в спектр (рис. 4.2). Такой спектр называется *призматическим*.

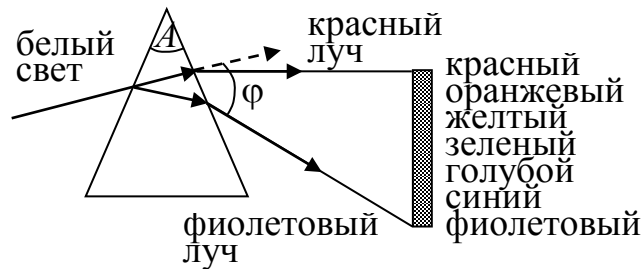


Рис.4.2

Рассмотрим дисперсию света в призме. В призме с преломляющим углом A и показателем преломления n после 2-х кратного преломления (на левой и правой гранях призмы) луч оказывается отклоненным от первоначального направления. Угол отклонения лучей призмой тем больше, чем больше преломляющий угол призмы. Если φ – угол отклонения лучей призмой, A – преломляющий угол призмы, то они связаны соотношением

$$\varphi = A(n - 1). \quad (4.3)$$

Из выражения (4.3) следует, что угол отклонения лучей призмой зависит от величины $(n - 1)$, а n – это функция длины волны, поэтому лучи разных длин волн после прохождения призмы окажутся отклоненными на разные углы, т.е. пучок белого света разлагается в спектр. Таким образом, с помощью призмы, так же как и с помощью дифракционной решетки, разлагая свет в спектр, можно определить его спектральный состав.

Следует обратить внимание на различия дифракционного и призматического спектров: составные цвета в них располагаются по-разному. В дифракционной решетке длина волны λ пропорциональна синусу угла отклонения φ , поэтому красные лучи, имеющие большую длину волны, чем фиолетовые, отклоняются дифракционной решеткой сильнее. Призма разлагает лучи в спектр по значениям показателя преломления, который для всех прозрачных веществ уменьшается с увеличением длины волны, поэтому красные лучи отклоняются призмой слабее, чем фиолетовые.

На явлении нормальной дисперсии основано действие призмных спектрографов, которые находят широкое применение в спектральном анализе.

4.2. Электронная теория дисперсии света (теория Лоренца)

Из электромагнитной теории Максвелла следует, что абсолютный показатель преломления среды определяется выражением

$$n = \sqrt{\epsilon\mu}, \quad (4.4)$$

где ϵ – диэлектрическая проницаемость среды; μ – магнитная проницаемость. В оптической области спектра для всех веществ $\mu = 1$, поэтому

$$n = \sqrt{\epsilon} \Rightarrow n^2 = \epsilon. \quad (4.5)$$

Здесь в теории Максвелла выявляются некоторые противоречия: с одной стороны n – переменная величина (зависит от длины волны или частоты), с другой стороны она должна быть постоянной, согласно формуле (5). Кроме того, значения n , получаемые из этой формулы не согласуются с опытными данными. Трудности объяснения дисперсии света с точки зрения электромагнитной теории Максвелла устраняются электронной теорией Лоренца.

Согласно классической электронной теории Лоренца дисперсия света – это результат взаимодействия электромагнитных волн с заряженными частицами вещества, совершающими вынужденные колебания в переменном электромагнитном поле волны. Предполагается, что электромагнитная волна «раскачивает» электроны в атомах, причем «раскачивает» тем сильнее, чем ближе частота волны к собственной частоте колебаний электронов, т.е. в случае резонанса.

Применим электронную теорию дисперсии для однородного диэлектрика, предположив формально, что для него выполняется соотношение (4.5), а дисперсия света является следствием зависимости показателя преломления n от частоты ω световых волн.

По определению, диэлектрическая проницаемость вещества равна

$$\epsilon = 1 + \alpha = 1 + \frac{P}{\epsilon_0 E}, \quad (4.6)$$

где ϵ – диэлектрическая восприимчивость среды; ϵ_0 – электрическая постоянная; P – мгновенное значение поляризованности ($P = \epsilon \epsilon_0 E$); $E = E_0 \cos \omega t$ – напряженность электрического поля световой волны.

Следовательно, *диэлектрическая проницаемость вещества* зависит от P . В данном случае имеет значение только электронная поляризация, т.е. вынужденное колебание электронов под действием электрической составляющей поля волны, так как для ориентационной поляризации молекул частота колебаний в световой волне очень высока ($\nu \approx 10^{15}$ Гц).

В первом приближении можно считать, что вынужденные колебания совершают только внешние, наиболее слабо связанные с ядром электроны – *оптические электроны*. Для простоты рассмотрим колебания только одного электрона, затуханием колебания за счет излучения пренебрежем.

Наведенный дипольный момент электрона, совершающего вынужденные колебания, равен

$$p = ex, \quad (4.7)$$

где e – заряд электрона; x – смещение электрона под действием электрического поля световой волны.

Если концентрация атомов в диэлектрике равна n_0 , то мгновенное значение поляризованности

$$P = n_0 p = n_0 ex. \quad (4.8)$$

Тогда выражение (4.6) можно привести к виду

$$\epsilon = n^2 = 1 + \frac{n_0 ex}{\epsilon_0 E}. \quad (4.9)$$

Следовательно, задача сводится к определению смещения x электрона под действием внешнего поля E . Поле световой волны изменяется по гармоническому закону: $E = E_0 \cos \omega t$.

Итак, можно считать, что при прохождении через вещество электромагнитной волны каждый электрон находится под действием силы

$$F = F_0 \cos \omega t = eE_0 \cos \omega t, \quad (4.10)$$

где $F_0 = eE_0$ – амплитудное значение силы, действующей на электрон со стороны поля волны.

Уравнение вынужденных колебаний оптического электрона (без учета сил сопротивления)

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \cos \omega t = \frac{eE_0}{m} \cos \omega t, \quad (4.11)$$

где $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ – собственная частота колебаний электрона; m – масса электрона.

Решив уравнение (4.11), найдем $\varepsilon = n^2$ в зависимости от констант атома (e , m , ω_0) и частоты ω внешнего поля, т.е. решим задачу дисперсии.

Уравнения (4.11) имеет следующее решение:

$$x = A \cos \omega t, \quad (4.12)$$

где $A = \frac{eE_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}$ – амплитуда колебаний электрона; ω_0 – собственная частота колебаний электрона; ω – частота внешнего поля.

Подставляя (4.12) в уравнение (4.9) получим *дисперсионную формулу*:

$$n^2 = 1 + \frac{n_0 e}{\varepsilon_0 E} \cdot \frac{eE_0 \cos \omega t}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} = 1 + \frac{n_0 e^2 E_0 \cos \omega t}{\varepsilon_0 E_0 \cos \omega t m(\omega_0^2 - \omega^2)};$$

$$n^2 = 1 + \frac{n_0 e^2}{\varepsilon_0 m(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (4.13)$$

Из выражения (4.13) следует, что n зависит от частоты ω внешнего поля, т.е. полученная зависимость подтверждает наличие дисперсии света.

Если принять во внимание, что в молекуле содержится f_i оптических электронов с собственной частотой колебаний ω_{0i} , то дисперсионная формула принимает вид:

$$n^2 = 1 + \frac{n_0 e^2}{\varepsilon_0 m} \sum_i \frac{f_i}{\omega_{0i}^2 - \omega^2}. \quad (4.14)$$

Дисперсионные кривые. Проанализируем дисперсионную формулу (4.13) для колебания одного оптического электрона.

1. В областях от $\omega = 0$ до $\omega \leq \omega_0$, $n^2 > 1$ и возрастает с увеличением ω от 1 до $+\infty$ (*нормальная дисперсия*).

2. В областях от $\omega > \omega_0$ до $\omega = \infty$, $n^2 < 1$ и возрастает от $-\infty$ до 1 (*нормальная дисперсия*).

3. При $\omega = \omega_0$, $n^2 = \pm\infty$ (аномальная дисперсия).

График зависимости $n = f(\omega)$ имеет вид, изображенный на рис. 4.3

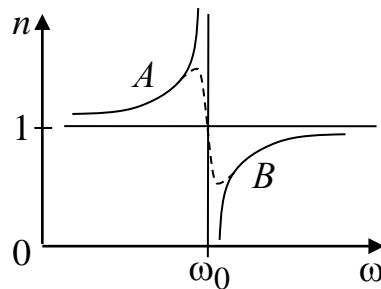


Рис. 4.3 Зависимость $n = f(\omega)$ для одного оптического электрона

Область АВ – область аномальной дисперсии (n убывает при возрастании ω). Вблизи собственной частоты ω_0 функция (13) терпит разрыв. Такое поведение функции обусловлено тем, что мы пренебрегли затуханием колебаний за счет излучения (так называемым трением излучения). Напомним, что при пренебрежении трением амплитуда вынужденных колебаний при резонансе обращается в бесконечность. Учет трения излучения приводит к зависимости $n = f(\omega)$, изображенной на рис 4.3 пунктирной линией.

Если считать, что в молекуле содержится несколько оптических электронов, причем f_1 из них имеет собственную частоту ω_{01} , f_2 – собственную частоту ω_{02} , то вблизи каждой из частот наблюдается аномальная дисперсия. Зависимость $n = f(\omega)$ изображена на рис. 4.4.

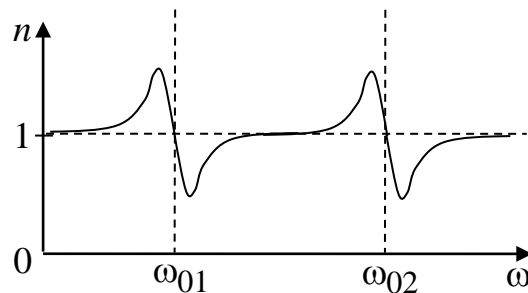


Рис. 4.4 Зависимость $n = f(\omega)$ для f_i оптических электронов

4.3. Поглощение (абсорбция) света

При прохождении световой волны через вещество часть энергии волны затрачивается на возбуждение колебаний электронов. Частично эта энергия возвращается излучению в виде вторичных волн, порождаемых электронами; частично же она переходит в энергию движения атомов, т.е. во внутреннюю энергию вещества. Поэтому интенсивность света при прохождении через вещество уменьшается – свет поглощается в веществе. Вынужденные

колебания электронов, а следовательно и поглощение света, становятся особенно интенсивными при резонансной частоте.

Таким образом, *поглощение света* – явление уменьшения энергии световой волны при ее распространении в веществе вследствие преобразования энергии волны во внутреннюю энергию вещества или энергию вторичного излучения, которое имеет другой спектральный состав.

В результате поглощения *интенсивность света при прохождении через вещество убывает по экспоненциальному закону*. Поглощение света в веществе описывается *законом Бугера* (1698-1758г.г.)

$$I = I_0 e^{-\alpha x}, \quad (4.15)$$

где I_0 – интенсивность света на входе в поглощающий слой; x – толщина слоя; α – *показатель поглощения*, зависящий от длины волны света, химической природы и состояния вещества и не зависящий от интенсивности света.

Продифференцировав соотношение (4.15), получим

$$dI = -\alpha I_0 e^{-\alpha x} dx = -\alpha I dx. \quad (4.16)$$

Из этого выражения следует, что убыль интенсивности на пути dx пропорциональна длине этого пути и значению самой интенсивности. Коэффициентом пропорциональности служит показатель поглощения α . Из формулы (4.16) вытекает также, что при $x = \frac{1}{\alpha}$ интенсивность света I по сравнению с I_0 уменьшается в $e = 2,72$ раз: $\frac{I_0}{I} = e$. Таким образом, показатель поглощения есть величина, обратная толщине слоя, при прохождении которого интенсивность света убывает в e раз.

Теоретическое обоснование этому закону дал Ламберт, в связи с чем этот закон называется *законом Бугера-Ламберта*

$$I = I_0 e^{-d_\lambda x}, \quad (4.17)$$

где d_λ – монохроматический натуральный показатель поглощения.

Показатель поглощения зависит от длины волны (или частоты ω) и для различных веществ различен. В таблице 4.1 приведены характеристики спектров поглощения для различных веществ

Таблица 4.1. Спектры поглощения (зависимость d_λ от λ)

Вещества	Вид спектра	Пояснение
Изолированные атомы (одноатомные газы и пары металлов при невысоком давлении)	Линейчатый спектр поглощения	Показатель поглощения d_λ близок к нулю. В узких спектральных областях ($\lambda = 10^{-12} - 10^{-11}$ м) $d_\lambda \neq 0$ и наблюдаются резкие максимумы – линейчатый спектр поглощения. Эти линии соответствуют резонансным частотам колебаний электронов в атомах.
Молекулы (газы при высоких давлениях, жидкости и твердые тела)	Полосы поглощения (молекулярный спектр поглощения)	d_λ отличен от нуля в широких областях длин волн ($\lambda = 10^{-10} - 10^{-7}$ м). Спектр определяется колебаниями атомов в молекулах.
Диэлектрики (свободные электроны отсутствуют)	Сплошной спектр поглощения	d_λ невелико и принимает значения $\sim 10^{-3} - 10^{-5} \text{ см}^{-1}$. Наблюдается селективное поглощение в определенных интервалах длин волн, когда d_λ резко возрастает и наблюдаются широкие полосы поглощения. Поглощение света обусловлено явлением резонанса при вынужденных колебаниях электронов в атомах и молекулах диэлектрика.
Металлы	Непрозрачны для света	$d_\lambda \approx 10^3 - 10^5 \text{ см}^{-1}$ принимает большие значения. В металлах из-за наличия свободных электронов возникают быстропеременные токи, сопровождающиеся выделением джоулевого тепла. Поэтому энергия световой волны быстро уменьшается, превращаясь во внутреннюю энергию металла.

На рис. 4.5. представлена типичная зависимость показателя поглощения от длины волны света λ и зависимость показателя преломления n от λ в области поглощения. Внутри полосы поглощения наблюдается аномальная дисперсия (n убывает с уменьшением λ).

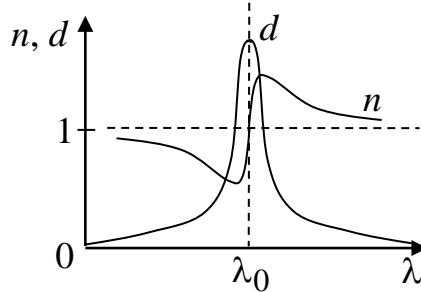


Рис. 4.5 Зависимости $d(\lambda)$ и $n(\lambda)$

Зависимостью показателя поглощения от длины волны объясняется окрашенность поглощающих тел. Например, если стекло слабо поглощает красные и оранжевые лучи и сильно поглощает зеленые и синие, то при освещении белым светом оно будет казаться красным. Если на такое стекло направить зеленый или синий свет, то из-за сильного поглощения света этих длин волн стекло будет казаться черным. Разнообразие пределов селективного (избирательного) поглощения у различных веществ объясняет разнообразие и богатство цветов и красок, наблюдаемых в окружающем мире.

Явление поглощения используется для изготовления *светофильтров*, которые в зависимости от химического состава пропускают свет только определенных длин волн, поглощая остальные. Изучение спектров поглощения является одним из основных методов количественного и качественного исследования вещества.

4.4. Рассеяние света

С классической точки зрения процесс рассеяния света заключается в том, что свет, проходящий через вещество, вызывает колебания электронов в атомах. Колеблющиеся электроны возбуждают вторичные волны, распространяющиеся по всем направлениям. В случае однородной среды вторичные волны, являясь когерентными, полностью гасят друг друга во всех направлениях, кроме направления распространения первичной волны. Поэтому перераспределения света по направлениям, т.е. рассеяния света не происходит. Вторичные волны не погашают друг друга в боковых направлениях только при распространении в неоднородной среде. Световые

волны дифрагируют на неоднородностях среды и дают дифракционную картину, характеризующуюся равномерным распределением интенсивности по всем направлениям. Такую *дифракцию на мелких неоднородностях называют рассеянием света*.

Таким образом, *рассеяние света* – это процесс преобразования света веществом, сопровождающийся изменением направления распространения света и появлением несобственного свечения вещества.

Среды с явно выраженной оптической неоднородностью носят название *мутных сред*. Это среды, в которых взвешено множество очень мелких частиц инородных веществ – аэрозоли, облака, дым, туман, эмульсии и т.д. Механизм рассеяния обусловлен нарушением оптической однородности среды, при котором показатель преломления среды не постоянен, а изменяется от точки к точке. Такое рассеяние света называется *эффектом Тиндаля*. Например, узкий пучок солнечных лучей, проходя через запыленный воздух, рассеивается на пылинках и становится видимым.

Закон Рэлея. Если размеры частиц мутной среды малы по сравнению с длиной волны света (не более $0,1\lambda$), *интенсивность рассеянного света I оказывается пропорциональной четвертой степени частоты или обратно пропорциональной четвертой степени длины волны*:

$$I \sim \frac{1}{\lambda^4} \quad (4.18)$$

Чистые среды. Даже тщательно очищенные от посторонних примесей и загрязнений жидкости и газы в некоторой степени рассеивают свет. Механизм рассеивания *в чистых средах* обусловлен флуктуациями плотности и концентрации, возникающими в процессе хаотического теплового движения молекул среды. Поэтому рассеяние света в чистых средах называется *молекулярным*. Молекулярным рассеиванием объясняется голубой цвет неба. Непрерывно возникающие в атмосфере, вследствие беспорядочного молекулярного движения, места сгущения и разряжения воздуха рассеивают солнечный свет. Согласно закону Рэлея, интенсивность рассеянного света обратно пропорциональна четвертой степени длины волны, поэтому голубые и синие лучи рассеиваются сильнее, чем желтые и красные, обуславливая голубой цвет неба. По этой же причине свет, прошедший через значительную толщу атмосферы, оказывается обогащенным более длинными волнами (сине-фиолетовая часть спектра полностью рассеивается), и поэтому при закате и восходе Солнце кажется красным. Флуктуация плотности и интенсивность рассеяния света

возрастают с увеличением температуры. Поэтому в ясный летний день цвет неба является более насыщенными по сравнению с таким же зимним днем.

Излучение Вавилова-Черенкова. В 1934 г. П.А. Черенков обнаружил особый вид свечения жидкостей под воздействием γ -лучей радия. Вавилов высказал правильное предположение, что источником свечения служат быстрые электроны, создаваемые γ -лучами. Это явление получило название эффекта Вавилова-Черенкова. Его полное теоретическое объяснение было дано И.Е. Таммом и И.М. Франком. Согласно электромагнитной теории заряд, движущийся равномерно, не излучает электромагнитных волн. Однако, при движении релятивистских заряженных частиц в среде с постоянной скоростью v , превышающей фазовую скорость света в этой среде, т.е. при условии $v > \frac{c}{n}$, возникает электромагнитное излучение, названное излучением Вавилова-Черенкова – излучение света заряженными частицами. Эффект Вавилова-Черенкова наблюдался экспериментально для электронов, протонов и мезонов, при движении их в жидких и твердых средах. В излучении преобладают короткие волны, поэтому оно имеет голубую окраску. Наиболее характерным свойством этого излучения является то, что оно распространяется не по всем направлениям, а лишь по тем, которые составляют острый угол с траекторией частицы

$$\cos \Theta = \frac{c}{nv} \quad (4.19)$$

Эффект Вавилова-Черенкова широко применяется в экспериментальной технике. На нем основаны электромагнитные методы для регистрации частиц высоких энергий и определения их свойств (направление движения, величина и знак заряда, энергия). В черенковских счетчиках частица регистрируется мгновенно: при движении заряженной частицы в среде со скоростью, превышающей фазовую скорость света в данной среде, возникает световая вспышка, преобразуемая с помощью фотоэлектронного умножителя в импульс тока. Так физиком Э. Сегре в 1955 г. был открыт антипротон (коротко живущая античастица).

Контрольные вопросы

1. Что такое дисперсия света? Что показывает дисперсия света?
2. Что такое нормальная дисперсия, аномальная дисперсия?
3. Как связаны между собой преломляющий угол призмы и угол отклонения ею лучей?

4. В чем состоит различие дифракционного и призматического спектров?

5. Какие трудности возникают при объяснении дисперсии света с точки зрения электромагнитной теории Максвелла? Как объясняет дисперсию света классическая электронная теория Лоренца?

6. Какие электроны называются оптическими? Получите дисперсионную формулу для колебания одного оптического электрона, f электронов. Проанализируйте формулы, постройте график зависимости $n(\omega)$.

7. Что называется абсорбцией (поглощением) света? Запишите закон Бугера-Ламберта.

8. При каких условиях интенсивность света при прохождении его через вещество уменьшается в e раз?

9. Что такое спектр поглощения? Какой вид имеет спектр поглощения а) изолированных атомов, б) молекул, в) диэлектриков, г) металлов? Почему металлы сильно поглощают свет?

10. Что такое светофильтры, как они работают?

11. Что такое рассеяние света? Каков механизм рассеяния света в мутных и прозрачных средах?

Задачи

1. На стеклянную призму с преломляющим углом $A = 55^\circ$ падает луч света под углом $\alpha_1 = 30^\circ$. Определите угол отклонения φ луча призмой, если показатель преломления n стекла равен 1,5. [$\varphi = 35^\circ 40'$].

2. Определите максимальную скорость вынужденных колебаний свободного электрона ($\omega_0 = 0$), если в точке его нахождения радиопередатчик, работающий на частоте 500 кГц, создает поле электромагнитного излучения $E_0 = 10$ мВ/см. [55,9 км/с].

3. При прохождении света в некотором веществе пути x его интенсивность уменьшилась в 3 раза. Определите, во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении им пути $2x$. [в 9 раз].

4. Почему трава зеленая?

5. Почему небо голубое?

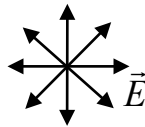
ЛЕКЦИЯ 5. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

5.1. Естественный и поляризованный свет

Поляризацией называется совокупность явлений волновой оптики, в которых проявляется поперечность световых волн.

Согласно теории Максвелла, световые волны поперечны: векторы напряженностей электрического \vec{E} и магнитного \vec{H} полей световой волны взаимно перпендикулярны и колеблются перпендикулярно вектору скорости \vec{v} распространения волны. Для описания закономерностей поляризации света достаточно знать поведение одного из этих векторов. Обычно все рассуждения ведутся относительно *светового вектора* \vec{E} – вектора напряженности электрического поля. Это обусловлено тем, что при действии света на вещество основное значение имеет электрическая составляющая поля волны, действующая, на электроны в атомах вещества.

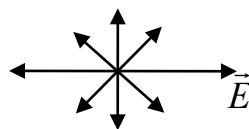
Свет – это суммарное электромагнитное излучение множества атомов. Атомы излучают световые волны независимо друг от друга, поэтому световая волна, излучаемая телом, характеризуется всевозможными равновероятными колебаниями светового вектора. Плоскость, в которой колеблется вектор электрической напряженности, называют *плоскостью поляризации*.



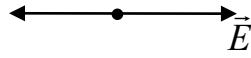
Естественный свет (или неполяризованный) – это свет со всевозможными равновероятными направлениями колебаний вектора \vec{E} (и, следовательно \vec{H}).

Поляризованный свет – это свет, в котором направления колебания светового вектора \vec{E} каким-то образом упорядочены и происходят в одной плоскости (в одном направлении).

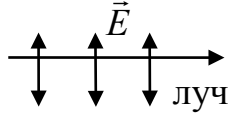
Частично поляризованный свет – свет с преимущественным (но не исключительным!) направлением колебаний вектора \vec{E} , т.е. смесь поляризованного и неполяризованного света. В зависимости от того, какой вид света преобладает, можно говорить о степени его поляризации.



Плоскополяризованный свет – свет, в котором вектор \vec{E} колеблется только в одном направлении - перпендикулярном лучу (луч направлен к нам).



или



Эллиптически поляризованный свет – свет, в котором вектор \vec{E} изменяется со временем так, что его конец описывает эллипс, лежащий в плоскости, перпендикулярной лучу.

5.2. Получение плоскополяризованного света

Плоскополяризованный свет получают из естественного света с помощью устройств, называемых *поляризаторами*, которые пропускают колебания только определенного направления. Поляризатор пропускает колебания параллельные главной плоскости поляризатора и полностью задерживает колебания, перпендикулярные этой плоскости. Плоскость, в которой пропускаются колебания вектора \vec{E} , называется *плоскостью пропускания (главной плоскостью)* поляризатора. Некоторые кристаллы способны поглощать свет, причем поглощение света зависит от направления колебаний вектора \vec{E} электромагнитной волны. Так пластинка из кристалла турмалина толщиной 1 мм практически полностью поглощает луч одной поляризации и пропускает другой, т.е. является поляризатором.

Человеческий глаз не отличает поляризованный свет от естественного света, а необходимость установить, каким он является, возникает в оптике достаточно часто. Такая задача вполне разрешима, если воспользоваться *законом Малюса*. Для анализа плоскополяризованного света используют те же поляризаторы (P), называемые анализаторами (A). Рассмотрим возможные положения главных плоскостей поляризатора и анализатора:

а) главные плоскости P и A параллельны друг другу: плоскополяризованный свет полностью проходит через анализатор (рис. 5.1);

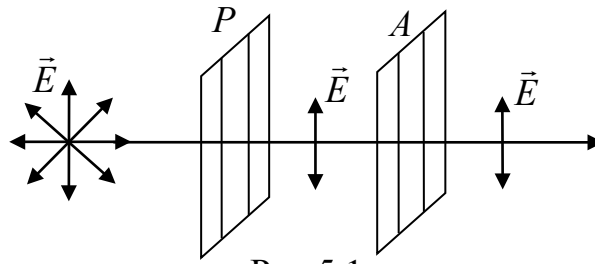


Рис.5.1

б) главные плоскости P и A перпендикулярны друг другу: свет через анализатор не проходит (рис. 5.2.);

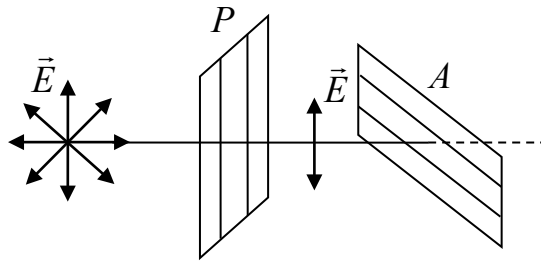


Рис. 5.2

в) главные плоскости P и A ориентированы произвольно (составляют угол α): анализатор пропускает составляющую $E_{\parallel} = E_0 \cos \alpha$, где \vec{E}_0 – амплитуда светового вектора луча, прошедшего сквозь поляризатор (рис.5.3);

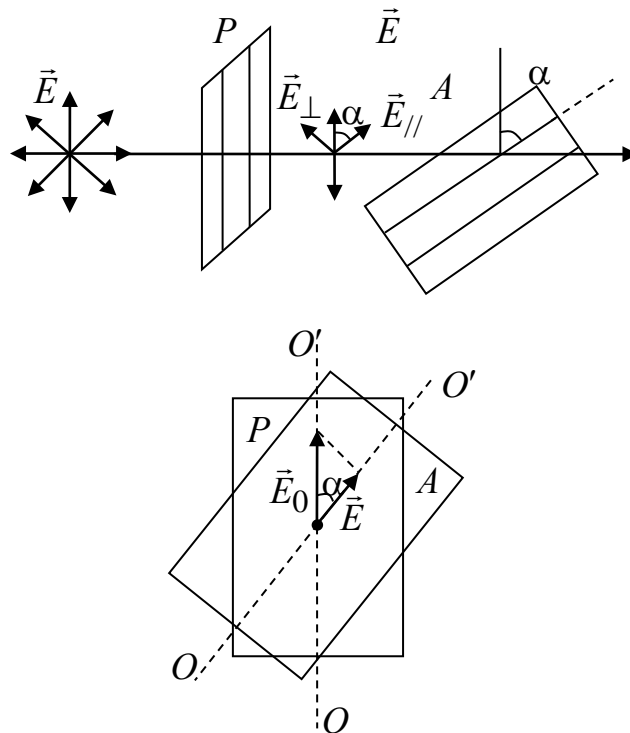


Рис. 5.3

Здесь \vec{E}_{\parallel} и \vec{E}_{\perp} – компонента вектора \vec{E}_0 , параллельная и перпендикулярная главной плоскости анализатора, соответственно. Так как интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды колебаний, то интенсивность света, прошедшего анализатор:

$$I = I_0 \cos^2 \alpha. \quad (5.1)$$

Соотношение (1) называется *законом Малюса*: интенсивность света, прошедшего последовательно через поляризатор и анализатор, равна произведению интенсивности света, прошедшего через поляризатор, на квадрат косинуса угла между их главными плоскостями. Здесь I_0 – интенсивность света, падающего на анализатор; I – интенсивность света, вышедшего из анализатора.

Рассмотрим прохождение естественного света через два поляризатора (поляризатор и анализатор). Интенсивность плоскополяризованного света, вышедшего из первого поляризатора:

$$I_0 = \frac{1}{2} I_{\text{ест}}. \quad (5.2)$$

Интенсивность света, прошедшего через второй поляризатор (анализатор):

$$I = I_0 \cos^2 \alpha \quad \text{или} \quad I = \frac{1}{2} I_{\text{ест}} \cos^2 \alpha. \quad (5.3)$$

Из формул (3) следует, что наибольшая интенсивность $I = I_0$, получается при $\alpha = 0$ ($\cos^2 \alpha = 1$), когда поляризаторы параллельны.

$$I_{\text{max}} = \frac{1}{2} I_{\text{ест}}. \quad (5.4)$$

Свет не проходит через анализатор, если $\cos^2 \alpha = 0$ при $\alpha = \frac{\pi}{2}$ (поляризаторы скрещены), т.е.:

$$I_{\text{min}} = 0. \quad (5.5)$$

Из сказанного следует, что если необходимо определить поляризован ли свет, то нужно воспользоваться анализатором и, вращая его, следить за интенсивностью прошедшего света. Если интенсивность меняется, то свет

частично или полностью поляризован. Как уже упоминалось, можно определить *степень поляризации*:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (5.6)$$

где I_{\max} и I_{\min} – максимум и минимум интенсивности частично поляризованного света. Для естественного света $I_{\min} = I_{\max}$ и $P = 0$. Для плоскополяризованного света $I_{\min} = 0$ и $P = 1$.

5.3. Поляризация света при отражении и преломлении света

Явление поляризация света наблюдается при отражении и преломлении света на границе прозрачных изотропных диэлектриков. Таким образом, поляризованный свет можно получить, используя явления отражения и преломления света. Опытным путем установлено, что если угол падения естественного света на границу раздела, например воздуха и воды, отличен от нуля, то отраженный и преломленный лучи *частично поляризованы* (рис. 5.4).

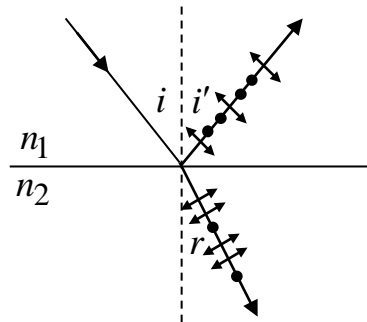


Рис. 5.4

В отраженном луче преобладают колебания, перпендикулярные к плоскости падения луча (обозначены точками), а в преломленном луче – колебания, параллельные плоскости падения (обозначены стрелками).

Исследования, проведенные *Брюстером*, показали, что степень поляризации зависит от угла падения. Он установил, что если тангенс угла падения i_B равен относительному показателю преломления $n_{21} = n_2/n_1$, т.е.

$$\operatorname{tg} i_B = n_{21}, \quad (5.7)$$

то отраженный свет будет полностью поляризованным, а преломленный достигает максимальной степени поляризации. Соотношение (5.7) называют *законом Брюстера*, а угол i_B – *углом Брюстера* или *углом полной поляризации*.

При падении естественного света под углом Брюстера i_B отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны (рис. 5.5).

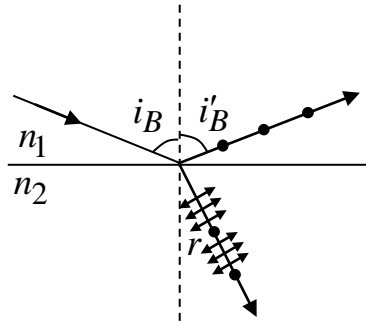


Рис. 5.5

Докажем это:

$$\left. \begin{array}{l} \operatorname{tgi}_B = \frac{\sin i_B}{\cos i_B} \\ \frac{\sin i_B}{\sin r} = n_{21} \end{array} \right\} \Rightarrow \cos i_B = \sin r .$$

Следовательно, $i_B = r$, но $i'_B = i_B$ по закону отражения, поэтому $i'_B + r = \pi/2$.

Степень поляризации преломленного света можно значительно повысить, если многократно преломлять его при условии падения света каждый раз на границу раздела под углом Брюстера. Например, для стекла степень поляризации преломленного луча повышается от 15 % до почти 100 % после преломления на 8-10 наложенных друг на друга стеклянных пластинок (стопы). Вышедший из стопы свет будет практически полностью поляризованным.

5.4. Поляризация при двойном лучепреломлении

Двойное лучепреломление – это способность анизотропных веществ расщеплять падающий световой луч на два луча, распространяющихся в разных направлениях с различной фазовой скоростью и поляризованных во взаимно перпендикулярных направлениях. Это явление было впервые обнаружено в 1669 г. датским ученым Э. Бартолином для исландского шпата (CaCO_3). Прежде чем говорить об особенностях распространения света в оптически анизотропных средах введем некоторые определения:

Анизотропия веществ – зависимость физических свойств веществ от направления.

Оптическая ось кристалла – направление в оптически анизотропном кристалле, по которому свет распространяется не испытывая двойного лучепреломления.

Одноосные и двуосные кристаллы – кристаллы с одним или двумя направлениями, вдоль которых отсутствует двойное лучепреломление (т.е. имеют одну или две оптические оси).

Главная плоскость (главное сечение) кристалла – плоскость, проходящая через направление луча света и оптическую ось кристалла.

Почти все прозрачные кристаллы оптически анизотропны, т.е. обладают способностью двойного лучепреломления. Исключением являются кристаллы кубической формы (каменная соль).

Рассмотрим исландский шпат (одноосный кристалл). При падении узкого светового пучка на достаточно толстый кристалл из него выходят два пространственно разделенных луча, параллельных друг другу и падающему лучу – *обыкновенный* (*o*) и *необыкновенный* (*e*) (рис. 5.7).

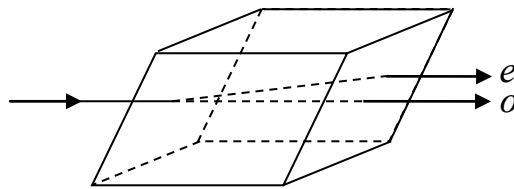


Рис. 5.7

Обыкновенный луч является продолжением первичного луча, а второй – необыкновенный луч отклоняется.

Исследования обыкновенного и необыкновенного лучей показывают, что «*o*» и «*e*» – лучи полностью поляризованы во взаимно перпендикулярных направлениях: колебания вектора \vec{E} в *o*-луче происходят перпендикулярно главной плоскости кристалла, в *e*-луче – в главной плоскости (рис. 5.8.).

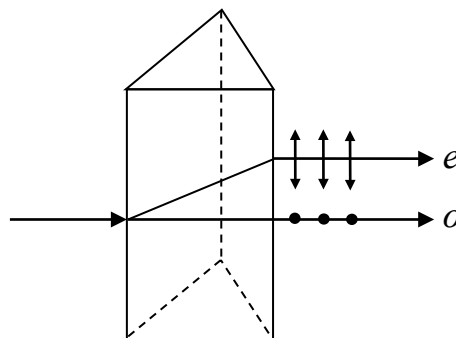


Рис.5.8

Неодинаковое преломление обыкновенного и необыкновенного лучей указывает на различие для них показателей преломления. При любом

направлении обыкновенного луча колебания светового вектора перпендикулярны оптической оси кристалла, поэтому обыкновенный луч распространяется в кристалле по всем направлениям с одинаковой скоростью $v_o = \frac{c}{n_o}$, где n_o – показатель преломления o -луча. Следовательно,

показатель преломления n_o для него есть величина постоянная.

Необыкновенные (e) лучи распространяются в кристалле по различным направлениям с разными скоростями $v_e = \frac{c}{n_e}$ в (зависимости от

угла между вектором \vec{E} и оптической осью). Следовательно, показатель преломления n_e необыкновенного луча является переменной величиной, зависящей от направления луча. Таким образом, *обыкновенный* луч подчиняется закону преломления, а для *необыкновенного* луча этот закон не выполняется. После выхода из кристалла, если не принимать во внимание поляризацию во взаимно перпендикулярных плоскостях, эти два луча ничем друг от друга не отличаются.

