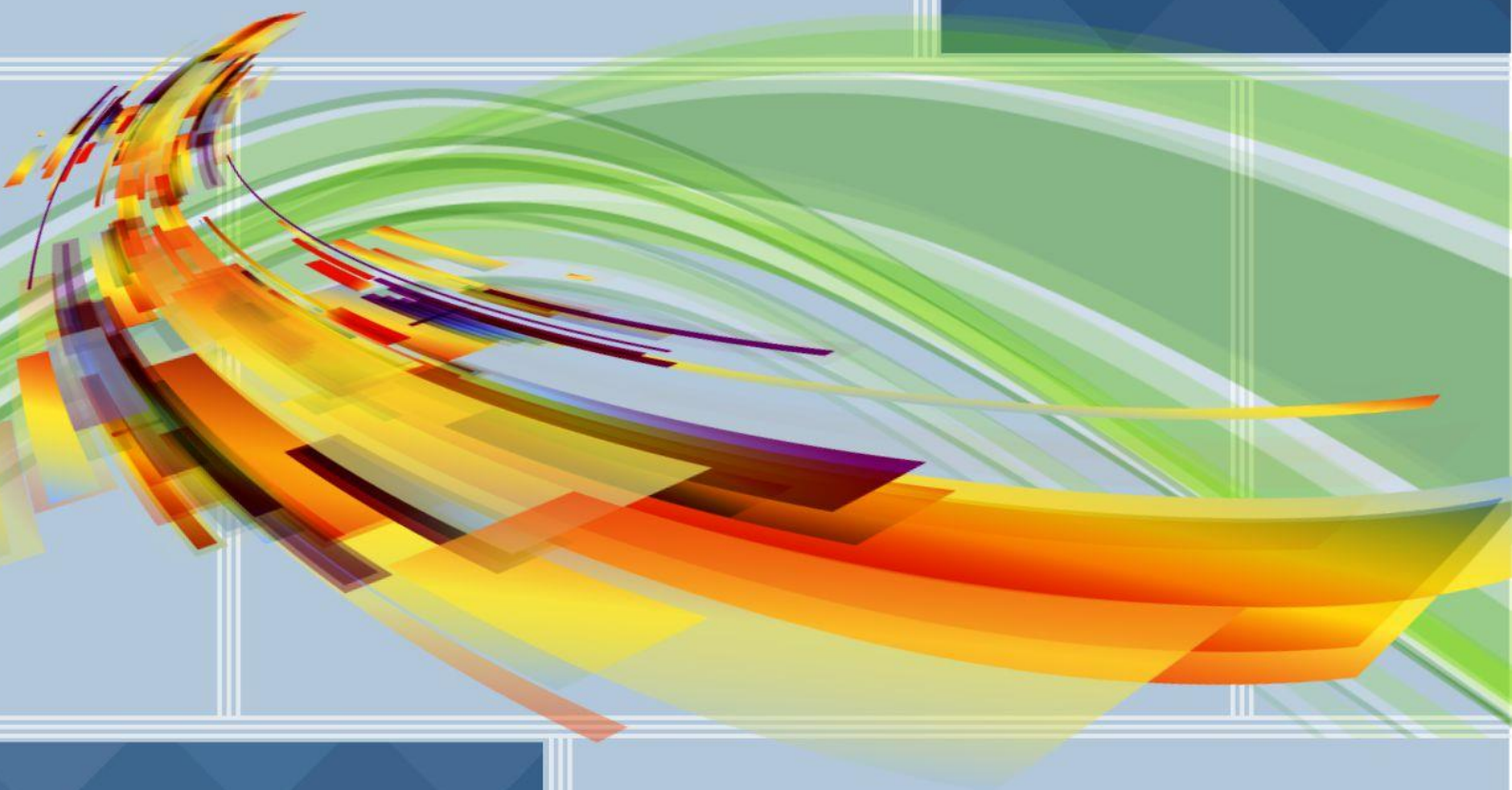


16+



XXIV Всероссийская студенческая научно-практическая конференция Нижневартовского государственного университета



Часть 2

Математика. Физика.
Энергетика. Электротехника.
Нефтегазовое дело

Нижневартовск, 5-6 апреля 2022

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Нижневартовский государственный университет»

**XXIV Всероссийская студенческая
научно-практическая конференция
Нижневартовского
государственного университета**

Часть 2

*Математика. Физика.
Энергетика. Электротехника. Нефтегазовое дело*

*г. Нижневартонск,
5-6 апреля 2022 г*

Печатается по решению Ученого совета
ФГБОУ ВО «Нижневартковский государственный университет»
(протокол № 1 от 18.01.2022 г.)
Приказ № 043-О от 05.03.2022

**В 85 XXIV Всероссийская студенческая научно-практическая конференция
Нижневартковского государственного университета (г. Нижневартковск, 5-6
апреля 2022 г) / Под общей ред. Д.А. Погоньшева. Ч. 2. Математика. Физика.
Энергетика. Электротехника. Нефтегазовое дело. Нижневартковск: изд-во НВГУ, 2022.
242 с.**

ISBN 978-5-00047-645-1

ББК 72я43



Тип лицензии CC, поддерживаемый журналом: Attribution 4.0 International (CC BY 4.0).

© НВГУ, 2022

ISBN 978-5-00047-645-1



9 785000 476451 >

Математика. Физика

УДК 511.33

Афанасьева Е.С., Белозерцева М.И.

