

# ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И ПРИКЛАДНАЯ ТЕПЛОТЕХНИКА



УДК 536.24

DOI: 10.30724/1998-9903-2023-25-6-54-66

## ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ В КОЛЬЦЕВОМ ПОРИСТОМ СЛОЕ ПРИ БЕСКОНЕЧНОМ НАГРЕВЕ

Якимов <sup>1</sup> Н.Д., Шагеев <sup>2</sup> А.Ф., Дмитриев <sup>1</sup> А.В., Бадретдинова <sup>1</sup> Г.Р.

<sup>1</sup>Казанский государственный энергетический университет, г. Казань, Россия

<sup>2</sup>КФУ, Институт геологии и нефтегазовых технологий / Научный центр мирового уровня Рациональное освоение запасов жидких углеводородов планеты (головной центр) / НИЛ методов увеличения нефтеотдачи, г. Казань, Россия

<https://orcid.org/0000-0002-0253-3762>, [nyakimov@inbox.ru](mailto:nyakimov@inbox.ru)

<https://orcid.org/0009-0002-2852-9021>, [shageevalbert@rambler.ru](mailto:shageevalbert@rambler.ru)

<https://orcid.org/0000-0001-8979-4457>, [jeremiada@gmail.com](mailto:jeremiada@gmail.com)

<https://orcid.org/0000-0002-5910-5312>, [nice.badretdinova@mail.ru](mailto:nice.badretdinova@mail.ru)

**Резюме:** На сегодняшний день легко извлекаемые запасы нефти уже добыты, поэтому большой интерес представляют месторождения с остаточными запасами нефти или места со слабой проницаемостью. Известно, что нефть при понижении температуры становится более вязкой, что создает трудности при ее добыче. Следовательно, для снижения вязкости, необходим подогрев нефти до той температуры, при которой возможно реализовать ее добычу. В исследовании предложена математическая модель расчета температурного поля в кольцевом пористом слое при бесконечном нагреве во внутрискважинном реакторе непрерывного разогрева призабойной зоны пласта, содержащий высоковязкую нефть и природный битум (ВВН и ПБ). **ЦЕЛЬ.** Построить решение нагрева для бесконечно длинного кольцевого слоя во внутрискважинном реакторе. Получить профиль температуры в поперечном сечении кольцевого слоя и картину температурного поля. **МЕТОДЫ.** Уравнения математической модели строятся на основе законов сохранения энергии и массы, их исследование и оценки проводятся с применением аналитических методов теории дифференциальных уравнений, методов теории подобия и размерностей, а также численных методов решения краевых задач. **РЕЗУЛЬТАТЫ.** В ходе проведения исследования были получены зависимости расстояния, при котором достигается заданная температура воздуха в реакторе при различных значениях массового расхода, линейной плотности теплового потока и теплоемкости смеси. **ЗАКЛЮЧЕНИЕ.** Проведенные исследования позволили получить математическую модель расчета температурного поля в кольцевом пористом слое при бесконечном нагреве во внутрискважинном реакторе. Полученные результаты показали, что при увеличении массового расхода и теплоемкости смеси расстояние, при котором достигается заданная температура воздуха в реакторе, увеличивается в 1,6 и 1,5 раза соответственно во всем диапазоне температур, а при увеличении линейной плотности теплового потока это расстояние уменьшается в 0,6 раза.

**Ключевые слова:** пористый слой; температурное поле; бесконечный нагрев; высоковязкая нефть; внутрискважинный реактор.

**Для цитирования:** Якимов Н.Д., Шагеев А.Ф., Дмитриев А.В., Бадретдинова Г.Р. Особенности расчета температурного поля в кольцевом пористом слое при бесконечном нагреве // Известия высших учебных заведений. ПРОБЛЕМЫ ЭНЕРГЕТИКИ. 2023. Т.25. № 6. С. 54-66. doi:10.30724/1998-9903-2023-25-6-54-66.

## FEATURES OF CALCULATING THE TEMPERATURE FIELD IN AN ANNULAR POROUS LAYER UNDER INFINITE HEATING

Yakimov<sup>1</sup> N.D., Shageev<sup>2</sup> A.F., Dmitriev<sup>1</sup> A.V., Badretdinova<sup>1</sup> G.R.

<sup>1</sup>Kazan State Power Engineering University, Kazan, Russia

<sup>2</sup>KFU, Institute of Geology and Petroleum Technologies / World-class Scientific Center for the Rational Development of liquid hydrocarbon reserves of the planet (head center) / research laboratory of methods for increasing oil recovery, Kazan, Russia

<https://orcid.org/0000-0002-0253-3762>, [nyakimov@inbox.ru](mailto:nyakimov@inbox.ru)

<https://orcid.org/0009-0002-2852-9021>, [shageevalbert@rambler.ru](mailto:shageevalbert@rambler.ru)

<https://orcid.org/0000-0001-8979-4457>, [ieremiada@gmail.com](mailto:ieremiada@gmail.com)

<https://orcid.org/0000-0002-5910-5312>, [nice.badretdinova@mail.ru](mailto:nice.badretdinova@mail.ru)

**Abstract:** To date, easily recoverable oil reserves have already been extracted, so deposits with residual oil reserves or places with weak permeability are of great interest. It is known that oil becomes more viscous when the temperature decreases, which creates difficulties in its production. Therefore, to reduce the viscosity, it is necessary to heat the oil to the temperature at which it is possible to realize its production. The study proposes a mathematical model for calculating the temperature field in an annular porous layer under infinite heating in a downhole reactor for continuous heating of the bottom-hole zone of a formation containing high-viscosity oil and natural bitumen (HVO and NB). **PURPOSE.** To construct a heating solution for an infinitely long annular layer in a downhole reactor. To obtain a temperature profile in the cross section of the annular layer and a picture of the temperature field. **METHODS.** The equations of the mathematical model are based on the laws of conservation of energy and mass, their study and evaluation are carried out using analytical methods of the theory of differential equations, methods of similarity theory and dimensions, as well as numerical methods for solving boundary value problems. **results.** In the course of the study, the dependences of the distance at which the set air temperature in the reactor is reached at different values of mass air flow, linear heat flux density and the heat capacity of the mixture were obtained. **conclusion.** The conducted studies have allowed us to obtain a mathematical model for calculating the temperature field in an annular porous layer under infinite heating in a downhole reactor. The results obtained showed that with an increase in the mass flow rate and the heat capacity of the medium, the distance at which the set air temperature in the reactor is reached increases by 1.6 and 1.5 times, respectively, over the entire temperature range, and with an increase in the linear density of the heat flux, this distance decreases by 0.6 times.