Для луча, распространяющегося вдоль оптической оси $n_o = n_e$, $v_o = v_e$, т.е. вдоль оптической оси существует только одна скорость распространения света. Различие в v_e и v_o для всех направлений, кроме направления оптической оси, и обуславливает явление двойного лучепреломления света в одноосных кристаллах.

В качестве примера приведем показатели преломления для o - и e – лучей в различных веществах:

Исландский шпат	$n_o = 1,658$	$n_e = 1,486$
Кварц	$n_o = 1,543$	$n_e = 1,552$
Лед	$n_o = 1,309$	$n_e = 1,310$
Натриевая селитра	$n_o = 1,585$	$n_e = 1,337$

Контрольные вопросы

1. Что называют естественным светом? Плоско поляризованным светом? Частично поляризованным? Эллиптически поляризованным светом?
2. Как изменяется интенсивность света за поляризатором при его вращении вокруг пучка естественного света?
3. Что такое степень поляризации?
4. Как практически отличить плоско поляризованный свет от естественного света? Сформулируйте закон Малюса.
5. Чем замечателен угол Брюстера? Сформулируйте закон Брюстера.

6. Покажите, что при выполнении закона Брюстера отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны.

7. Что такое анизотропия вещества, оптическая ось кристалла? Чем отличаются одноосные кристаллы от двухосных кристаллов?

8. В чем заключается двойное лучепреломление? Чем оно обусловлено?

9. Чем отличается обыкновенный луч от необыкновенного?

10. Какие поляризационные приборы вы знаете? В чём заключается принцип их действия?

Задачи

1. Каков угол между плоскостями анализатора и поляризатора, если интенсивность естественного света пропущенного через поляризатор и анализатор уменьшилась в 2 раза?

2. Найти показатель преломления стекла, если при отражении от него отраженный свет будет полностью поляризован при угле преломления 30° .

3. Под каким углом к горизонту должно находиться Солнце, чтобы свет, отраженный от поверхности озера, был полностью поляризован?

ЛЕКЦИЯ 6. ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

6.1. Тепловое излучение и его характеристики

Все тела в той или иной степени излучают электромагнитные волны. Например, сильно нагретые тела светятся, а при обычных температурах являются источниками только невидимого инфракрасного излучения.

Электромагнитное излучение, испускаемое веществом и возникающее за счет его внутренней энергии называется тепловым, или температурным, излучением. Оно зависит только от температуры и оптических свойств излучающего тела. Если расход энергии тела на тепловое излучение не восполняется за счет подвода к телу теплоты, то его температура постепенно понижается, а тепловое излучение уменьшается. Тепловое излучение свойственно всем телам при температуре выше 0 К.

Тепловое излучение – единственный вид излучения, которое является равновесным: расход энергии тела на тепловое излучение компенсируется за счет поглощения телом такого же количества энергии падающего на него излучения. *Равновесное излучение* устанавливается в *адиабатически замкнутой системе* (т.е. такой, которая не обменивается теплотой с внешней средой), все тела которой находятся при одной и той же температуре.

Тепловое излучение характеризуется сплошным спектром, положение максимума которого зависит от температуры. При высоких температурах излучаются короткие (видимые и ультрафиолетовые) электромагнитные волны, при низких – преимущественно длинные (инфракрасные).

Характеристики теплового излучения.

1. *Спектральная плотность объемной плотности энергии излучения* – спектральная характеристика равновесного излучения:

$$\rho(\nu, T) = \frac{d\omega}{\partial\nu}, \quad (6.1)$$

где $d\omega$ – энергия равновесного излучения с частотами от ν до $\nu + d\nu$, заключенная в единице объема поля излучения.

Объемная плотность энергии этого поля:

$$\omega = \int_0^{\infty} \rho(\nu, T) d\nu. \quad (6.2)$$

Равновесное излучение изотропно, т.е. все направления его распространения равновероятны. Энергия dW равновесного излучения в

вакууме с частотами от ν до $\nu + d\nu$, падающего за единицу времени на единицу площади поверхности каждого из тел термодинамически равновесной системы, равна:

$$dW = \frac{c}{4} \rho(\nu, T) d\nu, \quad (6.3)$$

где c – скорость света в вакууме.

2. *Энергетическая светимость* (интегральная испускательная способность) тела – это физическая величина R_e , численно равная энергии электромагнитных волн всевозможных частот (или длин волн) от 0 до ∞ , излучаемых за единицу времени с единицы площади поверхности тела

$$R_e = \frac{W}{St}, \quad (6.4)$$

Единица измерения энергетической светимости $R_e - \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}} = \frac{\text{Вт}}{\text{м}}$.

3. *Спектральной плотностью энергетической светимости* (испускательной способностью) тела называется физическая величина, численно равная отношению энергии dW , излучаемой за единицу времени с единицы площади поверхности тела посредством электромагнитных волн в узком интервале частот от ν до $\nu + d\nu$ (или длин волн в вакууме от λ до $\lambda + d\lambda$) к ширине этого интервала:

$$R_{\nu, T} = \frac{dW}{d\nu} \quad \text{или} \quad R_{\lambda, T} = \frac{dW}{d\lambda}. \quad (6.5)$$

Другими словами – это *мощность излучения* с единицы площади поверхности тела в интервале частот единичной ширины.

Единица измерения *спектральной плотности энергетической светимости* $R_{\nu, T} - \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2}$.

Установим связь между $R_{\nu, T}$ и $R_{\lambda, T}$. Так как скорость света в вакууме $c = \lambda\nu$, то длина волны $\lambda = \frac{c}{\nu}$ и частота волны $\nu = \frac{c}{\lambda}$. Тогда:

$$\left. \begin{aligned} R_{\nu, T} = \frac{dW}{d\nu} &\Rightarrow dW = R_{\nu, T} d\nu \\ R_{\lambda, T} = \frac{dW}{d\lambda} &\Rightarrow dW = R_{\lambda, T} d\lambda \end{aligned} \right\} \Rightarrow R_{\nu, T} d\nu = R_{\lambda, T} d\lambda \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_{\nu, T} = R_{\lambda, T} \frac{d\lambda}{d\nu} = R_{\lambda, T} \frac{\partial \left(\frac{c}{\nu} \right)}{\partial \nu} = R_{\lambda, T} \left(-\frac{c}{\nu^2} \right) \Rightarrow R_{\nu, T} = R_{\lambda, T} \left(-\frac{\lambda^2}{c} \right) \quad (6.6)$$

Знак « \rightarrow » показывает, что с возрастанием частоты ν длина волны λ убывает. Значения $R_{\nu, T}$ и $R_{\lambda, T}$ зависят от частоты (длины) волны, температуры, химического состава тела и состояния его поверхности.

Энергетическая светимость тела R_e связана с $R_{\nu, T}$ и $R_{\lambda, T}$ соотношениями:

$$R_e = \int_0^{\infty} R_{\nu, T} d\nu = \int_0^{\infty} R_{\lambda, T} d\lambda. \quad (6.7)$$

Суммирование производится по всем частотам (длинам волн).

4. *Поглощательная способность* (монохроматический коэффициент поглощения) тела – это безразмерная величина $A_{\nu, T}$, показывающая, какая доля энергии электромагнитных волн с частотами от ν до $\nu + d\nu$, падающих на поверхность тела, поглощается им:

$$A_{\nu, T} = \frac{dW_{\text{погл}}}{dW_{\text{пад}}} \leq 1. \quad (6.8)$$

Значение $A_{\nu, T}$ зависит от частоты, температуры, химического состава тела и состояния его поверхности.

6.2. Черное и серое тело

Абсолютно черным телом (АЧТ) называется тело, которое полностью поглощает все падающее на него излучение независимо от направления падающего излучения, его спектрального состава и поляризации, ничего не отражая и не пропуская. Иными словами, АЧТ – это тело, способное поглощать энергию электромагнитных волн любой частоты при любой температуре. Спектральная поглощательная способность АЧТ для всех частот и температур равна единице ($A_{\nu, T}^{\text{ч}} \equiv 1$). Моделью АЧТ может служить почти замкнутая полость с небольшим отверстием (рис. 6.1).

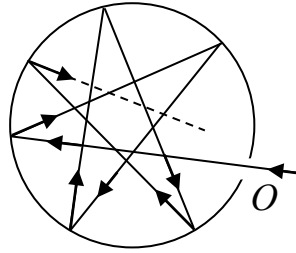


Рис. 6.1

Свет, падающий внутрь полости через отверстие O , претерпевает многократные отражения от стенок. При этом энергия падающего света практически полностью поглощается стенками полости независимо от их материала. *Черных тел* в природе нет, но сажа, черный бархат, платиновая чернь, в определенном интервале частот по своим свойствам близки к черным телам.

Наряду с понятием *черного тела* используют понятие *серого тела* – тела, поглощательная способность которого меньше единицы, но одинакова для всех частот и зависит только от температуры: $A_{\nu, T}^c = A_{\text{сер}} = \text{const} < 1$.

6.3. Закон Кирхгофа

Между испускательной способностью $R_{\nu, T}$ и поглощательной способностью $A_{\nu, T}$ любого непрозрачного тела имеется количественная связь, которую установил Кирхгоф, опираясь на второй закон термодинамики и анализируя условия равновесного излучения в изолированной системе тел. *Отношение испускательной способности тела к его поглощательной способности не зависит от природы тела и равно испускательной способности АЧТ при тех же значениях температуры и частоты (закон Кирхгофа):*

$$\frac{R_{\nu, T}}{A_{\nu, T}} = r_{\nu, T}, \quad (6.9)$$

где $r_{\nu, T}$ – универсальная функция Кирхгофа – испускательная способность черного тела. (Учли, что для АЧТ $A_{\nu, T} \equiv 1$, поэтому из закона Кирхгофа (6.9) следует, что $R_{\nu, T} = r_{\nu, T}$).

Выводы из закона Кирхгофа:

1. Испускательная способность любого тела в любой области спектра всегда меньше испускательной способности черного тела (при тех же значениях температуры T и частоты ν).

2. Если тело при данной температуре T не поглощает электромагнитные волны в интервале от ν до $\nu + d\nu$ ($A_{\nu,T} \equiv 0$), то оно их в этом интервале частот при температуре T не излучает, так как $r_{\nu,T} = A_{\nu,T} \cdot r_{\nu,T} = 0$.

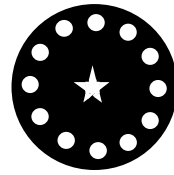
Таким образом, тело, которое сильнее поглощает, сильнее и излучает, следовательно, темные места в раскаленных предметах светятся ярче, если сравнение происходит при одинаковой температуре. На рис. 6.2 изображена холодная (а) и раскаленная фарфоровая тарелка (б), с нанесенным на нее темным рисунком:

а)



Холодный фарфор

б)



Раскаленный фарфор

Рис. 6.2

Используя закон Кирхгофа, выражение для *энергетической светимости тела* можно записать в виде

$$R_e = \int_0^{\infty} R_{\nu,T} d\nu = \int_0^{\infty} A_{\nu,T} r_{\nu,T} d\nu. \quad (6.10)$$

Энергетическая светимость серого тела

$$R_e^c = A_{\text{сер}} \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu = A_{\text{сер}} R_e, \quad (6.11)$$

где R_e – энергетическая светимость черного тела:

$$R_e = \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu = \int_0^{\infty} r_{\lambda,T} d\lambda. \quad (6.12)$$

Закон Кирхгофа описывает только тепловое излучение. Излучение, которое не подчиняется закону Кирхгофа, тепловым не является.

6.4. Законы Стефана-Больцмана и Вина

Важной задачей теории теплового излучения является нахождение явной зависимости энергетической светимости R_e черного тела от частоты и

температуры. Й. Стефан и Л. Больцман установили такую зависимость, но не получили ответа относительно спектрального состава излучения черного тела.

Закон Стефана-Больцмана: энергетическая светимость абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени его термодинамической температуры

$$R_e = \sigma T^4, \quad (6.13)$$

где $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}^4}$ – постоянная Стефана – Больцмана.

Немецкий физик *В.Вин* установил зависимость длины волны λ_{\max} , соответствующей максимуму функции $r_{\lambda,T}$ от температуры T , но также не получил явного вида функции $r_{\lambda,T}$.

Закон смещения Вина: длина волны λ_{\max} , соответствующая максимуму испускательной способности АЧТ, обратно пропорциональна его термодинамической температуре

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}, \quad (6.14)$$

где $b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$ – постоянная Вина.

Энергия излучения АЧТ распределена неравномерно по его спектру. АЧТ почти не излучает в области очень *малых* и очень *больших* частот. По мере повышения температуры тела максимум функции $r_{\lambda,T}$ *смещается* в сторону меньших длин волн (или *тах* функции $r_{\nu,T}$ смещается в область больших частот) (рис. 6.3).

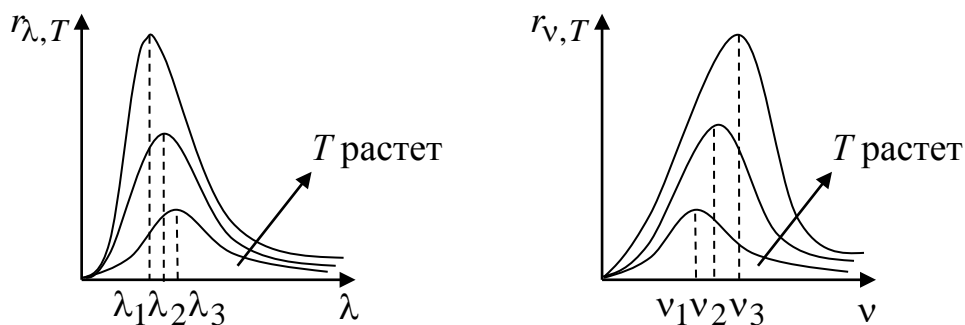


Рис. 6.3

Закон Вина называют *законом смещения* Вина, потому что он показывает смещение максимума функции $r_{\lambda,T}$ по мере возрастания температуры в область коротких длин волн. Закон Вина объясняет, почему при понижении температуры нагретых тел в их спектре все сильнее преобладает длинноволновое излучение (например: переход белого каления в красное при остывании металла).

6.5. Формула Рэля-Джинса

Все попытки теоретического обоснования в рамках классической физики экспериментально найденного вида функции Кирхгофа $r_{\nu,T} = f(\nu, T)$ оказались безуспешными. Д.Рэлей и Д.Джинс применили к тепловому излучению методы статистической физики, воспользовавшись законом равномерного распределения энергии по степеням свободы, и получили формулу для испускательной способности АЧТ – *формулу Рэля-Джинса*

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \langle \varepsilon \rangle = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT, \quad (6.15)$$

где k – постоянная Больцмана; $\langle \varepsilon \rangle = kT$ – средняя энергия осциллятора с собственной частотой ν .

Опыт показал, что область применения формулы Рэля-Джинса ограничена:

1. Выражение (6.15) согласуется с экспериментальными данными только в области достаточно *малых* частот и больших температур.

2. В области *больших* частот формула (6.15) резко расходится с экспериментом и с законом смещения Вина.

3. Попытка получить закон Стефана-Больцмана из формулы Рэля-Джинса приводит к абсурду. Действительно, вычисленная с использованием выражения (6.15) энергетическая светимость черного тела при любой температуре и объемная плотность энергии равновесного излучения ω бесконечно велики:

$$R_e = \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu = \int_0^{\infty} \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT d\nu = \frac{2\pi}{c^2} kT \int_0^{\infty} \nu^2 d\nu = \infty, \quad (6.16)$$

в то время как по закону Стефана-Больцмана (6.13) *энергетическая светимость черного тела пропорциональна четвертой степени температуры*: $R_e = \sigma T^4$. Этот результат, к которому пришла классическая

физика в задаче о спектральном распределении равновесного излучения, получил образное название «*ультрафиолетовой катастрофы*». Таким образом, в рамках классической физики не удалось объяснить законы распределения энергии в спектре черного тела.

6.6. Формула Планка

Правильное выражение для экспериментальной функции Кирхгофа удалось получить немецкому физiku М.Планку в 1900 г. путем введения *квантовой гипотезы*, совершенно чуждой классической физике: *излучение и поглощение света происходит не непрерывно, а дискретно, т.е. определенными порциями (квантами), энергия которых пропорциональна частоте ν* :

$$\varepsilon = h\nu = h \frac{c}{\lambda}, \quad (6.17)$$

где $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка.

В качестве теоретической модели АЧТ Планк взял наиболее простую модель излучающей системы в виде бесконечной системы гармонических осцилляторов со всевозможными собственными частотами ν . Планк предположил, что *распределение осцилляторов по всевозможным дискретным состояниям подчиняется распределению Больцмана*

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}, \quad (6.18)$$

тогда *испускательная способность* (спектральная плотность энергетической светимости) черного тела

$$r_{\nu, T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \langle \varepsilon \rangle = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \quad (6.19)$$

Таким образом, Планк вывел для универсальной функции Кирхгофа формулу

$$r_{\nu, T} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}, \quad (6.20)$$

которая, как оказалось, блестяще согласуется с экспериментальными данными по распределению энергии в спектрах излучения АЧТ во всем интервале частот и температур. На рис. 6.4 изображено сравнение теорий Рэля-Джинса и Вина с теорией Планка.

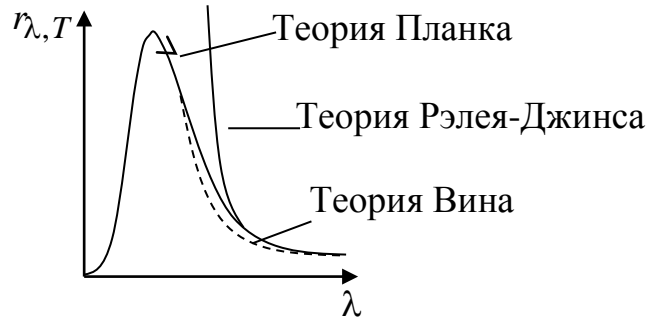


Рис. 6.4

6.7. Вывод частных формул и законов из формулы Планка

Формула Планка не только хорошо согласуется с экспериментальными данными, но и содержит частные законы теплового излучения, а также позволяет вычислить постоянные в законах теплового излучения. Покажем это. В области малых частот, т.е. при $h\nu \ll kT$ (энергия кванта много меньше энергии теплового движения), разложим экспоненциальную функцию в ряд,

ограничившись двумя первыми членами: $e^{\frac{h\nu}{kT}} \approx 1 + \frac{h\nu}{kT}$. Очевидно, что

$\frac{h\nu}{kT} - 1 \approx \frac{h\nu}{kT}$. Подставим это выражение в формулу Планка (6.20) и найдем, что

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{\frac{h\nu}{kT}} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT,$$

т.е. формула Планка совпадает с формулой Рэля-Джинса

При $h\nu \gg kT$ (энергия кванта много больше энергии теплового движения), из формулы Планка получается формула Вина

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^3}{c^2} \frac{1}{\frac{h\nu}{kT} - 1} = \frac{2\pi\nu^3}{c^2} e^{-\frac{h\nu}{kT}}.$$

Из формулы Планка можно получить закон *Стефана-Больцмана* $R_e = \sigma T^4$. Согласно (6.12) и (6.20)

$$R_e = \int_0^{\infty} r_{\nu, T} d\nu = \int_0^{\infty} \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu.$$

Введем безразмерную переменную

$$x = \frac{h\nu}{kT}; \quad dx = \frac{h d\nu}{kT}; \quad d\nu = \frac{dx \cdot kT}{h} = \frac{kT}{h} dx.$$

Тогда формула (6.12) преобразуется к виду

$$R_e = \frac{2\pi k^4}{c^2 h^3} T^4 \int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \sigma T^4,$$

где постоянная σ :

$$\sigma = \frac{2\pi k^4}{c^2 h^3} \int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3}, \quad \text{т.к.} \quad \int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}.$$

Таким образом, формула *Планка* позволяет получить закон *Стефана-Больцмана*. Подстановка числовых значений k , c и h дает для постоянной Стефана-Больцмана значение, хорошо согласующееся с экспериментальными данными.

Вывод: *формула Планка* – полное решение основной задачи теплового излучения. Ее решение стало возможным лишь благодаря квантовой гипотезе Планка.

6.8. Оптическая пирометрия

Оптической пирометрией называется совокупность оптических методов измерения высоких температур, основанных на законах теплового излучения. Приборы, применяемые для этого, называются пирометрами. В зависимости от того, какой закон теплового излучения используется при измерении температуры тел, различают радиационную, цветовую и яркостную температуры. В таблице 6.1 представлены характеристики этих температур.

Температура	Определение	Определяющие формулы	Пояснения
Радиационная (T_p)	Температура черного тела, при которой его энергетическая светимость R_e равна энергетической светимости R_T исследуемого тела	$R_e = \sigma T^4$ $R_T = \sigma T^4$ $T_p = \sqrt[4]{R_e / \sigma}$	Радиационная температура тела T_p всегда меньше его истинной температуры T . $R_T^c = A_T R_e =$ $= A_T \sigma T^4 = \sigma T_p^4$
Цветовая (T_c)	Температура черного тела, при которой распределение энергии в спектре излучения исследуемого тела такое же, как в спектре черного тела при той же температуре	$T_c \frac{b}{\lambda_{\max}}$	Для серых тел цветовая температура совпадает с истинной
Яркостная (T_y)	Температура черного тела, при которой для определенной длины волны его спектральная плотность энергетической светимости равна спектральной плотности энергетической светимости исследуемого тела	$r_{\lambda, T_y} = R_{\lambda, T}$	Истинная температура всегда выше яркостной

Контрольные вопросы

1. Какое излучение называется тепловым, каковы его свойства?
2. Каковы основные характеристики теплового излучения, их единицы измерения, от чего зависят их значения и как они связаны между собой?
3. Чем отличается серое тело от черного? Какие тела по своим свойствам близки к черным телам?
4. Сформулируйте законы теплового излучения.

5. В чем заключается физический смысл универсальной функции Кирхгофа?

6. Куда сместится максимум спектральной плотности энергетической светимости $r_{\lambda,T}$ черного тела с повышением температуры?

7. Почему закон Вина называется «законом смещения Вина»? Какова область его применения?

8. Запишите формулу Рэлея-Джинса. Какова область ее применения?

9. Что такое «ультрафиолетовая катастрофа»?

10. В чем состоит квантовая гипотеза Планка? Запишите формулу Планка. В чем ее ценность? При каких условиях из формулы Планка получается закон Стефана-Больцмана и формула Рэлея-Джинса?

Задачи

1. Определите, во сколько раз необходимо уменьшить термодинамическую температуру черного тела, чтобы его энергетическая светимость R_e ослабилась в 16 раз. [2].

2. Температура абсолютно черного тела понизилась с 1000 до 850 К. Определить, как и на сколько при этом изменилась длина волны, отвечающая максимуму распределения энергии. [0,51 мкм].

3. Максимум энергии излучения абсолютно черного тела приходится на длину волны 450 нм. Определите температуру и энергетическую светимость тела.

ЛЕКЦИЯ 7. ВНЕШНИЙ ФОТОЭФФЕКТ И ЕГО ЗАКОНЫ

7.1. Виды фотоэффекта

Квантовой оптикой называется раздел оптики, занимающийся изучением явлений, в которых проявляются квантовые свойства света. К таким явлениям относятся: тепловое излучение, фотоэлектрический эффект, эффект Комптона, фотохимические процессы и др.

Фотоэффект в газах состоит в ионизации атомов и молекул газа под действием света и называется *фотоионизацией*.

В конденсированных телах (твердых и жидких) различают *внешний* и *внутренний фотоэффекты*.

Внешним фотоэффектом называется испускание электронов веществом под действием света. Электроны, вылетающие из вещества при внешнем фотоэффекте, называются *фотоэлектронами*, а электрический ток, образуемый ими при упорядоченном движении во внешнем электрическом поле, называется *фототоком*.

Внутренним фотоэффектом называется происходящее под действием света перераспределение электронов по энергетическим состояниям в твердых и жидких полупроводниках и диэлектриках. Под действием электромагнитного излучения электроны внутри полупроводника или диэлектрика переходят из связанного состояния в свободное состояние без вылета наружу. В результате изменяется концентрация носителей тока в среде, что приводит к возникновению *фотопроводимости* или *вентильного фотоэффекта*.

Фотопроводимостью называется увеличение электрической проводимости вещества под действием света.

Вентильным фотоэффектом называется возникновение под действием света ЭДС (фото-ЭДС) в системе, состоящей из контактирующих полупроводника и металла или двух разнородных полупроводников (например, в *p-n* переходе).

7.2. Законы фотоэффекта

Первые фундаментальные исследования фотоэффекта были выполнены русским физиком А.Г.Столетовым. На рис. 7.1 показана схема установки для изучения внешнего фотоэффекта в металлах. Свет падает через кварцевое окошко Д на поверхность катода из исследуемого металла. Два электрода: катод К и анод А подключены к батарее так, что с помощью потенциометра R можно менять значение и знак подаваемого напряжения. Ток, возникающий

при освещении катода монохроматическим светом, измеряется гальванометром. Облучая катод светом различных длин волн, Столетов установил следующие закономерности:

1. Наиболее эффективное воздействие оказывает ультрафиолетовый свет.
2. Под действием света вещество теряет только отрицательные заряды.
3. Сила тока, возникающая под действием света прямо пропорциональна его интенсивности.

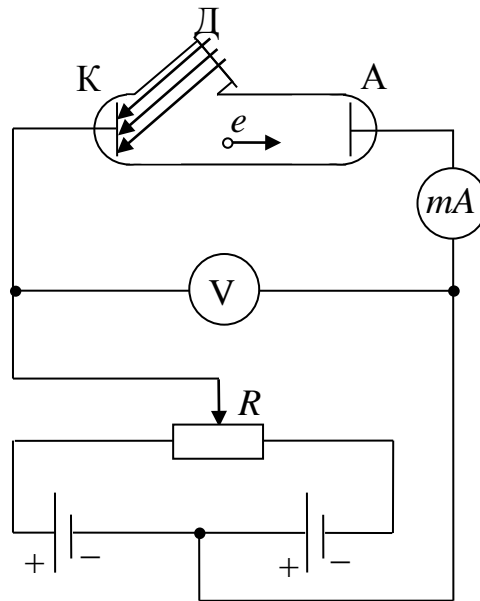


Рис. 7.1

На установке Столетова можно исследовать *вольт-амперную характеристику фотоэффекта* – зависимость фототока I от напряжения U между электродами. (рис. 7.2).

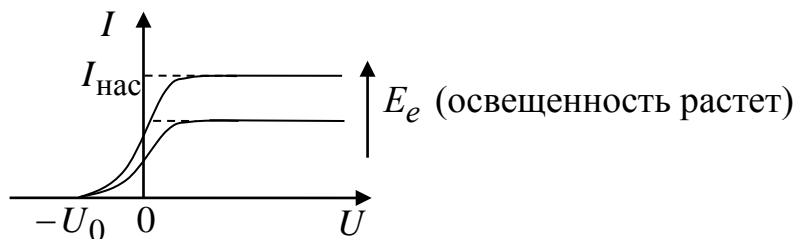


Рис. 7.2

Существование фототока при $U = 0$ и отрицательных значениях от 0 до $-U_0$ свидетельствует о том, что фотоэлектроны выходят из катода, имея начальную скорость и кинетическую энергию, т.е. достигают анода и при $U = 0$. Чтобы фототок стал равен 0 , необходимо приложить задерживающее напряжение U_0 . Максимальная скорость фотоэлектронов v_{\max} связана с задерживающим напряжением U_0 соотношением

$$\frac{m\nu_{\max}^2}{2} = eU_0, \quad (7.1)$$

где e и m – заряд и масса электрона. Таким образом, измерив U_0 , можно определить максимальную скорость ν_{\max} и кинетическую энергию фотоэлектронов.

Фототок увеличивается с ростом U лишь до определенного значения – *фототока насыщения* $I_{\text{нас}}$. При фототоке насыщения все электроны, вылетающие из катода под действием света, достигают анода. Если n – это число электронов, испускаемых катодом за 1 с, то ток насыщения $I_{\text{нас}} = en$.

Опытным путем установлены *три закона внешнего фотоэффекта*.

1. Закон Столетова: *при неизменном спектральном составе света, падающего на фотокатод, фототок насыщения $I_{\text{нас}}$ пропорционален энергетической освещенности катода E_e*

$$I_{\text{нас}} \sim E_e. \quad (7.2)$$

Или: *при фиксированной частоте падающего света число фотоэлектронов, вырываемых из катода в единицу времени, пропорционально интенсивности света $n \sim E_e$* :

2. *Для данного фотокатода максимальная начальная скорость фотоэлектронов зависит от частоты света и не зависит от его интенсивности.*

3. *Для каждого фотокатода (вещества) существует красная граница внешнего фотоэффекта, т.е. минимальная частота света ν_0 , при которой еще возможен внешний фотоэффект; эта частота ν_0 зависит от материала вещества и состояния его поверхности.*

Второй и третий закон внешнего фотоэффекта не удается объяснить на основе классической электромагнитной теории света. Согласно этой теории вырывание электронов проводимости из металла является результатом их «раскачивания» в электромагнитном поле волны, которое должно усиливаться при увеличении интенсивности света и пропорциональной ей энергетической освещенности фотокатода (т.е. с увеличением интенсивности света, электроны получают большую кинетическую энергию). Однако этот вывод противоречит *второму* закону фотоэффекта.

Согласно волновой теории, энергия, передаваемая электронам пропорциональна интенсивности света. Следовательно, свет любой частоты, но достаточно большой интенсивности должен выбивать электроны из металла, т.е. *красной границы* фотоэффекта не должно быть, а это

противоречит *третьему закону фотоэффекта*. Таким образом, волновая теория при объяснении законов фотоэффекта зашла в тупик.

7.3. Квантовая теория внешнего фотоэффекта

Лишь квантовая теория света позволила успешно объяснить законы внешнего фотоэффекта. Развивая идеи М. Планка о квантовании энергии атомов – квантовых осцилляторов, А. Эйнштейн в 1905 году высказал гипотезу о том, что свет не только излучается, но так же распространяется в пространстве и поглощается веществом в виде отдельных *дискретных* квантов электромагнитного излучения – фотонов. Все фотоны монохроматического света частоты ν имеют одинаковую энергию $\varepsilon = h\nu$, где h – постоянная Планка, и движутся в пространстве со скоростью света c в вакууме. При внешнем фотоэффекте электрон проводимости металла, поглощая фотон, получает его энергию $h\nu$. Для выхода из металла электрон должен совершить работу выхода $A_{\text{вых}}$.

Закон сохранения энергии при фотоэффекте. Энергия падающего фотона расходуется на совершение электроном работы выхода $A_{\text{вых}}$ из металла и на сообщение вылетевшему фотоэлектрону максимальной кинетической энергии

$$h\nu = A_{\text{вых}} + \frac{m\nu_{\text{max}}^2}{2}. \quad (7.3)$$

Это уравнение получило название – уравнение Эйнштейна. Проанализируем его.

1. По Эйнштейну, каждый фотон поглощается только одним электроном, поэтому число вырванных фотоэлектронов должно быть пропорционально интенсивности света.

2. Из уравнения Эйнштейна следует, что максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона линейно возрастает с увеличением частоты падающего света и не зависит от его интенсивности (числа фотонов), так как ни работа выхода $A_{\text{вых}}$, ни частота ν от интенсивности света не зависят

$$eU_0 = \frac{m\nu_{\text{max}}^2}{2} = h\nu - A_{\text{вых}}.$$

3. Для данного металла работа выхода $A_{\text{вых}} = \text{const}$. С уменьшением частоты света кинетическая энергия фотоэлектронов уменьшается, поэтому при частоте $\nu = \nu_0$, соответствующей *красной границе* фотоэффекта, кинетическая энергия фотоэлектронов станет равной нулю и фотоэффект

прекратится. Тогда из уравнения Эйнштейна (7.3) при частоте $\nu = \nu_0$ следует, что красная граница фотоэффекта зависит только от работы выхода электрона из металла

$$\nu_0 = \frac{A_{\text{ВЫХ}}}{h}. \quad (7.4)$$

4. *Фотоэффект* безынерциален, т.е. испускание фотоэлектронов происходит сразу, как только на фотокатод падает излучение с частотой $\nu \geq \nu_0$. Это свойство внешнего фотоэффекта явилось еще одним подтверждением квантового характера взаимодействия света с веществом. Заметим, что согласно классическим волновым представлениям требуется довольно значительное время для того, чтобы электромагнитная волна заданной интенсивности могла передать электрону энергию, достаточную для совершения им работы выхода.

5. При очень больших интенсивностях света, достижимых с помощью *лазеров*, наблюдается *многофотонный* или нелинейный фотоэффект, при котором электрон может одновременно получить энергию не одного, а N – фотонов. Уравнение Эйнштейна для многофотонного фотоэффекта примет следующий вид

$$Nh\nu = A + \frac{m\nu_{\text{max}}^2}{2}. \quad (7.5)$$

Красная граница N – фотонного фотоэффекта $(\nu_0) \cdot N = \frac{A}{Nh}$ смещается в сторону более длинных волн (меньших частот), т.е. законы фотоэффекта нарушаются.

7.4. Масса и импульс фотона. Давление света.

Согласно квантовой теории свет представляет собой поток особых частиц – *фотонов*, которые обладают энергией $\varepsilon = h\nu$, где h – постоянная Планка; ν – частота света. Эта формула связывает корпускулярные свойства фотона – энергию ε с волновой характеристикой – частотой ν . Световые частицы обладают также *массой* и *импульсом*.

Массу фотона можно определить из закона взаимосвязи между энергией и массой:

$$E = mc^2 \Rightarrow m = \frac{E}{c^2}, \quad (7.6)$$

где c – скорость света в вакууме. Для фотона $E = \varepsilon = h\nu$, тогда масса фотона $m_f = \frac{h\nu}{c^2}$.

Фотоны движутся со скоростью света, они не существуют в состоянии покоя. Их масса покоя равна нулю $m_0 = 0$. Действительно, если свет остановить, то он прекратит свое существование. Это значит, что фотоны будут поглощены атомами или молекулами вещества, а энергия фотонов превратится в другие виды энергии. Так при поглощении света веществом, энергия фотонов переходит к электронам, в результате чего они могут покинуть вещество, т.е. происходит фотоэффект.

Фотон обладает импульсом

$$p_f = m_f c = \frac{h\nu}{c^2} c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}, \quad (7.7)$$

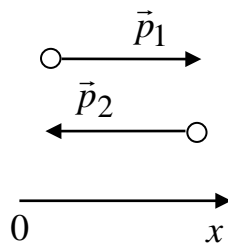
учли что $\frac{c}{\nu} = \lambda$, где λ – длина волны в вакууме; $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка; $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ – скорость света в вакууме.

Так как волновое число $\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda}$, то $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ и для импульса фотона можно записать выражение

$$p_f = \frac{h}{2\pi} k = \hbar k, \quad (7.8)$$

где $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ – постоянная Планка «с чертой».

Экспериментальным доказательством наличия у фотонов импульса является *световое давление*. Свет производит давление на отражающие или поглощающие его тела. В квантовой оптике давление света истолковывается как результат передачи этим телам импульса фотонов при отражении и поглощении света. При столкновении с поверхностью тела каждый фотон передает ей свой импульс.



Пусть перпендикулярно к поверхности падает свет, и на единицу площади в единицу времени падает N фотонов. Часть из них поглотится поверхностью и передаст ей импульс (импульс поглощенного фотона): $p_1 = \frac{h\nu}{c}$. Другая часть фотонов зеркально отразится и полетит в противоположном направлении с импульсом $-p_2$. Импульс p_2 , переданный стенке отраженным фотоном:

$$p_2 = p_1 - (-p_1) = 2p_1 = \frac{2h\nu}{c}. \quad (7.9)$$

Давление света равно импульсу, который передают за 1 секунду все N фотонов, падающих на единицу площади тела. Если обозначить через R – коэффициент отражения света, то число отраженных фотонов: NR , а число поглощенных фотонов: $N(1 - R)$. Следовательно, *давление света*

$$\begin{aligned} P &= RN \frac{2h\nu}{c} + (1 - R)N \frac{h\nu}{c} = \\ &= RN \frac{2h\nu}{c} + N \frac{h\nu}{c} - RN \frac{h\nu}{c} = \frac{RNh\nu}{c} + \frac{Nh\nu}{c} \Rightarrow \\ P &= \frac{Nh\nu}{c}(R + 1), \end{aligned} \quad (7.10)$$

где $Nh\nu = E_e$ – энергия всех фотонов, падающих на единицу площади (1 м^2) поверхности в единицу времени, т.е. *интенсивность волны* или *энергетическая освещенность*. Мы учли, что $\frac{I}{c} = \frac{E_e}{c} = \langle \omega \rangle$ – средняя объемная плотность энергии падающего света. Тогда получим, что давление, производимое светом при нормальном падении на поверхность тела:

$$P = \frac{Nh\nu}{c}(R + 1) = \frac{E_e}{c}(R + 1) = \langle \omega \rangle (R + 1), \quad (7.11)$$

где $\langle \omega \rangle$ – средняя объемная плотность энергии излучения; R – коэффициент отражения света.