Воронежский государственный педагогический университет,
г. Воронеж, Россия

ЛОГАРИФМЫ

Как только школьники доходят до темы логарифмы, у них возникает вопрос «Зачем? Зачем нужны логарифмы и кто их придумал?». Так давайте разберемся для чего же они были всё-таки созданы. История логарифмов начинается ещё с Античности. Ещё тогда знали, что при перемножении степеней с одинаковым основанием показатели степеней складываются. Это и послужило толчком к появлению логарифма. Большую роль в развитии математики сыграла Эпоха Великих географических открытий. Требовалось производить довольно громоздкие вычисления, которые в свою очередь было сложно совершить. Так как калькулятора на тот момент не было, то учёные стали искать упрощённый способ перемножения больших чисел. Михаэль Штифель в 1544 году опубликовал революционную идею перехода от целых показателей дробей к произвольным рациональным числам. Но в дальнейшем свою теорию он развивать не стал. На этом поиски упрощённого метода проведения сложных расчётов не закончились. В 1614 году шотландский математик Джон Непер опубликовал «Описание удивительной таблицы логарифмов». Основная идея математики заключалась в том, что если величины образуют геометрическую прогрессию, то их логарифмы также будут образовывать геометрическую прогрессию.

В дальнейшем математики разрабатывали новые свойства, методы и способы применения логарифмов. Например, в 1620 году Эдмунд Уингейт предложил модель логарифмической линейки, а Эйлер окончательно узаконил, что логарифмирование — это математическое действие, которое обратное возведению в степень.

Но «Отцом логарифмов» принято считать Джона Непера. Чтобы решение логарифмов не вызывало затруднений при решении заданий, следует знать свойства логарифмов:

1. $\log_a a = 1$,
2. $\log_a 1 = 0$,
3. $\log_a bc = \log_a b + \log_a c$,
4. $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$,
5. $\log_a b^p = p \log_a b$,
6. $\log_a \frac{1}{b} = -\log_a b$,
7. $\log_a^k b = \frac{1}{k} \log_a b$, $k \neq 0$,
8. $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$,

$$9. \log_a b = \frac{1}{\log_b a}.$$

Докажем некоторые свойства.

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a \left(\frac{a^{\log_a b}}{a^{\log_a c}} \right) = \log_a (a^{\log_a b - \log_a c}) = \log_a b - \log_a c.$$

$$\log_a (bc) = \log_a (a^{\log_a b} \cdot a^{\log_a c}) = \log_a (a^{\log_a b + \log_a c}) = \log_a b + \log_a c.$$

Рассмотрим некоторые способы решения логарифмов на примерах.

Задача 1.

Решите уравнение $\log_{x+2} \log_2 \log_{x+3} (11x^2 + 46x + 48) = 0$.

Введем ОДЗ:

$$\begin{cases} x > -2 \\ x \neq -1 \end{cases}$$

На выражение $11x^2 + 46x + 48$ не накладываем ограничений, так как оно всегда положительно.

$$\log_2 \log_{x+3} (11x^2 + 46x + 48) = (x+2)^0,$$

$$\log_{x+3} (11x^2 + 46x + 48) = 2,$$

$$(11x^2 + 46x + 48) = (x+3)^2,$$

$$11x^2 + 46x + 48 = x^2 + 6x + 9,$$

$$10x^2 + 40x + 39 = 0,$$

Корнями данного уравнения являются $x_{1,2} = \frac{-20 \pm \sqrt{10}}{10}$.

С учётом ОДЗ решением уравнения будет $x = \frac{-20 + \sqrt{10}}{10}$.

Ответ: $x = \frac{-20 + \sqrt{10}}{10}$.

Задача 2.

Решите уравнение $\log_y 2 \cdot \log_{\frac{y}{16}} 2 = \log_{\frac{y}{64}} 2$.

Обозначим ОДЗ: $y > 0, y \neq 1, y \neq 16, y \neq 64$.

Для решения данного уравнения воспользуемся свойством

$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$, а также введем замену $\log_2 y = t$.

$$\frac{1}{t} \cdot \frac{1}{t-4} = \frac{1}{t-6}$$

$$t^2 - 5t + 6 = 0$$

$$t_1 = 3, t_2 = 2$$

Сделаем обратную замену.

$$\log_2 y = 3,$$

$$y = 2^3 = 8.$$

$$\log_2 y = 2,$$

$$y = 2^2 = 4.$$

С учётом ОДЗ корнями уравнения являются 4 и 8.

Ответ: 4; 8.

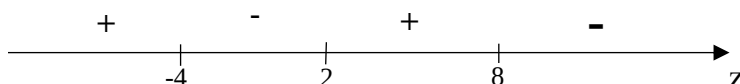
Задание 3.

Решите неравенство

$$(8 - z)(z + 4) \log_{0,3}(z - 1) \geq 0.$$

ОДЗ: $z > 1$.

$$\begin{aligned}(8 - z)(z + 4)(0,3 - 1)(z - 1 - 1) &\geq 0, \\ (8 - z)(z + 4)(z - 2) &\leq 0.\end{aligned}$$



С учётом ОДЗ: $z \in (1; 2] \cup [8; +\infty)$.

Ответ: $z \in (1; 2] \cup [8; +\infty)$.

Задание 4.

Решите неравенство $\log_{x+5}(25 - x^2) - \frac{1}{16} \log_{x+5}^2(x - 5)^2 \geq 2$.

Неравенство определено, если

$$\begin{cases} 25 - x^2 > 0, \\ x - 5 > 0, \\ x + 5 \neq 1, \\ (x - 5)^2 > 0. \end{cases}$$

Решим данную систему, получаем, что $x \in (-5; -4) \cup (-4; 5)$.

$$\log_{x+5}(5 - x)(5 + x) - \frac{1}{4} \log_{x+5}^2|x - 5| \geq 2,$$

$$1 + \log_{x+5}(5 - x) - \log_{x+5}^2|x - 5| \geq 2,$$

$$\log_{x+5}(5 - x) - \frac{1}{4} \log_{x+5}^2|5 - x| - 1 \geq 0,$$

Умножим обе части неравенства на 4.

$$4\log_{x+5}(5 - x) - \log_{x+5}^2|5 - x| - 4 \geq 0.$$

Введём замену $\log_{x+5}(5 - x) = t$.

$$t^2 - 4t - 4 \leq 0,$$

$$(t - 2)^2 \leq 0,$$

Левая часть неравенства неотрицательна, следовательно,

$$(t - 2)^2 = 0,$$

$$t - 2 = 0,$$

$$t = 2.$$

Возвращаемся к исходной замене

$$\log_{x+5}(5 - x) = 2,$$

$$5 - x = (5 - x)^2,$$

$$5 - x = 25 - 10x + x^2,$$

$$x^2 + 11x + 20 = 41.$$

Корнями данного уравнения являются $x_{1,2} = \frac{-11 \pm \sqrt{41}}{2}$.