**Keywords:** porous layer; temperature field; endless heating; high viscosity oil; downhole reactor.

**For citation:** Yakimov N.D., Shageev A.F., Dmitriev A.V., Badretdinova G.R. Features of calculating the temperature field in an annular porous layer under infinite heating. *Power engineering: research, equipment, technology.* 2023; 25 (6): 54-66. doi:10.30724/1998-9903-2023-25-6-54-66.

### **Введение (Introduction)**

На сегодняшний день становится все труднее открывать новые месторождения нефти, так как большинство бассейнов, в которых она может содержаться уже исследованы, а месторождения, в которых имеется высоковязкая нефть требует больших капитальных и эксплуатационных затрат. Данная проблема была поднята ранее авторами в статье [1]. Поэтому оптимизация существующих методов добычи нефтяных ископаемых является одной из первоочередных задач для нефтедобывающих компаний, стремящиеся к поддержанию рентабельной добычи нефти.

Для разжижения нефти широко используют тепловые методы, например, внутрипластовое горение парогазовых смесей, что способствует возникновению окислительных реакций с выделением тепла, и закачка горячей воды и пара. Достоинствами тепловых методов является простота и экологичность, а недостатками – потери большого количества тепла. Способы термического воздействия на нефть для снижения ее вязкости рассмотрены в работах [2–4].

Интенсификация добычи нефти достигается путем прогрева нефтяного пласта для повышения проницаемости через массив породы и снижения вязкости нефтепродукта. Многие нефтяные компании нацелены на поиск эффективного и экономического способа добычи нефти. В ряде случаев способы термического воздействия на пласты является единственным способом для извлечения высоковязкой нефти на поверхность. Использование различных теплогенерирующих установок при добыче нефти способствует большим затратам в экономическом плане. Поэтому разработка и исследование устройств, предназначенных для нагрева нефтяных пластов с целью повышения проницаемости породы и снижения тепловых потерь является актуальной задачей многих нефтедобывающих компаний.

Среди различных способов увеличения дебита высоковязкой нефти является закачка химических смесей в скважину, за счет которой достигается добыча больших объемов продукта. Так в работе [5] авторами предложен способ прогрева пласта с помощью реагирующих химических смесей, которые подаются по двум отдельным каналам в скважину и при их смешивании, реагируя, выделяют горячий газ и водяной пар. Полученные газы под высоким давлением уходят в пласт и создают новые каналы для теплоносителя. На основе предложенного метода авторы в [6] разработали методику численного моделирования процессов теплопередачи, позволяющая вычислять время остывания нагретого пласта при заданных параметрах. Ими были получены формулы оценки зависимости продуктивности скважины, связанные со временем остывания нагретой зоны пласта и т.д. Так как прогрев пласта в основном проводят водяным паром или смесью пара с нагретом газом, то при выработке эту горячую смесь подают с поверхности глубинной скважины, вследствие чего происходят потери энергии. Тогда на прогрев пласта расходуется меньшее количество теплоты, чем при выделении в камере сгорания.

В работе [7] авторами был рассмотрен способ увеличения дебита высоковязкой нефти за счет использования термогазохимической обработки пласта в двухскважинной системе. Предложенная система представляет собой две скважины, основная из которых предназначена для проведения работ по нагреву пласта, а другая обеспечивает добычу нефти. В результате термохимической реакции вместе с прогревом нефтяного пласта образуются газы, приводящие к снижению вязкости пластовой жидкости. После окончания термообработки нагрев пласта прекращается, и с помощью насосного оборудования начинается слив нефти. Авторами статьи было определено оптимальное сочетание параметров технологического режима работы скважины, влияющее на увеличение ее эффективности.

Ранее было упомянуто, что одним из наиболее широко используемых методов извлечения нефти из месторождений является закачка пара. В связи с низкой проницаемостью породы и маломощными продуктивными зонами эффективность добычи нефтяных продуктов закачкой паром не достигает ожидаемых результатов. Альтернативный данному метод рассматривается в статье [8], основанный на передачи тепла в нефтяные пласты с помощью электромагнитного нагрева. В исследовании в качестве источника была использована высокочастотная микроволновая антенна. Результаты, полученные авторами, позволяют предположить, что рассматриваемый метод является продуктивным в качестве воздействия на пласты с тяжелой нефтью, характеризующиеся низкой проницаемостью и высокой вязкостью.

В работе [9] были получены численные и аналитические решения задачи по добыче высоковязкой нефти из скважины при термическом воздействии на нее. Авторами была предложена расчетная схема разработки нефтяного пласта, на основе которой были получены результаты по повышению эффективности добычи высоковязкой нефти за счет равномерного прогрева зоны месторождения. Также принята модель добычи нефти с использованием одной скважины вместо двух. Рассматриваемая модель позволяет оценить количественной и качественный процесс извлечения нефти из пласта по изменению интенсивности ее нагрева и перепада давлений в нем. Довольно простые расчеты позволяют определить наиболее эффективный режим добычи нефти с точки зрения затрат энергии на эксплуатацию двойных скважин.

Большое количество затрачиваемого пара и потери давления являются существенными проблемами при разработке пластов с тяжелой нефтью. Подобные проблемы привели к совместной закачке пара с неконденсируемым газом, что является эффективным методом повышения нефтеотдачи и снижения потребления энергии [10,11]. В исследовании [12] было проведено сравнение двух методов закачки – обычная с паром и совместная пар-азот для определения влияния на производительность добычи нефти. Во

время проведения экспериментов фиксировалось изменение профиля динамической температуры. Результаты наблюдений показывают, что накопление азота в верхней части модели привело к расширению паровой области в горизонтальном направлении, а именно площадь охвата пара значительно увеличилась, что привело к снижению остаточной нефтенасыщенности. Следовательно, добыча нефти в случае использования совместной закачки пара с азотом выше, чем у традиционной. Также после введения азота, наблюдалось снижение потерь тепла, что определяет эффективность ее использования. Результаты проведенного в работе экспериментального исследования были проверены с помощью численного моделирования.