Волновая теория объяснила давление света на поверхность металла следующим образом: если электромагнитная волна падает на металл, то под действием электрического поля волны с напряженностью \vec{E} электроны будут двигаться со скоростью \vec{v} в направлении противоположном \vec{E} . И магнитное поле с индукцией \vec{B} действует на движущиеся электроны с силой Лоренца (определяется по правилу левой руки) в направлении, перпендикулярном

поверхности металла. Следовательно, волна оказывает на поверхность металла давление.

7.5. Эффект Комптона

Особенно ярко квантовые свойства света проявляются в *эффекте Комптона*. Американский физик А. Комpton (1892-1962 гг.), исследуя рассеяние монохроматического рентгеновского излучения веществами с легкими атомами (бор, парафин) обнаружил, что в составе рассеянного излучения, наряду с излучением первоначальной длины волны λ , наблюдается длинноволновое излучение λ' .

Эффект Комптона – упругое рассеяние коротковолнового электромагнитного излучения (рентгеновского и γ -излучения) на свободных или слабосвязанных электронах вещества, сопровождающееся длинноволновым излучением λ' . Другими словами, *эффектом Комптона* называется изменение длины волны рентгеновского излучения при его рассеивании веществом, содержащим легкие атомы.

Разность $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ не зависит от длины волны λ падающего света и от природы рассеивающего вещества, а зависит только от угла ϑ между направлением рассеянного и первичного излучения. Величина, определяемая выражением

$$\Delta\lambda = 2\lambda_C \sin^2 \frac{\vartheta}{2} = \lambda_C (1 - \cos \vartheta) \quad (7.12)$$

получила название *комптоновский сдвиг*, где λ' – длина волны рассеянного излучения; λ – длина волны падающего излучения; $\lambda_C = \frac{h}{mc} = 2,43$ пм – комптоновская длина волны электрона; h – постоянная Планка; m – масса электрона; c – скорость света в вакууме.

Рассмотрим как интерпретируют *эффект Комптона* волновая и квантовая теории.

Волновая теория. Эффект Комптона необъясним на основе волновой теории света, согласно которой, механизм рассеяния объясняется «раскачкой» электронов электромагнитным полем падающей волны. В таком случае частота рассеянного излучения должна совпадать с частотой излучения падающего.

Квантовая теория. Согласно квантовой теории, *эффект Комптона* – результат упругого столкновения рентгеновских фотонов со свободными электронами вещества. В процессе столкновения фотон передает электрону часть своей энергии и импульса в соответствии с законами их сохранения с

изменением направления движения (рассеивается) (рис. 7.3). Уменьшение энергии фотона означает увеличение длины волны рассеянного излучения

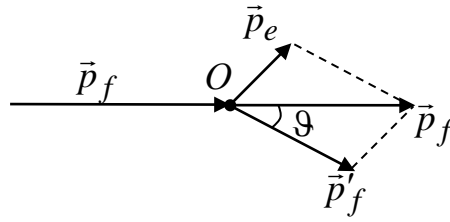


Рис. 7.3

\vec{p}_f – импульс налетающего фотона; \vec{p}_e – импульс электрона отдачи; \vec{p}'_f – импульс рассеянного фотона.

Рассмотрим упругое столкновение двух частиц: покоящегося свободного электрона и налетающего фотона с энергией $\varepsilon = h\nu$ и импульсом $p = \frac{h\nu}{c}$. Если первоначально электрон покоился, то из закона сохранения энергии следует, что

$$W_0 + \varepsilon = W + \varepsilon', \quad (7.13)$$

где $W_0 = mc^2$ – энергия электрона до столкновения; $\varepsilon = h\nu$ – энергия фотона до столкновения; $W = \sqrt{p_e^2 c^2 + m^2 c^4}$ – энергия электрона после столкновения (релятивистская формула); $\varepsilon' = h\nu'$ – энергия рассеянного фотона.

Согласно закона сохранения импульса

$$\vec{p}_f = \vec{p}_e + \vec{p}', \quad (7.14)$$

где $p_f = \frac{h\nu}{c}$ – импульс налетающего фотона; $p' = \frac{h\nu'}{c}$ – импульс рассеянного фотона.

Запишем уравнение (7.13) в виде

$$mc^2 + h\nu = \sqrt{p_e^2 \cdot c^2 + m^2 c^4} + h\nu'. \quad (7.15)$$

Из треугольника $O\vec{p}_e\vec{p}_f$ следует

$$p_e^2 = |\vec{p}_f|^2 + |\vec{p}'|^2 - 2|p_f||p'|\cos\vartheta$$

или

$$p_e^2 = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2\frac{h\nu}{c}\frac{h\nu'}{c}\cos\vartheta. \quad (7.16)$$

Решая уравнения (7.15) и (7.16) совместно, получим

$$mc^2 + h\nu - h\nu' = \sqrt{\left(\frac{h^2\nu^2}{c^2} + \frac{h^2\nu'^2}{c^2} - \frac{2h^2\nu\nu'}{c^2}\cos\vartheta\right) \cdot c^2 + m^2c^4};$$

$$m^2c^4 + 2mc^2h(\nu - \nu') + h^2(\nu - \nu')^2 = \frac{h^2\nu^2c^2}{c^2} + \frac{h^2\nu'^2c^2}{c^2} - \frac{2h^2\nu\nu'c^2}{c^2}\cos\vartheta + m^2c^4;$$

$$2mc^2h(\nu - \nu') + h^2(\nu - \nu')^2 = h^2\nu^2 + h^2\nu'^2 - 2h^2\nu\nu'\cos\vartheta;$$

$$2mc^2h(\nu - \nu') + h^2\nu^2 - 2h^2\nu\nu' + h^2\nu'^2 = h^2\nu^2 + h^2\nu'^2 - 2h^2\nu\nu'\cos\vartheta;$$

$$2mc^2h(\nu - \nu') - 2h^2\nu\nu' = -2h^2\nu\nu'\cos\vartheta;$$

$$mc^2h(\nu - \nu') = h^2\nu\nu'(1 - \cos\vartheta).$$

Учтем, что $\nu = \frac{c}{\lambda}$; $\nu' = \frac{c}{\lambda'}$; $\lambda = \frac{c}{\nu}$; $\lambda' = \frac{c}{\nu'}$; $\Delta\lambda = \lambda - \lambda'$, следовательно,

$$\nu - \nu' = \frac{h\nu\nu'(1 - \cos\vartheta)}{mc^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{c}{\lambda} - \frac{c}{\lambda'} = \frac{h}{mc^2} \frac{c^2}{\lambda\lambda'} (1 - \cos\vartheta)$$

$$\frac{(\lambda' - \lambda)c}{\lambda\lambda'} = \frac{h}{m\lambda\lambda'} (1 - \cos\vartheta);$$

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos\vartheta) \Rightarrow$$

$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos\vartheta) = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\vartheta}{2}$ — формула Комптона для КОМПТОНОВСКОГО СДВИГА.

Подстановка значений h , m и c в эту формулу дает комптоновскую длину волны электрона $\lambda_C = \frac{h}{mc} = 2,426 \text{ пм}$.

Отличие эффекта Комптона от фотоэффекта состоит в том, что хотя оба явления обусловлены взаимодействием фотонов с электронами, но в первом случае фотон рассеивается, во втором – поглощается. Рассеяние происходит при взаимодействии фотона со свободным электроном, а фотоэффект – со связанными электронами.

7.6. Корпускулярно-волновая двойственность света

Явления, подтверждающие квантовые представления о природе света: излучение черного тела, фотоэффект, эффект Комптона.

Явления, подтверждающие волновую природу света: интерференция, дифракция, поляризация света.

Явления, объясняемые как волновой, так и квантовой теориями: давление и преломление света.

Основные уравнения, связывающие корпускулярные свойства электромагнитного излучения (энергия, импульс фотона) с волновыми свойствами (частота (длина) волны):

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda}; \quad p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}. \quad (7.17)$$

Вывод: Электромагнитное излучение обнаруживает единство корпускулярных и волновых свойств. Свет, обладая *одновременно* корпускулярными и волновыми свойствами, обнаруживает определенные закономерности в их проявлении:

1. Чем больше длина волны, тем *меньше* энергия $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}$ и импульс фотона $p = \frac{h}{\lambda}$, тем труднее обнаружить квантовые свойства света.

Например: внешний фотоэффект происходит только при энергиях фотонов больших или равных работе выхода электрона из вещества (с этим связано существование «красной границы» фотоэффекта).

2. Чем меньше длина волны, тем больше энергия и импульс фотона, тем труднее обнаружить волновые свойства этого излучения.

Например: рентгеновские лучи дифрагируют только на кристаллической решетке твердого тела.

Вывод: Физики пришли к выводу, что двойственную природу света надо признать как факт. Свет – более сложное явление, чем просто волна или поток частиц. Электромагнитное излучение есть поток квантов, которым присущи волновые свойства. Волновые свойства кванта проявляются в том, что для него нельзя указать точно, в какую именно точку пространства он

попадет. Можно говорить лишь о вероятности попадания каждого кванта в различные точки пространства.

Контрольные вопросы

1. В чем заключается явление фотоэффекта и каковы его законы? Сформулируйте их.
2. Что такое вольт-амперная характеристика фотоэффекта, задерживающее напряжение, фототок насыщения?
3. Что называется «красной границей» фотоэффекта?
4. Запишите и сформулируйте уравнение Эйнштейна для фотоэффекта.
5. Что такое фотон, какова его энергия, масса, импульс, условия существования?
6. Выведите формулу давления света. Как объясняется явление светового давления с точки зрения классической волновой теории и квантовой теории?
7. Что представляет собой эффект Комптона, что такое комптоновский сдвиг?
8. В чем отличие характера взаимодействия фотона и электрона при фотоэффекте и эффекте Комптона?
9. В каких явлениях проявляется волновая природа света, квантовая природа света? Какие уравнения связывают квантовые свойства электромагнитного излучения и волновые свойства? В чем заключается двойственная природа света?

Задачи.

1. Какую максимальную кинетическую энергию имеют вырванные из лития электроны при облучении металла светом частотой 10^{15} Гц. Работа выхода электронов равна 2,4 эВ ($1 \text{ Дж} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ эВ}$). [1,74 эВ].
2. С какой длиной волны следует направить свет на поверхность вещества, чтобы максимальная скорость вылетающих электронов была 2000 км/с? Красная граница фотоэффекта для данного вещества – 690 нм.
3. Фотон с энергией 1,025 МэВ рассеялся на первоначально покоившемся свободном электроне. Определите угол рассеяния фотона, если длина волны рассеянного фотона оказалась равной комптоновской длине волны $\lambda_C = 2,43 \text{ пм}$. [60°].

ЛЕКЦИЯ 8. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

Квантовая механика описывает законы движения и взаимодействия микрочастиц с учетом их волновых свойств.

8.1. Гипотеза де Бройля. Волны де Бройля

Корпускулярно-волновой дуализм (двойственность), характерный для электромагнитного излучения, присущ материи вообще. По современным представлениям не только фотоны, но и частицы вещества проявляют двойственность. Идея о волновых свойствах вещества принадлежит *де Бройлю* и высказана им в 1923 году.

По идее де Бройля движение микрочастицы (электрона, протона, нейтрона, атома, и т.д.) связано с волновым процессом, длина волны которого зависит от импульса частицы, так же как и в случае фотона. Де Бройль исходил из сложившихся к тому времени представлений о *корпускулярно-волновом дуализме света*: световая волна, частота которой ν за период колебаний $T = \frac{1}{\nu}$, распространяется на расстояние, равное длине

волны: $\lambda = cT = \frac{c}{\nu}$. Используя это соотношение, выражение для импульса фотона можно записать в виде:

$$p_f = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}. \quad (8.1)$$

Де Бройль предположил, что соотношение (8.1) *универсально* и, следовательно, справедливо для волнового процесса, связанного с движущейся частицей. Таким образом, частице, обладающей импульсом p , соответствует волновой процесс, длина волны которого равна

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m\nu}, \quad (8.2)$$

где m – масса частицы; ν – скорость ее движения; h – постоянная Планка. Соотношение (8.2) принято называть *формулой де Бройля*, а волну, связанную с движущейся частицей, *волной де Бройля*.

Формула де Бройля может быть записана и в другой форме:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE_k}}, \quad (8.3)$$

где $E_{\text{к}} = \frac{m\nu^2}{2}$ – кинетическая энергия частицы. Учли, что

$$E_{\text{к}} = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow p = \sqrt{2mE_{\text{к}}}.$$

Запишем формулы, связывающие *корпускулярные свойства* (энергия и импульс) и *волновые характеристики микрочастиц* (частота (длина) волны). Формулы эти такие же что и для фотона:

$$E = h\nu = \hbar\omega; \quad p = \frac{h}{\lambda} = \hbar k,$$

где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число; $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ – постоянная Планка; $\omega = 2\pi\nu$ – циклическая частота.

Волны де Бройля обладают следующими свойствами:

1) *Фазовая скорость* волн де Бройля (для свободно движущейся со скоростью ν частицы массой m):

$$\nu_{\text{фаз}} = \frac{\omega}{k} = \frac{\hbar\omega}{\hbar k} = \frac{E}{p} = \frac{mc^2}{m\nu} = \frac{c^2}{\nu}, \quad (8.4)$$

где ν – скорость движения частицы; $\nu_{\text{фаз}}$ – фазовая скорость волны де Бройля. Так как $c > \nu$, то *фазовая скорость волн де Бройля больше скорости света в вакууме.*

2) *Групповая скорость* волн де Бройля:

$$U = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(\hbar\omega)}{d(\hbar k)} = \frac{dE}{dp} = \frac{d\left(\frac{p^2}{2m}\right)}{dp} = \frac{p}{m} = \frac{m\nu}{m} = \nu. \quad (8.5)$$

Формула (8.5) выражает важный физический смысл: *групповая скорость волн де Бройля равна скорости частицы, т.е. волны де Бройля перемещаются вместе с частицей.*

3) Волны де Бройля испытывают *дисперсию*. Из выражения (8.4) следует, что

$$\nu_{\text{фаз}} = \frac{E}{p} = \frac{p}{2m} = \frac{\hbar k}{2m}, \quad (8.6)$$

т.е. *фазовая скорость зависит от длины волны (частоты)*, поскольку $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ (учли, что $p = \hbar k$).

Возникает вопрос, если корпускулярно-волновой дуализм является общим свойством материи, то почему волновые свойства не обнаруживаются у макроскопических тел, например, у летящей пули? Ответ на этот вопрос связан с особенностью формулы де Бройля и всех других формул квантовой механики, содержащих постоянную Планка ($h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с).

Если в формулах квантовой механики нельзя пренебречь постоянной Планка, то мы всегда будем получать неклассические результаты. И наоборот, если в формулах можно считать, что $h \rightarrow 0$, то результаты квантовой механики совпадают с результатами механики Ньютона. В частности, для тел, масса которых несоизмеримо велика по сравнению с массой частиц вещества (атомов, молекул), можно считать, что $h \rightarrow 0$ и никаких волновых свойств у таких тел не обнаружится ($\lambda \rightarrow 0$).

Пример 1. Определим длину волны де Бройля для пули ($m = 10^{-3}$ кг), летящей со скоростью $v = 10^2$ м/с.

По формуле де Бройля

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{10^{-3} \text{ кг} \cdot 10^2 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 6,62 \cdot 10^{-33} \text{ м}.$$

Волна, имеющая такую длину волны, никаким опытом не может быть обнаружена. Поэтому считается, что *макроскопические тела* проявляют только одну сторону своих свойств – корпускулярную и не проявляют волновую.

Пример 2. Определим длину волны де Бройля для электрона ($m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг), ускоренного в электрическом поле с разностью потенциалов $\Delta\phi$ вольт. Заряд электрона равен $1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

В электрическом поле электрон приобретает энергию

$$E_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2} = e\Delta\phi.$$

По формуле де Бройля (8.3) получим:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE_{\text{к}}}} = \frac{h}{\sqrt{2m\Delta\phi e}} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{\Delta\phi} \sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}} = \frac{12,25}{\sqrt{\Delta\phi}} 10^{-10} \text{ м}.$$

Таким образом, электрону, ускоренному в электрическом поле с разностью потенциалов $\Delta\phi$, соответствует волна де Бройля с длиной волны

$$\lambda = \frac{12,25}{\sqrt{\Delta\varphi}} \text{ \AA},$$

где $\Delta\varphi$ – число, выражающее разность потенциалов в вольтах.

Например, электроны, ускоренные в электрическом поле с разностью потенциалов в 50 В, имеют длину волны де Бройля $\lambda = 1,73 \text{ \AA} = 1,73 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 17,3 \text{ нм}$, т.е. того же порядка, что и волны рентгеновских лучей, используемых при исследовании структуры кристаллов. Волновые свойства летящих электронов были обнаружены в опытах при изучении их прохождения через тонкие пленки кристаллических веществ: наблюдалась дифракция, как и в случае рентгеновских лучей, что подтвердило гипотезу де Бройля о двойственности природы движущихся частиц.

Открытие волновых свойств микрочастиц привело к появлению и развитию новых методов исследования структуры вещества, как электронография, нейтронография. Возникла новая отрасль науки – электронная оптика.

Вывод: волновые свойства присущи микрочастицам, и можно описывать движение микрочастиц в виде волнового процесса, характеризующегося определенной длиной волны, рассчитываемой по формуле де Бройля.

8.2. Статистический смысл волн де Бройля

До сих пор говорилось, что движущиеся частицы обладают волновыми свойствами, и вопрос о природе этих волн не затрагивался. Волны де Бройля имеют специфическую природу, не имеющую аналогии среди волн, изучаемых в классической физике. Волны де Бройля – это не электромагнитные и не механические волны, распространяющиеся в среде! У них другая физическая природа.

Ранее было показано, что интенсивность электромагнитной волны (следовательно, и световой) пропорциональна квадрату ее амплитуды $I \sim E_0^2$. Введем величину, называемую *волновой функцией*, которая обозначается в квантовой механике буквой Ψ («пси»). Она является аналогом амплитуды E_0 в случае света. Дифракционная картина, которая наблюдается в опытах по рассеянию электронов и других частиц на кристаллах является проявлением статистической закономерности, согласно которой частицы попадают в определенные места, где интенсивность волны де Бройля оказывается наибольшей. *Квадрат модуля амплитуды волны де Бройля в данной точке является мерой вероятности того, что частица обнаруживается в этой*

точке. Частицы не обнаруживаются в тех местах, где квадрат модуля амплитуды волны де Бройля или, как еще говорят, «волны вероятности», обращаются в нуль.

Если свободно движущейся частице, согласно идее де Бройля, сопоставляется плоская волна, то уравнение плоской волны де Бройля для свободной частицы, движущейся вдоль оси OX имеет вид:

$$\psi(x, t) = Ae^{\frac{i}{\hbar}(Et - px)} \quad (8.7)$$

(учтено, что в одномерном случае уравнение плоской волны имеет вид $\xi(x, t) = A\cos(\omega t - kx)$, или в комплексной записи $\xi(x, t) = Ae^{\frac{i}{\hbar}(Et - px)}$, а также формулы: $E = h\nu = \hbar\omega$; $p = \frac{h}{\lambda} = \hbar k$).

8.3. Волновая функция и ее свойства

Положение частицы в пространстве в данный момент времени определяется в квантовой механике заданием *волновой функции* (пси-функции) $\psi(x, y, z, t)$ – *амплитуды вероятности*. Она – носитель информации о корпускулярных и волновых свойствах микрочастиц. Какими же свойствами обладает волновая функция?

1. Вероятность dW нахождения частицы в элементе объемом dV в момент времени t пропорциональна $|\psi|^2$ и элементу объема dV :

$$dW = |\psi|^2 dV, \quad (8.8)$$

где $|\psi|^2$ – квадрат модуля ψ -функции.

2. Квадрат модуля ψ -функции равен $|\psi|^2 = \psi\psi^*$, где ψ^* – функция комплексно сопряженная с ψ .

3. Квадрат модуля волновой функции имеет смысл *плотности вероятности* и определяет вероятность пребывания частицы в окрестности точки с координатами (x, y, z) :

$$|\psi|^2 = \frac{dW}{dV} = \rho \quad (8.9)$$

Отметим, что *физический смысл имеет не сама волновая функция ψ , а квадрат модуля ψ -функции*. Таким образом, если ψ -функция – это амплитуда вероятности, то интенсивность волн де Бройля определяется величиной $|\psi|^2$.

Вероятность найти частицу в момент времени t в конечном объеме V равна

$$W = \int_V dW = \int_V |\psi|^2 dV. \quad (8.10)$$

4. Поскольку $|\psi|^2 dV$ – определяется как вероятность, то необходимо волновую функцию нормировать так, чтобы вероятность достоверного события обращалась в единицу по всему бесконечному пространству. Запишем условие *нормировки вероятности*:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi|^2 dV = 1. \quad (8.11)$$

Условие нормировки указывает на то, что пребывание частицы где-либо в пространстве есть достоверное событие и его вероятность должна быть равна единице, т.е. частица объективно существует во времени и в пространстве, и она заведомо будет где-нибудь обнаружена.

5. *Волновая функция* – объективная характеристика состояния микрочастиц и поэтому должна удовлетворять ряду ограничений: а) она должна быть *конечной* (вероятность не может быть больше единицы); б) *однозначной* (вероятность не может быть неоднозначной величиной); в) *непрерывной* и *иметь непрерывную первую производную* (вероятность не может изменяться скачком).

Таким образом, вероятность нахождения частицы в том или ином элементе объема не может быть величиной неоднозначной, бесконечной или скачкообразно меняющейся от точки к точке.

5. Волновая функция удовлетворяет *принципу суперпозиции*:

$$\psi = \sum_n c_n \psi_n. \quad (8.12)$$

Этот принцип означает, если какая-либо система (частица или их совокупность) может находиться в различных состояниях, описываемых волновыми функциями $\psi_1, \psi_2, \psi_3 \dots \psi_n$, то она может находиться в состоянии ψ , описываемом линейной комбинацией этих функций. Здесь c_n ($n=1, 2, \dots$) – произвольные комплексные числа, при этом $|c_n|^2$ –

вероятность обнаружить, что система, представленная состоянием ψ может оказаться в состоянии ψ_n .

7. Волновая функция $\psi(x, y, z, t)$, являясь основной характеристикой состояния микрообъектов (атомов, молекул, элементарных частиц), позволяет в квантовой механике вычислять *средние значения* физических величин, характеризующих объект, находящийся в состоянии, описываемом волновой функцией ψ :

$$\langle L \rangle = \iiint L |\psi|^2 dx dy dz, \quad (8.13)$$

где $\langle L \rangle$ – среднее значение величины L . Интегрирование проводится по координатам x , y и z от $-\infty$ до $+\infty$, т.е. по всему бесконечному пространству.

8.4. Соотношение неопределенностей Гейзенберга

Во многих случаях классические представления (например, в каждый момент времени частица занимает в пространстве строго определенное место (x, y, z) и обладает определенным импульсом) *неприменимы* для описания микрообъектов. *Гейзенберг* выдвинул идею о принципиальной невозможности характеризовать микрообъект одновременно и координатой и импульсом.

Согласно соотношению неопределенностей Гейзенберга *микрочастица не может иметь одновременно точных значений координаты (x, y, z) и соответствующих компонентов импульса (p_x, p_y, p_z)* , причем неопределенности этих величин удовлетворяют условиям:

$$\begin{aligned} \Delta x \Delta p_x &\geq \hbar; \\ \Delta y \Delta p_y &\geq \hbar; \\ \Delta z \Delta p_z &\geq \hbar; \end{aligned} \quad (8.14)$$

Таким образом, *произведение неопределенностей координаты и соответствующей ей проекции импульса не может быть меньше величины порядка \hbar* , где $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж · с.

Физический смысл соотношения неопределенностей Гейзенберга: *для микрочастицы не существует состояний, в которых ее координаты и импульс имели бы одновременно точные значения*. То есть, если микрочастица находится в состоянии с точным значением координаты

($\Delta x = 0$), то в этом состоянии соответствующая ей составляющая импульса оказывается совершенно неопределенной ($\Delta p_x \rightarrow \infty$) и наоборот.

Можно записать соотношение неопределенностей Гейзенберга для энергии и времени

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar, \quad (8.15)$$

где ΔE – неопределенность энергии некоторого состояния системы; Δt – промежуток времени, в течение которого существует это состояние.

Физический смысл соотношения неопределенности для энергии и времени: из-за конечности времени жизни атомов в возбужденном состоянии энергия возбужденных состояний атомов не является точно определенной, поэтому частота излученного фотона также должна иметь неопределенность $\Delta \nu = \frac{\Delta E}{\hbar}$. Тогда линии спектра должны иметь частоту $\Delta \nu = \pm \frac{\Delta E}{\hbar}$.

Действительно, опыт показывает, что все спектральные линии размыты.

Таким образом, в квантовой механике показывается, что существует предел точности измерений, который не зависит от степени совершенства измерительного прибора, а носит принципиальный характер. Этот предел обусловлен двумя факторами: неизбежным взаимодействием измеряемого объекта и измеряющего прибора и двойственностью природы света и вещества. Невозможно произвести измерение, не внося возмущение в измеряемый объект. Например, мы ищем в темной комнате на ощупь мячик. Дотронувшись до него в темноте, мы обязательно его сдвинем. Если мы будем искать мячик с помощью фонарика, то, фотоны передадут ему свой импульс, что не приведет, конечно, к перемещению мячика, так как у него велика масса, но в случае микрообъектов этот импульс будет играть весьма существенную роль.

Роль двойственности природы света проявляется при попытке измерения положения электрона с помощью фотонов. Точность наблюдения не может превышать длины волны, т.е. неопределенность координаты $\Delta x \sim \lambda$. Чтобы увеличить точность измерения, нужно уменьшить длину волны, но в этом случае растет энергия фотона $\varepsilon = h\nu = hc/\lambda$. Эта энергия будет передаваться фотону и изменит его импульс. Таким образом, сам акт наблюдения вносит неопределенность либо в положение фотона, либо в импульс. Отметим, что соотношение неопределенностей Гейзенберга справедливо не только для электронов, но и для любых объектов. Они играют существенную роль в микромире, а в макромире оно не существенно, ввиду малости постоянной Планка.

Контрольные вопросы

1. Что изучает квантовая механика?
2. В чем заключается гипотеза де Бройля? Что представляет собой волна де Бройля, какова ее длина, фазовая и групповая скорость?
3. Запишите формулы, связывающие корпускулярные и волновые характеристики микрочастиц. Почему волновые свойства, присущие микрочастицам, не обнаруживаются у макроскопических тел? Приведите примеры.
4. Какова физическая природа волн де Бройля? Запишите уравнение плоской волны де Бройля.
5. Что такое волновая функция? Каков физический смысл волновой функции? Что определяет квадрат модуля волновой функции? Каковы ее свойства?
6. В чем заключается соотношение неопределенностей Гейзенберга? Каков их физический смысл?
7. Объясните физический смысл соотношения неопределенностей для энергии E и времени t : $\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$.

Задачи

1. Заряженная частица, ускоренная разностью потенциалов $U = 500$ В имеет длину волны де Бройля $\lambda = 1,282$ пм. Принимая заряд этой частицы, равный заряду электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, определите ее массу. [$m = 1,672 \cdot 10^{-27}$ кг].
2. Протон движется в однородном магнитном поле с индукцией $B = 15$ мТл по окружности радиусом $R = 1,4$ м. Определите длину волны де Бройля для протона. [0,197 пм].
3. Определите отношение неопределенностей скорости электрона, если его координата установлена с точностью до 10^{-5} м, и пылинки массой $m = 10^{-12}$ кг, если ее координата установлена с такой же точностью. [$\Delta v_e / \Delta v_l = 1,1 \cdot 10^{18}$].
4. Волновая функция $\Psi = A \sin(2\pi x/l)$ определена только в области $0 \leq x \leq l$. Используя условие нормировки, определите нормировочный множитель A . [$A = \sqrt{\frac{2}{l}}$].

ЛЕКЦИЯ 9. УРАВНЕНИЕ ШРЕДИНГЕРА И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЯ

Основное уравнение классической механики – уравнение второго закона Ньютона $\vec{F} = m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$. Это уравнение позволяет решить основную задачу классической механики: по данной силе, действующей на тело найти для любого момента времени координаты тела и его скорость, т.е. описать движение.

Сочетание корпускулярных и волновых свойств микрочастиц требует качественно нового подхода к описанию их движения. Уравнение движения микрочастицы – это волновое уравнение, из которого вытекают наблюдаемые на опыте волновые свойства частиц.

Волновое уравнение для микрочастицы, движущейся со скоростью $v \ll c$, сформулировано Э.Шредингером в 1926 г. Это уравнение не выводится, а постулируется. Правильность его подтверждается согласием с опытом, что придает ему характер закона природы.

9.1. Общее уравнение Шредингера

Временным (общим) уравнением Шредингера называется основное дифференциальное уравнение квантовой механики относительно волновой функции $\psi(x, y, z, t)$. Для микрочастицы, движущейся в силовом поле с потенциальной энергией $U(x, y, z, t)$ со скоростью $v \ll c$, где c – скорость света в вакууме, уравнение Шредингера имеет вид

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + U(x, y, z, t) \psi, \quad (9.1)$$

где Δ – оператор Лапласа ($\Delta \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}$); $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ – постоянная

Планка; $i = \sqrt{-1}$ – мнимая единица; m – масса частицы; $\psi(x, y, z, t)$ – волновая функция частицы.

Уравнение Шредингера (9.1) дополняется условиями, накладываемыми на волновую функцию: 1) функция ψ должна быть конечной, однозначной и непрерывной; 2) производные $\frac{\partial \psi}{\partial x}$, $\frac{\partial \psi}{\partial y}$, $\frac{\partial \psi}{\partial z}$, $\frac{\partial \psi}{\partial t}$ должны быть непрерывны;

3) функция $|\psi|^2$ должна быть интегрируема. Последнее условие сводится к

условию нормировки вероятностей, которое показывает, что при определенных условиях частица заведомо будет обнаружена, т.е. говорит об объективном существовании частицы во времени и пространстве.

9.2. Стационарное уравнение Шредингера

Если частица находится в определенном энергетическом состоянии с энергией $E = \text{const}$, то вероятность dW обнаружить ее в элементе объема dV не зависит от времени. Такое состояние частицы называется *стационарным состоянием* (состояние с фиксированными значениями энергии). Это возможно, если силовое поле в котором движется частица стационарно и функция $U = U(x, y, z)$ не зависит явно от времени

Решение общего уравнения Шредингера может быть представлено в виде произведения двух функций, одна из которых есть функция только координат, другая – только времени

$$\psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) e^{-\frac{i}{\hbar}Et}, \quad (9.2)$$

где $\psi(x, y, z)$ – амплитуда волновой функции $\psi(x, y, z, t)$, E – полная энергия частицы.

Подставим решение уравнения Шредингера (9.2) в общее уравнение Шредингера (9.1)

$$i\hbar \left(-\frac{iE}{\hbar} \right) \psi e^{-\frac{i}{\hbar}Et} = -\frac{\hbar^2}{2m} (\Delta \Psi) e^{-\frac{i}{\hbar}Et} + U \psi e^{-\frac{i}{\hbar}Et},$$

разделим на общий множитель $e^{-\frac{i}{\hbar}Et}$ и после преобразований придем к уравнению относительно Ψ -функции

$$E\psi = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + U\psi$$

$$\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + (E - U)\psi = 0$$

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U)\psi = 0. \quad (9.3)$$

Уравнение (9.3) называется *стационарным уравнением Шредингера*.

В уравнение Шредингера в качестве параметра входит полная энергия E частицы. Реальный физический смысл имеют только такие решения, которые выражаются *собственными* волновыми функциями (конечными, однозначными и непрерывными вместе со своими первыми производными). Собственные функции существуют лишь при определенных значениях параметра E , называемых *собственными значениями энергии*. Совокупность собственных значений энергии E образует энергетический спектр частицы. Если $U \rightarrow 0$, то в области $E < 0$ собственные значения энергии образуют дискретный спектр. *Отыскание собственных значений энергии и собственных функций – важнейшая задача квантовой механики.*

9.3. Движение свободной частицы

Свободная частица – частица, движущаяся в отсутствии внешних полей. Так как на свободную частицу не действуют силы (пусть она движется вдоль оси x), то потенциальная энергия частицы $U = \text{const}$ и ее можно принять равной нулю. Тогда полная энергия совпадает с ее кинетической энергией.

Установим для свободной частицы вид волновой функции и вид волнового уравнения. Из опытов по дифракции электронов вытекает, что микрочастица обладает волновыми свойствами плоской волны распространяющейся вдоль оси x

$$\xi(x, t) = Ae^{-i\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right)} = A[\cos(\omega t - kx) - i \sin(\omega t - kx)]. \quad (9.4)$$

Во внимание принимается только вещественная часть этого выражения. Согласно гипотезе де Бройля свободному движению частицы соответствует плоская волна с циклической частотой $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi E}{h} = \frac{E}{\hbar}$ и длиной волны $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{2\pi\hbar}{p}$. Подставим выражения для ω и λ в формулу (9.4)

$$\xi(x, t) = Ae^{-i\left(\frac{E}{\hbar}t - \frac{2\pi px}{2\pi\hbar}\right)} = Ae^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)}$$

и получим *волновую функцию для свободной частицы*, движущейся вдоль оси x :

$$\psi(x, t) = Ae^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)}. \quad (9.5)$$

Функция (9.5) представляет собой плоскую монохроматическую волну де Бройля.

Чтобы найти дифференциальное уравнение, которому удовлетворяет эта волновая функция, воспользуемся соотношением между энергией E и импульсом p ($E = \frac{p^2}{2m}$). Продифференцируем функцию (9.5) один раз по времени и два раза по координате x :

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} EA e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)} = -\frac{i}{\hbar} E \psi; \quad (9.6)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = \left(\frac{i}{\hbar} p\right) A e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)} = \frac{i}{\hbar} p \psi;$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \left(\frac{i}{\hbar} p\right)^2 A e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)} = -\frac{1}{\hbar^2} p^2 \psi. \quad (9.7)$$

Из выражения (9.6) следует, что

$$E = -\frac{\hbar \cdot i}{i \cdot i} \frac{1}{\psi} \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hbar i \frac{1}{\psi} \frac{\partial \psi}{\partial t}.$$

Из выражения (9.7) следует, что

$$p^2 = -\frac{\hbar^2}{\psi} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}.$$

Подставляя в соотношение $E = \frac{p^2}{2m}$ полученные из (9.6) и (9.7) выражения для E и p^2 , получим дифференциальное уравнение

$$\hbar i \frac{1}{\psi} \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{\psi} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \quad \text{или} \quad i \hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}, \quad (9.8)$$

решением которого является волновая функция (9.5): $\psi(x, t) = e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)}$.

Это уравнение совпадает с общим уравнением Шредингера (9.1) при условии, что $U = 0$. Покажем это. Представим волновую функцию

$\psi(x, t) = e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)}$ в виде произведения $\psi(x, t) = e^{-\frac{i}{\hbar}Et} \psi(x)$ и подставим в полученное уравнение (9.8)

$$i\hbar \left(-\frac{i}{\hbar} E \right) \psi e^{-\frac{i}{\hbar}Et} = -\frac{\hbar^2}{2m} e^{-\frac{i}{\hbar}Et} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2},$$

разделим на общий множитель $e^{-\frac{i}{\hbar}Et}$ и получим уравнение Шредингера для свободной частицы, движущейся вдоль оси x

$$E\psi = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E\psi = 0. \quad (9.9)$$

Вывод: Таким образом, частным решением уравнения (9.9) $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E\psi = 0$ является волновая функция $\psi(x, t) = A e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)}$ с собственными значениями энергии

$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{h^2}{\lambda^2} \frac{1}{2m} = \left(\frac{2\pi\hbar}{2\pi\lambda} \right)^2 \frac{1}{2m} = \frac{k^2 \hbar^2}{2m} \quad (9.10)$$

(учли, что $p = \frac{h}{\lambda}$; $\frac{2\pi}{\lambda} = k$; $\frac{h}{2\pi} = \hbar$). Энергия свободной частицы может принимать любые значения (так как волновое число k может принимать любые положительные значения), т.е. *энергетический спектр* свободной частицы является *непрерывным*.