С учётом условия решением неравенства является $x = \frac{-11 + \sqrt{41}}{2}$.

Ответ: $x = \frac{-11 + \sqrt{41}}{2}$.

Задание 5.

Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 5 + \log_2 \frac{x}{y} = \frac{14}{\log_2 \frac{x}{y}}, (1) \\ \log_2 \left(\frac{x}{y} - 2 \right) - \log_2 y = 2 \log_4 (y + 1) (2) \end{cases}$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} \frac{x}{y} > 0, \\ \frac{x}{y} - 2 > 0, \\ y > 0, \\ y + 1 > 0, \\ \frac{x}{y} > 2, \\ y > 0. \end{cases}$$

Решим второе уравнение системы

$$\log_2 \left(\frac{x}{y} - 2 \right) - \log_2 y = 2 \log_4 (y + 1),$$

$$\log_2 \left(\frac{x}{y} - 2 \right) = \log_2 y + \log_2 (y + 1),$$

$$\log_2 \left(\frac{x}{y} - 2 \right) = \log_2 (y + 1)y,$$

$$\frac{x}{y} - 2 = y^2 + y.$$

Решим первое уравнение.

$$5 + \log_2 \frac{x}{y} = \frac{14}{\log_2 \frac{x}{y}}$$

Сделаем замену $\log_2 \frac{x}{y} = t$.

$$5 + t = \frac{14}{t},$$

$$t^2 + 5t - 14 = 0.$$

Уравнение имеет следующие корни $t_1 = -7$ и $t_2 = 2$.

Вернёмся к обратной замене $\log_2 \frac{x}{y} = -7$.

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{128},$$

$$\log_2 \frac{x}{y} = 2,$$

$$\frac{x}{y} = 4$$

Так как по условию $\frac{x}{y} > 2$, то $\frac{x}{y} = \frac{1}{128}$ не подходит.

Подставим $\frac{x}{y} = 4$ в преобразованное нами второе уравнение.

$$\frac{x}{y} - 2 = y^2 + y,$$

$$4 - 2 = y^2 + y,$$

$$y^2 + y = 2,$$

$$y^2 + y - 2 = 0,$$

$$y_1 = -2 \text{ и } y_2 = 1.$$

С учётом условия $y = 1$.

Подставляем значение в $\frac{x}{y} = 4$.

Отсюда получаем, что $x = 4$.

Ответ: (4; 1).

На данных примерах рассмотрели разные виды заданий с логарифмами. Логарифмы — это очень важная тема, которая включена в школьный курс [1]. Логарифмы можно применять в жизни, ведь они делают её намного проще. Каждый из нас должен в совершенстве знать эту тему, поскольку логарифмы очень часто применяются на практике. Также задания с использованием данной темы встречаются на ЕГЭ, они могут стать одним из успешных шагов к высоким баллам.

Литература

1. Просветов Г.И. Степени, корни и логарифмы. Задачи и решения. М.: Альфа-пресс, 2010. 594 с.

© Афанасьева Е.С., Белозерцева М.И., 2022

УДК 51:37.016

Афанасьева Е.С., Белозерцева М.И.
Воронежский государственный педагогический университет
г. Воронеж, Россия

ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРАМИ

Для того чтобы сдать ЕГЭ по профильной математике на наивысший балл, ученику недостаточно базовых школьных знаний, так как некоторые задания требуют углубленного изучения предмета. Одним из таких заданий является задача с параметром. Ежегодно это задание решает небольшой процент учеников, так как оно может вызвать сложности. При этом, решив это задание, можно получить до четырех первичных баллов. В чём же заключается проблема учеников? Просто этой темы нет в школьной программе. Бывают сложные задачи с параметром, но на ЕГЭ встречаются задания по силам выпускникам.

Математика является профильным предметом во многих ВУЗах, а для поступления в более престижные ВУЗы требуется набрать большое количество баллов.

Существует несколько способов решения задач с параметром. Рассмотрим каждый из них на примерах.

1. Аналитический метод.

Этот метод подразумевает прямое решение, повторяющее стандартное без параметра.

Задание №1. При каком значении a уравнение $\frac{x^2+9x-7a}{3x^2+7ax-6a^2} = 0$ имеет ровно два различных решения?

Решение. Перейдем к системе

$$\begin{cases} x^2 + 9x - 7a = 0, & (1) \\ 3x^2 + 7ax - 6a^2 \neq 0. & (2) \end{cases}$$

Из (1): $x^2 + 9x - 7a = 0, \Rightarrow D = 81 + 28a > 0$.

При $a > -\frac{81}{28}$ уравнение имеет более двух корней.

При $a \leq -\frac{81}{28}$ уравнение имеет один корень или не имеет корней.

Из (2): $3x^2 + 7ax - 6a^2 \neq 0, \Rightarrow x \neq -3a, x \neq \frac{2a}{3}$.

Тогда получаем:

1) при $x = -3a$

$$\begin{aligned} (-3a)^2 + 9 \cdot (-3a) - 7a &= 0, \\ 9a^2 - 27a - 7a &= 0, \Rightarrow 9a^2 - 34a = 0, \\ a &= 0, a = \frac{34}{9}. \end{aligned}$$

2) при $x = \frac{2a}{3}$

$$\begin{aligned} \left(\frac{2a}{3}\right)^2 + 9 \cdot \frac{2a}{3} - 7a &= 0, \\ 4a^2 &= 9a, \Rightarrow \\ a &= 0, a = \frac{9}{4}. \end{aligned}$$

Ответ: $a \in \left(-\frac{81}{28}; 0\right) \cup \left(0; \frac{9}{4}\right) \cup \left(\frac{9}{4}; \frac{34}{9}\right) \cup \left(\frac{34}{9}; +\infty\right)$.