Использование пара среди существующих технологий добычи тяжелой нефти является преобладающим способом, однако этот популярный метод имеет такие недостатки, как низкая эффективность, высокое потребление пресной воды и выбросы парниковых газов [13,14]. Появление новых технологий по добычи тяжелой нефти, связанные с электрическим и радиочастотным нагревом в силу своей высокой эффективности, низкой стоимости и экологичности выступает альтернативой использованию пара. В работе [15] была исследована эффективность применения новых методов путем их сравнения с точки зрения нефтедобычи. В случае с электрическим нагревом применялся нагревательный стержень, через который пропускали постоянный или низкочастотный переменный ток, вследствие чего выделялось тепло. Поученная тепловая энергия за счет процесса теплопроводности передавалась через кожух в резервуар. Радиочастотный нагрев происходил за счет дипольной антенны, которая излучала электромагнитные волны при пропускании через нее переменного тока. Эти волны являются носителем электрической энергии, впоследствии которая преобразуется в тепловую. С помощью численного моделирования были определены основные различия двух способов: радиочастотный нагрев хорошо работает в коллекторах с высокой относительной диэлектрической проницаемостью и электропроводностью, а диапазон электрического нагрева ограничен при низкой теплопередающей способности резервуара. Результаты численного моделирования были проверены с данными, полученными в работе [16]. Подобное исследование было проведено в работе [17], где с помощью антенных решеток были исследованы характеристики высокочастотного нагрева пласта с тяжелой нефтью. Путем численных и лабораторных экспериментов было установлено, что антенная решетка охватывает большую площадь обогрева и имеет лучшую производительность по сравнению с одиночной антенной. Также изучены теплофизические свойства резервуара с тяжелой нефтью, оказывающие большое влияние на распределение температуры. Таким образом, развитие технологий, основанных на электрическом и радиочастотном нагревах пластов с тяжелой нефтью исследуются и анализируются во многих работах [18, 19].

В данной работе авторами была создана методика расчета температурного поля в кольцевом пористом слое при бесконечном нагреве во внутрискважинном реакторе для непрерывного разогрева призабойной зоны пласта, содержащий высоковязкую нефть и природный битум (ВВН и ПБ) (рис. 1).

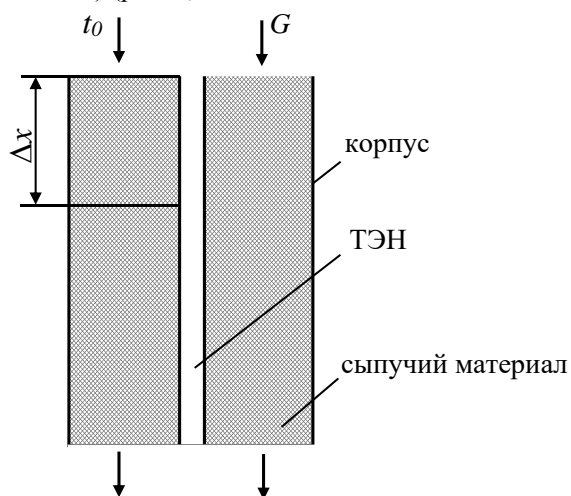


Рис. 1. Принципиальная схема Fig. 1. Schematic diagram of the downhole reactor внутрискважинного реактора

\*Источник: Составлено авторами Source: compiled by the author.

### Материалы и методы (Materials and methods)

В статье рассматривается проточная область внутрискважинного реактора кольцевого сечения  $r_0 \leq r \leq r_b$ , заполненной сыпучим материалом. Через нее протекает текучая среда с расходом  $G$ , кг/с, внутренняя и внешняя границы для неё непроницаемы. Внутренняя поверхность нагревается по всей длине с линейной плотностью теплового потока  $q_l = \text{const}$ , Вт/м, наружная поверхность теплоизолирована. Процесс является установившимся. В задаче введены координаты  $x$ ,  $r$ ,  $\varphi$ , причём от  $\varphi$  ничего не зависит (осесимметричная картина). На практике подразумевается вертикальный внутрискважинный реактор, так что ось  $x$  направлена вертикально вниз.

В исследовании рассматривается неограниченная по длине  $x$  область, так что  $-\infty < x < \infty$ ,  $r_0 \leq r \leq r_b$ . Заданы  $r_0$  – радиус ТЭНа, м,  $r_b$  – радиус цилиндрической части реактора, м,  $q_l$  – линейная плотность теплового потока, Вт/м, а также расход текучей среды  $G$ , кг/с и теплофизические характеристики сред. Область считается однородной, теплофизические характеристики заданными и постоянными, не зависящими от температуры. Необходимо построить температурное поле  $t(x, r)$  в пористом слое.

Учитывая малые размеры частиц скелета и пор и стационарность процесса, то есть температура частиц скелета не меняется во времени, так что их теплоёмкость не важна, можно считать, что в насыщенной среде имеется единая температура скелета и текучей среды  $t(x, r)$ . С переменной места эта единая температура, естественно, может меняться.

Это особенно наглядно для сыпучей среды из округлых частиц с малой площадью контакта между смежными частицами, то есть небольшим тепловым потоком по частицам. Температура частицы будет близкой к средней температуре омывающей её текучей среды, так как температуры стационарны. При достаточно малых размерах частиц и пор это условие должно выполняться и для скелета с более плотной структурой.

Заметим, что в задачах по конвективному теплообмену в пористой среде иногда рассматриваются две температуры в одном месте – частиц скелета и текучей среды [20]. Но там речь идёт о достаточно массивных металлических, то есть высокотеплопроводных решётках, не слишком мелких, по которым идёт тепловой поток, достаточно большой по сравнению с переносом теплоты текучей среды.

Под скоростью  $w$  будем подразумевать скорость фильтрации, то есть среднеобъёмную по среде скорость. Она равна средней скорости текучей среды в порах  $w'$ , умноженной на пористость  $\varepsilon$ :  $\vec{w} = \vec{w}'\varepsilon$ . Здесь  $w = \text{const}$ , или  $w_x = w$ ,  $w_r = 0$ ,  $w_\varphi = 0$ . Значение

$$w \text{ можно считать заданным } w = \frac{G}{\rho_f \pi (r_b^2 - r_0^2)}.$$

Рассмотрим вопрос о средней теплопроводности  $\lambda'$  насыщенной среды. Предлагаемое соотношение  $\lambda' = \varepsilon\lambda_f + (1 - \varepsilon)\lambda_{\text{ск}}$  не всегда правомерно, так как значение  $\lambda'$  может сильно зависеть от структуры среды. К тому же эффективная теплопроводность текучей среды может меняться со скоростью и даже оказываться разной вдоль и поперёк скорости. И грунтовый скелет может быть существенно анизотропным, например, как мелкослоистый грунт. В данной задаче скорость везде постоянна и задана, так что будем считать значение эффективной теплопроводности насыщенной среды  $\lambda' = \text{const}$  известным. Этому вопросу посвящено много исследований [21-24]. В случаях течения жидких сред его роль несколько сглажена тем, что их теплопроводность  $\lambda_f$  и грунтового скелета  $\lambda_{\text{ск}}$  близки и имеют один порядок, в отличие от случая течения газовых сред.