Таким образом, свободная квантовая частица описывается плоской монохроматической волной де Бройля. Плотность вероятности обнаружения частицы в той или иной точке пространства не зависит от времени и равна $|\psi|^2 = \psi\psi^* = |A|^2$, т.е. все положения свободной частицы в пространстве являются равновероятными.

9.4. Частица в одномерной потенциальной «яме» бесконечной глубины

Рассмотрим движение микрочастицы вдоль оси x в силовом поле, определенном следующим образом:

$$U(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } 0 \leq x \leq l \\ \infty & \text{при } x < 0, x > l \end{cases}. \quad (9.11)$$

График потенциальной энергии для этого случая носит название потенциальной «ямы» с бесконечно высокими «стенками», где l – ширина «ямы», а энергия отсчитывается от ее дна (рис. 9.1).

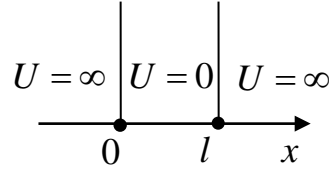


Рис. 9.1

Уравнение Шредингера для стационарных состояний в случае одномерной задачи

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0. \quad (9.12)$$

По условию задачи частица движется в ограниченном пространстве, т.е. не проникает за пределы «ямы». Значит, за пределами «ямы» вероятность ее обнаружения $|\psi|^2 = 0$ и сама волновая функция $\psi = 0$. На границе «ямы» волновая функция тоже обращается в нуль (этого требует условие непрерывности). Следовательно, граничные условия имеют вид $\psi(0) = \psi(l) = 0$.

В пределах «ямы» уравнение Шредингера (9.12) сведется к уравнению

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0 \quad (U = 0) \quad \text{или} \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + k^2 \psi = 0, \quad (9.13)$$

где $k^2 = \frac{2m}{\hbar^2} E$ (см. соотношение 9.10). Уравнение (9.13) – это уравнение

Шредингера для частицы, находящейся в потенциальной «яме». Общим решением этого уравнения является волновая функция

$$\psi(x) = A \sin kx. \quad (9.14)$$

Из условия непрерывности волновой функции следует, что $\psi(x)$ должна быть равна нулю на границах ямы, т.е. должно выполняться условие $\psi(l) = A \sin kl = 0$, что возможно лишь в случае, когда $kl = n\pi$, где n – целое

число ($n = 1, 2, 3, \dots$). Таким образом, необходимо, чтобы $k = \frac{n\pi}{l}$. Условием на границах потенциальной «ямы» удовлетворяет целый набор собственных функций вида

$$\psi_n(x) = A \sin \frac{n\pi}{l} x, \quad (9.15)$$

которые соответствуют различным значениям числа $n = 1, 2, 3, \dots$

Величину постоянной A можно найти из условия нормировки. Частица не может покинуть потенциальную яму, поэтому вероятность найти ее внутри ямы есть вероятность достоверного события и равна единице.

$$W = \int_0^l |\psi|^2 dx = 1, \quad (9.16)$$

где $|\psi|^2 dx = dW$ – вероятность найти частицу в интервале dx .

Вычислим величину интеграла (9.16). Для этого сделаем замену переменных

$$\varphi = \frac{n\pi}{l} x \Rightarrow d\varphi = \frac{n\pi}{l} dx \Rightarrow dx = \frac{l}{n\pi} d\varphi$$

и изменим пределы интегрирования: при $x=0$, $\varphi=0$; при $x=l$, $\varphi=n\pi$.

Тогда условие нормировки (9.16) запишется в виде

$$\begin{aligned} \int_0^l |\psi(x)|^2 dx &= \int_0^l A^2 \sin^2 \frac{n\pi}{l} x dx = A^2 \int_0^l \sin^2 \frac{n\pi}{l} x dx = A^2 \int_0^{n\pi} (\sin^2 \varphi) \frac{l}{n\pi} d\varphi = \\ &= \frac{A^2 l}{n\pi} \int_0^{n\pi} (\sin^2 \varphi) d\varphi = \frac{A^2 l}{2n\pi} \int_0^{n\pi} (1 - \cos 2\varphi) d\varphi = \frac{A^2 l}{2n\pi} \left[\int_0^{n\pi} d\varphi - \int_0^{n\pi} \cos 2\varphi d\varphi \right] = \\ &= \frac{A^2 l}{2n\pi} \left[n\pi - \frac{1}{2} \sin 2\varphi \right] \Big|_0^{n\pi} = \frac{A^2 l}{2n\pi} \cdot n\pi = \frac{A^2 l}{2} = 1 \end{aligned}$$

(учли, что $\sin^2 \varphi = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\varphi)$; $\int \cos ax dx = \frac{1}{a} \sin ax$).

В результате интегрирования получим $\frac{A^2 l}{2} = 1 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2}{l}}$.

Итак, движение частицы в потенциальной «яме» с бесконечно высокими стенками может быть описано набором функций следующего вида:

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi}{l} x, \quad (9.17)$$

где l – ширина ямы, а $n = 1, 2, 3 \dots$ ($n=0$ отпадает, т.к. при этом получается, что $\psi(x)=0$ (внутри ямы), а это соответствует тому, что частица нигде не находится). Функции вида $\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi}{l} x$ – это *собственные волновые функции* частицы, движущейся в силовом поле

$$U(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } 0 \leq x \leq l \\ \infty & \text{при } x < 0, x > l \end{cases}.$$

Ряду собственных волновых функций соответствует дискретный ряд собственных значений энергии E_n . Найдем собственные значения энергии

E_n . Подставим собственную волновую функцию (9.17) $\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi}{l} x$ в

исходное уравнение Шредингера $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0$. Для этого найдем первую, а затем вторую производные от волновой функции $\psi(x)$:

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = -\sqrt{\frac{2}{l}} \frac{n\pi}{l} \cos \frac{n\pi}{l} x; \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -\sqrt{\frac{2}{l}} \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 \sin \frac{n\pi}{l} x.$$

Подставив эти производные в уравнение Шредингера, получим следующее выражение

$$-\sqrt{\frac{2}{l}} \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 \sin \frac{n\pi}{l} x + \frac{2m}{\hbar^2} E \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi}{l} x = 0.$$

После сокращения общих множителей получим равенство:

$$\frac{n^2 \pi^2}{l^2} = \frac{2m}{\hbar^2} E,$$

откуда следует, что собственные значения энергии определяются как

$$E_n = n^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} \quad (n = 1, 2, 3 \dots). \quad (9.18)$$

Вывод: Стационарное уравнение Шредингера, описывающее движение частицы в потенциальной «яме» удовлетворяется целым рядом определенных собственных значений энергии частицы, зависящих от числа $n = 1, 2, 3 \dots$.

Следовательно, энергия частицы в потенциальной «яме», принимает только *определенные дискретные значения, т.е. квантуется.*

Квантованные значения энергии E_n называются *уровнями энергии частицы*, число n (1, 2, 3...), определяющее энергетические уровни частицы называется *главным квантовым числом*.

Таким образом, микрочастица в потенциальной «яме» может находиться только на определенном энергетическом уровне E_n или, как говорят, частица находится *в квантовом состоянии n* . Состояние частицы с наименьшей энергией называется *основным*, а остальные – *возбужденными*.

Собственные значения энергии E_n или уровни энергии принято изображать на графике прямыми горизонтальными линиями. Схема энергетических уровней изображена на рис. 9.2.

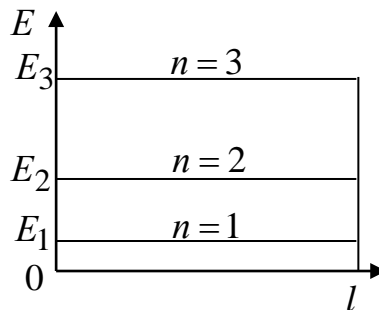


Рис. 9.2

Оценим разность энергий двух соседних уровней. Из выражения (9.18) следует, что энергетический интервал между соседними уровнями равен

$$\Delta E = E_{n+1} - E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} [2n + 1] \approx \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} 2n \Rightarrow \Delta E \approx \frac{\pi^2 \hbar^2}{ml^2} n.$$

Пример 1: Для электрона при размерах ямы l порядка 10^{-1} м (свободные электроны в металлах), $\Delta E \approx 10^{-35}$ н Дж $\approx 10^{-16}$ нэВ (1 эВ = $1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж), т.е. энергетические уровни расположены столь тесно, что будут восприниматься как *сплошной спектр* энергии. Таким образом, хотя квантование энергии имеет место, но на характере движения частицы оно сказываться не будет.

Пример 2: Если электрон движется в области атомарных размеров ($\sim 10^{-10}$ м), то

$$\Delta E \approx \frac{(3,14)^2 \cdot (1,05)^2 \cdot 10^{-68}}{10^{-30} \cdot 10^{-20}} \approx 10^{-17} \text{ н Дж} \approx 10^2 \text{ н эВ},$$

В этом случае дискретность энергетических уровней будет проявляться весьма заметно. Соседние уровни энергии образуют *линейчатый спектр*.

Вывод: Разность энергий двух соседних уровней увеличивается с уменьшением массы частицы и ширины потенциальной ямы (области движения микрочастицы).

Графики собственных волновых функций (а) и кривые распределения плотности вероятности пребывания микрочастицы в разных местах отрезка l (б) приведены на рис. 9.3.

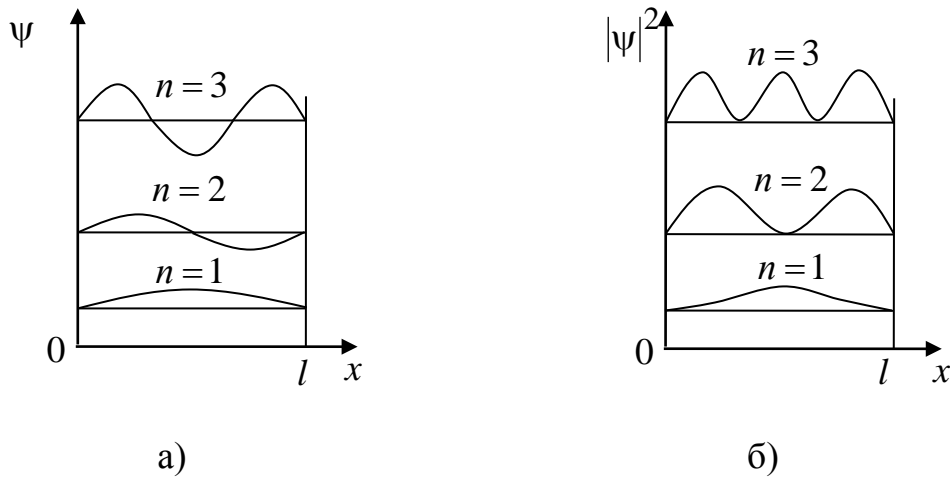


Рис. 9.3

Из рис. 9.3 видно, что вероятность пребывания микрочастицы в разных местах отрезка l неодинакова. Например, частица в квантовом состоянии с $n=2$ не может быть обнаружена в середине потенциальной «ямы», но одинаково часто бывает как в левой, так и в правой половине «ямы». Следовательно, понятие траектории неприменимо к микрочастице.

С ростом n число максимумов на кривой распределения вероятности растет и при большом n становится настолько велико, что вероятность нахождения микрочастицы во всех местах отрезка l практически одна и та же, как для классической частицы. Если n велико, то можно говорить о практически непрерывной последовательности уровней энергии и характерная особенность квантовых процессов – дискретность – сглаживается. Этот результат является частным случаем *принципа соответствия Бора*, согласно которому выводы и законы квантовой механики при больших значениях квантовых чисел, должны соответствовать выводам и законам классической физики.

ЛЕКЦИЯ 10. УРАВНЕНИЕ ШРЕДИНГЕРА И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЯ

10.1. Прохождение частицы сквозь потенциальный барьер. Туннельный эффект

Рассмотрим простейший потенциальный барьер прямоугольной формы для одномерного движения частицы (рис. 10.1)

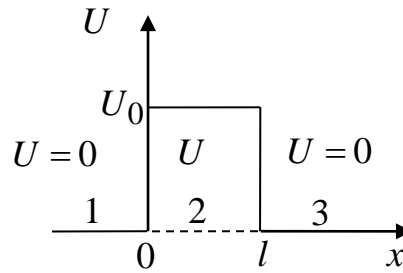


Рис. 10.1

Потенциальная энергия U принимает следующие значения

$$U(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 & \text{(область 1)} \\ U, & 0 \leq x \leq l & \text{(область 2)} \\ 0, & x > l & \text{(область 3)} \end{cases}.$$

Классическая частица беспрепятственно пройдет над барьером (при $E > U$), либо отразится от него (при $E < U$) и будет двигаться в обратную сторону, т.е. она не может проникнуть сквозь барьер. Для микрочастицы, даже при $E > U$, имеется отличная от нуля вероятность, что частица отразится от барьера и будет двигаться в обратную сторону. При $E < U$ имеется также отличная от нуля вероятность, что частица окажется в области $x > l$, т.е. проникнет сквозь барьер. Эти выводы следуют из уравнения Шредингера, описывающего движение микрочастицы при условиях данной задачи.

Рассмотрим случай, когда энергия частицы больше высоты потенциального барьера $E > U_0$ (рис. 10.2). Стационарное уравнение Шредингера для каждой из трех областей может быть записано в виде

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} [E - U_0(x)] \psi = 0, \quad (10.1)$$

где U_0 – высота потенциального барьера; E – полная энергия частицы; m – масса частицы.

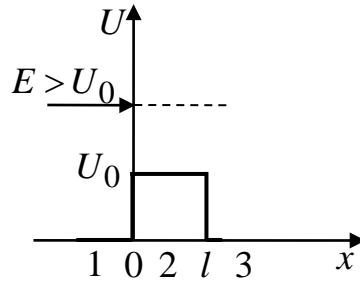


Рис. 10.2

В областях 1 и 3 уравнение Шредингера имеет вид:

$$\frac{\partial^2 \psi_{1,3}}{\partial x^2} + k^2 \psi_{1,3} = 0 \quad (10.2)$$

(для областей 1 и 3 введем обозначение: $\frac{2m}{\hbar^2} E = k^2$).

Для области 2 уравнение Шредингера имеет вид:

$$\frac{\partial^2 \psi_2}{\partial x^2} + q^2 \psi_2 = 0 \quad (10.3)$$

(для области 2 введем обозначение: $\frac{2m}{\hbar^2} (E - U_0) = q^2$).

Общие решения этих дифференциальных уравнений:

для области 1
$$\psi_1(x) = A_1 e^{ikx} + B_1 e^{-ikx}; \quad (10.4)$$

для области 2
$$\psi_2(x) = A_2 e^{iqx} + B_2 e^{-iqx}; \quad (10.5)$$

для области 3
$$\psi_3(x) = A_3 e^{ikx} + B_3 e^{-ikx}. \quad (10.6)$$

В частности, для области 1 полная волновая функция будет иметь вид

$$\psi_1(x, t) = \psi_1(x) e^{-\frac{i}{\hbar} Et} = A e^{-\frac{i}{\hbar} (Et - p_1 x)} + B e^{-\frac{i}{\hbar} (Et + p_1 x)} \quad (10.7)$$

(учли, что импульс p и волновое число k связаны соотношением: $p = \hbar k$).

В этом выражении первое слагаемое – это плоская волна, распространяющаяся в положительном направлении оси x (соответствует частице, движущейся в сторону барьера), а второе – волну,

распространяющуюся в противоположном направлении, т.е. отраженную от барьера (соответствует частице, движущейся от барьера налево). Решение (10.6) содержит волны, распространяющиеся в обе стороны, однако в области 3 имеется только прошедшая барьер волна, распространяющаяся слева направо. Поэтому коэффициент B_3 в формуле (10.6) следует принять равным нулю.

Вывод: В случае $E > U_0$ волна на границе областей 1 и 2 частично отражается ($B_1 \neq 0$) и частично проходит в область 2, затем она на границе областей 2 и 3 частично отражается ($B_2 \neq 0$), частично проходит в область 3.

Рассмотрим теперь случай, когда энергия частицы меньше высоты потенциального барьера $E < U_0$ (рис. 10.3). Этот случай представляет особый интерес, поскольку законы классической физики не разрешают частице проникнуть сквозь барьер.

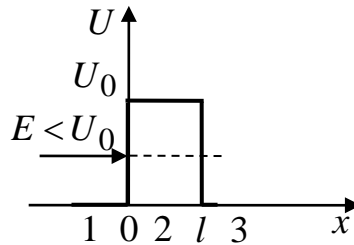


Рис. 10.3

В области 1 и 3 уравнение Шредингера имеет вид:

$$\frac{\partial^2 \psi_{1,3}}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi_{1,3} = 0 \quad \text{или} \quad \frac{\partial^2 \psi_{1,3}}{\partial x^2} + k^2 \psi_{1,3} = 0. \quad (10.8)$$

В области 2 уравнение Шредингера имеет вид:

$$\frac{\partial^2 \psi_2}{\partial x^2} + q^2 \psi_2 = 0 \quad (10.9)$$

($q = i \cdot \beta$ – мнимое число, где $\beta = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (U_0 - E)}$)

Учитывая значение q и $B_3 = 0$, получим решения уравнения Шредингера для трех областей в следующем виде:

$$\text{для области 1} \quad \psi_1(x) = A_1 e^{ikx} + B_1 e^{-ikx}; \quad (10.10)$$

$$\text{для области 2} \quad \psi_2(x) = A_2 e^{-\beta x} + B_2 e^{\beta x}; \quad (10.11)$$

для области 3 $\psi_3(x) = A_3 e^{ikx}$. (10.12)

В области 2 функция (10.11) уже не соответствует плоским волнам, распространяющимся в обе стороны, поскольку показатели экспонент не мнимые, а действительные. Расчеты показывают, что для частного случая широкого и высокого барьера $B_2 = 0$.

Качественный характер функций $\psi_1(x)$, $\psi_2(x)$ и $\psi_3(x)$ иллюстрируется на рис. 10.4.

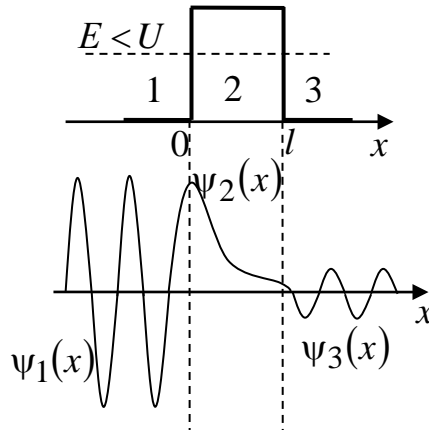


Рис. 10.4

Волновая функция не равна нулю внутри барьера, а в области 3, если барьер не очень широк, будет опять иметь вид волн де Бройля с тем же импульсом (той же частотой), но с меньшей амплитудой. Следовательно, частица имеет отличную от нуля вероятность прохождения сквозь потенциальный барьер конечной ширины.

Вывод: В случае $E < U_0$, согласно квантовой механике, микрочастица может «пройти» сквозь потенциальный барьер. Это специфическое квантовое явление получило название *туннельного эффекта*.

Для описания туннельного эффекта используют понятие *коэффициента прозрачности D потенциального барьера* (вероятность проникновения сквозь потенциальный барьер конечной ширины):

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)l}\right), \quad (10.13)$$

где U_0 – высота потенциального барьера; E – энергия частицы; l – ширина барьера; m – масса частицы; $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ – постоянная Планка; $D_0 = \text{const} \approx 1$ – постоянный множитель.

Из формулы (10.13) следует, что D сильно зависит от массы m частицы, ширины барьера l и от разности $(U_0 - E)$; чем шире барьер, тем меньше вероятность прохождения сквозь него частицы.

Вывод: Подбарьерное прохождение и надбарьерное отражение – это специфические квантовые эффекты, связанные с волновыми свойствами частиц.

Туннельное прохождение сквозь потенциальный барьер лежит в основе многих явлений физики твердого тела (например, явления в контактном слое на границе двух полупроводников), атомной и ядерной физики (например, α -распад, протекание термоядерных реакций).

10.2. Гармонический линейный осциллятор в квантовой механике

Линейным гармоническим осциллятором называется частица с массой m , которая колеблется с собственной циклической частотой ω_0 вдоль некоторой оси x под действием квазиупругой силы F , пропорциональной отклонению x частицы от положения равновесия: $F = -kx$, где k – коэффициент квазиупругой силы: $k = m\omega_0^2 \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ – циклическая частота колебаний. Классическими гармоническими осцилляторами являются пружинные, физические и математические маятники.

Потенциальная энергия гармонического осциллятора равна $U = \frac{kx^2}{2} = \frac{m\omega_0^2 x^2}{2}$.

В квантовой механике колебания гармонического осциллятора – *квантового осциллятора* – описываются уравнением Шредингера вида

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - \frac{m\omega_0^2 x^2}{2} \right) \psi = 0. \quad (10.14)$$

Решением такого уравнения является функция

$$\psi(x) = e^{-ax^2}, \quad (10.15)$$

где a – некоторая постоянная.

Знание волновой функции позволяет найти полную механическую энергию квантового осциллятора. Для нахождения собственных значений энергии квантового осциллятора продифференцируем дважды волновую функцию (10.15):

$$\frac{d\psi}{dx} = -2axe^{-ax^2};$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -2a \cdot e^{-ax^2} + (-2ax) \cdot (-2ax)e^{-ax^2} = (-2a + 4a^2x^2)e^{-ax^2}$$

и подставим полученные значения в уравнение (10.14):

$$\left(-2a + 4a^2x^2\right)e^{-ax^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - \frac{m\omega_0^2x^2}{2}\right)e^{-ax^2} = 0;$$

После сокращения на общий множитель e^{-ax^2} получим выражение

$$-2a + 4a^2x^2 = -\frac{2m}{\hbar^2}E + \frac{m^2\omega_0^2x^2}{\hbar^2}.$$

Приравняем коэффициенты при x^2 и получим, что $4a^2 = \frac{m^2\omega_0^2}{\hbar^2}$,

откуда $a = \frac{m\omega_0}{2\hbar}$. Приравняем свободные члены: $-2a = -\frac{2m}{\hbar^2}E$. Очевидно,

что

$$E = \frac{a\hbar^2}{m} = \frac{m\omega_0}{2\hbar} \frac{\hbar^2}{m} = \frac{\omega_0\hbar}{2} = \frac{2\pi\hbar\nu}{2} = \frac{1}{2}h\nu. \quad (10.16)$$

Вывод: Уравнение Шредингера (10.14) имеет однозначные, конечные и непрерывные решения только при собственных значениях энергии квантового осциллятора

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_0, \quad (10.17)$$

где $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

Эта формула показывает, что энергия квантового осциллятора может принимать только дискретные значения, т.е. квантуется. *Минимальное значение энергии* $E_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega_0$ называется *энергией нулевых колебаний*.

Наличие энергии нулевых колебаний означает, что частица не может находиться на дне потенциальной «ямы» независимо от ее формы. Это прямое следствие соотношений неопределенностей Гейзенберга: падение на

дно «ямы» связано с обращением в нуль импульса частицы, а вместе с ним и его неопределенности. Тогда неопределенность координаты становится сколь угодно большой, что противоречит пребыванию частицы в потенциальной яме. Таким образом, полная энергия гармонического осциллятора в микромире является *квантованной* величиной. Энергии, которыми может обладать осциллятор, называют *энергетическими уровнями*, которые расположены на одинаковых расстояниях друг от друга. Это следует из формулы (10.16). Вычислим расстояние между соседними энергетическими уровнями:

$$E_{n+1} - E_n = \left(n + 1 + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_0 - \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_0 = \hbar\omega_0 = h\nu. \quad (10.18)$$

Полученный результат согласуется с гипотезой Планка, согласно которой, атомные осцилляторы излучают энергию не непрерывно, а порциями – квантами, причем энергия кванта пропорциональна частоте колебаний. Следовательно, излучение кванта энергии гармонического осциллятора происходит при переходе с одного энергетического уровня $(n+1)$ на соседний n .

Строгое решение задачи о квантовом осцилляторе приводит к значительному отличию от классического рассмотрения: имеется отличная от нуля вероятность, обнаружить частицу в той области, которая является запрещенной с точки зрения классической механики. Этот результат демонстрируется на рис. 10.5, где приводятся кривые распределения плотности вероятности $|\psi(x)|^2$ для различных состояний квантового осциллятора и, соответствующие этим квантовым состояниям уровни энергии E_n ; 1) – потенциальная «яма» для классического гармонического осциллятора (классически дозволённая область) и 2) – область, запрещённая классической механикой.

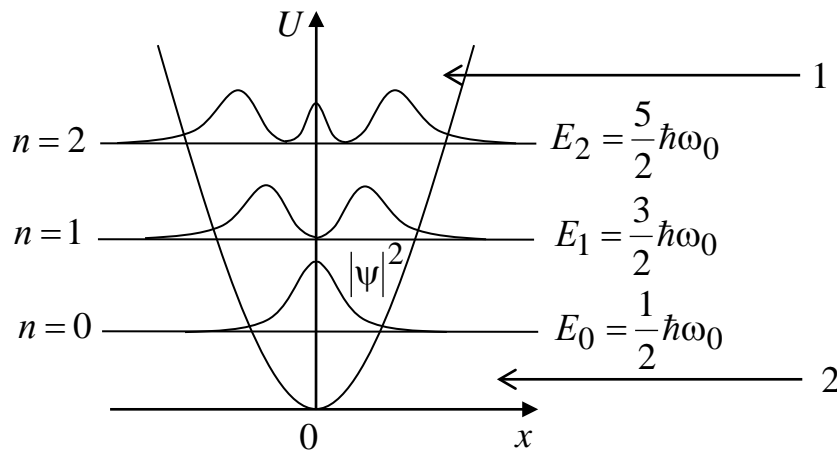


Рис. 10.5

Существование отличных от нуля значений $|\psi(x)|^2$ за пределами потенциальной «ямы» объясняется возможностью прохождения микрочастиц сквозь потенциальный барьер.

Самая низкая энергия ($n=0$) равна $E_0 = \frac{1}{2} \hbar \omega$. Иначе говоря, квантовая механика утверждает, что гармонический осциллятор всегда обладает энергией, т.е. колебания атомов не прекращаются никогда, даже при температуре абсолютного нуля. Вспомним, что согласно классической физике, при $T=0$, энергия колебательного движения атомов кристалла должна была бы обращаться в нуль, поскольку $W = \frac{ikT}{2}$, где i – число степеней свободы; k – постоянная Больцмана; T – абсолютная температура.

Контрольные вопросы

1. Запишите временное (общее) уравнение Шредингера. Что является его решением? Какими условиями, накладываемыми на волновую функцию, дополняется уравнение Шредингера?

2. Какое состояние частицы называется стационарным? Запишите стационарное уравнение Шредингера.

3. Что такое свободная частица? Каков вид волновой функции и волнового уравнения для свободной частицы, движущийся вдоль оси x ?

4. Какие значения может принимать энергия свободной частицы? Что представляет собой энергетический спектр частицы?

5. Что такое «потенциальная яма»? Какова наименьшая энергия частицы, находящейся в «потенциальной яме» с бесконечно высокими стенками?

6. Что такое туннельный эффект? Какими свойствами микрочастиц обусловлен туннельный эффект?

7. Запишите стационарное уравнение Шредингера для линейного гармонического осциллятора в квантовой механике. Какие значения принимает энергия квантового осциллятора? Чему равна энергия нулевых колебаний гармонического осциллятора?

Задачи

1. Больше или меньше энергия частицы, находящейся в «потенциальной яме» с бесконечно высокими стенками, в состоянии $n = 3$ по сравнению с состоянием $n = 1$? Во сколько раз?

2. Электрон находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме, шириной $l = 200$ пм с бесконечно высокими стенками в возбужденном состоянии ($n = 4$). Определить: 1) минимальную энергию электрона; 2) вероятность W обнаружения электрона в первой четверти «ямы». Изобразите графически плотность вероятности обнаружения электрона в данном состоянии. [$E_{\min} = 9,37$ эВ; $W = 0,25$].

3. Чему равна разность энергий между четвертым и вторым энергетическими уровнями квантового осциллятора?

ЛЕКЦИЯ 11 СТРОЕНИЕ АТОМОВ

11.1. Атом водорода и водородоподобные атомы

Модель атома Томсона («пудинг»). Атомом называется наименьшая частица вещества, обладающая всеми химическими свойствами данного химического элемента. Представление об атомах как неделимых частицах вещества возникли еще в античные времена. В начале XX века встал вопрос о строении атома. Первая модель атома принадлежит Дж. Дж. Томсону. Согласно этой модели, атом представляет собой непрерывно заряженный положительным зарядом шар радиуса $\sim 10^{-10}$ м, внутри которого около своих положений равновесия колеблются электроны. Суммарный отрицательный заряд электронов равен положительному заряду шара, поэтому атом в целом нейтрален (рис. 11.1).

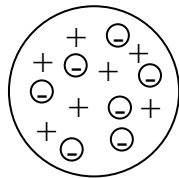


Рис. 11.1

Модель атома Резерфорда (планетарная модель). Опыты Э.Резерфорда по рассеянию α -частиц в веществе показали, что представление о непрерывно распределенном внутри атома положительном заряде ошибочно. Резерфорд предложил ядерную («планетарную») модель атома, согласно которой, в состав атома входит положительно заряженное ядро и электроны, движущиеся в электрическом поле ядра (рис. 11.2).

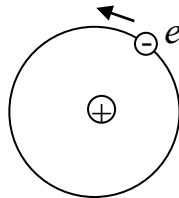


Рис. 11.2

Заряд ядра Ze по абсолютной величине равен суммарному заряду всех электронов атома (Z – порядковый номер элемента в системе Менделеева, e – элементарный заряд).

Однако, атом Резерфорда оказался неустойчивой системой. Эта модель не согласуется с наблюдаемой стабильностью атомов и противоречит законам классической физики. По законам классической электродинамики

вращающийся вокруг ядра электрон должен *непрерывно* излучать электромагнитные волны и поэтому терять свою энергию. В результате электроны будут приближаться к ядру и в конце концов упадут на него. Кроме того, эта модель не объясняет наблюдаемые на опыте оптические спектры атомов, состоящие из узких спектральных линий (согласно планетарной модели спектры атомов должны быть сплошными). Таким образом, попытки построить модель атома в рамках классической физики не привели к успеху. Возникшие трудности были успешно преодолены после создания качественно новой *квантовой* теории атома.

11.2. Атом водорода

Простейшим атомом, состоящим из одного протона в ядре и одного электрона, движущегося в кулоновском электрическом поле ядра, является *атом водорода*. Водородоподобными ионами (изоэлектронными водороду) являются ионы He^+ , Li^{++} , Be^{+++} , имеющие ядро с зарядом Ze и один электрон. Среди оптических свойств атома важнейшим является его *спектр излучения* – отдельные спектральные линии или группы близко расположенных линий. Каждому элементу присущ свой, характерный только для него, линейчатый спектр излучения, позволяющий определить элемент, которому он принадлежит. Самым изученным является спектр атома водорода. Швейцарский ученый И. Бальмер подобрал эмпирическую формулу, описывающую спектральные линии атома водорода.

Обобщенная формула Бальмера-Ридберга (для частоты):

$$\nu = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (11.1)$$

где ν – частоты линий в дискретном линейчатом спектре атома водорода, $R = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ – постоянная Ридберга.

В каждой серии m имеет постоянное значение $m = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ (определяет серию), n – принимает целочисленные значения, начиная с $m + 1$ (определяет отдельные линии данной серии). Целые числа m и n называются *главными квантовыми числами*, причем $n = m + 1, m + 2, m + 3$ и т.д. Группа линий с одинаковым квантовым числом m называется серией. Таким образом, серии линий водородного спектра: $m = 1$ – серия Лаймана; $m = 2$ – серия Бальмера; $m = 3$ – серия Пашена; $m = 4$ – серия Брэкета; $m = 5$ – серия Пфунда; $m = 6$ – серия Хемфри. В таблице 11.1 представлен экспериментальный спектр излучения атома водорода.

Область спектра	Название серии	Сериальная формула
ультрафиолетовая	серия Лаймана	$\nu = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad [n = 2, 3, 4...]$
видимая	серия Бальмера	$\nu = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad [n = 3, 4, 5...]$
инфракрасная	серия Пашена	$\nu = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad [n = 4, 5, 6...]$
	серия Брэкета	$\nu = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad [n = 5, 6, 7...]$
	серия Пфунда	$\nu = R \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad [n = 6, 7, 8...]$
	серия Хэмфри	$\nu = R \left(\frac{1}{6^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad [n = 7, 8, 9...]$

Так как $\nu = \frac{c}{\lambda}$, то обобщенная формула Бальмера-Ридберга (11.1) может быть переписана для длины волны

$$\frac{1}{\lambda} = R' \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (11.2)$$

где $R' = \frac{R}{c} = 1,10 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ – постоянная Ридберга.

Каждому значению квантового числа m в формуле Бальмера-Ридберга соответствует граница серии с наибольшей частотой (при $n = \infty$), называемой *термом* T_n : $T_n = \frac{R}{m^2}$ (для водорода); $T_n = \frac{Z^2 R}{m^2}$ (для водородоподобного иона).

С увеличением n линии серии сближаются; значение $n = \infty$ определяет границу серии, к которой примыкает непрерывный спектр.

Формула Бальмера-Ридберга для водородоподобного иона:

$$\nu = Z^2 R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (11.3)$$

Приведенные сериальные формулы были подобраны эмпирически и долгое время не имели теоретического обоснования, хотя и были подтверждены экспериментально с высокой точностью.

11.3. Постулаты Бора. Спектр атома водорода по Бору

Спектр и энергетические уровни атома водорода были впервые истолкованы с помощью постулатов Бора.

Первый постулат Бора (постулат стационарных состояний): в атоме существует набор стационарных состояний, находясь в которых он не излучает энергии; эти состояния характеризуются определенными дискретными значениями энергии. Стационарным состояниям атома соответствуют стационарные орбиты, по которым ускоренно движутся электроны, но излучения света при этом не происходит.

Второй постулат Бора (правило квантования орбит): в стационарном состоянии атома электрон, движущийся по круговой орбите, имеет *квантованные* (дискретные) значения момента импульса, удовлетворяющие условию:

$$L_n = m_e v_n r_n = n\hbar \quad (n = 1, 2, 3...), \quad (11.4)$$

где m_e – масса электрона; v_n – его скорость на n -орбите радиуса r_n ; $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ – постоянная Планка.

Третий постулат Бора (правило частот): при переходе атома из одного стационарного состояния в другое испускается или поглощается один фотон с энергией, равной разности энергий соответствующих стационарных состояний $h\nu = E_n - E_m$. При $E_n > E_m$ происходит излучение фотона, при $E_n < E_m$ его поглощение. Набор возможных дискретных частот $\nu = \frac{E_n - E_m}{h}$ квантовых переходов и определяет линейчатый спектр атома водорода.

11.4. Возможные орбиты в модели атома водорода

Постулаты, выдвинутые Бором позволили рассчитать спектр атома водорода и водородоподобных систем, а также теоретически вычислить постоянную Ридберга. Рассмотрим движение электрона, движущегося по круговой орбите атома водорода

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n^2} = \frac{m_e v_e^2}{r_n}, \quad (11.5)$$

где n – номер орбиты. Электрон, двигаясь по круговой орбите, обладает, согласно постулату Бора, дискретными квантовыми значениями момента импульса $m_e v_n r_n = n\hbar$. Тогда радиус n -й стационарной орбиты можно найти, если выразить из этого уравнения скорость электрона на n -й орбите:

$$v_n = \frac{n\hbar}{m_e r_n},$$

возвести это значение в квадрат и подставить в уравнение движения электрона (11.5)

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n^2} = \frac{m_e n^2 \hbar^2}{r_n m_e^2 r_n^2} \Rightarrow r_n = n^2 \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{e^2 m_e}, \quad (11.6)$$

где e – элементарный заряд; ϵ_0 – электрическая постоянная; m_e – масса электрона; $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ – постоянная Планка; n – квантовое число.