2. Графический метод.

Предполагает построение графика в координатной плоскости.

Задание №2. Найдите все значения параметра a , при которых система уравнений

$$\begin{cases} \log_{0,5}(36 - y^2) = \log_{0,5}(36 - a^2x^2), \\ x^2 + y^2 = 4x - 6y. \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения?

Решение. Перейдем к равносильной системе

$$\begin{cases} 36 - y^2 = 36 - a^2x^2, \\ 36 - y^2 > 0, \\ 36 - a^2x^2 > 0, \\ x^2 + y^2 = 4x - 6y, \end{cases} \quad \begin{cases} y^2 = a^2x^2, \\ (y - 6)(y + 6) < 0, \\ a^2x^2 < 36, \\ x^2 - 4x + 4 + y^2 + 6y + 9 = 13, \end{cases}$$

$$\begin{cases} (y - ax)(y + ax) = 0, \\ -6 < y < 6, \\ -6 < ax < 6, \\ (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 13, \end{cases} \quad \begin{cases} y - ax = 0, \\ y + ax = 0, \\ -6 < y < 6, \\ -6 < ax < 6, \\ (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 13. \end{cases} \quad (3)$$

$$(4)$$

Графиком первого уравнения являются две прямые ($y = ax$, $y = -ax$) при $a \neq 0$ и одна прямая ($y = 0$) при $a = 0$. Все эти прямые проходят через начало координат.

$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 13$ - уравнение окружности с центром в точке $(2; -3)$ и радиусом $\sqrt{13}$, проходящей через точку $(0; 0)$.

Изобразим в координатной плоскости xOy графики уравнений (3) и (4) с учётом условия $-6 < y < 6$.

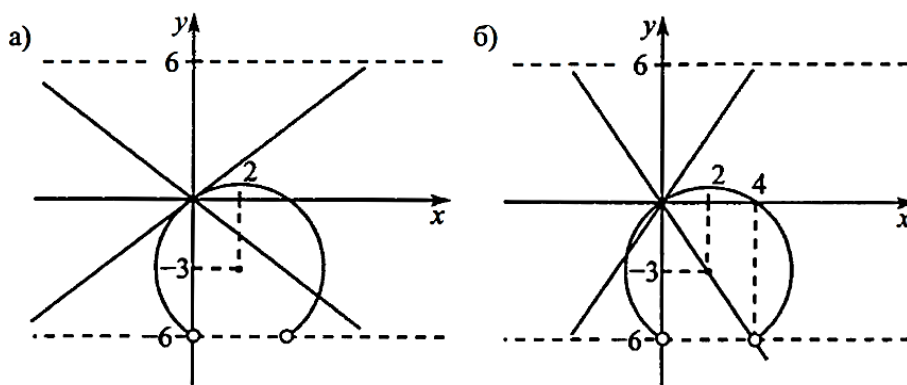


Рис. 1

При $a = 0$ прямая $y = 0$ имеет ровно две точки пересечения с видимой дугой окружности (рисунок 1а). Значит, $a = 0$ удовлетворяет условию.

Рассмотрим случай $a > 0$.

Прямая $y = ax$ может иметь одну или две общие точки с видимой дугой окружности, одна из этих точек – начало координат (рис. 1б).

$$(x - 2)^2 + (ax + 3)^2 = 13,$$

$$(1 + a^2)x^2 + (6a - 4)x = 0,$$

$$x((1 + a^2)x + (6a - 4)) = 0,$$

$$x = 0 \text{ или } x = -\frac{6a-4}{1+a^2}.$$

Единственное решение будет, если $\frac{6a-4}{1+a^2} = 0$, то есть $a = \frac{2}{3}$.

Если $a \neq \frac{2}{3}$, то в этом случае прямая $y = ax$ имеет две точки пересечения с видимой дугой окружности.

Единственная общая точка будет при $a \in [a_1; +\infty)$, a_1 – такое значение параметра, при котором прямая $y = -ax$ проходит через точку $(4; -6)$.

При $a > 0$ значении параметра $a \in \left\{-\frac{2}{3}\right\} \cup \left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

При $a < 0$ значении параметра $a \in (-\infty; -\frac{3}{2}] \cup \left\{\frac{3}{2}\right\}$.

Ответ: $(-\infty; -\frac{3}{2}] \cup \left\{\pm\frac{2}{3}; 0\right\} \cup \left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Давайте рассмотрим этот пример ещё аналитическим способом.

$$\begin{cases} 36 - y^2 = 36 - a^2x^2, \\ 36 - y^2 > 0, \\ 36 - a^2x^2 > 0, \\ x^2 + y^2 = 4x - 6y, \end{cases} \quad \begin{cases} y^2 = a^2x^2, \\ (y - 6)(y + 6) < 0, \\ a^2x^2 < 36, \\ x^2 - 4x + 4 + y^2 + 6y + 9 = 13, \end{cases}$$

$$\begin{cases} (y - ax)(y + ax) = 0, \\ -6 < y < 6, \\ -6 < ax < 6, \\ (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 13, \end{cases} \quad \begin{cases} \begin{cases} y - ax = 0, \\ y + ax = 0, \end{cases} \\ -6 < y < 6, \\ -6 < ax < 6, \\ (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 13. \end{cases}$$

1) Рассмотрим случай, когда $y = ax$

$$x^2 + a^2x^2 = 4x - 6ax$$

$$x^2(1 + a^2) = x(4 - 6a)$$

$$x = 0 \text{ или } x = \frac{4-6a}{1+a^2}$$

В данном случае получаем, что $y = 0$ и $y = \frac{4a-6a^2}{1+a^2}$

2) При $y = -ax$

$$x^2 + a^2x^2 = 4x + 6ax$$

$$x^2(1 + a^2) = x(4 + 6a)$$

$$x = 0 \text{ и } x = \frac{4+6a}{1+a^2}$$

Соответственно получаем $y = 0$ и $y = \frac{4a+6a^2}{1+a^2}$

Решениями данной системы будут следующие пары чисел $(0; 0)$, $\left(\frac{4-6a}{1+a^2}; \frac{4a-6a^2}{1+a^2}\right)$, $\left(\frac{4+6a}{1+a^2}; \frac{4a+6a^2}{1+a^2}\right)$, для которых должно быть выполнено условие $-6 < y < 6$.