В случае течения паров и газов через пористые среды значения средней теплопроводности будет варьироваться в диапазоне значений теплопроводности текучей среды и теплопроводности сыпучего материала.

$$\text{Условие баланса энергии для данного процесса имеет вид } \rho_f c_f \frac{Dt}{d\tau} = -\text{div } \vec{q}_{\text{мол}}.$$

Откуда после подстановки вектора скорости и закона Фурье  $\vec{q}_{\text{мол}} = -\lambda' \text{grad } t$  для цилиндрических координат получим уравнение

$$w \frac{\partial t}{\partial x} = \frac{\lambda'}{(\rho c)_f} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \right]. \quad (1)$$

Для лучшего понимания модели и уверенности в значении коэффициентов целесообразно провести вывод уравнения для данного случая детально.

Рассмотрим неподвижный элементарный объём  $dV$  насыщенной среды. Поток  $dQ$ , Вт, тепловой энергии через его границу к соседним элементам за счёт молекулярной теплопроводности по среде составит  $dQ = (\text{div } \vec{q}_{\text{мол}}) dV$   $\vec{q}_{\text{мол}}$  – плотность теплового

потока, Вт/м<sup>2</sup>. Так как процесс стационарный, то вся эта энергия будет отбираться от текущей среды, протекающей через объём. Температура перемещающейся массы  $dM = \rho_f \varepsilon dV$  частиц текущей среды будет меняться со скоростью  $\frac{dt}{d\tau} = -\frac{dQ}{c_f dM} = -\frac{\text{div} \vec{q}}{\varepsilon(\rho c)_f}$ , здесь слева полная производная, связанная с частицами движущейся среды. Так как частицы движутся в направлении оси  $x$  со скоростью  $\frac{dx}{d\tau} = w' = w/\varepsilon$ , здесь  $x$  – координата частицы текущей среды, то температура частиц, она же единая температура насыщенной среды будет меняться в направлении оси  $x$  как  $\frac{\partial t}{\partial x} = \frac{dt}{d\tau} : \frac{dx}{d\tau} = -\frac{\text{div} \vec{q}}{w(\rho c)_f}$ , и, после

подстановки закона Фурье, получаем выражение (1).

Как было отмечено в постановке задачи необходимо построить простейшее решение для бесконечно длинного кольцевого слоя  $-\infty < x < \infty$ ,  $r_0 \leq r \leq r_b$ . Это решение будет иметь практический смысл лишь на некотором конечном участке. Так как теплота на внутренней границе  $r = r_0$  поступает равномерно  $q_l = \text{const}$ , то и текущая жидкость будет нагреваться равномерно по длине, то есть температура будет расти линейно по  $x$ , и целесообразно искать решение вида

$$t(x, r) = \xi(r) + Ax, \quad (2)$$

где  $\xi(r)$  – некоторая функция, подлежащая определению, а постоянная  $A$  сразу определяется из баланса теплоты

$$A = \frac{q_l}{Gc_f}, \quad (3)$$

так как тепловой поток  $q_l$ , Вт/м, передаётся текущей среде с расходом  $G$ , кг/с, при удельной теплоёмкости  $c_f$ .

При подстановке выражения (2) в (1) получается  $wA = a' \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r \frac{d\xi}{dr})$ , где  $a' = \frac{\lambda'}{(\rho c)_f}$

то есть  $\frac{d}{dr} (r \frac{d\xi}{dr}) = \frac{wA}{a'} r$ .

Интегрируя один раз, получаем

$$r \frac{d\xi}{dr} = \frac{wA}{2a'} r^2 + C. \quad (4)$$

Постоянная интегрирования  $C$  определяется по граничному условию теплоизоляции

$$\frac{\partial t}{\partial r} = 0 \text{ при } r = r_b \text{ как } C = -\frac{wA}{2a'} r_b^2.$$

То есть, подставляя  $C$  в выражение (4) и интегрируя от  $r_0$  до  $r$

$$\int_{\xi_0}^{\xi} d\xi = \frac{wA}{2a'} \int_{r_0}^r (r - \frac{r_b^2}{r}) dr, \text{ получаем выражение для } \xi(r)$$

$$\xi(r) = \frac{wA}{4a'} \left[ (r^2 - r_0^2) - 2r_b^2 \ln \frac{r}{r_0} \right] + \xi_0. \quad (5)$$

Таким образом, после подстановки выражений (5) и (3), решение (2) примет вид

$$t(x, r) = \frac{K}{4} (r^2 - r_0^2 - 2r_b^2 \ln \frac{r}{r_0} + \frac{4a'}{w} x) + t_0, \quad (6)$$

где  $K = \frac{q_l}{\pi \lambda' (r_b^2 - r_0^2)} = \frac{q_l}{f \lambda'}$ ,  $a' = \frac{\lambda'}{(\rho c)_f}$ , введено выше, а постоянная  $\xi_0$  в (5) выбрана

равной  $t_0$ , то есть по заданному условию  $t(0, r_0) = t_0$ .

Для проверки правильности выкладок убедимся, что выражение (6) действительно является решением (1).

Дифференцируя выражение (6), получаем

$$\frac{\partial t}{\partial x} = \frac{Ka'}{w} = \frac{q_l}{wf(\rho c)_f}, \quad \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = 0, \quad \frac{\partial t}{\partial r} = \frac{K}{2} (r - \frac{r_b^2}{r}), \quad (7)$$

$$r \frac{\partial t}{\partial r} = \frac{K}{2}(r^2 - r_b^2), \quad \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial t}{\partial r} \right) = Kr, \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial t}{\partial r} \right) = K.$$

Подставляя полученные выражения в (1), получаем и в левой, и в правой частях  $\frac{q_l}{f(\rho c)_f}$ , то есть (6) действительно удовлетворяет уравнению (1).

Подставляя  $r = r_b$  в выражение (7), убеждаемся, что условие теплоизоляции  $\left. \frac{\partial t}{\partial r} \right|_{r=r_b} = 0$  на внешней границе выполняется.

При  $r = r_0$  соотношение (7) даёт  $\left. \frac{\partial t}{\partial r} \right|_{r=r_0} = \frac{K}{2} \frac{r_0^2 - r_b^2}{r_0} = -\frac{q_l}{2\pi r_0 \lambda}$ , то есть выполняется условие баланса теплоты на внутренней границе  $(2\pi r_0)(-\lambda \left. \frac{\partial t}{\partial r} \right|_{r=r_0}) = q_l$ .