Первый Боровский радиус (радиус первой орбиты электрона при $n = 1$)

$$r_1 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{e^2 m_e} = a = 52,8 \text{ пм} \quad (11.7)$$

Связь между r_n и r_1 : $r_n = n^2 r_1$, т.е. радиусы орбит квантованы: $r_1, 4r_1, 9r_1 \dots$

11.5. Энергия электрона в атоме водорода

Полная энергия электрона в атоме водорода складывается из его кинетической энергии $(\frac{m_e v_e^2}{2})$ и потенциальной энергии в электростатическом поле ядра (U_n). Вспомним уравнение движения электрона, движущегося по круговой орбите атома водорода (11.5)

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n^2} = \frac{m_e v_n^2}{r_n} \Rightarrow m_e v_n^2 = \frac{e^2 r_n}{4\pi\epsilon_0 r_n^2} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n}.$$

Тогда *кинетическая энергия* электрона

$$\frac{m_e v_n^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n}. \quad (11.8).$$

Потенциальная энергия электрона в электростатическом поле ядра

$$E_n - E_\infty = A = \int_n^\infty F dr \Rightarrow$$

Полная энергия электрона в атоме водорода:

$$E_{\text{полн}} = E_{\text{к}} + E_{\text{п}} = \frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n} = -\frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n}; \quad (11.9)$$

Учтем значение $r_n = n^2 \frac{\hbar^2 4\pi\epsilon_0}{m_e e^2}$, тогда *полная энергия электрона* в атоме водорода

$$E_{\text{полн}} = -\frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{n^2} \frac{m_e e^2}{\hbar^2 4\pi\epsilon_0} = -\frac{1}{n^2} \frac{1}{8} \frac{m_e e^4}{4\hbar^2 \pi^2 \epsilon_0^2} \Rightarrow E_{\text{п}} = -\frac{1}{n^2} \frac{1}{8} \frac{m_e e^4}{\hbar^2 \epsilon_0^2} \quad (11.10).$$

Подставим в формулу (11.10) фундаментальные постоянные: $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг; $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ Кл; $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с; $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, тогда *полная энергия электрона* в атоме водорода (в электрон-вольтах): $E_n = -\frac{13,6}{n^2}$ эВ.

Вывод: энергия электрона в атоме водорода может принимать только дискретные значения, т.е. энергия квантуется. Энергетические состояния атома водорода образуют последовательность энергетических уровней, изменяющихся в зависимости от n .

Основное состояние (состояние с минимальной энергией) соответствует $n = 1$, а его энергия $E_1 = -13,6$ эВ. Состояния с $n > 1$ являются возбужденными. Уровни энергии стационарных состояний электрона схематически изображаются в виде горизонтальных прямых (рис. 11.3.)

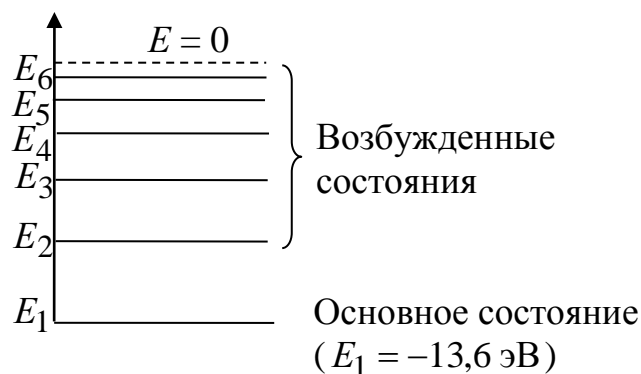


Рис. 11.3

С увеличением n энергетические уровни сближаются и при $n \rightarrow \infty$ $E_n \rightarrow 0$. Таким образом, электрон в атоме водорода обладает минимальной энергией $E_1 = -13,6$ эВ при $n = 1$ и максимальной энергией $E_\infty = 0$ при $n = \infty$. Знак « \rightarrow » означает, что электрон находится в связанном состоянии. Если $E_n > 0$, то электрон – свободный и обладает любой энергией.

Значение $E_\infty = 0$ соответствует *ионизации атом (отрыву от него электрона)*. Энергия ионизации – это энергия, необходимая для удаления электронов из атома, находящегося в основном состоянии. Для атома водорода энергия ионизации $E_i = 13,6$ эВ.

Энергия связи для данного состояния – это энергия, необходимая для удаления электрона из атома, находящегося в данном возбужденном состоянии. Например, энергия связи первого возбужденного состояния ($n = 2$) равна 3,48 эВ.

Энергия возбуждения – это энергия, которую надо сообщить атому, чтобы электрон из основного состояния перешел в возбужденное. Например, энергия для первого возбужденного состояния ($n = 2$) $E_{\text{возб}} = -3,48 - (-13,6) = 10,1$ эВ.

11.6. Спектр атома водорода по Бору

Согласно второму постулату Бора, при переходе атома водорода из состояния n в состояние m с меньшей энергией испускается квант

$$h\nu = E_n - E_m = -\frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) = \frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

откуда частота излучения:

$$\nu = \frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (11.11)$$

где $R = \frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3}$ – постоянная Ридберга, совпадающая с экспериментальным ее

значением в эмпирических формулах для спектра излучения атома водорода.

Подставляя в формулу (11.11) $m=1$ и $n=2, 3, 4, \dots$ получаем группу линий, образующих серию Лаймана и соответствующих переходам электронов с возбужденных уровней ($n=2, 3, 4, 5, 6, \dots$) на основной ($n=1$).

При подстановке $m=2$ и $n=3, 4, 5, \dots$ получаем серию Бальмера; $m=3$ и $n=4, 5, 6, \dots$ – серию Пашена и т.д (рис. 11.4).

По теории Бора, спектральные серии соответствуют излучению, возникающему в результате перехода атома в данное состояние из возбужденных состояний, расположенных выше данного. *Спектр поглощения* атома водорода является линейчатый, но содержит при нормальных условиях только серию Лаймана, поскольку при сообщении атомам извне определенной энергии могут наблюдаться лишь переходы атомов из основного состояния ($n=1$) в возбужденные.

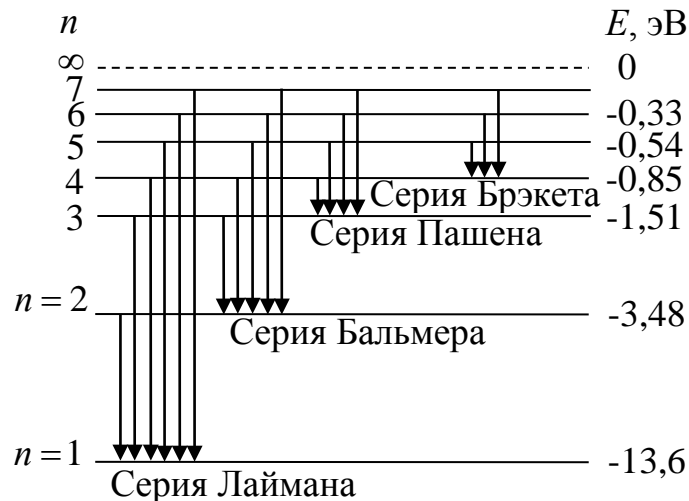


Рис. 11.4

Достоинства и недостатки теории Бора.

Достоинства:

1. Объяснила линейчатый спектр атомов;
2. Предсказала правильные значения частот спектральных линий атома водорода;
3. Правильно определила размеры атома водорода;
4. Получила верное значение постоянной Ридберга.

Недостатки:

1. Обладает внутренними противоречиями (с одной стороны, применяют законы классической физики, с другой стороны – основывается на квантовых постулатах);
2. Не смогла объяснить интенсивность линий в спектре;
3. Не смогла объяснить, почему совершаются те или иные переходы;
4. Оказалась несостоятельной в отношении многоэлектронных атомов (даже атома гелия – следующего за атомом водорода).

Однако, несмотря на недостатки, теория Бора явилась важным шагом в развитии атомной физики и явилась важным этапом в создании квантовой механики.

Контрольные вопросы

1. Что такое атом? Какие модели атомов вам известны? Почему модель атома Резерфорда оказалась несостоятельной? Каковы ее недостатки?
2. Что такое спектр излучения. Что представляет из себя спектр излучения атома водорода?
3. Запишите сериальные формулы для ультрафиолетовой, видимой и инфракрасной областей спектра излучения атома водорода.
4. Запишите обобщенную формулу Бальмера-Ридберга для частоты и длины волны. Какой смысл имеют числа m и n в обобщенной формуле Бальмера-Ридберга. Что такое терм?
5. Определите максимальную и минимальную энергии фотона в ультрафиолетовой серии спектра атома водорода (серия Лаймана).
6. Разъясните смысл постулатов Бора. Как с их помощью разъясняется линейчатый спектр атомов водорода?
7. Получите выражение для радиуса n -й стационарной орбиты электрона в атоме водорода. Чему равен первый боровский радиус? Какова связь между r_n и r_1 ?
8. Запишите выражения для кинетической, потенциальной, полной энергии электрона в атоме водорода. Покажите, что энергия электрона в основном состоянии ($n = 1$) действительно равна $-13,6$ Эв. Что означает знак « \rightarrow »?
9. Что представляет собой спектр атома водорода по Бору. Как можно вычислить постоянную Ридберга? Что такое энергия связи электрона в атоме, энергия ионизации, энергия возбуждения?
10. Каковы достоинства и недостатки теории Бора?

Задачи

1. Определите энергию фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на второй. [1,89 эВ].
2. Определите скорость электрона на третьей орбите атома водорода. [0,731 Мм/с].
3. Используя теорию Бора для атома водорода, определите: 1) радиус ближайшей к ядру орбиты (первый боровский радиус); 2) скорость движения электрона по этой орбите. [52,8 пм; 2,19 Мм/с].

ЛЕКЦИЯ 12 ЭЛЕМЕНТЫ СОВРЕМЕННОЙ ФИЗИКИ АТОМОВ И МОЛЕКУЛ

12.1. Атом водорода в квантовой механике

Решение задачи об энергетических уровнях электрона в атоме водорода сводится к задаче движения электрона в кулоновском поле ядра. Так как масса протона много больше массы электрона, протон можно считать закрепленным в центре атома и его можно рассматривать как неподвижный силовой центр, к которому притягивается электрон. Потенциальная энергия электрона в электростатическом поле протона равна

$$U(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}, \quad 12.1$$

где r – расстояние между электроном и ядром; e – заряд электрона. График этой функции, имеющей вид гиперболы приведен на рис. 12.1. Потенциальная энергия $U(r)$ при приближении электрона к ядру неограниченно убывает

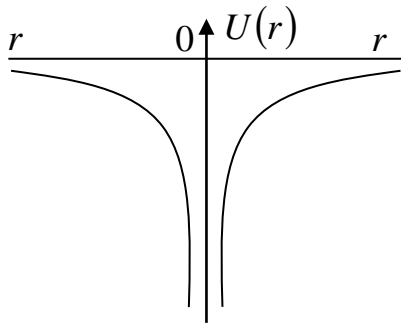


Рис. 12.1

С точки зрения квантовой механики для нахождения энергетического спектра электрона в потенциальном поле ядра необходимо решить стационарное уравнение Шредингера

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = 0. \quad \text{Здесь } E \text{ –}$$

значение полной энергии электрона в атоме. Состояние электрона описывается волновой функцией ψ , зависящей от всех трех координат x, y, z , так как атом представляет собой трехмерное образование.

Решение уравнения Шредингера непрерывно, однозначно и конечно в следующих случаях: 1. При любых положительных значениях энергии, что

соответствует электрону, пролетающему вблизи ядра и удаляющемуся в бесконечность (свободные электроны); 2. При дискретных отрицательных значениях энергии, равных $E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2}$ ($n = 1, 2, 3...$), что соответствует

электрону, связанному с ядром.

На рис. 12.2 в виде горизонтальных прямых показаны энергетические уровни, каждому из которых соответствует определенная волновая функция $\Psi(n)$ и определенные радиусы орбит электронов.

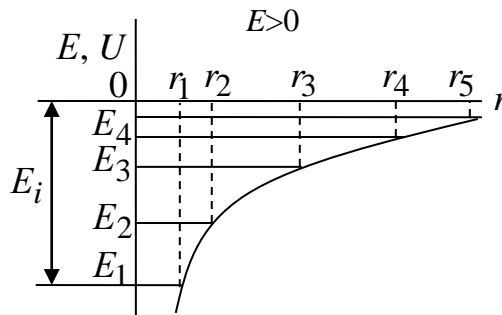


Рис. 12.2

Вывод: Решение уравнения Шредингера для атома водорода без каких-либо постулатов приводит к появлению *дискретных энергетических уровней*. Самый нижний уровень $E_1 = -13,6$ эВ, отвечающий минимально возможной энергии – *основной*. Все остальные уровни $E_n > E_1$ ($n = 2, 3...$) – *возбужденные*. По мере роста главного квантового числа n , энергетические уровни располагаются теснее и при $n = \infty$, $E_\infty = 0$.

Движение электрона при $E < 0$, когда электрон находится внутри гиперболической «потенциальной ямы» называется *связанным*. При $E > 0$ движение электрона является свободным. Область непрерывного спектра $E > 0$ соответствует *ионизированному атому*. *Энергия ионизации атома водорода* – энергия, необходимая для отрыва электрона, находящегося в основном состоянии, от ядра равна:

$$E_i = -E_1 = \frac{m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2} = 13,6 \text{ эВ.}$$

Это выражение совпадает с формулой, полученной Бором для энергии атома водорода. Заметим, что в квантовой механике дискретные значения

энергии вытекают непосредственно из решения уравнения Шредингера, не нуждаясь в введении специальных постулатов.

12.2. Квантовые числа

Решение уравнения Шредингера приводит к еще одному важному результату: *каждому из дискретных возбужденных энергетических состояний электрона в атоме водорода соответствует несколько собственных функций $\psi_{nlm_l m_s}$* . Собственные функции определяются квантовыми числами. Всего их четыре. Рассмотрим физический смысл каждого из них.

1. *Главное квантовое число n* – определяет энергию электрона в атоме

$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{1}{8} \frac{m_e e^4}{h^2 \epsilon_0^2}$, совпадает с номером энергетического уровня и может принимать любые целочисленные значения, начиная с единицы:

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

2. *Орбитальное квантовое число l* – определяет величину орбитального момента импульса электрона (механический орбитальный момент) в атоме и при заданном n принимает значения

$$l = 0, 1, \dots, (n - 1).$$

Из решения уравнения Шредингера вытекает, что момент импульса электрона *квантуется*, т.е. принимает дискретные значения, определяемые по формуле:

$$L_e = \hbar \sqrt{l(l+1)} \quad (12.2)$$

Пример: состоянию с энергией, характеризующейся $n = 1$ соответствует одна волновая функция ψ_1 с $L_e = 0$; состоянию с $n = 2$ соответствуют две волновые функции: ψ_1 с $L_e = 0$ и ψ_2 с $L_e = \hbar\sqrt{2}$. Поскольку квадрат волновой функции характеризует вероятность нахождения электрона в данной точке пространства, то различие ψ_1 и ψ_2 означают разную форму электронного облака при одной и той же энергии электрона: в первом случае это сферическое облако, в другом – облако в виде гантели.

Состояние электрона, обладающего различными значениями орбитального квантового числа, в атомной физике и химии принято

обозначать следующим образом: $l = 0$ (s -состояние); $l = 1$ (p -состояние); $l = 2$ (d -состояние); $l = 3$ (f -состояние) и т.д. в порядке латинского алфавита.

3. *Магнитное квантовое число* m_l определяет проекции момента импульса на заданное направление внешнего поля. При заданном l магнитное квантовое число может принимать $(2l+1)$ различных значений:

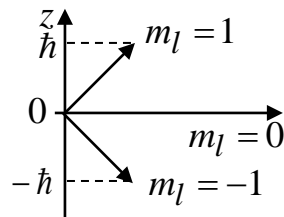
$$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \pm l.$$

Таким образом, если атом находится в магнитном или электрическом поле, то *вектор орбитального момента импульса* \vec{L}_l ориентируется определенным квантованным образом: возможны лишь такие ориентации \vec{L}_l , при которых его проекция L_{lz} на направлению z внешнего магнитного поля принимает значения, кратные \hbar :

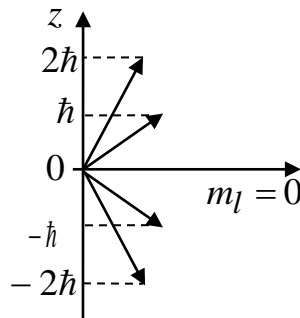
$$L_{lz} = m_l \hbar. \quad (12.3)$$

Это условие часто называют *пространственным квантованием*. Наличие квантового числа m_l приводит в магнитном поле к расщеплению уровня с главным квантовым числом n на $2l+1$ подуровней. В спектре атома наблюдается расщепление спектральных линий – *эффект Зеемана*.

Например: 1. Возможные ориентации вектора \vec{L}_l в пространстве для электронов в p -состоянии ($l = 1$), $m_l = \pm 1$



2. Для d -состояния ($l = 2$), $m_l = \pm 2$



4. *Магнитное спиновое квантовое число* m_s характеризует собственный момент импульса электрона (*спиновый момент импульса*), не связанный с движением электрона в пространстве – *спин* L_s . *Спин* – это

квантовая величина, не имеющая классического аналога – особое свойство электрона, наряду с его массой и зарядом. Наличием спина объясняется тонкая структура спектральных линий атома водорода, которая впервые наблюдалась в опытах О. Штерна и В. Герлаха.

Согласно общим выводам квантовой механики спин квантуется по закону

$$L_s = \hbar \sqrt{s(s+1)}, \quad (12.4)$$

где s – спиновое квантовое число.

Число ориентаций L_s равно $(2s+1)$. Для электрона $2s+1=2$ (в опытах Штерна и Герлаха наблюдалось только две ориентации), следовательно, $s = \frac{1}{2}$. Проекция *спинового момента импульса* L_s на направление внешнего магнитного поля тоже является квантованной величиной и определяется по формуле:

$$L_{sz} = m_s \hbar, \quad (12.5)$$

где m_s – *магнитное спиновое квантовое число*, которое может принимать только два значения $m_s = \pm \frac{1}{2}$. Таким образом, проекция спинового момента

импульса на направление поля может принимать два значения $L_{sz} = \pm \frac{1}{2} \hbar$.

Несмотря на то, что энергия электрона в атоме зависит только от квантового числа n , каждому собственному значению энергии E_n (кроме E_1) соответствует n^2 собственных функций, отличающихся значениями квантовых чисел l и m_l . Поэтому атом водорода может иметь одно и тоже значение энергии, находясь в нескольких различных состояниях: а) электрон в состоянии $n=2$ и $l=0$ – $2s$ -электрон; б) электрон в состоянии $n=2$ и $l=1$ – $2p$ -электрон.

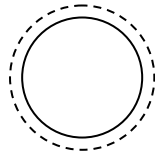
Квантовые числа и их значения являются следствием решений уравнений Шредингера и условий однозначности, непрерывности и конечности, налагаемых на волновую функцию Ψ . Поскольку при движении электрона в атоме существенны волновые свойства электрона, то квантовая механика отказывается от классического представления об электронных орбитах. Вероятность обнаружения электрона в некоторой точке определяется квадратом модуля волновой функции. Расчет показал, что электрон как бы «размазан» по всему объему, образуя «электронное облако»,

плотность которого характеризует вероятность нахождения электрона в различных точках объема атома. Таким образом, с точки зрения квантовой механики точной траектории электрона не существует. Это объясняется его волновыми свойствами и соотношениями Гейзенберга.

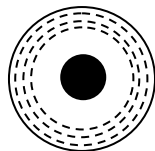
Квантовые числа n и l характеризуют размер и форму электронного облака, квантовое число m_l – характеризует ориентацию «электронного облака» в пространстве; m_s – характеризует добавочную внутреннюю степень свободы электрона.

Пример: Рассмотрим распределение электронной плотности (формы электронного облака) для состояний атома водорода при $n=1$ и $n=2$, определяемое $|\psi_{n,l,m_l}|^2$. Оно зависит от n , l и m_l .

При $l=0$ и $m_l=0$ электронная плотность отлична от нуля в центре и не зависит от направления (сферически симметрична).



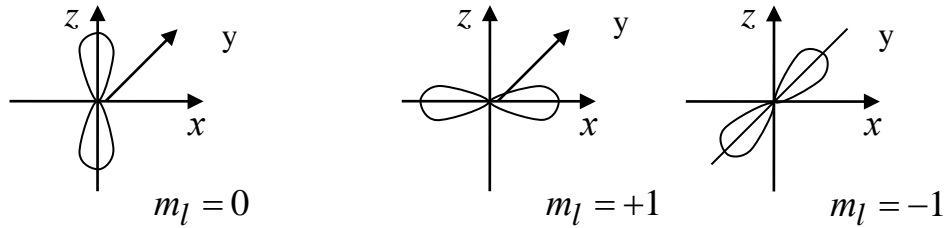
Электрон может находиться в $1s$ -состоянии ($n=1$, $l=0$, $m_l=0$), определяемом волновой функцией ψ_{100} и в $2s$ -состоянии ($n=2$, $l=0$, $m_l=0$), определяемом волновой функцией ψ_{200} .



Видно, что электронные облака, соответствующие состояниям $1s$ и $2s$ обладают сферической симметрией. Для остальных состояний электронная плотность в центре равна нулю и зависит от направления.

Например: при $n=2$, $l=1$

$m_l = 0$	ψ_{210}	}	$2p$ – состояние
$m_l = -1$	ψ_{21-1}		
$m_l = +1$	ψ_{211}		



Видно, что электронные облака для $2p$ -состояний представляют собой вытянутые «гантели», ориентированные вдоль соответствующей координатной оси.

Так как энергия электрона зависит только от главного квантового числа n и не зависит от l и m_l , то данному значению E_n соответствует не одно, а несколько состояний, которые различаются квантовыми числами l и m_l . Такие состояния называются *вырожденными*.

Общее число состояний, отвечающих данному значению n можно определить следующим образом. При данном n орбитальное квантовое число l может изменяться от 0 до $(n-1)$, а каждому l соответствует $(2l + 1)$ состояний с разными m_l . Просуммируем $(2l + 1)$ по всевозможным значениям l , т.е. в пределах от 0 до $(n-1)$. Тогда *кратность вырождения* или *общее число состояний, отвечающих данному значению n* :

$$z = \sum_{l=0}^{n-1} (2l + 1) = n^2. \quad (12.6)$$

В связи с тем, что для полной характеристики состояния электрона в атоме необходимо знать не 3, а 4 квантовых числа: n , l , m_l и m_s , то число состояний, отвечающее данному значению главного квантового числа n (кратность вырождения) удвоится (n^2 состояний со спином $+\frac{1}{2}\hbar$ и n^2 состояний со спином $-\frac{1}{2}\hbar$) и будет равна: $z = 2n^2$.

12.3. Правило отбора

Квантовые числа n , l и m_l позволяют более полно описать спектр испускания (поглощения) атома водорода, полученного в теории Бора.

В квантовой механике вводится *правило отбора*, ограничивающее число возможных переходов электронов в атоме, связанных с испусканием и поглощением света.

Для дипольного излучения электрона, движущегося в центрально-симметричном поле ядра, могут осуществляться только такие переходы, для которых:

1. Изменение орбитального квантового числа Δl удовлетворяет условию $\Delta l = \pm 1$ (орбитальное квантовое число меняется на единицу);
2. Изменение магнитного квантового числа Δm_l удовлетворяет условию $\Delta m_l = 0, \pm 1$.

Правило отбора в основном выполняется в оптических спектрах, хотя могут наблюдаться и очень слабые «запрещенные» линии, возникающие при квадрупольных переходах с $\Delta l = 2$. Учитывая число возможных состояний, соответствующих данному n и правилу отбора, рассмотрим спектральные линии атома водорода (рис. 12.3).

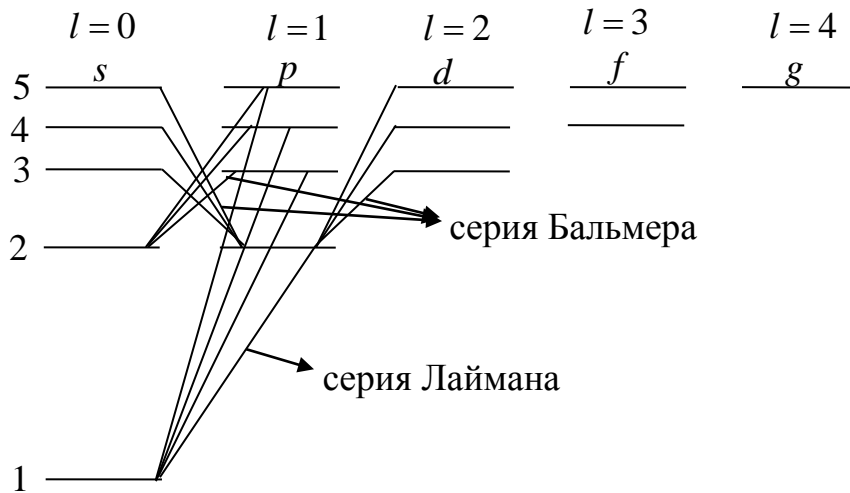


Рис. 10.3

Серия	Соответствующие переходы
Серия Лаймана	$np \rightarrow 1s$ ($n = 2, 3, 4 \dots$)
Серия Бальмера	$np \rightarrow 2s$ $ns \rightarrow 2p$ ($n = 3, 4, 5 \dots$) $nd \rightarrow 2p$

Переход электрона из основного состояния в возбужденное может происходить за счет поглощения атомом фотона. Так как поглощающий атом находится обычно в основном состоянии, то спектр атома водорода должен состоять из линий, соответствующих переходам $1s \rightarrow np$ ($n = 2, 3, 4 \dots$) – серия Лаймана, что находится в полном согласии с опытом.

Контрольные вопросы

1. К каким важным выводам приводит решение стационарного уравнения Шредингера для атома водорода?
2. Что характеризуют квантовые числа: главное, орбитальное и магнитное? Какие значения они могут принимать?
3. Что такое спин электрона? Какие значения может принимать спиновое квантовое число для электрона?
4. Каковы правила квантования орбитального механического L_l и собственного механического моментов импульса электрона? Их проекций на направление внешнего магнитного поля?
5. В чем заключается эффект Зеемана?
6. Почему атом водорода может иметь одну и ту же энергию, находясь в различных состояниях? Какие состояния называются вырожденными?
7. Что такое кратность вырождения? Сколько различных волновых функций соответствует главному квантовому числу $n = 4$?
8. Сформулируйте правила отбора в квантовой механике. Какие переходы разрешены в спектре атома водорода?

Задачи

1. Каковы возможные значения l и m_l для главного квантового числа $n = 5$?
2. Электрон находится в f -состоянии. Определите возможные значения (в единицах \hbar) проекции момента импульса L_{lz} орбитального движения электрона в атоме на направление внешнего магнитного поля.
3. Определите во сколько раз орбитальный момент импульса L_l электрона, находящегося в f -состоянии, больше, чем для электрона в p -состоянии. [2,45].
4. Определите числовое значение: 1) собственного механического момента импульса (спина) L_s ; 2) проекции спина L_{sz} на направление внешнего магнитного поля.

ЛЕКЦИЯ 13. МНОГОЭЛЕКТРОННЫЙ АТОМ

13.1. Механический и магнитный моменты электрона в атоме

Существование у атомов механического и магнитного момента импульса и дипольного магнитного момента изначально связывалось с движением электрона по орбитам. И хотя представление об орбитах в квантовой механике неправомерно, оно удобно для представления происходящих в атоме процессов. Действительно, круговое движение электронов по орбите в атоме обуславливает существование у электронов *орбитального механического момента импульса* L_l . С другой стороны, движение электрона эквивалентно существованию кругового тока и связанного с ним *магнитного момента электрона* μ_l . Согласно законам квантовой механики эти моменты не могут быть произвольными, а могут принимать только дискретные значения, т.е. *квантуются*:

$$L_l = \hbar\sqrt{l(l+1)}; \quad \mu_l = -\frac{e\hbar}{2mc}\sqrt{l(l+1)}, \quad (13.1)$$

где l – орбитальное квантовое число, которое принимает ряд значений $l = 0, 1, 2, \dots, n-1$; \hbar – постоянная Планка; m и e – масса и заряд электрона; c – скорость света. Знак « $-$ » указывает на то, что направления механического и магнитного моментов противоположны.

Для орбитального движения электрона отношение магнитного момента к механическому равно $\frac{\mu_l}{L_l} = -\frac{e}{2mc}$. Однако из ряда опытов следует, что это отношение на самом деле в 2 раза больше. В связи с этим была выдвинута гипотеза, что электрон обладает собственным моментом импульса L_s , не связанным с движением электрона в пространстве, а так же собственным магнитным моментом μ_s

$$L_s = \hbar\sqrt{s(s+1)}; \quad \mu_s = -\frac{e\hbar}{mc}\sqrt{s(s+1)}, \quad (13.2)$$

где s – спиновое квантовое число. Число ориентаций L_s равно $(2s+1)$. Для электрона $2s+1=2$, следовательно, $s = \frac{1}{2}$. Собственный момент импульса определяется по формуле:

$$L_s = \hbar m_s$$

где $m_s = \pm \frac{1}{2}$ – магнитное спиновое квантовое число.

Для других микрочастиц спиновое квантовое число может быть как полуцелым, так и целым и даже равным нулю. Спин составных микрочастиц, например, атомов, определяется спинами, входящих в него частиц.

13.2. Принцип тождественности микрочастиц. Бозоны и фермионы

В классической физике, как бы ни были сходны частицы, всегда принципиально возможно проследить за их движением и отличить одну от другой. В квантовой механике тождественные частицы полностью теряют свою «индивидуальность» и становятся неразличимыми, поскольку состояние микрочастицы описывается волновой функцией, имеющей вероятностный смысл.

Фундаментальный принцип квантовой механики – *принцип тождественности одинаковых микрочастиц*, согласно которому все одинаковые микрочастицы, образующие данную квантово-механическую систему, являются совершенно тождественными и экспериментально различить их не возможно. Принцип тождественности ведет к свойству *симметрии волновой функции*: при перестановке частиц волновая функция системы либо остается неизменной, либо меняет свой знак

$$\psi(x_1, x_2) = \pm \psi(x_2, x_1), \quad (13.3)$$

где x_1 и x_2 – совокупность пространственных и спиновых координат первой и второй частицы.

Итак, возможны только два класса состояний:

1. Если при перемене частиц местами волновая функция не меняет знака, то она называется *симметричной*;
2. Если при перестановке частиц волновая функция меняет знак, то она называется *антисимметричной*.

Изменение знака волновой функции не сказывается на состоянии, т.к. физический смысл имеет только квадрат модуля волновой функции. Характер симметрии волновой функции сохраняется во времени. Выбор того или иного класса состояний для какой-либо системы частиц может быть продиктован только природой частиц.

Установлено, что симметрия или антисимметрия волновых функций определяется спином частиц. В зависимости от характера симметрии все элементарные и составные частицы (атомы, молекулы) делятся на 2 класса: бозоны и фермионы (табл. 13.1).

Таблица 13.1

Класс частиц	Определение	Разъяснение
Бозоны (π -мезоны, фотоны)	Частицы описываемые симметричными функциями и подчиняются статистике Бозе-Эйнштейна	Симметричными волновыми функциями описываются системы тождественных частиц с нулевыми и целыми спинами
Фермионы (электроны, протоны)	Частицы описываются антисимметричными волновыми функциями и подчиняются статистике Ферми-Дирака	Антисимметричными волновыми функциями описываются системы тождественных частиц с полуцелыми спинами

Сложные частицы (например, атомные ядра), составленные из нечетного числа фермионов являются фермионами, а из четного – бозонами.

13.3. Многоэлектронный атом. Принцип Паули

Квантовая механика дает описание свойств простейшего атома – атома водорода. Выражение потенциальной энергии взаимодействия электрона с ядром имеет в этом случае простой вид $U = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$, что позволяет провести решение уравнения Шредингера до конца. Значительно сложнее обстоит дело для атомов, содержащих большое число электронов. Потенциальная энергия каждого такого электрона складывается из энергии притяжения его к ядру и энергии отталкивания от других электронов. Наличие последнего слагаемого не позволяет получить точного решения уравнения Шредингера. Существуют приближенные методы решения этого уравнения. Один из методов, получивших название *метода самосогласованного поля*, состоит в том, что рассматривают движение электрона в некотором результирующем поле, образованном ядром и остальными электронами (это поле называют *самосогласованным*). Движение электрона в самосогласованном поле можно рассматривать, в первом приближении, как движение в водородоподобном атоме. Состояние каждого электрона в атоме характеризуется теми же четырьмя квантовыми числами, что и в атоме водорода: n , l , m_l и m_s .

В атоме водорода энергия электрона зависит только от главного квантового числа n и не зависит от l и m_l . Поэтому данному значению энергии E_n соответствует несколько *вырожденных* состояний, которые различаются квантовыми числами l и m_l .

Наличие взаимодействия между электронами в многоэлектронном атоме приводит к тому, что величина энергии электрона зависит не только от n , но и от l . Уровень энергии электрона оказывается расщепленным на n подуровней, соответствующих различным значениям квантового числа l .

Если бы электроны в атоме были классическими частицами, то при температуре абсолютного нуля, все они разместились бы на самом низком энергетическом уровне, а все другие уровни были бы пустыми. В действительности этого не происходит. Распределение электронов в атоме по состояниям происходит согласно *принципу Паули*: в любом атоме не может быть двух электронов, находящихся в двух одинаковых стационарных состояниях, определяемых набором четырех квантовых чисел: главного n , орбитального l , магнитного m_l и спинового m_s . Применительно к системе электронов в атоме *принцип Паули* можно записать следующим образом:

$$Z(n, l, m_l, m_s) = 0 \text{ или } 1, \quad (13.4)$$

где $Z(n, l, m_l, m_s)$ – число электронов, находящихся в состоянии, описываемом набором квантовых чисел n, l, m_l, m_s .

Принцип Паули (квантово-механическая формулировка): *в системе одинаковых фермионов любые два из них не могут одновременно находиться в одном и том же состоянии, или, системы фермионов встречаются в природе в состояниях, описываемых антисимметричными волновыми функциями.*

Отметим, что бозоны могут находиться в одном и том же состоянии, и их количество в этом состоянии не лимитировано.

13.4. Распределение электронов в атоме по состояниям

Итак, распределение электронов по состояниям управляется принципом Паули: в каждом состоянии, характеризующемся квантовыми числами $n=1,2,3,\dots$; $l=0,1,2,\dots,(n-1)$; $m_l=-l,-(l-1),\dots,-1,0,1,\dots,(l-1)$; и $m_s=\pm\frac{1}{2}$, может находиться только один электрон, причем предполагается, что меньшим значениям квантовых чисел соответствуют меньшие значения энергии. Максимальное число электронов, находящихся в состояниях, определяемом главным квантовым числом n , равно

$$Z(n) = \sum_{l=0}^{n-1} 2(2l+1) = 2n^2. \quad (13.5)$$

Электроны с одним и тем же главным квантовым числом n образуют электронный слой: $n=1$ – k -слой; $n=2$ – l -слой и т.д. В каждом слое, электроны распределяются по оболочкам (подслоям), соответствующим квантовому числу l : $l=0$ – s -оболочка; $l=1$: p -оболочка; $l=2$: d -оболочка и т.д. В каждой оболочке с данным l может разместиться $2(2l+1)$ электронов. Принцип Паули ограничивает число электронов в каждом слое и оболочке. В таблице 13.2 представлена периодическая система химических элементов, составленная на основе принципа Паули. Порядок заполнения электронных оболочек и определяет химические свойства данного элемента.

Таблица 13.2

Главное квантовое число n	1		2			3			4				5					
Символ оболочки	K		L			M			N				O					
Максимальное число электронов в оболочке ($2n^2$)	2		8			18			32				50					
Орбитальное квантовое число $l = n - 1$	0	0	1	0	1	2	0	1	2	3	0	1	2	3	4			
Символ подоболочки	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	4d	4f	5s	5p	5d	5f	5g			
Максимальное число электронов в подоболочке $2(2l+1)$	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	14	18			
Магнитное квантовое число m_l	0	0	-1 0 +1	0	-1 0 +1	-2 -1 0 +1 +2	0	-1 0 +1	-2 -1 0 +1 +2	-3 -2 -1 0	+1 +2	0	-1 0 +1	-2 -1 0 +1 +2	-3 -2 -1 0	+1 +2 +3	-4 -3 -2 -1 0	+1 +2 +3 +4

13.5. Периодическая система элементов Менделеева

Являясь одним из важнейших законов природы, периодический закон Менделеева составляет основу современной химии, атомной и ядерной физики. Теория периодической системы основывается на следующих положениях:

1. Порядковый номер химического элемента равен общему числу электронов в атоме данного элемента;

2. Состояние электронов в атоме определяется набором из квантовых чисел n , l , m_l и m_s . Распределение электронов в атоме по энергетическим состояниям должно удовлетворять принципу минимума энергии: с возрастанием числа электронов каждый следующий электрон должен занять возможное энергетическое состояние с наименьшей энергией;

3. Заполнение электронами энергетических состояний в атоме должно происходить в соответствии с принципом Паули.