Для пары $(0; 0)$ условие выполняется.

Для пары $\left(\frac{4-6a}{1+a^2}; \frac{4a-6a^2}{1+a^2}\right)$ условие примет вид $\begin{cases} a > -\frac{3}{2} \\ 12a^2 - 4a + 6 > 0 \end{cases}$

Так как решением неравенства $12a^2 - 4a + 6 > 0$ является любое число, то остаётся условие $a > -\frac{3}{2}$.

Для пары $\left(\frac{4+6a}{1+a^2}; \frac{4a+6a^2}{1+a^2}\right)$ условие примет вид $\begin{cases} a < \frac{3}{2} \\ 12a^2 + 4a + 6 > 0 \end{cases}$

Так как решением неравенства $12a^2 + 4a + 6 > 0$ является любое число, то остаётся условие $a < \frac{3}{2}$.

Пары $(0; 0)$ и $\left(\frac{4+6a}{1+a^2}; \frac{4a+6a^2}{1+a^2}\right)$ совпадают при $a = -\frac{3}{2}$.

Пары $(0; 0)$ и $\left(\frac{4-6a}{1+a^2}; \frac{4a-6a^2}{1+a^2}\right)$ совпадают при $a = \frac{3}{2}$.

Пары $\left(\frac{4+6a}{1+a^2}; \frac{4a+6a^2}{1+a^2}\right)$ и $\left(\frac{4-6a}{1+a^2}; \frac{4a-6a^2}{1+a^2}\right)$ совпадают при $a = 0$.

Система будет иметь два различных решения при $a \in (-\infty; -\frac{3}{2}] \cup \{\pm \frac{2}{3}; 0\} \cup [\frac{3}{2}; +\infty)$.

Можно заметить, что данный пример графическим способом можно решить намного быстрее, чем аналитическим. Тем более, здесь легко запутаться в вычислениях и потерять знак, поэтому надо более аккуратно производить вычислительные действия.

3. Использование монотонности.

При каких значениях параметра a уравнение $|x + 5a| + |x - 14| = 7a + 3$ имеет ровно два решения?

Решение.

Обратим внимание на функцию $y = |x + 5a| + |x - 14|$. Выражения, которые стоят под знаком модуля, меняют знак в точках $x = -5a$ и $x = 14$.

Между данными числовыми значениями модули раскрываются различно и значения x сокращаются, следовательно, функция на этом участке представляет собой константу $5a + 14$ при $-5a \leq 14$ и $-5a - 14$ при $-5a \geq 14$. При каждом из этих случаев это значение можно записать следующим образом: $|5a + 14|$.

$$y = \begin{cases} 2x + 5a - 14 & \text{при } x \geq 14, x \geq -5a; \\ |5a + 14| & \text{при } x \text{ между } 14 \text{ и } -5; \\ -2x - 5a + 14 & \text{при } x \leq 14 \text{ и } x \leq -5a. \end{cases}$$

Графиком такой функции будет «корыто» (рис.2) при $-5a \neq 14$ и «галочка» («уголок») (рис.3) при $-5a = 14$ (в этом случае $y = 2|x - 14|$).

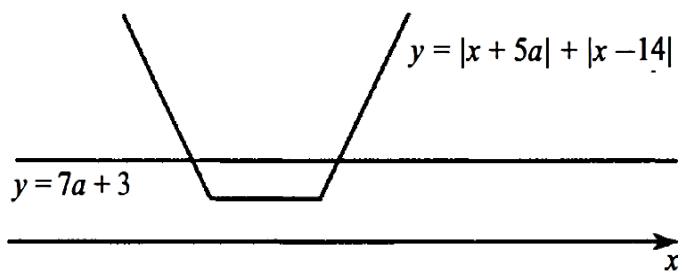


Рис. 2

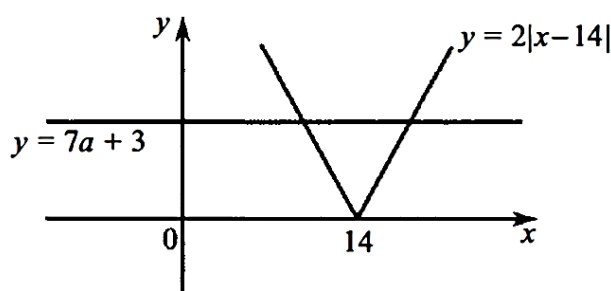


Рис. 3

Получаем, что исходное уравнение имеет два решения, если $7a + 3 > |14 + 5a|$ (график функции $y = |x + 5a| + |x - 14|$ имеет две общие точки с горизонтальной прямой $y = 7a + 3$).

Если $7a + 3 \leq 0$, то неравенство $7a + 3 > |14 + 5a|$ не имеет решений.

Если же $7a + 3 > 0$ (то есть $a > -\frac{3}{7}$), в таком случае возведём обе части неравенства $7a + 3 > |14 + 5a|$ в квадрат и получим:

$$49a^2 + 42a + 9 > 196 + 140a + 25a^2;$$

$$24a^2 - 98a - 187 > 0.$$

Для этого нужно решить дополнительное уравнение $24a^2 - 98a - 187 = 0$.