Наконец, прямая подстановка  $x = 0, r = r_0$  в (6) показывает, что в этой точке  $t = t_0$ , как и требовалось. То есть повышение температуры внутренней поверхности на величину  $t_n - t_0$  произойдёт на расстоянии  $\Delta x$ , хотя для этого не надо строить полное решение, это сразу следует из принятых предположений, в частности, в (3):

$$\Delta x = \frac{Gc_f}{q_l} (t_n - t_0). \quad (8)$$

Как отмечено, в данной постановке нагрев внутренней поверхности происходит по всей внутренней границе реактора, на бесконечной длине. Соответственно, температура, в том числе на самой этой границе растёт равномерно по всей длине и приращение температуры, как показано в (8), пропорционально длине участка. На практике нагрев может происходить лишь на конечном участке, и более реальной была бы, например, постановка, где нагрев, то есть подача тепла с линейной плотностью теплового потока  $q_l$ , происходит лишь при  $x > 0$ . При этом температура около точки  $x = 0$  будет меняться уже неравномерно. Следует ожидать, что и в таком решении с ростом  $x$  характер распределения температур будет выравниваться и приближаться к рассмотренному в (6), и будет близок к нему уже на расстоянии нескольких толщин слоя  $r_b - r_0$  по аналогии с принципом Сен-Венана и теории упругости, но с некоторым небольшим сдвигом, для немного другого значения  $t_0$ . Поэтому формула (8) должна оказаться верной и для такой постановки, но лишь при достаточно больших длинах участка.

После ввода безразмерных относительных переменных  $R = \frac{r}{r_0}, X = \frac{4a'x}{wr_0^2}$ ,  $T = \frac{(t-t_0)\lambda}{q_l}$  уравнение (6) преобразованием

$$\frac{(t(x,r)-t_0)\lambda'}{q_l} = \frac{r_0^2}{4\pi(r_b^2 - r_0^2)} \left( \frac{r^2}{r_0^2} - 1 - 2 \frac{r_b^2}{r_0^2} \ln \frac{r}{r_0} + \frac{4a'}{wr_0^2} x \right) \text{ переходит в}$$

$$T(X, R) = \frac{1}{4\pi(R_b^2 - 1)} (X + R^2 - 1 - 2R_b^2 \ln R), \quad 1 \leq R \leq R_b. \quad (9)$$

Видно, что решение зависит лишь от одного существенного параметра  $R_b = \frac{r_b}{r_0}$  – отношения внешнего и внутреннего радиусов скважины, влияние остальных размерных параметров на размерное решение сводится к пропорциональному увеличению (растяжению) или сдвигу. Также возможно упрощение выражения (9) без коэффициента при правой части, если брать  $T = \frac{4(t-t_0)}{Kr_0^2}$ .

Представление о решении даёт профиль температуры в поперечном сечении, например, при  $x = 0$ . В других сечениях форма кривой будет такой же с соответствующим смещением по оси ординат  $t$ . В безразмерных переменных этот профиль при  $X = 0$  представляется выражением

$$T(R) = \frac{1}{4\pi(R_b^2 - 1)} (R^2 - 1 - 2R_b^2 \ln R). \quad (10)$$

На рисунке 2 показаны такие профили для нескольких значений  $R_b$ .

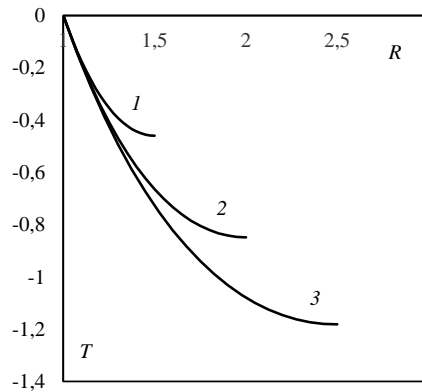


Рис. 2. Профиль температуры в поперечном сечении при  $X = 0$  для значений  $R_b$ : 1 – 1,5; 2 – 2; 3 – 2,5  
 Fig. 2. Temperature profile in cross section at  $X = 0$  for  $R_b$  values: 1 – 1,5; 2 – 2; 3 – 2,5

\*Источник: Составлено авторами Source: compiled by the author.

Также картина температурного поля может быть показана семейством изотерм, в плоскости продольного сечения  $X, R$ . В безразмерных переменных уравнение изотермы  $T = T_k = \text{const}$  будет иметь вид

$$X = 2R_b^2 \ln R - (R^2 - 1) + B_k, \quad 1 \leq R \leq R_b, \quad (11)$$

где  $B_k = T_k 4\pi(R_b^2 - 1)$ . Ясно, что изотермы будут одинаковыми с соответствующим смещением по оси  $X$ . На рис. 3 показан вид изотерм для случая  $R_b = 2$ .

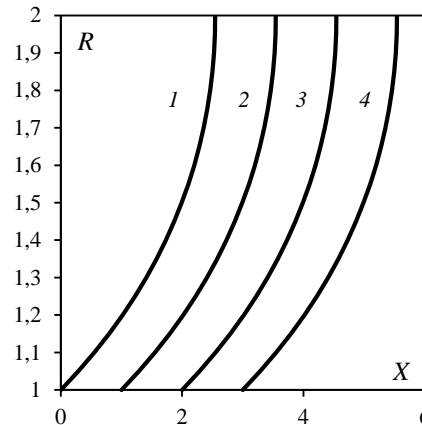


Рис. 3. Семейство изотерм: 1 –  $t_0 = 0$ ; 2 –  $t_0 = 1$ ; 3 –  $t_0 = 2$ ; 4 –  $t_0 = 3$   
 Fig. 3. Family of isotherms: 1 –  $t_0 = 0$ ; 2 –  $t_0 = 1$ ; 3 –  $t_0 = 2$ ; 4 –  $t_0 = 3$  [compiled by the author]

\*Источник: Составлено авторами Source: compiled by the author.

### Результаты и обсуждение (Results and Discussions)

В промышленной версии внутрискважинного реактора через слой песка проходит поток из смеси паров широких фракций углеводородов и воздуха. Эту смесь необходимо нагреть до температуры воспламенения, а песок необходим для снижения скорости распространения продуктов реакции по проточной части аппарата. Определить теплоемкость реальной смеси в внутрискважинном реакторе достаточно сложно ввиду непостоянства ее состава. Поэтому для оценочных расчетов будем использовать в качестве текучей среды воздух. Следует отметить, что теплоемкость воздуха всегда будет меньше теплоемкости реальной парогазовой смеси, поэтому значения расстояния  $\Delta x$  будет завышено пропорционально увеличению значению теплоемкости.