В периодической системе элементов наблюдается повторяемость в структуре внешних оболочек у атомов родственных элементов. Так инертные газы (Ne, Ar и Kr) имеют одинаковые внешние оболочки из 8 электронов (заполненные s - и p -состояния). Во внешней оболочке щелочных металлов (Li, Na, K, Rb, Cs, Fr) имеется лишь один s -электрон. Во внешней оболочке щелочно-земельных металлов (Be, Mg, Ca, Sr, Ba, Ra) имеется два s -электрона. Галоиды (F, Cl, Br, I, At) имеют внешние оболочки инертного газа. Так как химические и некоторые физические свойства элементов определяются внешними электронами в атомах, то периодичность свойств химических элементов должна быть связана с определенной периодичностью в расположении электронов в атомах. Считается, что каждый последующий элемент образован из предыдущего прибавлением к ядру одного протона и соответственно одного электрона в электронной оболочке атома. В таблице 13.3 представлена периодическая система химических элементов Менделеева.

Таблица 13.3

Период	Атомный номер Z	Элемент	K			L			M			N		
			1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	4d	4f		
I	1	H	1											
		He	2											
II	3	Li	2	1										
	4	Be	2	2										
	5	B	2	2	1									
	6	C	2	2	2									
	7	N	2	2	3									
	8	O	2	2	4									
	9	F	2	2	5									
	10	Ne	2	2	6									
III	11	Na	2	2	6	1								
	12	Mg	2	2	6	2								
	13	Al	2	2	6	2	1							
	14	Si	2	2	6	2	2							
	15	P	2	2	6	2	3							
	16	S	2	2	6	2	4							
	17	Cl	2	2	6	2	5							
	18	Ar	2	2	6	2	6							
IV	19	K	2	2	6	2	6	–	1					
	20	Ca	2	2	6	2	6	–	2					
	21	Sc	2	2	6	2	6	1	2					

Рассмотрим кратко последовательность заполнения электронами состояний в атомах некоторых химических элементов. В атоме водорода единственный электрон находится в состоянии $1s$, характеризуемом квантовыми числами $n=1$, $l=0$, $m_l=0$, $m_s = \frac{1}{2}$ или $-\frac{1}{2}$. В атоме He имеются два электрона. Вторым электроном этого атома тоже может находиться в состоянии $1s$, т.е. при $n=1$, $l=0$, $m_l=0$, но спин второго электрона должен быть ориентирован противоположно спину первого (для одного $m_s = \frac{1}{2}$, для другого $m_s = -\frac{1}{2}$). Группа состояний с $n=1$, $l=0$, $m_l=0$, $m_s = \pm \frac{1}{2}$ образует заполненный K -слой атома, соответствующий завершению первого периода системы Менделеева.

Следующий по порядку атом Li содержит три электрона. Но по принципу Паули, третий электрон атома Li уже не может разместиться в целиком заполненном *K*-слое и занимает самое низкое энергетическое состояние в слое с $n = 2$ (*L*-слой): $2s$ -состояние ($n = 2, l = 0, m_l = 0$). Li начинается второй период системы Менделеева. Электронная конфигурация для атома Li: $1s^2 2s$.

Четвертый электрон Be занимает состояние $2s$, а пятый электрон B должен уже занять энергетически более высокое состояние $2p$ ($n = 2, l = 1$).

Электроны всех атомов вплоть до Ne ($Z = 10$) размещаются в подслое с $l = 1$ и $n = 2$. У Ne таких электронов 6 – число, максимально возможное для такого состояния. Таким образом, *L*-слой Ne оказывается полностью застроенным и на этом элементе завершается второй период системы Менделеева.

Одиннадцатый электрон Na ($Z = 11$) размещается в *M*-слое ($n = 3$), занимая наинизшее состояние $3s$. Электронная конфигурация имеет вид: $1s^2 2s^2 2p^6 3s$. Далее, вплоть до Ar ($Z = 18$) идет последовательно застройка *M*-слоя. Она заканчивается заполнением всех состояний подслоя $3p$ у Ar, завершающего третий период системы Менделеева.

Девятнадцатый электрон калия K ($Z = 19$) должен был занять $3d$ -состояние в *M*-слое. Однако химические и оптические свойства K аналогичны свойствам Li и Na, у которых валентный электрон в *s*-состоянии. Поэтому у K его девятнадцатый электрон должен находиться в *s*-состоянии уже в следующем *N*-слое ($n = 4$) – $4s$ -состоянии. Таким образом, начиная с K при незаполненном $3d$ -подслое *M*-слоя начинается застройка *N*-слоя. Начиная со Sc ($Z = 21$), возобновляется нормальное заполнение $3d$ -подслоя, которое заканчивается у Cu ($Z = 29$).

Далее, до Kr ($Z = 36$) происходит нормальное заполнение *N*-слоя. Kr завершает четвертый период системы Менделеева.

Изложенное выше показывает, что периодичность химических свойств элементов объясняется повторяемостью электронных конфигураций во внешних электронных оболочках у атомов родственных элементов.

Теоретическое объяснение периодического закона Менделеева – одного из важнейших законов естествознания явилось важнейшим достижением современной физики. Принцип Паули ограничивает число электронов в каждом слое и оболочке.

Контрольные вопросы

1. В чем суть принципа неразличимости тождественных частиц? Какие волновые функции называют симметричными? антисимметричными?
2. Какие частицы являются бозонами? фермионами? Приведите примеры.
3. Сформулируйте принцип Паули.
4. На каких положениях основана периодическая система элементов Д.И. Менделеева? Чем объясняется периодичность в химических свойствах элементов?

Задачи.

1. Запишите электронную конфигурацию для атомов: 1) неона; 2) никеля; 3) германия; 4) кобальта.
2. Сколько электронов может быть в атоме, у которого в основном состоянии заполнены K - и L -слои, $3s$ -оболочка и два электрона в $3p$ -оболочке? Что это за атом?
3. Заполненной электронной оболочке соответствует главное квантовое число $n = 3$. Определите число электронов в этой оболочке, которые имеют следующие одинаковые квантовые числа: 1) $m_s = 1/2$ и $l = 2$; 2) $m_s = -1/2$; $m_l = 0$.

ЛЕКЦИЯ 14. ОСНОВЫ ФИЗИКИ ЛАЗЕРОВ

14.1. Поглощение. Спонтанное и вынужденное излучения

Атомы могут находиться лишь в состояниях с дискретными значениями энергии $E_1, E_2, E_3 \dots$. Существует три типа переходов атомов из одного состояния в другое (рис. 14.1): а) поглощение излучения; б) спонтанное излучение; в) вынужденное излучение.

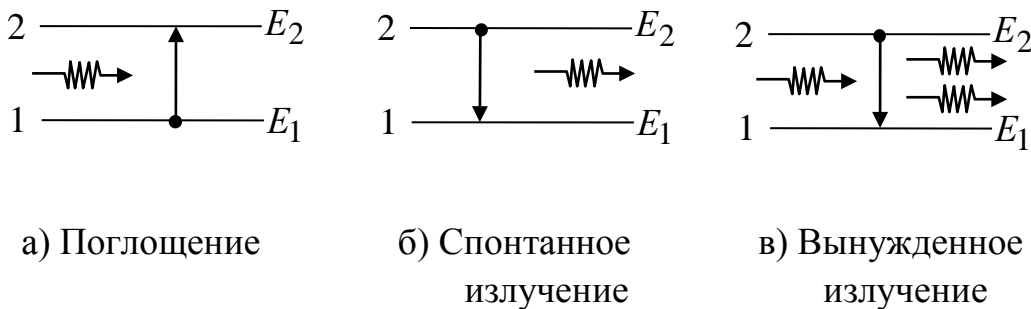


Рис. 14.1

Рассмотрим подробнее эти типы переходов.

а) *Поглощение излучения*. Атом, находясь в основном состоянии, может осуществить вынужденный переход в возбужденное состояние путем поглощения фотона, когда энергия фотона совпадает с разностью энергий между возбужденным и основным уровнями $h\nu = E_2 - E_1$ (рис. 14.1 а);

б) *Спонтанное излучение* (самопроизвольное). Атом, находясь в возбужденном состоянии, может осуществить спонтанные переходы в основное состояние без каких-либо внешних воздействий, испуская при этом фотон с энергией $h\nu = E_2 - E_1$. Процесс испускания фотона возбужденным атомом без каких-либо внешних воздействий называется *спонтанным* (самопроизвольным) *излучением* (рис. 14.1 б). Так как спонтанные акты излучения взаимно не связаны между собой, то *спонтанное излучение* некогерентно;

в) *Вынужденное* (индуцированное) *излучение*. Атом, находясь в возбужденном состоянии, может осуществить *вынужденный* переход в основное состояние под действием внешнего излучения с частотой $h\nu = E_2 - E_1$ с излучением фотона той же энергии $h\nu = E_2 - E_1$. При подобном переходе происходит излучение атомом фотона *дополнительно* к тому фотону, под действием которого произошел переход. Такое излучение называется *вынужденным*. Таким образом, в процесс вынужденного излучения вовлечено два фотона: первичный фотон и вторичный фотон.

Вторичный фотон, испускаемый атомом, неотличим от первичного фотона, стимулирующего переход, т.е. вынужденное излучение *строго когерентно* с вынуждающим излучением и имеет такую же частоту, фазу, поляризацию и направление распространения, как и вынуждающее излучение.

Для усиления вынужденного излучения необходимо, чтобы число актов вынужденного излучения фотонов превышало число актов поглощения фотонов. Это возможно, если система находится в *неравновесном состоянии*. *Неравновесное состояние* системы атомов, в котором число атомов в возбужденных состояниях больше, чем их число в основном состоянии называется состоянием с *инверсией населенностей* (*инверсное состояние*). Процесс перевода системы в *инверсное состояние* называется *накачкой*. Накачку можно осуществить оптическими, электрическими и другими способами.

В средах с инверсными состояниями (активных средах) вынужденное излучение может превышать поглощение света атомами, и падающий пучок света при прохождении через вещество будет усиливаться. Это явление описывается законом *Бугера-Ламберта-Фабриканта*

$$I = I_0 e^{|\alpha|x}, \quad (14.1)$$

где I_0 – интенсивность света, входящего в среду (при $x = 0$); I – интенсивность света, прошедшего слой толщиной x ; $|\alpha|$ – положительный коэффициент, соответствующий усилению света при его прохождении через вещество. В данном случае явление протекает так, как если бы в законе Бугера-Ламберта $I = I_0 e^{-\alpha x}$, коэффициент поглощения α , зависящий от интенсивности излучения, стал бы отрицательным. Активные среды поэтому можно рассматривать в качестве сред с отрицательным коэффициентом поглощения.

Таким образом, *активные среды (среды с инверсией населенностей) могут усиливать электромагнитное излучение, падающее на них*. Открытие явления усиления электромагнитных волн и способ их генерации лежит в основе квантовой электроники, положения которой позволили осуществить квантовые усилители и квантовые генераторы света.

14.2. Оптические квантовые генераторы (лазеры)

Практически инверсное состояние среды осуществлено в *оптических квантовых генераторах (лазерах)* (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation – усиление света с помощью вынужденного излучения).

Лазеры – это приборы, генерирующие узкий пучок монохроматического когерентного излучения высокой интенсивности в видимой, инфракрасной и ближней ультрафиолетовой областях (в оптическом диапазоне). Идея нового принципа усиления и генерации электромагнитных волн в *мазерах* (генераторы и усилители, работающие в сантиметровом диапазоне радиоволн) и *лазерах* принадлежит Н.Г.Басову, А.М. Прохорову и Ч. Таунсу, удостоенным в 1964 году Нобелевской премии.

Лазеры делятся по типу активной среды, методу накачки и режиму генерации:

Тип активной среды	Методы накачки	Режим генерации
Твердотельные; Газовые; Полупроводниковые; Жидкостные.	Оптические; Тепловые; Химические; Электроионизационные.	Непрерывный; Импульсный.

Лазер обязательно содержит три компонента: 1) *активную среду*, в которой создаются состояния с инверсией населенностей; 2) *систему накачки* – устройство для создания инверсии в активной среде; 3) *оптический резонатор* – устройство, выделяющее в пространство избирательное направление пучка фотонов и формирующее выходящий пучок света.

Принцип действия твердотельного лазера. Первым твердотельным лазером был *рубиновый лазер* (США, 1960, Т. Мейман). Кристалл рубина – это оксид алюминия (Al_2O_3), содержащий в качестве примеси (0,03 - 0,05 %) ионы Cr^{3+} . Инверсная населенность уровней иона Cr^{3+} осуществляется по трехуровневой схеме, предложенной в 1955 г. Н.Г. Басовым и А.М. Прохоровым (рис. 14.2)

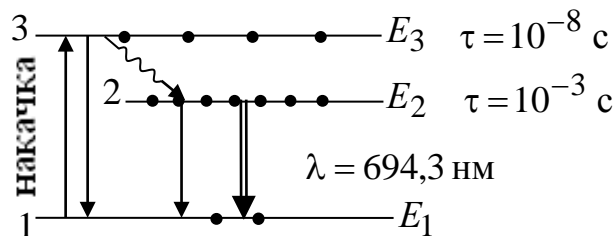


Рис. 14.2

Среди энергетических уровней иона Cr^{3+} рассмотрим три: E_1 , E_2 и E_3 . В состоянии с энергией E_3 ион Cr^{3+} живет $\tau = 10^{-8}$ с. В состоянии с энергией E_2 ион существует достаточно долго – $\tau = 10^{-3}$ с. Такое возбужденное энергетическое состояние атомной системы, в котором она

может существовать длительное время, в результате чего, переход в более низкое состояние происходит благодаря вынужденному, а не спонтанному излучению называется *метастабильным*.

При интенсивном облучении рубина светом мощной импульсной лампы ($\lambda \sim 560$ нм) ион хрома переходит с уровня 1 на уровень 3 и затем спонтанно «сваливается» в метастабильное состояние с энергией E_2 с передачей избытка энергии решетке кристалла рубина, в результате чего кристалл нагревается. Переход 2-1 запрещен правилом отбора, поэтому время жизни метастабильного состояния велико: $\tau \sim 10^{-3}$ с. В результате оказывается, что большинство ионов Cr^{3+} находится в возбужденном состоянии, т.е. имеет место инверсная населенность, необходимая для генерации лазерного излучения. В какой-то момент один из ионов Cr^{3+} спонтанно перейдет с уровня E_2 в основное состояние. Вследствие этого появится фотон, который, столкнувшись с другим возбужденным ионом Cr^{3+} , приводит к появлению второго, дополнительного фотона с той же частотой. В результате появляется лавина вторичных фотонов – зарождается лазерная генерация. Фотоны испускаются в разных направлениях, поэтому излучение не может обладать высокими когерентными свойствами.

Для выделения направления лазерной генерации используется *оптический резонатор* – система обращенных друг к другу параллельных зеркал, расположенных на концах рубинового стержня (рис. 14.3).



Рис. 14.3

При попадании фотонов на зеркала, большинство из них отражается и, двигаясь в обратном направлении, продолжают стимулировать испускание ионами Cr^{3+} новых фотонов. Многократно усиленный поток фотонов, летящих то в одну, то в другую сторону между зеркалами, выходит через полупрозрачное зеркало на одном из концов трубки, создавая строго направленный световой пучок огромной яркости. Таким образом, резонатор служит для усиления фотонного потока и формирования лазерного излучения с высокими когерентными свойствами. Лазеры на рубине работают в импульсном режиме (несколько вспышек в минуту).

Принцип действия газового лазера (He-Ne). На практике чаще используются лазеры непрерывного действия, рабочим веществом которых являются газы (CO_2 , Ne, Ar). Инверсия населенностей уровней осуществляется электрическим разрядом, пропускаемым через газ (рис. 14.4).

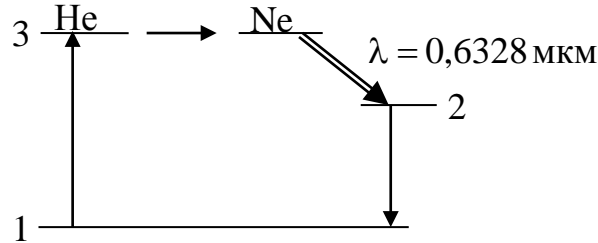


Рис. 14.4

Гелий He служит носителем энергии возбуждения, а неон Ne дает лазерное излучение. В процессе разряда часть атомов He возбуждается и переходит в состояние 3. При столкновении возбужденных атомов He с атомами Ne происходит возбуждение последних, и они переходят на метастабильный уровень и далее на один из нижних уровней с испусканием фотонов, что приводит к лазерному излучению с $\lambda = 0,6328$ мкм.

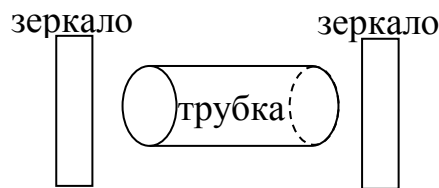


Рис. 14.5

С помощью параллельных диэлектрических зеркал, отражающих 99 % излучения, осуществляется усиление света (рис. 14.5). Для повышения степени поляризации генерируемого света на концы трубки наклеиваются пластинки под углом Брюстера ($\text{tg} i_B = n$).

Свойства лазерного излучения:

1. *Временная и пространственная когерентность.* Время когерентности составляет $\tau_{\text{ког}} = 10^{-3}$ с, что соответствует длине когерентности $l_{\text{ког}} = \tau_{\text{ког}} \cdot c = 3 \cdot 10^5$ м, т.е. на 7 порядков выше, чем для обычных источников света (10^{-2} м);

2. *Строгая монохроматичность* ($\Delta\lambda < 10^{-11}$ м);

3. *Большая плотность потока энергии;*

Пример: если рубиновый стержень получил $W = 20$ Дж энергии при накачке и высветился за $\tau = 10^{-3}$ с, то поток излучения $\Phi_e = \frac{20 \text{ Дж}}{10^{-3} \text{ с}} = 2 \cdot 10^4$ Вт.

Фокусируя это излучение на площади $S = 1 \text{ мм}^2$, получим плотность потока энергии $\frac{\Phi_e}{S} = \frac{2 \cdot 10^4}{10^{-6}} = 2 \cdot 10^{10} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$.

4. *Очень малое угловое расхождение в пучке;*

5. *КПД лазеров, составляет от 0,1 % (для He-Ne-лазера) до 75 % (для лазера на стекле с неодимом). КПД CO₂-лазера непрерывного действия, генерирующего в инфракрасной области ~ 30 %;*

6. *Полная поляризация выходящего излучения.*

Применение лазеров. Можно указать два основных направления применения лазеров в науке и технике: воздействие когерентного оптического излучения на вещество и использование лазеров для передачи и обработки информации. Лазеры применяют:

1. Для резки и микросварки твердых материалов, выжигания калиброванных отверстий в алмазе;

2. Для обнаружения дефектов в изделиях;

3. Для проведения сложных тонких операций в медицине (бескровный хирургический нож);

4. Для исследования механизмов химических реакций и влияния на их ход;

5. Для получения сверхчистых материалов;

6. Для исследования высокотемпературной плазмы;

7. Для светолокации (измерено расстояние от Земли до Луны с точностью до 10 м);

8. Для точного измерения расстояний, нивелирования (определения разности высот), задания определенного направления в геодезии;

9. Для сверхточных измерений линейных перемещений, коэффициентов преломления среды, давления, температуры;

10. Для передачи, получения и обработки информации. (Например, по одному лазерному лучу можно передать до 10^9 телефонных разговоров или 10^5 телевизионных программ. Лазерный луч может нести столько же информации, сколько все каналы радиосвязи в настоящее время). Когерентность излучения в оптическом диапазоне дает возможность передавать огромную информацию и может быть использован для создания быстродействующих ЭВМ с большим объемом памяти.

11. Использование в голографии – особом способе записи и последующего восстановления волнового поля, основанном на регистрации интерференционной картины.

Основные выводы:

1. Существуют два типа излучения: спонтанное и вынужденное. *Спонтанное* излучение атомов происходит хаотично с разными фазами, в разных направлениях, т.е. оно не когерентно и характерно для всех обычных источников света. *Вынужденное* излучение происходит с верхнего метастабильного уровня энергии атома под действием падающего на него фотона. Направление распространения, частота, фаза и плоскость поляризации вынужденного излучения полностью совпадает с падающим излучением, его вызывающим. Поэтому вынужденное и внешнее излучения являются когерентными;

2. Для работы лазера необходимо, чтобы атомы рабочего вещества имели инверсную населенность, т.е. число атомов с большей энергией должно превосходить число атомов с меньшей энергией;

3. Излучение атомов характеризуется большой мощностью, острой направленностью, монохроматичностью и поляризацией выходящего излучения.

Контрольные вопросы

1. Какие существуют типы переходов атомов из одного состояния в другое?

2. Что такое спонтанное и вынужденное излучение? Каковы их свойства? Что можно сказать о фазе, поляризации и направлению испускаемых электромагнитных волн в случае спонтанного излучения? в случае вынужденного излучения,

3. Какое условие необходимо для возникновения вынужденного излучения в веществе?

4. Что такое инверсная населенность атомов? Как осуществляются состояния с инверсной населенностью?

5. Что такое активная среда? Какое явление описывает закон Бугера-Ламберта-Фабриканта?

6. В чем заключается оптическая накачка?

7. Что такое лазер? Какие типы лазеров Вам известны (по типу активной среды, методу накачки, режиму генерации).

8. Из каких элементов состоит лазер, и какие условия должны быть выполнены для возникновения лазерного излучения?

9. Для чего нужен оптический резонатор?

10. Каков принцип работы рубинового лазера?

11. Каков принцип работы газового лазера?

12. Каковы свойства лазерного излучения?

13. В каких областях науки и техники применяется лазер?

ЛЕКЦИЯ 15. ОСНОВЫ ФИЗИКИ АТОМНОГО ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

15.1. Энергия связи ядра. Дефект массы

Эксперименты Резерфорда показали, что в центре атома находится очень малое по размерам, но массивное ядро. Атомные ядра – это сложные устойчивые образования. Согласно протонно-нейтронной модели Д.Д. Иваненко, атомное ядро состоит из элементарных частиц – протонов и нейтронов, называемых *нуклонами* (таблица 15.1).

Таблица 15.1

Характеристики нуклонов	Протон (p)	Нейтрон(n)
Электрический заряд	$1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл	0
Масса	$1,6726 \cdot 10^{-27}$ кг	$1,6749 \cdot 10^{-27}$ кг
Масса в m_e	≈ 1836	≈ 1839

Общее число нуклонов в атомном ядре определяет *массовое число* A . Атомное ядро характеризуется зарядом Z_e , где Z – *зарядовое число ядра*, равное числу протонов в ядре и совпадающее с порядковым номером химического элемента в Периодической системе элементов Д.И. Менделеева.

Большинство химических элементов имеют ядра, различающиеся массовыми числами, т.е. содержат разное число нейтронов. Такие ядра с одним и тем же зарядовым числом Z и различными массовыми числами A называются *изотопами* (водород имеет три изотопа: протий ${}^1_1\text{H}$, дейтерий ${}^2_1\text{H}$ и тритий ${}^3_1\text{H}$). Ядра с одинаковыми A , но разными Z называются *изобарами* (${}^{10}_4\text{Be}$, ${}^{10}_5\text{B}$, ${}^{10}_5\text{C}$). Атомные ядра различных элементов с одинаковым числом нейтронов, но разные числа A и Z называются *изотонами* (${}^{14}_7\text{N}$, ${}^{15}_8\text{O}$).

Размеры ядер очень малы. Очевидно, что о точных размерах ядер говорить нельзя из-за двойственной природы частиц вещества, поскольку границы ядра размыты. В первом приближении ядро можно считать сферой, радиус которой зависит от массового числа по формуле $R \approx 1,2 \cdot 10^{-15} \cdot A^{\frac{1}{3}}$ (м). Следовательно, объем ядра пропорционален числу нуклонов в атоме. Размер ядра примерно в 100 тыс. раз меньше размера атома. Поскольку вся

масса атома сосредоточена в ядре, то большая часть объема атома фактически является пустым пространством.

Ядерные силы. Между нуклонами в ядре действуют силы притяжения, превосходящие силы электростатического отталкивания протонов. Их назвали *ядерными силами*. Эти силы обладают рядом особенностей: 1) они являются только силами притяжения и значительно сильнее электростатического отталкивания протонов; 2) эти силы короткодействующие. Расстояние, на котором еще действуют ядерные силы, называется *радиусом действия* этих сил. Он примерно равен $1,5 \cdot 10^{-15}$ м; 3) ядерные силы являются зарядово независимыми; 4) эти силы не являются центральными силами, т.е. они зависят не только от расстояния между нуклонами, как это имеет место в случае кулоновской и гравитационной сил, но и от ориентации спинов; 5) для ядерных сил характерно насыщение, которое проявляется в том, что нуклон взаимодействует не со всеми остальными нуклонами, а лишь с некоторыми ближайшими соседями.

Для расщепления ядра на составляющие его нуклоны, необходимо затратить определенную энергию, называемую *энергией связи ядра*. Измерения показали, что масса ядра всегда меньше массы нуклонов, составляющих его, в их свободном состоянии. Разность этих масс называется *дефектом массы*. Таким образом, *дефект массы* – величина, на которую уменьшается масса всех нуклонов при образовании из них атомного ядра.

При образовании ядра происходит выделение энергии

$$\Delta E = E_1 - E_2 = (m - M_{\text{я}})c^2 = \Delta mc^2, \quad (15.1)$$

где Δm – дефект массы; E_1 – энергия нуклонов; E_2 – энергия ядра.

Из законов сохранения энергии следует, что такая же энергия должна быть затрачена на расщепление ядра. Если ядро с массой $M_{\text{я}}$ образовано из Z протонов с массой m_p и из $N = A - Z$ нейтронов с массой m_n , то дефект массы равен

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - M_{\text{я}}; \quad (15.2)$$

Энергия связи ядра

$$E_{\text{св}} = \Delta mc^2 = [Zm_p + (A - Z)m_n - M_{\text{я}}] \cdot c^2, \quad (15.3)$$

где m_p – масса протона; m_n – масса нейтрона; $M_{\text{я}}$ – масса ядра.

Обычно пользуются формулой

$$E_{\text{св}} = [Zm_H + (A - Z)m_n - m] \cdot c^2, \quad (15.4)$$

где $m_H = m_p + m_e$ – масса атома водорода; m – масса атома.

Действительно:

$$E_{\text{св}} = [Z(m_p + m_e) + (A - Z)m_n - (M_{\text{я}} + Zm_e)] \cdot c^2;$$

$$E_{\text{св}} = [Zm_p + Zm_e + (A - Z)m_n - M_{\text{я}} - Zm_e] \cdot c^2.$$

Видим, что вычисления по формуле (15.4) приводят к такому же результату, как и в формуле (15.3).

Об устойчивости ядра судят по *удельной энергии связи* – средней энергии связи, приходящейся на один нуклон ядра. Она равна $\omega_{\text{св}} = \frac{E_{\text{св}}}{A}$.

Чем больше $\omega_{\text{св}}$, тем устойчивее ядро.

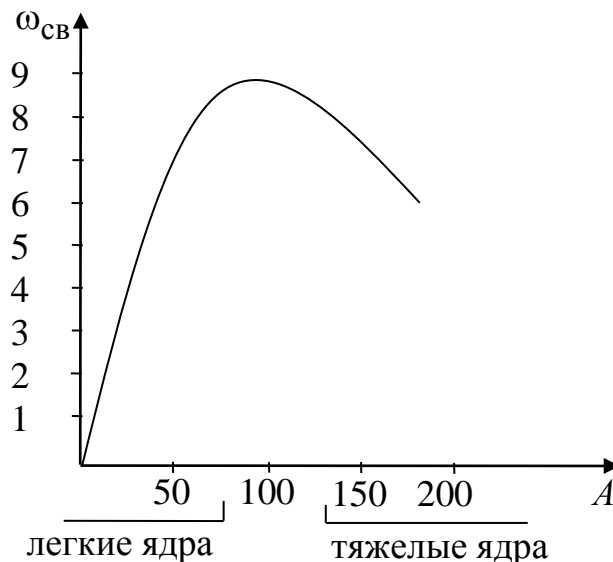


Рис. 15.1

На рис. 15.1 показана зависимость удельной энергии связи $\omega_{\text{св}}$ от массового числа A . Самое большое значение удельной энергии связи имеют нуклоны химических элементов, занимающих середину таблицы Менделеева ($30 < A < 140$). В них $\omega_{\text{св}} \approx 8,7$ МэВ [$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж]. Нуклоны самых *легких* и самых *тяжелых* элементов имеют меньшее значение удельной

энергии связи (например, для урана $\omega_{\text{св}} \approx 7,6$ МэВ). Большинство атомных ядер в природе устойчиво. Но оказалось, что ядра с массовым числом $A > 210$ все неустойчивы, т.е. предрасположены к распаду. Уменьшение удельной энергии связи в тяжелых элементах объясняется тем, что с возрастанием числа протонов в ядре увеличивается и энергия их *кулоновского отталкивания*. Поэтому связь между нуклонами становится менее сильной, а сами ядра менее прочными. Наибольшей стабильностью обладают ядра, в которых число протонов Z или число нейтронов N равно одному из следующих чисел: 2, 8, 20, 28, 50, 82 и 126, называемых *магическими*. Особенно стабильны *дважды магические ядра*, у которых магическими являются и число протонов, и число нейтронов. Таких ядер всего пять: ${}^4_2\text{He}$, ${}^{16}_8\text{O}$, ${}^{40}_{20}\text{Ca}$, ${}^{48}_{20}\text{Ca}$, ${}^{208}_{82}\text{Pb}$.

Энергия будет выделяться при таких ядерных реакциях, при которых удельная энергия связи продуктов реакции будет превышать удельную энергию исходных ядер. Это условие может быть выполнено двумя способами: 1) делением тяжелых ядер на более легкие, лежащие в средней части таблицы Менделеева; 2) синтезом легких ядер в более тяжелые ядра. При обоих процессах выделяется огромное количество энергии. Эти процессы в настоящее время осуществлены практически в реакциях деления и термоядерных реакциях.

15.2. Радиоактивность

Радиоактивностью называется процесс самопроизвольного распада неустойчивых атомных ядер (напомним, что ядра с $A > 210$ все неустойчивые). Радиоактивный распад ядер сопровождается превращением одних ядер в другие и испусканием определенных частиц. Было установлено, что эти превращения ядер не зависят от внешних условий: освещения, давления, температуры и т.д. Существует два вида радиоактивности: *естественная* и *искусственная*. Естественная радиоактивность наблюдается у химических элементов, находящихся в природе (как правило, у ядер тяжелых элементов, располагающихся в конце таблицы элементов Менделеева за свинцом). Искусственная радиоактивность наблюдается у ядер, полученных в лаборатории с помощью ядерных реакций. Однако принципиального различия между ними нет. Известно, что *естественная радиоактивность* сопровождается излучением α , β , γ -лучей. α -лучи – это поток ядер гелия ${}^4_2\text{He}$, которые обладают большой энергией, высокой ионизирующей способностью, малой проникающей способностью и

отклоняются магнитными и электрическими полями. β -лучи – поток летящих электронов, энергии которых принимают значения от нуля до 1,3 мэВ, обладают высокой проникающей способностью, но меньшей, чем у α -лучей ионизирующей способностью, отклоняются электрическим и магнитным полями. γ -лучи (электромагнитные волны с очень малой длиной волны $\lambda < 10^{-10}$ м) – поток фотонов. Они обладают относительно слабой ионизирующей способностью, очень большой проникающей способностью, не отклоняются электрическими и магнитными полями.

Преобразования ядер, сопровождающиеся испусканием α и β -лучей, называются соответственно α - и β -распадом. Распадающееся ядро X называют *материнским*, а ядро продуктов распада Y – *дочерним*.

Правила смещения. Радиоактивные семейства. При радиоактивном распаде ядер выполняются законы сохранения заряда (Z) и массового числа (A). На основании этих законов были установлены правила смещения, используя которые можно определить массовое число и заряд ядра нового элемента.

При α -распаде: ${}^A_Z X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2} Y + {}^4_2 \text{He}$ массовое число дочернего ядра Y уменьшается на 4, а зарядовое число – на 2.

При β^- -распаде: ${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z+1} Y + {}^0_{-1} e$ массовое число дочернего ядра не изменяется, а зарядовое число увеличивается на 1.

При β^+ -распаде: ${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z-1} Y + {}^0_{+1} e$ массовое число дочернего ядра не изменяется, а зарядовое число уменьшается на 1. (Здесь ${}^A_Z X$ – материнское ядро; Y – дочернее ядро; ${}^0_{-1} e$ – электрон; ${}^0_{+1} e$ – позитрон; ${}^4_2 \text{He}$ – α -частица)

Законы сохранения зарядового и массового числа:

1. Сумма зарядовых чисел возникающих ядер и частиц равна зарядовому числу исходного ядра;

2. Сумма массовых чисел возникающих ядер и частиц равна массовому числу исходного ядра;

3. Правила смещения – следствие законов сохранения зарядового и массового чисел.

Приведем примеры трех типов радиоактивного распада:



где ${}^0_0\tilde{\nu}$ – *антинейтрино* (эта античастица образуются одновременно с электроном);



где ${}^0_0\nu$ – *нейтрино* (образуется одновременно с позитроном).

Радиоактивные семейства. Получившееся в результате распада дочернее ядро, как правило, является радиоактивным, т.е. оно тоже распадается. Возникает цепочка радиоактивных превращений. Ядра, связанные этой цепочкой, образуют *радиоактивное семейство*.

Радиоактивные семейства – совокупность элементов, образующих цепочку или ряд радиоактивных превращений, заканчивающихся стабильным элементом. Семейства называются по наиболее «долгоживущему» (с наибольшим периодом полураспада) родоначальнику:

1. Семейство урана ${}^{238}_{92}\text{U}$ заканчивается на ядре ${}^{206}_{82}\text{Pb}$;

2. Семейство тория ${}^{232}_{90}\text{Th}$ заканчивается на ядре ${}^{208}_{82}\text{Pb}$;

3. Семейство актиния ${}^{235}_{89}\text{Ac}$ заканчивается на ядре ${}^{207}_{82}\text{Pb}$;

4. Семейство нептуния ${}^{237}_{93}\text{Np}$ (получено искусственным путем)

заканчивается на ядре ${}^{209}_{83}\text{Bi}$.

Переход от одного члена семейства к другому осуществляется за счет α и β -распадов и заканчивается на устойчивых изотопах свинца и висмута.

15.3. Закон радиоактивного распада

Радиоактивный распад – естественное радиоактивное превращение ядер, происходящее самопроизвольно. Процесс распада ядра является *случайным*, так как невозможно точно предсказать момент распада данного ядра. Можно предсказать, какова вероятность его распада за рассматриваемый промежуток времени. Введем *постоянную радиоактивного распада* λ - вероятность распада ядра за единицу времени, равная доле ядер, распадающихся за 1 с (определяет скорость распада).

Закон радиоактивного распада. Можно считать, что число ядер dN , распавшихся в среднем за интервал времени от t до $t + dt$, пропорционально промежутку времени dt и числу N ядер, не распавшихся к моменту времени t

$$dN = -\lambda N dt. \quad (15.5)$$

Знак « $-$ » показывает, что число радиоактивных ядер в процессе распада уменьшается. Разделим переменные и проинтегрируем это уравнение, учитывая, что в начальный момент времени $t=0$ число атомов равнялось N_0 :

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt, \quad \int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt, \quad \ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t.$$

Получим *закон радиоактивного распада* (его график приведен на рис. 15.2), согласно которому число нераспавшихся ядер убывает со временем по экспоненте:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}, \quad (15.6)$$

где N – число материнских ядер, нераспавшихся к данному моменту времени; N_0 – начальное число нераспавшихся ядер (в момент времени $t=0$); λ – постоянная радиоактивного распада.

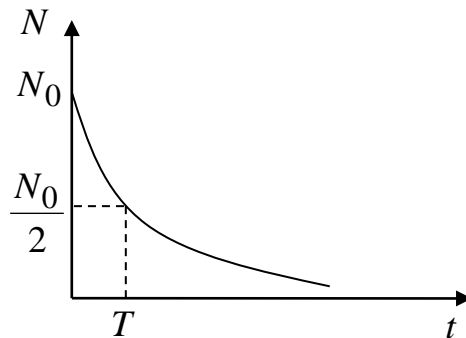


Рис. 15.2

Для количественной характеристики быстроты распада вводится физическая величина – *период полураспада* – промежуток времени, за который в *среднем* число нераспавшихся ядер уменьшится в 2 раза. Тогда, согласно (15.6):

$$\frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda T_{1/2}}; \quad \ln 2 = \lambda T_{1/2},$$

откуда *период полураспада* равен

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}. \quad (15.7)$$

Среднее время жизни τ радиоактивного ядра есть величина, обратная постоянной радиоактивного распада λ :

$$\tau = \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} \lambda N t dt = \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} \lambda N_0 t e^{-\lambda t} dt = \lambda \int_0^{\infty} t e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}. \quad (15.8)$$

Активностью нуклида называется число распадов, происходящее с ядрами образца в 1 с (нуклиды – общее название атомных ядер, отличающихся числом протонов Z и числом нейтронов N):

$$A = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda N. \quad (15.9)$$

Единица активности в СИ: беккерель (Бк). 1 Бк – активность нуклида, при которой за 1 с происходит 1 акт распада.