Для начала найдём дискриминант уравнения.

$$D = 98^2 + 4 \cdot 24 \cdot 187 = 4(49^2 + 24 \cdot 187) = 4(2401 + 4488) = 4 \cdot 6889 = 2^2 \cdot 83^2.$$

Из этого следует, что корнями уравнения $24a^2 - 98a - 187 = 0$ являются

$$a_{1,2} = \frac{98 \pm 166}{48};$$

$$a_1 = -\frac{17}{12}; a_2 = 5\frac{1}{2}.$$

Решением неравенства $24a^2 - 98a - 187 > 0$ будут значения $a \in (-\infty; -\frac{17}{12}) \cup (5,5; +\infty)$.

С учётом ограничения $a > -\frac{3}{7}$ получим, что $a \in (5,5; +\infty)$.

Ответ: $a \in (5,5; +\infty)$.

На этих примерах можно заметить, что для решения задач с параметром важно уметь мыслить, рассуждать, т. е. иметь логическое мышление. Данные задачи нельзя решить, просто заучив все формулы. Каждое задание имеет собственный подход к решению и является уникальным. Нельзя решать по единому образцу, это приведёт к неправильному решению. Во время экзамена стоит искать более короткий способ решения и сэкономить время, так как каждая минута имеет большую ценность для выпускника.

Литература

1. Кравцев С.В., Макаров Ю.Л., Максимов М.И. Методы решения задач по алгебре. М., 2001. 889 с
2. Лунгу К.Н., Макаров Е.В. Высшая математика. Руководство к решению задач. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. 216 с.

УДК 62-9.7.04

Беляков А.А.

Самарский государственный университет
г. Самара, Россия

О ВОЗМОЖНОСТИ СОЗДАНИЯ АЛГОРИТМОВ АВТОКОМПОНОВКИ ПРИБОРОВ МЕТОДОМ БАЗИРОВАНИЯ ПО ПРЕДЫДУЩЕМУ ОБЪЕКТУ

В процессе развития технологий автоматизированного проектирования возрастает реалистичность моделируемой среды. В то же время, стремясь сохранить универсальность программного обеспечения, но подчиняясь потребностям в отраслевой специализации, разработчики должны следовать по пути создания гибких вычислительных систем. В частности, это касается программного обеспечения автоматизированного размещения бортовой аппаратуры (БА) в отсеках космических аппаратов (КА), потребность в котором имеется на предприятиях, поскольку процесс разработки конструктивно-компоновочных схем до сих пор является эвристическим. Это связано с тем, что к задаче предъявляется достаточно много разнородных технических требований. Существующие алгоритмы автоматизации построены на методах случайного поиска [3, с. 48], полного перебора, последовательных приближений [2, с. 83] или с помощью годографа функции плотного размещения [4, с. 207]. Они не учитывают все основные группы требований, и поэтому их область применения ограничена ранними этапами проектирования КА.

Чтобы алгоритмы были пригодны на более поздних стадиях, их математические модели должны носить обобщающий характер. В одной из работ [1, с. 67] было установлено, что технологией, способной обеспечить построение таких моделей, является топология. В её терминах пространство отсека считается топологическим, поскольку обладает инвариантными параметрами, к которым относятся, в первую очередь, области допускаемых значений переменных и положение центра масс конструкции отсека, а также общее количество БА. Компонировка является многосвязной гиперповерхностью, для которой существует гомеоморфизм – отображение, которое однозначно и непрерывно преобразует проектную схему размещения в рабочую. Основная задача заключается в том, чтобы подобрать этот оператор и исключить необходимость его перестройки при изменении исходных данных. Так как для поиска решения используются системы векторных уравнений с топологиями, то модель компоновки называется матрично-топологической.

Предлагается рассмотреть герметичный отсек КА конической формы, в котором требуется разместить несколько приборов. Пусть продольная ось отсека параллельна оси OX базовой системы координат КА, привязанной к одному из его плоских днищ. К компоновке предъявляются технические требования по обеспечению гарантированных монтажных зазоров, соблюдению допускаемого теплового режима, наименьшему отклонению массово-центровочных характеристик от исходных и минимальным деформациям стенок отсека от действия виброударно-акустических нагрузок.

К центру масс каждого прибора может быть приписана его связанная система координат. БА стремятся разместить так, чтобы ось X_{ci} совпадала с осью OX , потому что это позволяет рассчитать моменты инерции приборов по теореме Гюйгенса-Штейнера при оценке массово-центровочных характеристик. Однако, тепловое движение и форма корпуса отсека, если БА крепится к его стенкам, препятствуют этому, из-за чего угловая ориентация приборов в компоновке становится хаотичной. При размещении же во всём пространстве отсека в компоновке появляется выделенное направление, вдоль которого преимущественно ориентированы приборы, устанавливаемые на ферменные конструкции или стеллажи. Но в любом случае распределение центров масс приборов остаётся хаотичным. Сказанное проиллюстрировано на рисунках 1.

Стоит отметить, что допускаются малые отклонения осей БА от направлений, параллельных с продольной осью отсека КА, что связано с колебаниями от виброударно-акустического воздействия. Также от влияния геометрии отсека, тепловых и магнитных полей компоновка БА всегда неоднородна. Это значит, что плотность компоновки БА постепенно меняется от точки к точке. Описанное распределение единичных векторов X_{ci} называется осевым векторным полем.