В ходе проведения исследований были получены зависимости расстояния  $\Delta x$ , мм, при котором достигается заданная температура воздуха в реакторе при различных значениях массового расхода  $G$ , кг/с, линейной плотности теплового потока  $q_l$ , Вт/м, и теплоемкости смеси  $c_f$  Дж/(кг·°C). Изначально в исследовании были приняты следующие



значения: массового расхода  $G = 0,00139$  кг/с, линейной плотности теплового потока  $q_l = 1250$  Вт/м, и теплоемкости смеси  $c_f = 736,2$  Дж/(кг·°С).

На рисунке 4 представлена зависимость расстояния  $\Delta x$  при различных значениях массового расхода воздуха  $G$  в диапазоне температур  $\Delta t = 200...300$ °С. Видно, что при повышении массового расхода расстояние, при котором достигается заданная температура воздуха в реакторе, увеличивается в 1,6 раз во всем диапазоне температур.

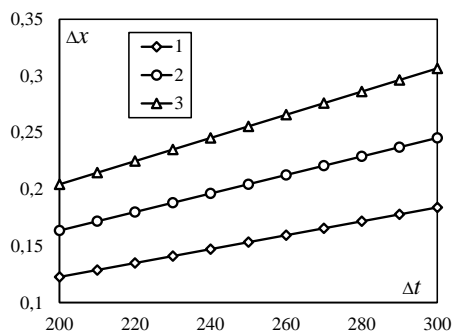


Рис. 4. Зависимость расстояния  $\Delta x$  в диапазоне температур  $\Delta t$  при различных значениях массового расхода  $G$ , кг/с: 1 – 0,00104; 2 – 0,00138; 3 – 0,00174

Fig. 4. Dependence of the distance  $\Delta x$  in the temperature range  $\Delta t$  at different values of mass flow  $G$ , kg/s: 1 – 0,00104; 2 – 0,00138; 3 – 0,00174

\*Источник: Составлено авторами Source: compiled by the author.

Зависимость, представленная на рисунке 5, показывает, что при увеличении значения линейной плотности теплового потока  $q_l$  с 1000 до 1500 Вт/м расстояние  $\Delta x$  уменьшается в 0,6 раз во всем диапазоне температур  $\Delta t = 200...300$ °С.

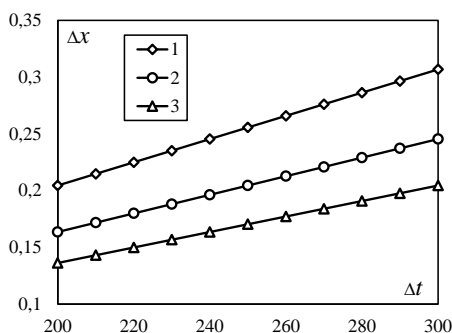


Рис. 5. Зависимость расстояния  $\Delta x$  в диапазоне температур  $\Delta t$  при различных значениях линейной плотности теплового потока  $q_l$ , Вт/м: 1 – 1000; 2 – 1250; 3 – 1500

Fig. 5. The dependence of the distance  $\Delta x$  in the temperature range  $\Delta t$  at different values of the linear heat flux density  $q_l$ , W/m: 1 – 1000; 2 – 1250; 3 – 1500

\*Источник: Составлено авторами Source: compiled by the author.

На графике рисунке 6 показана зависимость расстояния  $\Delta x$  при различных значениях теплоемкости смеси  $c_f = 669, 736,2, 803,4, 870,6, 937,8$  и  $1005$  Дж/(кг·°С) для температур  $\Delta t = 200, 220, 250, 280$  и  $300$ °С соответственно. В ходе исследования выявлено, что при росте значения теплоемкости  $c_f$  расстояние  $\Delta x$  увеличивается в 1,5 раза.

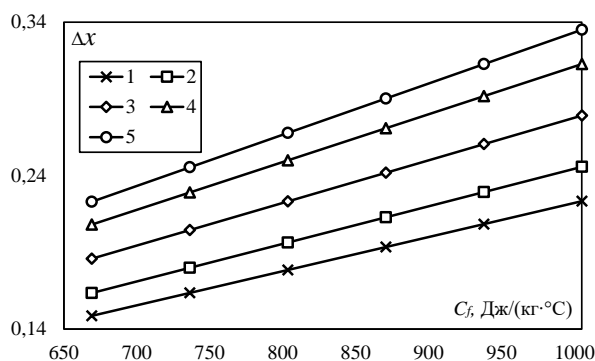


Рис. 6. Зависимость расстояния  $\Delta x$  в диапазоне значений теплоемкости смеси  $c_f$  при различных

Fig. 6. The dependence of the distance  $\Delta x$  in the range of values of the heat capacity of the medium

значениях температур  $\Delta t$ , °C : 1 – 200; 2 – 220; 3 – 250; 4 – 280; 5 – 300 *c<sub>f</sub> at different temperatures  $\Delta t$ : 1 – 200; 2 – 220; 3 – 250; 4 – 280; 5 – 300*

\*Источник: Составлено авторами Source: compiled by the author.

### **Заключение (Conclusion)**

Исследования посвящены созданию математической модели расчета температурного поля в кольцевом пористом слое при бесконечном нагреве во внутрискважинном реакторе непрерывного разогрева призабойной зоны пласта, содержащий высоковязкую нефть и природный битум (ВВН и ПБ). В результате в работе было получено уравнение для расстояния, при котором достигается заданная температура воздуха в реакторе при различных значениях массового расхода, линейной плотности теплового потока и теплоемкости смеси. Были получены профиль температуры в поперечном сечении кольцевого слоя в безразмерных переменных при  $X = 0$  и картина температурного поля в виде семейства изотерм в плоскости продольного сечения  $X, R$ . На основе разработанной модели были получены зависимости расстояния, при котором достигается заданная температура воздуха в реакторе при различных значениях массового расхода воздуха, линейной плотности теплового потока и теплоемкости смеси. Выявлено, что при повышении массового расхода воздуха и теплоемкости смеси расстояние увеличивается в 1,6 и 1,5 раза соответственно в заданном диапазоне температур. При росте значения линейной плотности теплового потока расстояние уменьшается в 0,6 раза.