Периоды полураспада некоторых элементов приведены в таблице 15.1:

Таблица 15.1

Нуклид	$T_{1/2}$	Нуклид	$T_{1/2}$
${}_{92}^{238}\text{U}$	$4,5 \cdot 10^9$ лет	${}_{90}^{234}\text{Th}$	24,1 сут.
${}_{90}^{230}\text{Th}$	$8 \cdot 10^4$ лет	${}_{84}^{218}\text{Po}$	3,05 мин.
${}_{88}^{226}\text{Ra}$	1620 лет	${}_{84}^{212}\text{Po}$	$3 \cdot 10^{-7}$ с

15.4. Ядерные реакции

Превращения атомных ядер, обусловленные их взаимодействиями друг с другом или элементарными частицами, называются *ядерными реакциями*.

Все ядерные реакции подчиняются общим законам:

1. *Сохранение зарядовых чисел*: сумма зарядовых чисел частиц и ядер, вступающих в реакцию, равна сумме зарядовых чисел частиц и ядер, образующихся в этой реакции.

Пример: бомбардировка ядер азота ядрами гелия



2. *Сохранение полного числа нуклонов*: сумма массовых чисел частиц и ядер до и после реакции, должны равняться друг другу.

Пример: $4 + 14 = 17 + 1 = 18$ – в приведенной выше реакции;

3. *Сохранение массы – энергии* ($W = mc^2$). Для изолированной от внешних воздействий системы, полная масса – энергия остается неизменной;

4. *Сохранение импульса*;

5. *Сохранение момента импульса*.

Вероятность того, что при попадании пучка частиц на вещество данная реакция пройдет, измеряется ее *эффективным сечением* – площадью воображаемой площадки с центром в ядре-мишени, попадая в которую, частица-снаряд обязательно вызывает реакцию. *Эффективное сечение ядерной реакции*:

$$\sigma = \frac{dN}{nNdx}, \quad (15.10)$$

где N – число частиц, попадающих за единицу времени на единицу площади поперечного сечения вещества, имеющего в единице объема n ядер; dN – число этих частиц, вступающих в ядерную реакцию в слое толщиной dx .

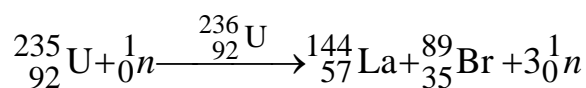
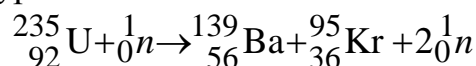
Единица эффективного сечения ядерных процессов в СИ – барн (1 барн = 10^{-28} м²).

15.5. Реакция деления ядра. Цепная ядерная реакция

Реакция деления ядра – деление тяжелых ядер под действием нейтронов на несколько более легких ядер (осколков), чаще всего на два ядра, близких по массе, с высвобождением двух или трех нейтронов деления и выделением большого количества энергии.

В 1938 году немецкие ученые Ганн и Штрассман обнаружили, что ядро урана при бомбардировке нейтронами делится на два более легких ядра, чем исходное ядро:

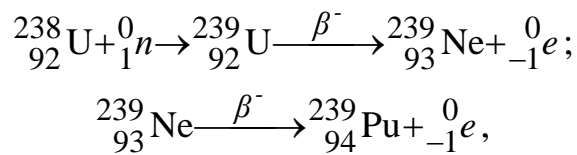
Пример: деление урана-235



Ядра изотопов бария ${}_{56}^{139}\text{Ba}$, криптона ${}_{36}^{95}\text{Kr}$, лантана ${}_{57}^{144}\text{La}$, брома ${}_{35}^{89}\text{Br}$ обладают избытком нейтронов по сравнению со стабильными ядрами, поэтому они радиоактивны.

Особенности реакций деления.

1. Легко делится ядро изотопа урана ${}_{92}^{235}\text{U}$, а не природный уран – изотоп ${}_{92}^{238}\text{U}$. Следовательно, необходимо: «обогащение» природного урана изотопом-235. Можно получить из ${}_{92}^{238}\text{U}$ плутоний ${}_{94}^{239}\text{Pu}$, который легко делится под действием нейтронов:



где ${}_{93}^{239}\text{Ne}$ – изотоп нептуния. Плутоний ${}_{94}^{239}\text{Pu}$ имеет большой период полураспада (24 360 лет) и его можно отделить от урана. Таким образом, используются оба изотопа урана для цепной реакции деления: ${}_{92}^{235}\text{U}$ – непосредственно; ${}_{92}^{238}\text{U}$ – путем превращения его в плутоний.

2. В результате реакций деления высвобождается огромное количество энергии, в соответствии с формулой Эйнштейна: $W = \Delta mc^2$. Масса ядра урана значительно больше массы осколков деления. Образующийся дефект массы и приводит к выделению огромной энергии (~ 200 МэВ на 1 акт деления или $1,1 \frac{\text{МэВ}}{\text{нуклон}}$).

3. При делении ядра урана выделяется 2 или 3 нейтрона. Испускаемые в каждом акте деления нейтроны, можно использовать для осуществления *цепной реакции*: один нейтрон делит одно ядро урана, а 2 или 3 образовавшихся нейтрона вызовут дополнительное деление и, таким образом, процесс будет лавинообразно нарастать (рис. 15.3).

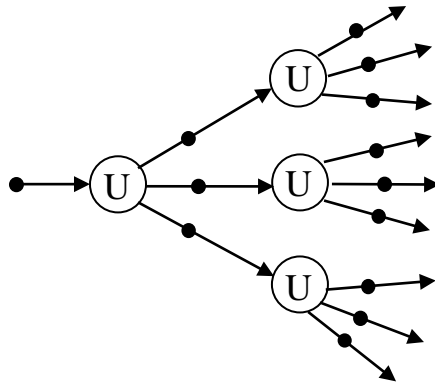


Рис.15.3

Цепная реакция – реакция, в которой частицы, вызывающие реакцию, образуются как продукты этой реакции. Но ядра урана делятся медленными нейтронами, а при реакции деления образуются быстрые нейтроны. Для решения этой проблемы создали замедлитель: тяжелая вода D_2O , графит (рис. 15.4).

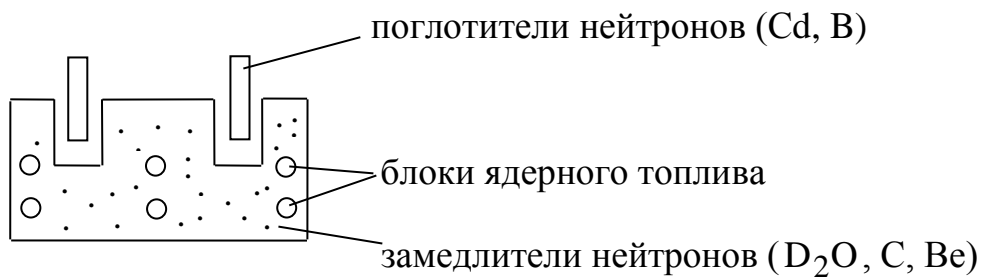


Рис.15.4

Впервые ядерная реакция была получена в виде *взрыва*. Действие *атомной бомбы* основано на использовании неуправляемой *цепной ядерной реакции*. Такая реакция носит взрывной характер, если масса урана или плутония превышает некоторую массу, называемой *критической массой*. *Критическая масса* – минимальная масса делящегося вещества, необходимая для осуществления цепной реакции.

В атомной бомбе с помощью обычного взрыва соединяются 2 или 3 части урана (или плутония) в один кусок с массой, большей критической массы. Возникает неуправляемая цепная реакция, т.е. происходит *взрыв*. Помимо разрушений, возникающих при взрыве атомной бомбы, происходит и радиоактивное заражение местности, поскольку ядра, образовавшиеся после цепной ядерной реакции, радиоактивны.

Управляемая цепная реакция осуществляется на атомных электростанциях (АЭС). В отличие от ядерной бомбы в ядерных реакторах *цепная* реакция деления носит управляемый характер.

Суть управляемой реакции заключается в том, что создаются условия, когда на каждый процесс деления ядра урана-235 или плутония приходится в среднем только один нейтрон, вызывающий новый акт деления. Другие образовавшиеся нейтроны поглощаются атомными ядрами других веществ. Таким образом, скорость выделения энергии будет поддерживаться одинаковой. На рис. 15.5 показана схема атомного реактора.

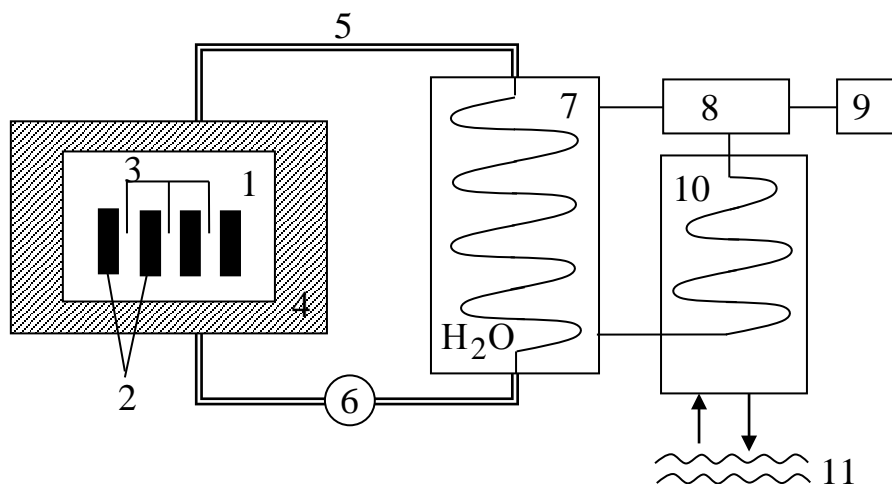


Рис.15.5

1 – ядерный реактор; 2 – горючее с замедлителем (C, D₂O) + $^{235}_{92}\text{U}$, $^{239}_{94}\text{Pu}$; 3 - управляющие стержни (Cd, В); 4 – защитная оболочка; 5 – замкнутый контур (вода, жидкий Na) с теплоносителем; 6 – насос; 7 – теплообменник (вода → пар); 8 – паровая турбина; 9 – электрогенератор; 10 – конденсатор; 11 – искусственный водоем.

Сердцем АЭС является ядерный реактор (1). В качестве горючего используются U-235 и Pu-239. Для управления потока нейтронов в атомных реакторах используют управляющие стержни (3), содержащие кадмий или бор, которые хорошо поглощают нейтроны. Эти стержни вводят в активную зону реактора (2) (топливо-замедлитель). Когда стержни полностью погружены в реактор, они поглощают столько нейтронов, что цепная реакция в реакторе не идет. В качестве замедлителя нейтронов используют графит или тяжелую воду. В целях безопасности реактор помещен в защитную оболочку (4). Для получения самоподдерживающейся цепной реакции, как и в атомной бомбе, масса топлива должна быть не меньше критической (примерно несколько килограмм). Энергия, выделяемая реактором (1) снимается теплоносителем (вода, жидкий Na), циркулирующим в замкнутом контуре. Циркуляция обеспечивается насосом (6). В теплообменнике (7) теплоноситель отдает тепло воде, превращая ее в пар, который вращает паровую турбину (8), а та в свою очередь соединена с электрогенератором

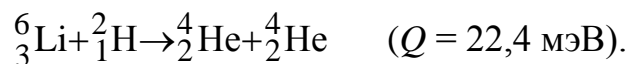
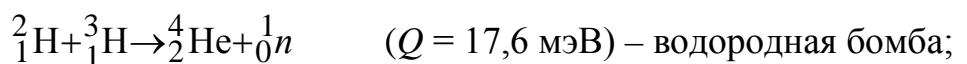
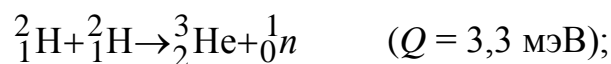
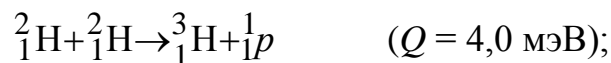
(9), вырабатывающим электроэнергию. Из паровой турбины пар попадает в конденсатор (10). Происходит охлаждение пара, конденсация его в воду, которая поступает в теплообменник. Охлаждение пара в конденсаторе осуществляется водой из искусственного водоема. Для выработки электроэнергии АЭС используют только 40 % тепла реактора. Остальное тепло можно использовать для обогрева домов, опреснения морской воды и в других целях. Количественные оценки показывают, что при делении 1 г урана выделяется в 3 млн. раз больше энергии, чем при сгорании 1 кг угля, а стоимость энергии, полученной с помощью угля в 400 раз больше, чем для уранового горючего.

Атомные реакторы используют как источники энергии на ледоколах и подводных лодках.

Термоядерные реакции. Источником огромной энергии может служить реакция *синтеза* атомных ядер – образование из легких ядер более тяжелых.

Особенностью реакции синтеза является то, что она сопровождается выделением большого количества энергии, поскольку удельная энергия связи у легких ядер меньше, чем у промежуточных. Кроме того, удельная энергия связи резко увеличивается при переходе от ядер дейтерия ${}^2_1\text{H}$ и трития ${}^3_1\text{H}$ к литию ${}^6_3\text{Li}$ и особенно к гелию ${}^4_2\text{He}$.

Примеры реакций синтеза (Q - энергосвободные):



Необходимые условия для осуществления реакции синтеза. Чтобы произошла термоядерная реакция, ядра должны преодолеть кулоновский барьер, высота которого составляет ~ 0,1 МэВ. Необходимо сблизить положительно заряженные ядра на столь малое расстояние ($\sim 1,5 \cdot 10^{-15}$ м), чтобы между ними начали действовать *ядерные силы*. Реально в этих реакциях могут участвовать ядра с очень большими кинетическими энергиями (скоростями). Этого можно достичь путем нагрева вещества до

температуры порядка 10^7 К. В водородной бомбе такая температура возникает за счет взрыва в ней ядерной бомбы. Управляемую реакцию пока осуществить не удалось. В качестве горючего берется соединение LiD (изотоп ${}^6_3\text{Li}$ и дейтерий ${}^2_1\text{H}(\text{D})$). При достижении высокой температуры вначале протекает реакция: ${}^2_1\text{H} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^3_1\text{H} + {}^1_0n$. Образующиеся нейтроны поглощаются изотопом ${}^6_3\text{Li}$, в результате чего образуется тритий ${}^3_1\text{H}$ и ${}^4_2\text{He}$: ${}^1_0n + {}^6_3\text{Li} \rightarrow {}^3_1\text{H} + {}^4_2\text{He}$. Ядра трития ${}^3_1\text{H}$ и дейтерия ${}^2_1\text{H}$ вступают в реакцию ${}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0n$, которая и сопровождается большим выделением энергии.

Взрыв водородной бомбы – неуправляемая термоядерная реакция: энергия выделяется в огромном количестве в одно мгновение, и ее можно использовать только для разрушения. Человечеству необходим управляемый термоядерный синтез. Реакция синтеза очень выгодна по трем причинам:

1. Запасов дейтерия и трития хватит на неограниченное время, поскольку они содержатся в воде (В 60 л воды содержится 1 г дейтерия);
2. При ядерном синтезе не столь остра проблема захоронения радиоактивных отходов, которые образуются в ходе деления ядер в атомных реакторах;
3. Энергия, выделяющаяся при ядерном синтезе, в расчете на единицу массы горючего больше, чем при делении тяжелых ядер.

Условие необходимое для протекания термоядерной реакции, было сформулировано Лоусоном (критерий Лоусона):

$$n\tau \sim 10^{16} \text{ для реакции } {}^2_1\text{H} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He};$$

$$n\tau \sim 10^{14} \text{ для реакции } {}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0n,$$

где n – концентрация частиц в 1 см^3 ; τ – время (в секундах) их удерживания вместе.

Эти соотношения отражают необходимость сохранения высокой плотности частиц при высокой температуре ($T \sim 10^7$ К) в течение определенного времени. Из этого соотношения видно, что реакция синтеза ядра гелия из ${}^2_1\text{H}$ и ${}^3_1\text{H}$ более выгодна, чем из двух ядер дейтерия, поскольку накладываемые требования в первом случае менее жесткие. Этим объясняется то, что реакции ${}^2_1\text{H} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He}$ в водородной бомбе нет.

Реакция термоядерного синтеза *невзрывного* характера осуществляется в природе на Солнце и звездах, где достигается температура в миллионы

градусов. При таких температурах возникает особое состояние вещества – плазма. Плазма – это сильно ионизированный газ, в котором ядра и электроны существуют независимо друг от друга. Таким образом, для осуществления управляемой термоядерной реакции нужно создать высокотемпературную плазму, которую надо удержать. Физиками предложено два способа удержания плазмы: магнитным полем в специальном устройстве Токомак (тороидальная камера с магнитными катушками) и с помощью лазерного излучения. Для осуществления реакции управляемого синтеза нужно преодолеть много технических трудностей, но нет сомнения, что термоядерные реакторы будут созданы и у термоядерной энергетики – большое будущее.

Контрольные вопросы

1. Какова структура атомного ядра?
2. Дайте понятие ядерных сил. Каковы их особенности?
3. Что такое энергия связи и удельная энергия связи ядра? Что называется дефектом массы?
4. Что называется радиоактивностью? Каков закон радиоактивного распада? Каков смысл постоянной распада λ ? Что такое период полураспада?
5. Какие виды радиоактивного излучения Вам известны? Охарактеризуйте их.
6. Что называется ядерной реакцией? Какие законы сохранения выполняются в ядерной реакции?
7. Что такое цепная реакция? Где она используется?
8. Каково принципиальное устройство атомной электростанции?
9. Какие реакции называются термоядерными?

Задачи.

1. Определите число протонов и нейтронов, входящих в состав трех изотопов бора 1) 9_5B ; 2) ${}^{10}_5B$; 3) ${}^{11}_5B$.
2. Энергия связи $E_{св}$ ядра, состоящего из трех протонов и четырех нейтронов, равна 39,9 МэВ. Определите массу нейтрального атома, обладающего этим ядром.
3. Определите, что продолжительнее – три периода полураспада или два средних времени жизни радиоактивного ядра?

4. Пользуясь таблицей Менделеева и правилами смещения, определите, в какой элемент превращается ${}_{92}^{238}\text{U}$ после трех α -распадов и двух β^{-1} -распадов.

ЛЕКЦИЯ 16. ЭЛЕМЕНТЫ ЗОННОЙ ТЕОРИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Квантовая механика оказалась действенным инструментом изучения структуры твердых тел. Как известно, все твердые тела по типу проводимости разделяются на три класса: *проводники*, *диэлектрики* и *полупроводники* (плохие проводники). Квантовая теория позволила рассмотреть с единой точки зрения поведение всех твердых тел в электрическом поле. На основе этой теории создана теория *полупроводников* – веществ, которые определили развитие электроники, ЭВМ, радио и телевизионной техники.

16.1. Полупроводники

Полупроводниками называют группу веществ, электропроводность которых занимает промежуточное положение между металлами и диэлектриками. Исследования полупроводников показали, что их электрические свойства в большей степени зависят от чистоты полупроводника и от примесей, которые в них находятся. Абсолютно чистых веществ не бывает. Искусственно создаваемые вещества всегда содержат примеси, которые попадают из окружающей среды, со стенок приборов и т.д. С точки зрения химии чистым считается вещество, в котором содержится один посторонний атом на 1000 собственных атомов (концентрация 0,1 %). Остановимся сначала на электропроводности чистых полупроводников.

1. *Чистые полупроводники.* Полупроводниками являются химические элементы четвертой группы таблицы Менделеева и некоторые другие соединения. Типичными представителями полупроводников являются кристаллы кремния и германия, в которых атомы объединены ковалентной связью. Вследствие теплового колебательного движения атомов может произойти разрыв некоторых химических связей, в результате чего возникает свободный электрон, который будет хаотически двигаться по кристаллу. На рис. 16.1 показана часть кристалла кремния и одна разорванная связь. Удаление электрона приводит к нарушению химической связи, поскольку она осуществляется лишь одним валентным электроном. Эту неполноценную связь называют *дыркой*. Дырку можно рассматривать как положительный заряд, равный заряду электрона по абсолютной величине. На место дырки может попасть электрон от соседней химической связи. Дырка будет хаотически перемещаться по кристаллу. Происходит и обратный процесс: электрон и дырка, встречаясь друг с другом, соединяются. Это приводит к

рекомбинации – исчезновению и восстановлению химической связи. Таким образом, в полупроводнике при любой температуре имеется определенная концентрация свободных электронов и дырок, которыми и обуславливается собственная электропроводность полупроводников.

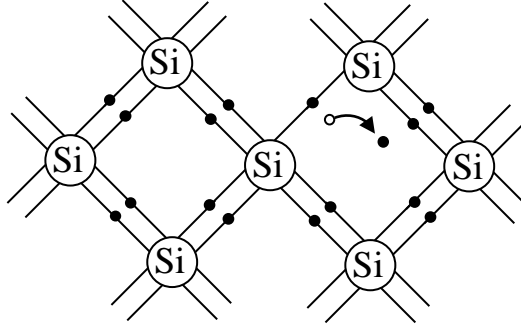


Рис. 16.1

Сила тока I в проводнике связана со скоростью v упорядоченного движения электронов соотношением $I = envS$, где e – заряд электрона по абсолютной величине; n – концентрация свободных электронов (электронов проводимости), т.е. число электронов в единице объема; S – площадь поперечного сечения проводника. Собственная проводимость полупроводника обусловлена электронами и дырками. Поэтому сила тока будет зависеть от концентрации n_e электронов и n_p дырок, а также от их скоростей v_e и v_p упорядоченного движения, т.е.

$$I = en_e v_e S + en_p v_p S. \quad (16.1)$$

Установлено, что концентрация носителей тока зависит от температуры полупроводника. Если энергия теплового движения атомов достаточна для разрыва химической связи, то появляется электронно-дырочная пара. Число таких пар N_1 , возникающих в единице объема в течение одной секунды, зависит от энергии W_g и определяется законом

Больцмана: $N_1 = a \cdot e^{-\frac{W_g}{kT}}$, где a – коэффициент пропорциональности; k – постоянная Больцмана; T – абсолютная температура проводника. С другой стороны, в полупроводнике непрерывно идет процесс рекомбинации электронов и дырок. Число рекомбинированных пар N_2 в единице объема за одну секунду пропорционально числу электронов и дырок, т.е. $N_2 = bn_e n_p$, где b – коэффициент пропорциональности. Число электронов и дырок в полупроводнике одинаково, так как они появляются парами. Поэтому

$n_e = n_p$ и $N_2 = bn_e^2 = bn_p^2$. Поскольку концентрация носителей тока при неизменной температуре постоянна, то число рождающихся пар должно равняться числу рекомбинирующих пар, т.е. $N_2 = N_1$, и, следовательно,

$$bn_e^2 = bn_p^2 = a \cdot e^{-\frac{W_g}{kT}}. \text{ Отсюда } n_e^2 = n_p^2 = \frac{a}{b} \cdot e^{-\frac{W_g}{kT}} \text{ и}$$

$$n_e = n_p = A \cdot e^{-\frac{W_g}{2kT}}. \quad (16.2)$$

где коэффициент $A = \sqrt{\frac{a}{b}}$ оценивается методами квантовой механики и находится в пределах $10^{17} - 10^{19} \text{ см}^{-3}$. Подставляя значения n_e и n_p в формулу (16.1), получаем

$$I = Ae(v_e + v_p)S \cdot e^{-\frac{W_g}{2kT}}. \quad (16.3)$$

Из этой формулы следует, что с повышением температуры полупроводника увеличивается сила тока, протекающего по проводнику, при неизменном напряжении на нем. Из этого следует, что с повышением температуры сопротивление полупроводника и его удельное сопротивление уменьшаются. В этом заключается отличие полупроводников от металлов, у которых с ростом температуры удельное сопротивление ρ увеличивается ($\rho = \alpha \rho_0 T$, где α – температурный коэффициент сопротивления; ρ_0 – удельное сопротивление проводника при 0°C). Из соотношения (16.3) следует также, что при $T \rightarrow 0$ сила тока стремится к нулю. Следовательно, сопротивление полупроводника становится очень большим и при низкой температуре он является диэлектриком, что подтверждается и опытом. Физически это объясняется тем, что энергии теплового движения не хватает на образование электронно-дырочной пары. При комнатной температуре концентрация электронно-дырочных пар равна $n_e = n_p \approx 2,4 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$. Увеличение температуры на 223 К приводит к изменению концентрации электронно-дырочных пар в 10^{36} раз. Поскольку концентрация носителей тока при температуре порядка 77 К очень мала, то полупроводник при этой температуре ведет себя как диэлектрик. При комнатной же температуре число носителей тока в единице объема значительно меньше, чем у металлов

($n_e \sim 10^{23} \text{ см}^{-3}$), но больше, чем у диэлектриков. Поэтому проводимость полупроводников занимает промежуточное значение между металлами и диэлектриками.

2. *Примесные полупроводники.* Чистые полупроводники не представляют практического интереса. Для электроники весьма полезными оказались так называемые *легированные полупроводники*, в которые введены примеси. Они подразделяются на полупроводники *n*- и *p*-типа.

а) *Полупроводники n-типа.* Если в кристаллическую решетку четырехвалентного полупроводника кремния, внедрить пятивалентный атом мышьяка, то для образования ковалентных связей с соседями ему надо четыре электрона. Пятый же электрон, вследствие теплового движения, может оторваться от атома. В результате этого атомы примеси превращаются в положительные ионы и появляются свободные электроны, обуславливающие проводимость полупроводника (16.2). Такие примеси называются *донорными*, а сам полупроводник называют *полупроводником n-типа* (от слова negative – отрицательный).

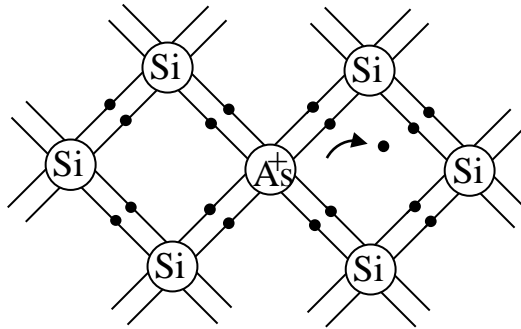


Рис 16.2

б) *Полупроводники p-типа.* Если внедрить в кристаллическую решетку четырехвалентного полупроводника кремния трехвалентный атом бора, то для образования ковалентной связи с соседями ему надо четыре электрона, а у него их только три. Поэтому одна связь оказывается неупакованной. Атом бора захватывает один электрон от соседнего атома кремния, так как это энергетически выгодно. В результате этого атомы примеси превращаются в отрицательные ионы, а в полупроводнике возникают дырки, обуславливающие его электропроводность (рис. 16.3). Проводимость этого типа называется *дырочной*, примесь – *акцепторной*, а полупроводник – *p-типа* (от слова positive – положительный).

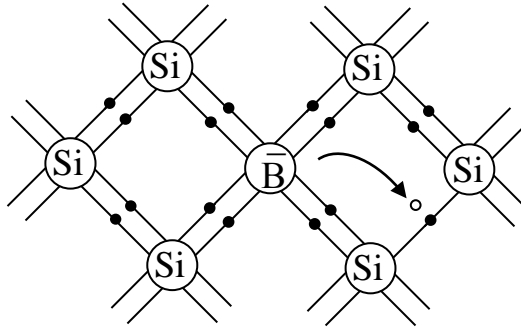


Рис.16.3

Оценим равновесную концентрацию примесных электронов в полупроводнике n -типа или примесных дырок в полупроводнике p -типа. В настоящее время разработаны методы тщательной очистки полупроводников от примесей. Так, в 1 см^3 кремния, в котором содержится $\sim 10^{23}$ атомов кремния, уровень «неконтролируемых» примесей порядка $\sim 10^{11}$ атомов. Предположим, что в кремний ввели еще 10000 атомов примеси, например, мышьяка, и всего их стало $N = 10^{15} \text{ см}^{-3}$. Оценка концентрации примесных электронов или дырок проводится по формуле, аналогичной соотношению (15.2), полученному для чистого полупроводника:

$$n = (AN)^{1/2} \cdot e^{-\frac{W_i}{2kT}}, \quad (16.4)$$

где n – концентрация электронов или дырок; N – число атомов донора или акцептора, введенного в единицу объема полупроводника, и W_i – энергия ионизации, т.е. энергия отрыва электрона от атома примеси или энергия, необходимая для присоединения электрона к атому акцепторной примеси. Значение энергии ионизации мышьяка, введенного в кремний, составляет 0,05 эВ, что в 20 раз меньше энергии, необходимой для создания электронно-дырочной пары в чистом кремнии. Тогда при $T = 77 \text{ К}$ $n \sim 10^{13} \text{ см}^{-3}$, что в 10^{30} раз больше, чем в чистом кремнии. При $T = 300 \text{ К}$ $n \sim 10^{19} \text{ см}^{-3}$, т.е. 10^4 раз больше, чем в чистом кремнии. В действительности разница еще больше. Таким образом, численные оценки показывают, что концентрация носителей тока (электронов, дырок), а следовательно, и электропроводимость очень сильно зависят от температуры и наличия примесей, вводимых в полупроводник.

16.2. Образование энергетических зон в кристаллах

Известно, что энергии, которыми обладают электроны в атоме, квантованы, т.е. имеют дискретные значения. Их удобно изображать в виде уровней энергии. Что произойдет, когда N атомов объединяются в кристалл? С точки зрения квантовой теории, образуется единая квантовая система и к ней применим принцип Паули, гласящий в данном случае, что в кристалле не может быть двух одинаковых энергетических уровней. Поэтому каждый энергетический уровень изолированного атома при образовании кристалла расщепляется на N подуровней, уровень как бы размывается и образуется так называемая энергетическая зона. Схематически процесс образования энергетических зон кристалла из атомов лития показан на рис. 16.4.

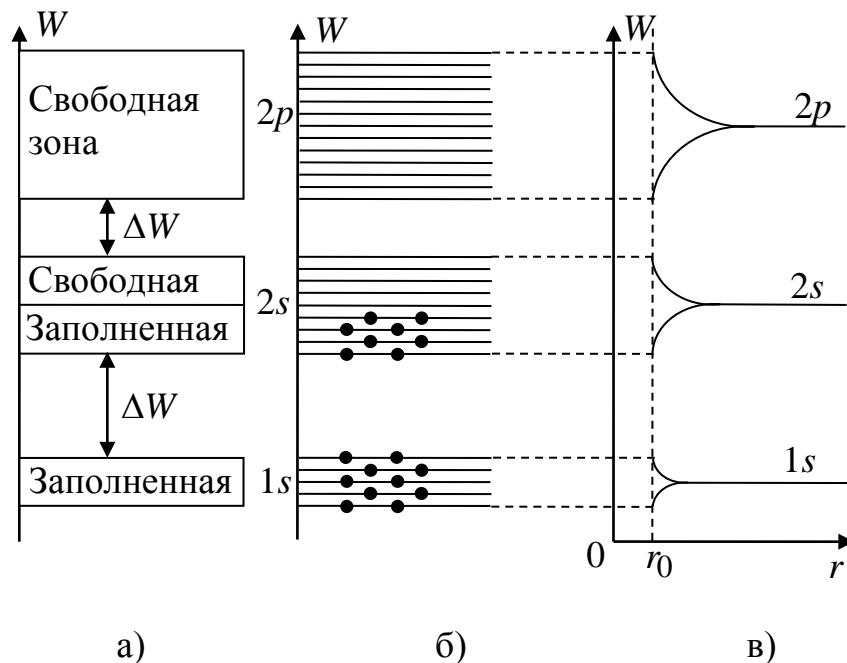


Рис. 16.4

Атом лития имеет три электрона: два электрона с разными направлениями спина находятся на уровне $1s$ и третий – на уровне $2s$. При уменьшении расстояния между атомами уровни энергии размываются. Степень размывости определяется межатомным расстоянием r_0 , различным для каждого кристалла (рис. 16.4 в). Два ближайших к ядру электрона (в состояниях $1s$) слабо взаимодействуют с электронами других атомов и поэтому их размывость при расстоянии r_0 небольшая. В этом случае все N подуровней энергии заняты электронами и поэтому образовавшаяся энергетическая зона называется *заполненной*. На уровне $2s$ в атоме находится один электрон, но, согласно принципу Паули, на нем может быть и второй электрон с противоположным направлением спина. Это приводит к тому, что

половина нижних энергетических уровней занята электронами, а половина – свободна. Можно сказать, что она состоит из двух зон: *свободной* и *заполненной*. Электронов в состоянии $2p$ в атоме лития нет, но в принципе они там могут быть. Поэтому этот уровень, не занятый электронами, также размывается в зону свободных подуровней – в свободную зону. Из рис. 16.4 видно, что между зонами $1s$, $2s$ и $2p$ располагаются области энергий ΔW , которые электроны иметь не могут. Это так называемые *запрещенные зоны*. Другие упомянутые зоны называют *разрешенными*. Разница в энергиях между соседними подуровнями в разрешенных зонах очень мала и лежит в пределах $10^{-22} - 10^{-24}$ эВ ($1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж). Поэтому зоны можно рассматривать как непрерывные. Однако всегда следует помнить о дискретности подуровней и о том, что число подуровней в кристалле конечно. В зависимости от степени зон все твердые тела делятся на проводники, полупроводники и диэлектрики.

16.3. Деление на проводники, диэлектрики и полупроводники

Известно, что электрический ток – это упорядоченное движение электронов. Под действием электрического поля электроны приобретают дополнительную энергию, обусловленную кинетической энергией их упорядоченного движения. С точки зрения квантовой механики это означает, что электрон переходит с некоторого нижнего уровня энергии на более высокий уровень. Исходя из этого, легко понять различие между диэлектриками и проводниками.

Проводники – это тела, у которых свободная зона следует сразу за заполненной зоной (рис. 16.4 а), как это имеет место в случае кристалла лития для состояния $2s$. Электроны под действием электрического поля легко переходят с нижних энергетических уровней на верхние. Это означает, что ток течет (действительно кристалл лития – хороший проводник). В *диэлектрике* свободная зона отделена от заполненной запрещенной зоной, ширина ΔW которой значительно больше энергии kT теплового движения атомов (рис. 16.5 а). Поэтому электронов в ней нет. При этом энергии электрического поля не хватает на то, чтобы электрон перешел из заполненной зоны в более свободную зону. (Если приложить очень высокое напряжение, то электроны преодолют этот барьер и произойдет пробой диэлектрика).

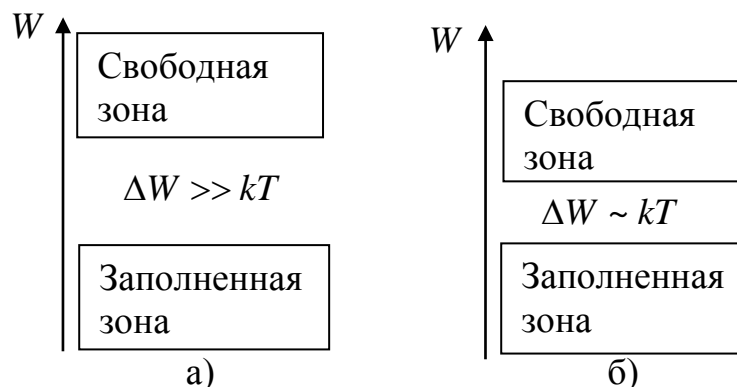


Рис.16.5

В полупроводниках запрещенная зона есть, но она невелика (рис. 16.5 б) и ее энергия соизмерима с энергией теплового движения атомов ($\Delta W \sim kT$). Тогда за счет энергии теплового движения часть электронов из заполненной зоны переходит в свободную зону и при наличии электрического поля потечет ток, который значительно слабее тока в металлах.

Рассмотрим электрические свойства полупроводников, исходя из *зонной теории*.

а) *Чистые полупроводники*. Поскольку ширина запретной зоны ΔW в полупроводнике соизмерима с энергией теплового движения электронов, то возможны переходы некоторых электронов из заполненной зоны в свободную. Вследствие этого в заполненной зоне появляются вакантные места, которые и являются *дырками*. Они обозначаются кружочками (рис. 16.6). Если к полупроводнику приложить разность потенциалов, т.е. создать в нем электрическое поле, то электроны переходят с нижнего энергетического уровня на более высокий уровень, что означает возникновение электрического тока. Перемещение электронов в заполненной зоне приводит к движению дырок по энергетическим уровням, которое эквивалентно движению положительного заряда $+e$, равного по абсолютной величине заряду электрона. Таким образом, проводимость чистого полупроводника, называемая *собственной проводимостью*, обусловлена электронами и дырками. Собственная проводимость полупроводников мала.