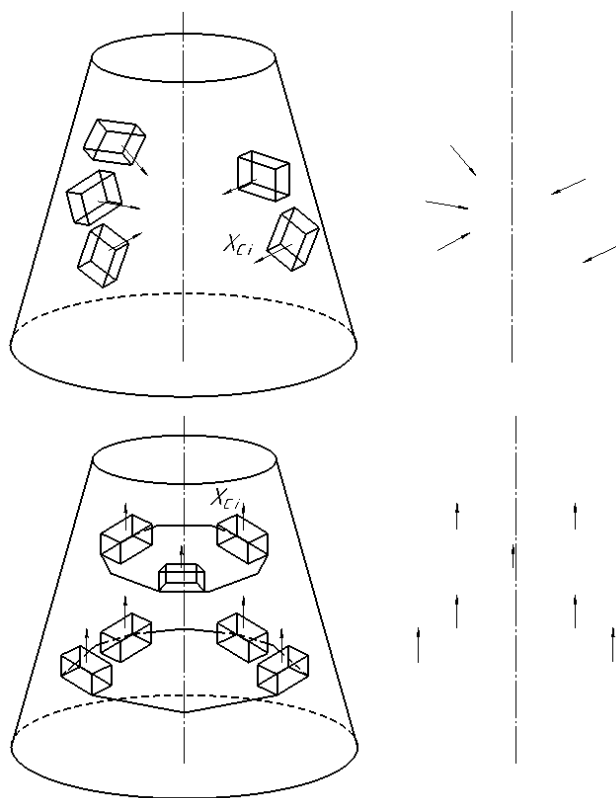


Рис. 1. Примеры осевых векторных полей
в компоновке отсеков космических аппаратов

Поскольку создавать алгоритмы итерационных вычислений при описанных требованиях технологически затруднительно, то здесь может помочь топология. Интерес представляет подбор оператора гомеоморфизма, который в базовой системе координат КА для вектора положения центра масс компоновки в проектной схеме размещения и вектора его нового положения в рабочей схеме размещения, находящегося в области допускаемых значений,

рассчитывает координаты установки приборов без их геометрического пересечения между собой и со стенками отсека. Как правило, такой оператор строится на основе метода базирования по предыдущему объекту. Необходимо выявить, когда оргграф алгоритма является уникурсальным, то есть в каких случаях можно создать компоновку за один последовательный проход всех координат центров масс БА без возвратов.

Пусть в пространстве отсека имеется произвольная рабочая схема размещения БА, чьи вектора X_{ci} образуют осевое векторное поле. Если взять и перенести их параллельно самим себе так, чтобы они начинались из одной точки, то их концы будут лежать на поверхности сферы единичного радиуса. Следовательно, осевое векторное поле отображает точки центров масс БА из связанных систем координат на поверхность данной сферы. Пояснительный рисунок 2 представлен ниже.

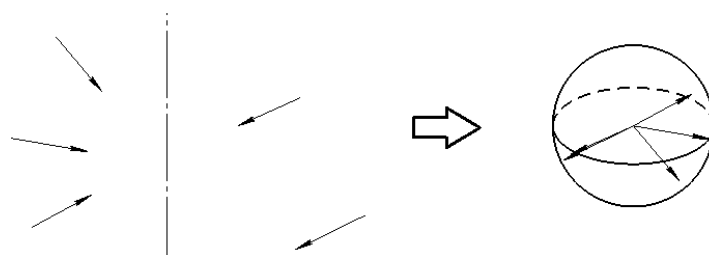


Рис. 2. Параллельный перенос единичных векторов из связанной системы координат на сферу

Аналогично параллельным переносом на сферу отображаются точки единичных векторов положения центров масс БА из базовой системы координат КА. Соединяя их согласно нумерации приборов, на поверхности сферы можно получить контур, образом которого в пространстве отсека выступает окружность, параллельная миделю сечения КА. Это показано на рисунке 3.

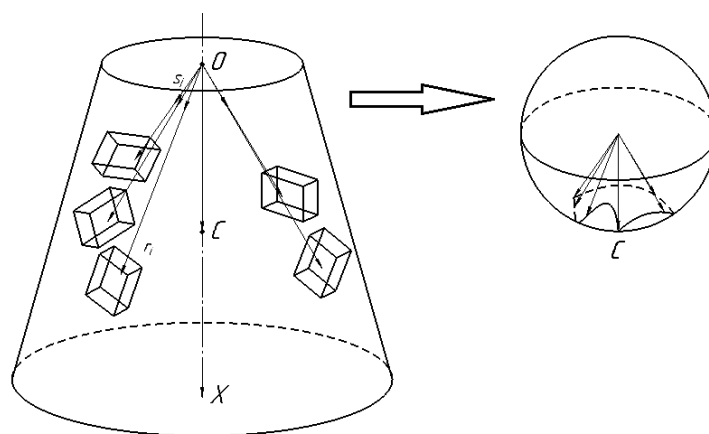


Рис. 3. Получение контура на сфере по единичным векторам из базовой системы координат

Как можно видеть, этот контур располагается строго на поверхности полусферы потому, что оси базовой системы координат привязаны к центру донного (миделевого) сечения отсека КА. Его последняя точка соединена с начальной, эквивалентной центру масс конструкции КА. Стоит отметить, что возможен случай, когда контур может быть стянут в точку центра масс

КА на сфере. Это означает, что все приборы располагаются строго на продольно оси отсека. Такой вариант характерен для некоторых наноспутников, и тогда оргграф алгоритма автоматизированного размещения будет линейным, а, значит, уникальным.

Остаётся установить, являются ли все остальные оргграфы алгоритмов уникальными.

В осевом векторном поле может существовать выделенное направление. Как было сказано выше, в частном случае для компоновки наноспутников оно также существует и для векторов положения центров масс БА. Следовательно, наличие выделенного направления может влиять на конфигурацию контура на сфере единичного радиуса.

Как известно из топологии, если контур на сфере будет незамкнутым, то это равносильно тому, что оргграф алгоритма не будут уникальным. Это возможно в случае, когда осевое векторное поле является частично направленным. То есть, часть векторов положения центров масс БА должны располагаться на оси КА. Тогда необходимо понять, в какой мере это поле должно быть направленным, чтобы контур стал замкнутым на сфере. Всего существует два варианта, которые представлены на рисунке 4. В целях обобщения начало базовой системы координат перемещено в точку центра масс конструкции отсека.