### **Литература**

1. Muggeridge A., Cockin A., Webb K., et al. Recovery rates, enhanced oil recovery and technological limits // Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. 2014. Vol. 372, N2006. pp. 20120320.
2. Palaev A.G., Shammazov I.A., Dzhemilev E.R. Research of the impact of ultrasonic and thermal effects on oil to reduce its viscosity // Journal of Physics: Conference Series. IOP Publishing. 2020. Vol. 1679, N5. pp. 052073.
3. Dong X., Liu H., Chen Z., et al. Enhanced oil recovery techniques for heavy oil and oilsands reservoirs after steam injection // Applied energy. 2019. Vol. 239. pp. 1190–1211.
4. Miah M.I., Elhaj M.A., Ahmed S., et al. Modeling of temperature distribution and oil displacement during thermal recovery in porous media: a critical review // Fuel. 2018. Vol. 226. pp. 423–440.
5. Александров Е.Н., Леменовский Д.А., Петрищев В.Ф. Способ и устройство для термохимической обработки продуктивного пласта. Патент РФ на изобретение № 2224103 РФ, МПК E21B 43/24. Заявители и патентообладатели – Институт биохимической физики РАН, Александров Е.Н., Леменовский Д.А., Петрищев В.Ф.; № 2002113723/032002113723/03; заявл. 28.05.2002; опубл. 20.02.2004. Бюл. № 5.
6. Александров Е.Н., Гудвин М., Кузнецов Н.М. Нагрев нефтеносного пласта и оптимизация режима добычи углеводородов из скважин истощенных месторождений // Георесурсы. 2006. №4 (21). С. 2–5.
7. Ali I., Gubanov S.I., Ovchinnikov K.A., et al. A dual-well system and thermal-gas-chemical formation treatment: Combined methods for high-viscosity oil production // Journal of Petroleum Science and Engineering. 2020. Vol. 194. pp. 107554.
8. Sahni A., Kumar M., Knapp R. B. Electromagnetic heating methods for heavy oil reservoirs // SPE/AAPG Western Regional Meeting. OnePetro. 2000.
9. Shagapov V.S., Tazetdinova Y.A., Gizzatullina A.A. On the theory of extraction of high-viscosity oil from the stratum under thermal action // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2019. Vol. 92. pp. 1415–1422.
10. Al-Murayri M.T., Maini B.B., Harding T.G., et al. Multicomponent solvent co-injection with steam in heavy and extra-heavy oil reservoirs // Energy & Fuels. 2016. Vol. 30, N4. pp. 2604–2616.
11. Gao Y., Liu S., Shen D., et al. Improving oil recovery by adding N<sub>2</sub> in SAGD process for super-heavy crude reservoir with top-water // SPE Russian Oil and Gas Technical Conference and Exhibition. OnePetro. 2008.
12. Yuan Z., Liu P., Zhang S., et al. Experimental study and numerical simulation of nitrogen-assisted SAGD in developing heavy oil reservoirs // Journal of Petroleum Science and Engineering. 2018. Vol. 162. pp. 325–332.
13. Kraemer D., Bajpayee A., Muto A., et al. Solar assisted method for recovery of bitumen from oil sand // Applied Energy. 2009. Vol. 86, N9. pp. 1437–1441.
14. Wise S., Patterson C. Reducing supply cost with Eseeih™ pronounced easy // SPE Canada Heavy Oil Technical Conference. OnePetro. 2016.

15. Wang Z., Gao D., Diao B., et al. Comparative performance of electric heater vs. RF heating for heavy oil recovery // *Applied Thermal Engineering*. 2019. Vol. 160. pp. 114105.
16. Bientinesi M., Petarca L., Cerutti A., et al. A radiofrequency/microwave heating method for thermal heavy oil recovery based on a novel tight-shell conceptual design // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. 2013. Vol. 107. pp. 18–30.
17. Wang Z., Gao D., Fang J. Numerical simulation of RF heating heavy oil reservoir based on the coupling between electromagnetic and temperature field // *Fuel*. 2018. Vol. 220. pp. 14–24.
18. Izmailova G. R. Research on the high-frequency electromagnetic acoustic heating of an oil reservoir with further pumping of a solvent // *High temperature*. 2018. Vol. 56. pp. 910–914.
19. Sivakumar P., Krishna S., Hari S., et al. Electromagnetic heating, an eco-friendly method to enhance heavy oil production: A review of recent advancements // *Environmental Technology & Innovation*. 2020. Vol. 20. pp. 101100.
20. Кирсанов Ю.А., Назипов Р.А., Данилов В.А. Теплообмен пористого тела с однофазным потоком теплоносителя // *Теплофизика высоких температур*. 2011. Т. 49. №2. С. 235–242.
21. Попов И.А. Гидродинамика и теплообмен в пористых теплообменных элементах и аппаратах. Интенсификация теплообмена: монография / под общ. ред. Ю.Ф. Гортышова. Казань: Центр инновационных технологий, 2007. 240 с.
22. Гортышов Ю.Ф., Надыров И.Н., Ашихмин С.Р., и др. Теплообмен при течении однофазного и вскипающего охладителя в канале с пористой вставкой // *Инженерно-физический журнал*. 1991. №2(60). С. 252.
23. Полежаев Ю.В., Селиверстов Е.М. Универсальная модель теплообмена в системах с проникающим охлаждением // *Теплофизика высоких температур*. 2002. Т. 40. № 6. С. 922.
24. Субботин В.И., Харитонов В.В., Плаксеев А.А., и др. Об интенсификации теплообмена в капиллярно-пористых теплообменниках // *Известия АН СССР. Энергетика и транспорт*. 1984. №. 6. С. 94–101.

#### Авторы публикации

**Якимов Николай Дмитриевич** – д-р. физ.-мат. наук, профессор кафедры «Теоретические основы теплотехники», Казанский государственный энергетический университет.

**Шагеев Альберт Фаридович** – старший научный сотрудник Института геологии и нефтегазовых технологий / Научный центр мирового уровня Рациональное освоение запасов жидких углеводородов планеты (головной центр) / НИИ методов увеличения нефтеотдачи, Казанский федеральный университет.

**Дмитриев Андрей Владимирович** – д-р. техн. наук, доцент, заведующий кафедрой «Теоретические основы теплотехники», Казанский государственный энергетический университет.

**Бадретдинова Гузель Рамилевна** – ассистент кафедры «Теоретические основы теплотехники», Казанский государственный энергетический университет.