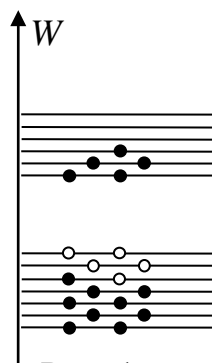


Рис. 16.6

Если полупроводник нагреть, то проводимость его возрастет, так как с повышением температуры увеличивается энергия теплового движения электронов, что приводит к увеличению числа электронов, переходящих из заполненной зоны в свободную зону, растет число носителей тока, что и влечет за собой увеличение электропроводности полупроводника.

б) *Примесные полупроводники.* В легированных полупроводниках примеси создают дополнительные энергетические уровни между свободной и заполненной зонами. Это позволяет электронам легко преодолевать энергетические барьеры. В зависимости от того, как расположены энергетические зоны примеси, полупроводники разделяются на два вида: *n*-типа и *p*-типа.

Полупроводники n-типа. В полупроводнике *n*-типа примесные энергетические уровни лежат чуть ниже свободной зоны (рис. 16.7). Электроны с этих уровней, вследствие теплового движения, могут легко переходить в свободную зону и, таким образом, создавать условия для появления тока. Так как дополнительные уровни примеси поставляют электроны в свободную зону, то их называют *донорными*. Проводимость этого полупроводника обусловлена электронами и называется *электронной*, а сам полупроводник – *полупроводником n-типа*.

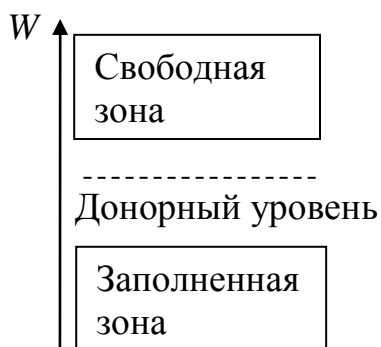


Рис. 16.7

Полупроводники p-типа. В полупроводниках этого типа энергетические уровни примеси расположены чуть выше заполненной зоны (рис. 16.8). Электроны из заполненной зоны переходят на уровни примеси и в ней появляется дырка. При заполнении дырки другими электронами, под действием электрического поля она перемещается и поведение дырки аналогично поведению положительного заряда. Проводимость этого типа называется *дырочной*, примесь называют – акцепторной (принимает на себя электроны), а полупроводник – полупроводником *p*-типа.

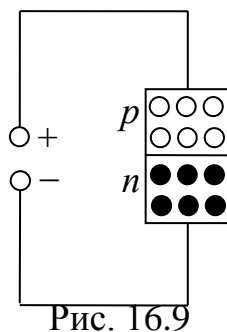


Рис. 16.8

16.4. Полупроводниковые элементы электроники

На основе примесных полупроводников созданы устройства, являющиеся важными компонентами современных электронных приборов – диоды, транзисторы и т.д. Их важным преимуществом являются высокая надежность, большой срок службы и миниатюрность. Рассмотрим принцип работы двух основных элементов – диодов и транзисторов.

1. *Полупроводниковый диод.* При соединении полупроводников *n*- и *p*-типа получается диод с так называемым *p-n – переходом*. В результате такого соединения небольшое количество электронов около контакта перейдет из полупроводника *n*-типа в полупроводник *p*-типа, где произойдет их рекомбинация с дырками. Вследствие этого полупроводник *n*-типа заряжается положительно, а *p*-типа – отрицательно. Возникает некоторая разность потенциалов, которая препятствует дальнейшему переходу электронов. Если к диоду подключить источник тока, чтобы минус был соединен с полупроводником *n*-типа, а плюс – с полупроводником *p*-типа (рис. 16.9), то под действием внешнего электрического поля электроны и дырки проходят границу раздела полупроводников и рекомбинируют. В то же время источник тока поставляет все новые электроны и дырки. Поэтому через диод протекает достаточно сильный ток.



Если изменить полярность на диоде, то под действием поля электроны и дырки отходят от границы раздела полупроводников и ток через диод не течет (рис. 16.10). Таким образом, диод обладает односторонней проводимостью. Это используется для выпрямления тока, т.е. для преобразования переменного в постоянный по направлению ток.

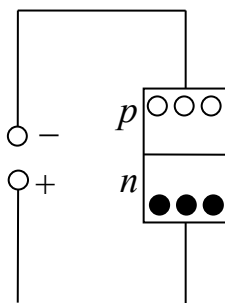


Рис. 16.10

Простая схема выпрямителя тока показана на рис. 16.11 а. Стрелка указывает направление, в котором диод проводит ток. В схему включен источник, дающий переменное синусоидальное напряжение (рис. 16.11 б). Ток в течение одного полупериода протекает через диод, а в течение другого – отсутствует. Поэтому через резистор R ток течет также только в одном направлении (рис. 16.11 б). Электрическая цепь, изображенная на рис. 16.11 а, дает ток постоянного направления, но не постоянный по величине. Для того, чтобы получить ток, постоянный по величине, используют диоды, включенные в несколько более сложные цепи. Выпрямительные схемы играют важную роль, так как электростанции вырабатывают ток переменный, а для работы большинства электронных устройств (радио, телевизоры, ЭВМ) требуется постоянное напряжение.

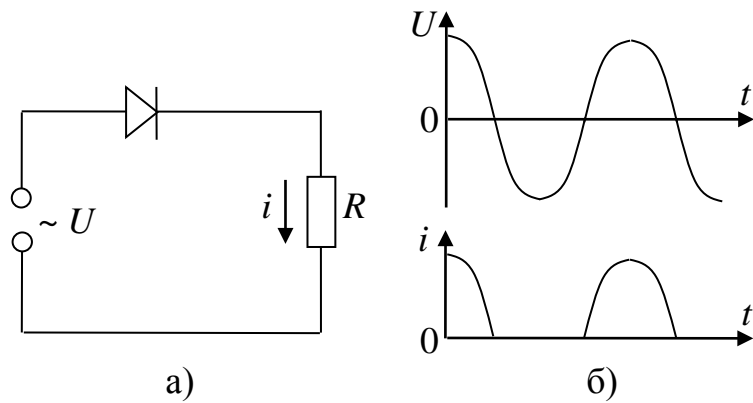


Рис. 16.11

2. *Транзистор.* Транзисторы или полупроводниковые триоды являются основой современной радиоэлектроники. Они применяются для усиления тока и напряжения. Транзистор представляет собой соединение из двух $p-n$ – переходов. В зависимости от компоновки p - и n -областей, различают транзисторы $p-n-p$ и $n-p-n$ типов (рис. 16.12). Центральная область транзистора называется базой (B) и имеет обычно небольшую толщину (несколько мкм). Она является управляющим электродом. Кроме того, в транзисторе различают эмиттер (\mathcal{E}) и коллектор (K). Условные изображения транзисторов также приведены на рис. 16.12, причем стрелка всегда обозначает эмиттер, а ее направлением совпадает с направлением тока.

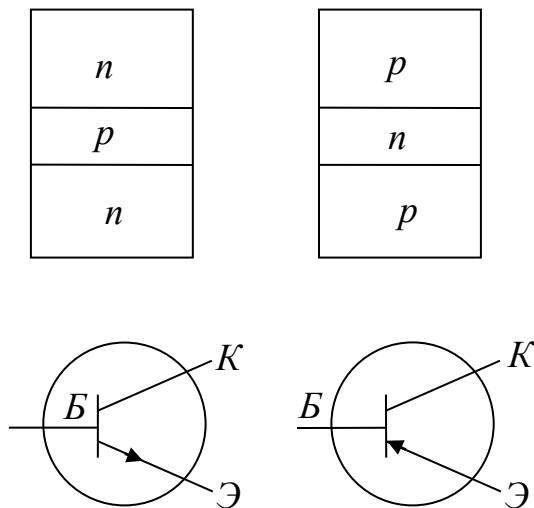


Рис. 16.12

Рассмотрим работу $n-p-n$ транзистора, включенного в цепь, приведенную на рис. 16.13. Это принципиальная схема усилителя напряжения. Рассмотрим принцип ее действия. Напряжение между коллектором и эмиттером $U_{KЭ}$ поддерживается источником ε_1 . Если на базу относительно эмиттера приложить положительное напряжение от источника

ε_2 , то электроны эмиттера притягиваются к базе и в цепи база – эмиттер потечет постоянный электрический ток. Так как толщина базы очень мала, большинство электронов свободно проходит на коллектор, находящийся под положительным напряжением. В результате этого между коллектором и эмиттером протекает более сильный постоянный ток, чем в цепи база – эмиттер. Подадим теперь еще и переменное напряжение между эмиттером и базой. Тогда сила тока I_B в этой цепи будет изменяться по тому же закону, что и поданное переменное напряжение. Небольшие изменения напряжения на базе, обусловленные входным сигналом, вызывают сильные изменения силы тока I_K в цепи коллектора и, следовательно, большие изменения напряжения на выходном резисторе R_K . Таким образом, транзистор усиливает слабые сигналы. Транзисторы являются основными элементами современных электронных усилителей всех типов.

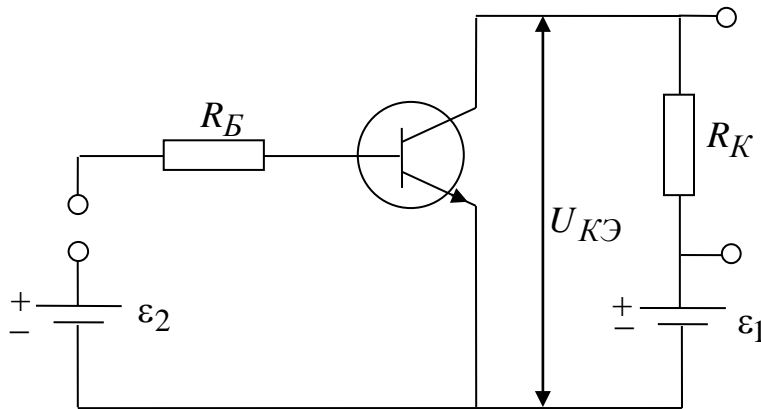


Рис. 16.13

Контрольные вопросы

1. Как объясняется собственная и примесная электропроводность полупроводников с точки зрения классической физики?
2. Как происходит образование энергетических зон в кристаллах?
3. Как объясняется собственная и примесная электропроводность полупроводников с точки зрения зонной теории?
4. Каков принцип действия диода и транзистора?

ЛЕКЦИЯ 17. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ

17.1 Виды взаимодействий

Элементарными частицами принято называть мельчайшие частицы материи. К ним относят все микрочастицы за исключением атомных ядер с массовым числом $A > 2$.

Существует четыре вида взаимодействий между элементарными частицами: сильное (ядерное) взаимодействие, электромагнитное, слабое и гравитационное, которые перечислены в порядке убывания их силы. С точки зрения классической физики, взаимодействие между телами осуществляется полями. При этом оно передается с конечной скоростью. Так, например, электрический заряд создаёт вокруг себя электрическое поле, которое в месте расположения другого заряда воздействует на него с некоторой силой. Аналогично, но уже посредством других полей, осуществляются взаимодействия в природе. Квантовая физика дополнила такое представление тем, что поля состоят из квантов поля (определённых частиц), которые и являются переносчиками взаимодействия. Одна из взаимодействующих частиц испускает квант поля, а другая его поглощает. В этом и состоит механизм взаимодействия частиц. В случае электромагнитных взаимодействий квантами поля переносчиками взаимодействия являются *фотоны*. Сильные взаимодействия осуществляются *π -мезонами* (пи-мезонами), а по последним данным – *глюонами*, слабые – W^{\pm} - и Z^0 - *промежуточными бозонами* и гравитационное взаимодействие – гипотетическими частицами, называемыми *гравитонами*. Все взаимодействия имеют определённый радиус действия R , который оценивается по формуле:

$$R \approx \frac{h}{2\pi mc}, \quad (17.1)$$

где h – постоянная Планка; m – масса покоя частицы переносчика взаимодействия; c – скорость света в вакууме. Оценим радиус действия различных взаимодействий. Квантами поля ядерного взаимодействия являются π -мезоны, масса которых в энергетических единицах ~ 140 МэВ. Тогда из формулы (17.1) получаем:

$$R \approx \frac{h}{2\pi mc} = \frac{phc}{2\pi mc^2} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2 \cdot 3,14 \cdot 140 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13}} \approx 1,5 \cdot 10^{-15} \text{ м.}$$

Слабые взаимодействия, как указывалось, переносятся W^\pm - и Z^0 -промежуточными бозонами, массы которых ~ 80 ГэВ ($1 \text{ ГэВ} = 1,6 \cdot 10^{-10}$ Дж). Тогда, проведя аналогичные вычисления, находим $R \approx 2,5 \cdot 10^{-18}$ м. Из приведённых расчётов видно, что сильное и слабое взаимодействия являются коротко действующими, что и подтверждается на опыте. Переносчиками электромагнитного и гравитационного взаимодействий, соответственно, являются фотоны и гравитоны, не обладающие массой покоя ($m = 0$). В силу этого из соотношения (14.1) следует, что радиус действия этих взаимодействий не ограничен ($R = \infty$).

Кроме того, взаимодействия характеризуют *интенсивностью* и *временем взаимодействия*. Интенсивность взаимодействия характеризуется константой взаимодействия, которую обозначают через G^2 . Для сильных взаимодействий она равна $G_s^2 \sim 10$, для электромагнитных – $G_e^2 \sim 10^{-2}$, для слабых – $G_w^2 \sim 10^{-13}$ и для гравитационного взаимодействия – $G_g^2 \sim 10^{-38}$.

Оценим теперь время взаимодействия, которое обратно пропорционально константе взаимодействия. Поскольку константа взаимодействия имеет наибольшее значение для сильно взаимодействия, то время этого взаимодействия – наименьшее. Найдем его. Пусть какая-нибудь частица приближается к другой частице, между которыми может возникнуть сильное взаимодействие. Это взаимодействие начинается тогда, когда расстояние между ними станет равным радиусу действия данного взаимодействия. Так как частица движется с большой скоростью, то ее можно принять примерно равной скорости света c . Поэтому частицы взаимодействуют в течение

времени τ_s , равного $\tau_s \approx \frac{R}{c} = \frac{1,5 \cdot 10^{-15}}{3 \cdot 10^8} \sim 10^{-23}$ с, пока не достигнут друг-

друга. Следовательно, время сильного взаимодействия или время процесса, обусловленного этим взаимодействием, $\sim 10^{-23}$ с. Для нахождения времён других взаимодействий воспользуемся соотношением

$$\tau = \tau_s \frac{G_s^2}{G^2}, \quad (17.2)$$

поскольку время взаимодействия обратно пропорционально константе

взаимодействия. Время τ_e электромагнитного взаимодействия находится с использованием соотношения (14.2): $\tau_e = \tau_s \frac{G_s^2}{G^2} \sim 10^{-23} \frac{10}{10^{-2}} \sim 10^{-20}$ с, время τ_w слабого взаимодействия порядка 10^{-9} с и гравитационного – $\tau_g \sim 10^{16}$ с $\approx 10^9$ лет. Сравнительная характеристика взаимодействий приведена в табл. 17.1.

Таблица 17.1

Вид взаимодействия	Относительная интенсивность (приближенно)	Время взаимодействия, с (приближенно)
Сильное (ядерное)	1	10^{-23}
Электромагнитное	10^{-3}	10^{-20}
Слабое	10^{-14}	10^{-9}
Гравитационное	10^{-39}	10^{16}

17.2 Классификация элементарных частиц

В настоящее время известно более 400 элементарных частиц. Они распределены по группам в соответствии с их свойствами. Один из способов классификации основан на взаимодействиях частиц (табл. 17.2). В табл. 17.2 приведены лишь стабильные или долгоживущие ($> 10^{-19}$ с) частицы. Первую группу составляет один фотон, который участвует только в электромагнитных взаимодействиях. Во вторую группу входят частицы, называемые *лептонами*, не участвующие в сильном взаимодействии, но участвующие в слабом взаимодействии. Если элементарные частицы обладают зарядом, то они участвуют также и в электромагнитных взаимодействиях. В эту группу входят электрон e^- , позитрон e^+ , мюон μ^- , электронное нейтрино ν_e , *мюонное нейтрино* ν_μ , *тау-лептон* τ^- и *тау-нейтрино* ν_τ . У каждого лептона существует античастица, которая обозначается тем же символом, но над ним ставится значок \sim . Для объяснения распадов, обусловленных слабым взаимодействием, им приписывается так называемое *лептонное число* (лептонный заряд) L . Например, распад нейтрона (n) происходит так: $n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}_e$, но никогда не бывает распада $n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}_e + \nu_e$. Это легко понять, если электрону и электронному нейтрино приписать *электронный лептонный заряд* $L_e = +1$, а у остальных частиц $L_e = 0$. Для

античастиц они имеют противоположный знак. Показано, что, наряду с другими законами сохранения (законы сохранения энергии, импульса, момента импульса, электрического заряда), выполняется также закон сохранения лептонного заряда. Действительно, в распаде $n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}_e$ до распада $L_e = 0$, а после распада $L_e = 0 + 1 + (-1) = 0$, т.е. электронный лептонный заряд сохраняется. В другом же приведённом распаде этот заряд не сохраняется ($0 \neq 0 + 1 + (-1) + 1$). Поэтому такой распад невозможен.

В распадах с участием мюонов, например $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ сохраняется ещё одно квантовое число – *мюонный лептонный заряд* L_μ . У мюона μ^- и мюонного нейтрино $\nu_\mu L_\mu = +1$, у их античастиц – $L_\mu = -1$, а у остальных частиц $L_\mu = 0$.

Третью группу составляют частицы, называемые *адронами*, которые участвуют в сильном взаимодействии. Адроны участвуют и в электромагнитном, и в слабом взаимодействиях, но на малых расстояниях преобладает сильное взаимодействие. Адроны подразделяются на две подгруппы: *мезоны* (положительно и отрицательно заряженные пионы π^+ и π^- , нейтральный пион π^0 , каоны K^+ , K^- и K^0), эта-мезон (η -мезон)) и *барионы* (протон (p), нейтрон (n), лямда-барион (Λ^0) и т.д. (см. табл. 14.2)). Для объяснения распадов, связанных с сильным взаимодействием, им приписывается квантовое число B , называемое *барионным зарядом*. Для частиц $B = +1$, для античастиц – $B = -1$. При распадах барионный заряд сохраняется. В этом можно убедиться в следующей реакции $p + n \rightarrow p + n + p + \tilde{p}$. До реакции $B = (+1) + (+1) = 2$, после реакции $B = +1 + 1 + 1 - 1 = 2$. Необходимо отметить, что эта реакция возможна лишь в случае, когда бомбардирующий протон обладает достаточно большой кинетической энергией.

Таблица 17.2

Группа	Название частицы	Обозначение	Античастица	Масса покоя, в ВМэ	B	L_e	L_μ	L_τ
Фотон	Фотон	γ	γ	0	0	0	0	0
Лептоны	Электрон	e^-	e^+	0	0	+1	0	0
	Электронное нейтрино	ν_e	$\tilde{\nu}_e$	0	0	+1	0	0
	Мюон	μ^-	μ^+	106	0	0	+1	0
	Мюонное нейтрино	ν_μ	$\tilde{\nu}_\mu$	0	0	0	+1	0
	τ -лептон	τ^-	τ^+	1784	0	0	0	1
	τ -нейтрино	ν_τ	$\tilde{\nu}_\tau$	0	0	0	0	1
Адроны Мезоны	Пион	π^+	π^-	140	0	0	0	0
		π^0	π^0	135	0	0	0	0
	Каон	K^+	K^-	494	0	0	0	0
		K^0	\tilde{K}^0	498	0	0	0	0
	η -мезон	η^0	η^0	549	0	0	0	0
Барионы	Протон	p	\tilde{p}	938	+1	0	0	0
	Нейтрон	n	\tilde{n}	940	+1	0	0	0
	Лямда	Λ^0	$\tilde{\Lambda}^0$	1116	+1	0	0	0
	Сигма	Σ^+	$\tilde{\Sigma}^-$	1189	+1	0	0	0
		Σ^0	$\tilde{\Sigma}^0$	1193	+1	0	0	0
		Σ^-	$\tilde{\Sigma}^+$	1197	+1	0	0	0
	Кси	Ξ^0	$\tilde{\Xi}^0$	1315	+1	0	0	0
		Ξ^-	$\tilde{\Xi}^+$	1321	+1	0	0	0
Омега	Ω^-	Ω^+	1672	+1	0	0	0	

17.3. Элементарные частицы и античастицы

В 1932 году в излучении, приходящем на Землю из космоса, была обнаружена положительно заряженная частица с массой, равной массе электрона, и зарядом, равным заряду электрона по абсолютной величине. Её назвали *позитроном*. Позитрон называют также *античастицей* электрона.

Затем были открыты античастицы протона, нейтрона и других элементарных частиц. Частицы и античастицы имеют одинаковые по абсолютной величине, но противоположные по знаку электрические заряды, равные заряду электрона, одинаковые спины (собственные моменты импульса), одинаковые времена жизни, одинаковые по абсолютной величине, но противоположные по знаку квантовые числа, характеризующие взаимодействия (например, лептонный и барионный заряды). Существуют, однако, несколько частиц, которые не имеют античастиц: фотон, π^0 -мезон и η -мезон. Можно сказать, что они тождественны своим античастицам. Античастицы возникают в ядерных реакциях при достаточно больших кинетических энергиях бомбардирующих частиц, но в веществе живут очень недолго, так как сталкиваются с аналогичными частицами. Это приводит к их аннигиляции (исчезновению), в результате которой образуются фотоны или другие элементарные частицы, что зависит от энергии этих частиц. Например, при столкновении электрона и позитрона возникает два фотона (${}_{-1}^0e + {}_{+1}^0e \rightarrow 2\gamma$).

Нейтрино. Доказано, что нейтрино, возникающее одновременно с электроном или позитроном, отличается от нейтрино, рождающегося одновременно с мюонами. Поэтому их различают и называют электронное и мюонное нейтрино (табл. 17.2). Отличие этих частиц состоит в том, что их спины ориентированы по-разному относительно направления их распространения. У нейтрино спин \vec{s} противоположен направлению движения, т.е. импульсу \vec{p} частицы, а у антинейтрино они совпадают (рис. 17.1).

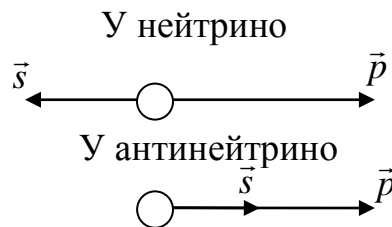


Рис. 17.1

17.4. Кварки. Глюоны

Все наблюдаемые элементарные частицы, кроме фотона, принадлежат одной из групп: *лептонам* или *адронам*. Лептоны считаются истинно элементарными частицами, так как они не распадаются на составные части и не имеют внутренней структуры. Адроны же, как показывают эксперименты, обладают внутренней структурой. Их обилие приводит к мысли о том, что

все они не элементарны. В 1963 году была высказана идея, что все адроны построены из трёх и более элементарных частиц и их античастиц, которые получили название *кварков*. Эти кварки обозначаются буквами *u*, *d* и *s*. Предполагается, что они имеют дробные заряды, равные $\frac{1}{3}e$ и $\frac{2}{3}e$, где e – заряд электрона. Другие характеристики этих частиц приведены в табл. 17.3

Все известные в то время адроны теоретически можно было построить из этих кварков. Так, мезоны состоят из пар кварк – антикварк. Например, π^- -мезон представляет собой пару $\bar{u}d$ (u неё заряд $q = -\frac{2}{3}e + \left(-\frac{1}{3}e\right) = -e$ и $B = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 0$, как и должно быть у π^- -мезона); каон $K^+ = u\bar{s}$ с $q = \frac{2}{3}e + \frac{1}{3}e = e$; $B = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 0$. Барионы состоят трех кварков. Например, протон $p = uud$ ($q = \frac{2}{3}e + \frac{2}{3}e - \frac{1}{3}e = e$; $B = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$), нейтрон $n = ddu$ и т.д. В дальнейшем были введены ещё три кварка и антикварка. Вскоре после появления гипотезы кварков физики занялись поиском этих частиц. К настоящему времени имеются экспериментальные данные их существования, но в свободном состоянии они не обнаружены. Ненаблюдаемость кварков в свободном состоянии объясняется особым характером сил, удерживающих кварки внутри частиц. Эти силы на расстоянии 10^{-15} м исключительно велики и возрастают с увеличением расстояния. Это самые большие силы, превосходящие даже ядерные. Особенностью сил, действующих между кварками, является и то, что они на расстояниях меньших 10^{-15} м становятся достаточно малыми. Источником этих сил являются особые частицы, называемые *глюонами*. Размеры кварков не превышают 10^{-18} м, т.е. они в 1000 раз меньше размеров протона или нейтрона.

Контрольные вопросы

1. Какие частицы называются элементарными?
2. Какие виды фундаментальных взаимодействий существуют? Как осуществляются эти взаимодействия? Каков радиус их действия?
3. Какова классификация элементарных частиц? По какому признаку она осуществляется?
4. Что такое частицы и античастицы?
5. Что вам известно о кварках?

Заключение

Окружающий нас мир многообразен в своих проявлениях и изучается многими науками. Физика изучает только самые общие явления и закономерности и стремится объяснить всё многообразие физических явлений с единой точки зрения, т.е. создать единую физическую картину мира.

1. *Механическая картина мира.* Первая попытка создания единой физической картины мира была связана с успехами классической механики. Согласно этим представлениям, мир состоит из твёрдых непроницаемых частиц, которые отличаются массами и скоростями движений. Эти частицы движутся в пустом пространстве, не связанном с материей. Считается, что пространство абсолютно, непрерывно и одинаково во всех точках и направлениях. Время также не зависит от материи. Оно абсолютно, одномерно, непрерывно и одинаково во всей Вселенной. При этом пространство и время не зависят друг от друга. Движение в классической физике рассматривается как простое перемещение тел.

Применение законов механики к изучению газов привело к созданию молекулярно-кинетической теории, с помощью которой удалось объяснить многие тепловые явления. Даже электромагнитные волны рассматривались как механические колебания, происходящие в так называемом мировом эфире. Однако механический взгляд на мир столкнулся с рядом явлений (необратимость многих явлений, тепловое излучение и т.д.), которые нельзя объяснить с позиций механики. Таким образом, с позиций механического мировоззрения не удалось построить единой физической картины мира. На смену ему пришли новые, электромагнитные представления.

2. *Электромагнитная картина мира.* Решающую роль в переходе к электромагнитной картине мира сыграла теория Максвелла. Однако, несмотря на отличие от механической картины мира, она была очень похожа на неё. Если в механической картине мира перемещались материальные точки, то в электромагнитной двигались точечные электрические заряды. Электромагнитная картина мира была неполной и незаконченной. Так удалось объяснить законы теплового излучения, устойчивость и спектры атомов и ряд других явлений. Поэтому на смену этой картине мира пришла квантово-релятивистская картина мира.

3. *Квантово-релятивистская физическая картина мира.* Революционный пересмотр принципов построения физической картины мира был проведен Эйнштейном, создавшим теорию относительности. Эта теория возникла в результате преодоления противоречий между классической механикой и электродинамикой. Для этого ему пришлось изменить взгляд на

такие общепринятые понятия, как пространство, время и одновременность. Он показал, что длина тел, промежутки времени и т.д. являются относительными, т.е. зависят от выбора системы отсчета. Эйнштейн показал также, что понятия массы и энергии, которые считались обособленными и не связанными между собой, в действительности взаимосвязаны. В теории относительности была показана единая природа электрических и магнитных полей и их относительный характер, а также то, что материя – это и вещество, и поле. Причём, при определённых условиях, они могут переходить друг в друга, т.е. поле и вещество оказались двумя взаимно превращаемыми видами материи. Таким образом, прежнее представление о мире было изменено. На его месте возникла картина мира, в которой были объединены материя, движение, пространство и время, которые считались ранее не связанными друг с другом. Однако теория относительности не сумела объяснить многие явления: строение атома и атомного ядра, излучение атомов и т.д. Для этого понадобилась квантовая физика. Современная картина мира основывается на теории относительности и квантовой физике, которые, оставаясь обособленными, взаимно дополняют друг друга. Единая же всеобъемлющая теория, пригодная для описания всех физических явлений, до сих пор не создана.

Отсутствие единой теории свидетельствует о том, что человек пока ещё не полностью и не столь глубоко познал окружающий мир. По мере накопления знаний будет создана новая теория. Однако в неё в качестве составной части войдут все теории, имеющиеся в настоящее время.

Библиографический список

1. Трофимова Т.И. Курс физики. Учеб. пособие для вузов / Т.И. Трофимова. – Изд. 10-е, стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2005.- 560 с.
2. Савельев И.В. Курс общей физики / И.В. Савельев – М.: ООО «Изд-во АСТ», 2002.
3. Трофимова Т.И. Физика в таблицах и формулах: Учеб. пособие для студентов вузов. – М.: Дрофа, 2002. – 432 с.
4. Корсунский М.И. Оптика. Строение атома. Атомное ядро / М.И. Корсунский. – М.: Изд. «Наука» гл. ред. физ.-мат. лит-ры. 1967.- 527 с.
5. Вихман Э. Квантовая физика. БКФ Т.4. – М.: Изд. «Наука» гл. ред. физ.-мат. лит-ры. 1977.- 415 с.
6. Алексеев В.В., Маклаков Л.И., Ланцов В.М. Физика. Оптика, основы квантовой физики, основы атомного ядра и элементарных частиц. Т.3. Учебное пособие / Казанская государственная архитектурно-строительная академия, Казань 1998.
7. Трофимова Т.И. Сборник задач по курсу физики для ВТУЗов. / Т.И. Трофимова. – Изд. 3. – М.: «Оникс 21 век» «Мир и образование». 2005.- 383 с.
8. Савельев И.В. Сборник вопросов и задач по общей физике. / И.В. Савельев. – М.: Наука, 1982.
9. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. – Изд. 3-е, испр. и доп. – СПб.: Книжный мир, 2003. – 328 с.
10. Мерион Дж. Б. Физика и физический мир. Пер. с англ. под. ред. Е.М. Лейкина, С.Ю. Лукьянова / М.: Изд. «Мир» 1975 г.- 623 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. ЛЕКЦИЯ 1. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ.....	3
1.1. Свойства электромагнитных волн.....	3
1.2. Световые волны.....	7
Контрольные вопросы.....	9
2. ЛЕКЦИЯ 2. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА.....	10
2.1. Интерференция световых волн.....	10
2.2. Интерференция света в тонких пленках.....	15
2.3. Применение интерференции света	19
Контрольные вопросы.....	20
3. ЛЕКЦИЯ 3. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА.....	22
3.1. Принцип Гюйгенса-Френеля.....	22
3.2. Метод зон Френеля. Прямолинейное распространение света.....	24
3.3. Дифракция Френеля.....	27
3.4. Дифракция Фраунгофера.....	30
Контрольные вопросы.....	34
4. ЛЕКЦИЯ 4. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН С ВЕЩЕСТВОМ.....	36
4.1. Дисперсия света.....	36
4.2. Электронная теория дисперсии света (теория Лоренца).....	38
4.3. Поглощение (абсорбция) света.....	41
4.4. Рассеяние света.....	44
Контрольные вопросы.....	46
5. ЛЕКЦИЯ 5. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА.....	48
5.1. Естественный и поляризованный свет.....	48
5.2. Получение плоскополяризованного света.....	49
5.3. Поляризация света при отражении и преломлении света.....	52
5.4. Поляризация при двойном лучепреломлении.....	53
Контрольные вопросы.....	55
6. ЛЕКЦИЯ 6. ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ.....	57
6.1. Тепловое излучение и его характеристики.....	57
6.2. Черное и серое тело.....	59
6.3. Закон Кирхгофа.....	60
6.4. Законы Стефана-Больцмана и Вина.....	61
6.5. Формула Рэлея-Джинса.....	63
6.6. Формула Планка.....	64
6.7. Вывод частных формул и законов из формулы Планка.....	65
6.8. Оптическая пирометрия.....	66
Контрольные вопросы.....	67
7. ЛЕКЦИЯ 7. ВНЕШНИЙ ФОТОЭФФЕКТ И ЕГО ЗАКОНЫ.....	69
7.1. Виды фотоэффекта.....	69
7.2. Законы фотоэффекта.....	69
7.3. Квантовая теория внешнего фотоэффекта.....	72

7.4. Масса и импульс фотона. Давление света.....	73
7.5. Эффект Комптона.....	76
7.6. Корпускулярно-волновая двойственность света.....	79
Контрольные вопросы.....	80
8. ЛЕКЦИЯ 8. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ.....	81
8.1. Гипотеза де Бройля. Волны де Бройля.....	81
8.2. Статистический смысл волн де Бройля.....	84
8.3. Волновая функция и ее свойства.....	85
8.4. Соотношение неопределенностей Гейзенберга.....	87
Контрольные вопросы.....	89
9. ЛЕКЦИЯ 9. УРАВНЕНИЕ ШРЕДИНГЕРА И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЯ.....	90
9.1. Общее уравнение Шредингера.....	90
9.2. Стационарное уравнение Шредингера.....	91
9.3. Движение свободной частицы.....	92
9.4. Частица в одномерной потенциальной «яме» бесконечной глубины.....	94
10. ЛЕКЦИЯ 10. УРАВНЕНИЕ ШРЕДИНГЕРА И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЯ (продолжение).....	100
10.5. Прохождение частицы сквозь потенциальный барьер. Туннельный эффект.....	100
10.6. Гармонический линейный осциллятор в квантовой механике.....	104
Контрольные вопросы.....	107
11. ЛЕКЦИЯ 11. СТРОЕНИЕ АТОМОВ.....	109
11.1. Атом водорода и водородоподобные атомы.....	109
11.2. Атом водорода.....	110
11.3. Постулаты Бора. Спектр атома водорода по Бору.....	112
11.4. Возможные орбиты в модели атома водорода.....	112
11.5. Энергия электрона в атоме водорода.....	113
11.6. Спектр атома водорода по Бору.....	115
Контрольные вопросы.....	117
12. ЛЕКЦИЯ 12. ЭЛЕМЕНТЫ СОВРЕМЕННОЙ ФИЗИКИ АТОМОВ И МОЛЕКУЛ.....	119
12.1. Атом водорода в квантовой механике.....	119
12.2. Квантовые числа.....	121
12.3. Правило отбора.....	125
Контрольные вопросы.....	127
13. ЛЕКЦИЯ 13. МНОГОЭЛЕКТРОННЫЙ АТОМ.....	128
13.1. Механический и магнитный моменты электрона в атоме.....	128
13.2. Принцип тождественности микрочастиц. Бозоны и фермионы.....	129
13.3. Многоэлектронный атом. Принцип Паули.....	130
13.4. Распределение электронов в атоме по состояниям.....	131
13.5. Периодическая система элементов Менделеева.....	133
Контрольные вопросы.....	136
14. ЛЕКЦИЯ 14. ОСНОВЫ ФИЗИКИ ЛАЗЕРОВ.....	137

14.1. Поглощение. Спонтанное и вынужденное излучение.....	137
14.2. Оптические квантовые генераторы (лазеры).....	138
Контрольные вопросы.....	143
15. ЛЕКЦИЯ 15. ОСНОВЫ ФИЗИКИ АТОМНОГО ЯДРА И АТОМНЫХ ЧАСТИЦ.....	144
15.1. Энергия связи ядра. Дефект массы.....	144
15.2. Радиоактивность.....	147
15.3. Закон радиоактивного распада.....	149
15.4. Ядерные реакции.....	151
15.5. Реакция деления ядра. Цепная ядерная реакция.....	152
Контрольные вопросы.....	158
16. ЛЕКЦИЯ 16. ЭЛЕМЕНТЫ ЗОННОЙ ТЕОРИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ.....	160
16.1. Полупроводники.....	160
16.2. Образование энергетических зон в кристаллах.....	165
16.3. Деление на проводники, диэлектрики и полупроводники.....	166
16.4. Полупроводниковые элементы электроники.....	169
Контрольные вопросы.....	172
17. ЛЕКЦИЯ 17. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ.....	173
17.1. Виды взаимодействий.....	173
17.2. Классификация элементарных частиц.....	175
17.3. Элементарные частицы и античастицы.....	177
17.4. Кварки. Глюоны.....	178
Контрольные вопросы.....	179
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	180
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	183