#### References

1. Muggeridge A, Cockin A, Webb K, et al. Recovery rates, enhanced oil recovery and technological limits. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 2014;372(2006):20120320. <https://doi.org/10.1098/rsta.2012.0320>
2. Palaev AG, Shammazov IA, Dzhemilev ER. Research of the impact of ultrasonic and thermal effects on oil to reduce its viscosity. *Journal of Physics: Conference Series. IOP Publishing*. 2020;1679(5):052073. doi:10.1088/1742-6596/1679/5/052073
3. Dong X, Liu H, Chen Z, et al. Enhanced oil recovery techniques for heavy oil and oilsands reservoirs after steam injection. *Applied energy*. 2019;239:1190–1211. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2019.01.244>
4. Miah MI, Elhaj MA, Ahmed S, et al. Modeling of temperature distribution and oil displacement during thermal recovery in porous media: a critical review. *Fuel*. 2018;226:423–440. <https://doi.org/10.1016/j.fuel.2018.04.018>
5. Aleksandrov EN, Lemenovskii DA, Petrishchev VF. Sposob i ustroistvo dlya termokhimicheskoi obrabotki produktivnogo plasta. Patent RF na izobretenie № 2224103 RF, MPK E21B 43/24. Zayaviteli i patentoobladateli – Institut biokhimicheskoi fiziki RAN, Aleksandrov E.N.,

Lemenovskii D.A., Petrishchev V.F.; № 2002113723/032002113723/03; yayavl. 28.05.2002; opubl. 20.02.2004. Byul. № 5.

6. Aleksandrov EN, Gudvin M, Kuznetsov NM. Nagrev neftenosnogo plasta i optimizatsiya rezhima dobychi uglevodorodov iz skvazhin istoshchennykh mestorozhdenii. *Georesursy*. 2006;(4 (21)): 2–5. (In Russ).

7. Ali I, Gubanov SI, Ovchinnikov KA, et al. A dual-well system and thermal-gas-chemical formation treatment: Combined methods for high-viscosity oil production. *Journal of Petroleum Science and Engineering*. 2020;194:107554. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2020.107554>

8. Sahni A, Kumar M, Knapp RB. Electromagnetic heating methods for heavy oil reservoirs. *SPE/AAPG Western Regional Meeting*. OnePetro. 2000. <https://doi.org/10.2118/62550-MS>

9. Shagapov VS, Tazetdinova YA, Gizzatullina AA. On the theory of extraction of high-viscosity oil from the stratum under thermal action. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 2019;92:1415–1422. <https://doi.org/10.1007/s10891-019-02058-7>

10. Al-Murayri MT, Maini BB, Harding TG, et al. Multicomponent solvent co-injection with steam in heavy and extra-heavy oil reservoirs. *Energy & Fuels*. 2016;30(4):2604–2616. <https://doi.org/10.1021/acs.energyfuels.5b02774>

11. Gao Y, Liu S, Shen D, et al. Improving oil recovery by adding N<sub>2</sub> in SAGD process for super-heavy crude reservoir with top-water. *SPE Russian Oil and Gas Technical Conference and Exhibition*. OnePetro. 2008. <https://doi.org/10.2118/114590-MS>

12. Yuan Z, Liu P, Zhang S, et al. Experimental study and numerical simulation of nitrogen-assisted SAGD in developing heavy oil reservoirs. *Journal of Petroleum Science and Engineering*. 2018;162: 325–332. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2017.12.064>

13. Kraemer D, Bajpayee A, Muto A, et al. Solar assisted method for recovery of bitumen from oil sand. *Applied Energy*. 2009;86(9):1437–1441. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2008.12.003>

14. Wise S, Patterson C. Reducing supply cost with Esei<sup>TM</sup> pronounced easy. *SPE Canada Heavy Oil Technical Conference*. OnePetro. 2016. <https://doi.org/10.2118/180729-MS>

15. Wang Z, Gao D, Diao B, et al. Comparative performance of electric heater vs. RF heating for heavy oil recovery. *Applied Thermal Engineering*. 2019;160:114105. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2019.114105>

16. Bientinesi M, Petarca L, Cerutti A, et al. A radiofrequency/microwave heating method for thermal heavy oil recovery based on a novel tight-shell conceptual design. *Journal of Petroleum Science and Engineering*. 2013;107:18–30. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2013.02.014>

17. Wang Z, Gao D, Fang J. Numerical simulation of RF heating heavy oil reservoir based on the coupling between electromagnetic and temperature field. *Fuel*. 2018;220:14–24. <https://doi.org/10.1016/j.fuel.2018.02.012>

18. Izmailova GR. Research on the high-frequency electromagnetic acoustic heating of an oil reservoir with further pumping of a solvent. *High temperature*. 2018;56:910–914. <https://doi.org/10.1134/S0018151X18060111>

19. Sivakumar P, Krishna S, Hari S, et al. Electromagnetic heating, an eco-friendly method to enhance heavy oil production: A review of recent advancements. *Environmental Technology & Innovation*. 2020;20:101100. <https://doi.org/10.1016/j.eti.2020.101100>

20. Kirsanov YA, Nazipov RA, Danilov VA. Heat transfer between a porous body and a single-phase flow of the heat carrier. *High Temperature*. 2011;49(2):227–235. (In Russ). <https://doi.org/10.1134/S0018151X11020088>

21. Popov I.A. Gidrodinamika i teploobmen v poristykh teploobmennyykh elementakh i apparatakh. Intensifikatsiya teploobmena: monografiya / pod obshch. red. Yu.F. Gortyshova. Kazan': Tsentr innovatsionnykh tekhnologii, 2007. (In Russ).

22. Gortyshov YuF, Nadyrov IN, Ashikhmin SR, et al. Teploobmen pri techenii odnofaznogo i vskipayushchego okhladitelya v kanale s poristoi vstavkoi. *Inzhenerno-fizicheskii zhurnal*. 1991;2(60):252. (In Russ).

23. Polezhaev YV, Seliverstov EM. A universal model of heat transfer in systems with penetration cooling. *High temperature*. 2002;40(6):856–864. <https://doi.org/10.1023/A:1021477217065>

24. Subbotin VI, Kharitonov VV, Plakseev AA, et al. Ob intensifikatsii teploobmena v kapillyarno-poristykh teploobmennikakh. *Izvestiya AN SSSR. Energetika i transport*. 1984;6:94–101.

#### Authors of the publication

**Nikolay D. Yakimov** - Kazan State Power Engineering University, Kazan, Russia.

**Shageev Albert Faridovich** - Institute of Geology and Petroleum Technologies / World-class

© Якимов Н.Д., Шагеев А.Ф., Дмитриев А.В., Бадретдинова Г.Р.

Scientific Center for the Rational Development of liquid hydrocarbon reserves of the planet (head center) / research laboratory of methods for increasing oil recovery, Kazan Federal University, Kazan, Russia.

*Andrey V. Dmitriev* - Kazan State Power Engineering University, Kazan, Russia.

*Guzel R. Badretdinova* - Kazan State Power Engineering University, Kazan, Russia.

*Шифр научной специальности: 2.4.6. Теоретическая и прикладная теплотехника*

*Получено* *11.05.2023 г.*

*Отредактировано* *12.10.2023 г.*

*Принято* *27.10.2023 г.*