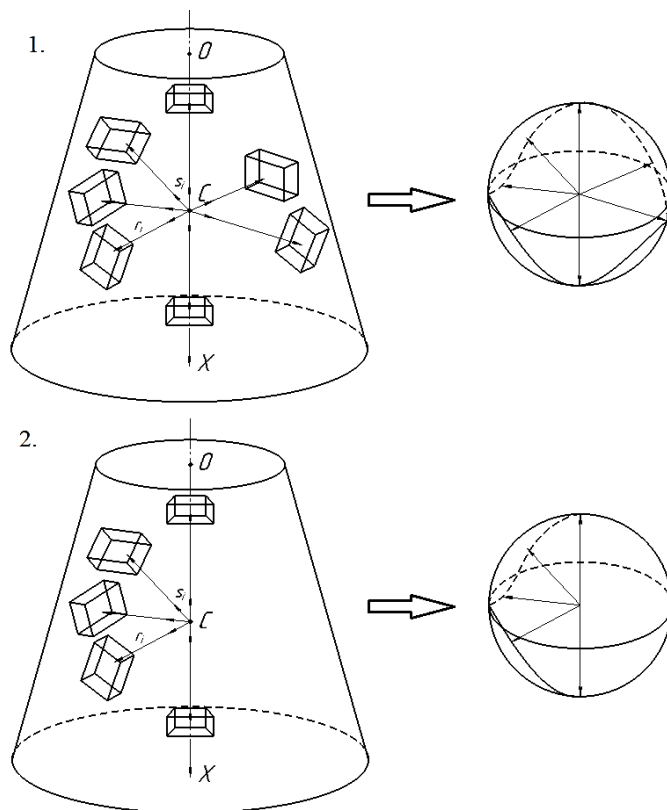


Рис. 4. Варианты контуров по направленности векторов
положения центров масс приборов

По рисунку 4 графически можно убедиться, что в первом варианте контур остаётся замкнутым на сфере единичного радиуса, потому что при обходе начала координат вокруг продольной оси КА по часовой стрелке или против часовой стрелки удаётся сделать полный оборот. Во втором варианте этого сделать не удаётся. Перенос начала базовой системы

координат КА на донный срез отсека уменьшает длину рассмотренных контуров вдвое, и потому является частным случаем.

Получается, что контур будет не замкнутым, если приборы размещаются только с одной стороны относительно продольной оси КА. Однако конструктивно это невозможно, потому что не будет выполняться центровка отсека. Поэтому можно сделать вывод, что орграфы алгоритмов размещения БА для всех возможных на практике компоновок являются уникальными.

Таким образом, в результате проведённого исследования было установлено, что для создания рабочих схем размещения БА в автоматизированном режиме возможны алгоритмы, выполняющие этот процесс за один последовательный проход всех координат центров масс БА без возвратов. Это позволяет строить математические модели операторов гомеоморфизма, объединяющие метод последовательно-одиночного размещения и метод базирования по предыдущему объекту.

Литература

1. Беляков А.А., Шулепов А.И. Анализ схемы размещения бортовой аппаратуры на примере блока выведения «Волга»: Материалы VII Всероссийской научно-технической конференции «Актуальные проблемы ракетно-космической техники» (VII Козловские чтения). Самара: Изд-во СамНЦ РАН, 2021. 395 с.
2. Клягин В.А., Петров И.А., Серебрянский С.А., Лаушин Д.А. Методика решения задачи автоматизированной компоновки блоков БРЭО последовательными приближениями на основе дискретной модели их размещения на базовых плоскостях отсеков // Вестник ПНИПУ. Аэрокосмическая техника. 2018. №54.
3. Шулепов А.И., Гаврилов В.Н., Мятишкин Г.В. Автоматизированное решение задачи размещения грузов на борту транспортных космических систем // Вестник СГАУ. 2003. №1.
4. Ягудин Р.Р. Оптимизация компоновки трёхмерных геометрических объектов на основе годографа вектор-функции плотного размещения // ИВД. 2012. №3.

© Беляков А.А., 2022

ОБ ОДНОЙ НЕЛОКАЛЬНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ МНОГОМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ ПАРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА ОБЩЕГО ВИДА

Исследуется нелокальная краевая задача для многомерного уравнения параболического типа общего вида с переменными коэффициентами. Предложена локально-одномерная (экономичная) разностная схема. Доказаны единственность, устойчивость и сходимость решения разностной задачи к решению исходной задачи со скоростью равной погрешности аппроксимации.

1. Постановка нелокальной краевой задачи.

В замкнутой области $\overline{Q}_T = \overline{G} \times [0 \leq t \leq T]$ рассмотрим нелокальную краевую задачу для многомерного уравнения параболического типа общего вида с переменными коэффициентами

$$\frac{\partial u}{\partial t} = Lu + f(x, t), \quad (x, t) \in Q_T, \quad (1)$$

$$\begin{cases} k_\alpha(x, t) \frac{\partial u}{\partial x_\alpha} = \beta_{-\alpha} u(l_\alpha, x', t) + \int_0^t \rho(t, \tau) u(l_\alpha, x', t) d\tau - \mu_{-\alpha}(x, t), & x_\alpha = 0, 0 \leq t \leq T, \\ -k_\alpha(x, t) \frac{\partial u}{\partial x_\alpha} = \beta_{+\alpha} u - \mu_{+\alpha}(x, t), & x_\alpha = l_\alpha, 0 \leq t \leq T, \end{cases} \quad (2)$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad x \in \overline{G}, \quad (3)$$

$$\text{где} \quad Lu = \sum_{\alpha=1}^p L_\alpha u, \quad L_\alpha u = \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left(k_\alpha(x, t) \frac{\partial u}{\partial x_\alpha} \right) + r_\alpha(x, t) \frac{\partial u}{\partial x_\alpha} - q_\alpha(x, t) u, \quad 0 < c_0 \leq$$

$$k_\alpha(x, t) \leq c_1,$$

$$|r_\alpha(x, t)|, |k_{x_\alpha}(x, t)|, |r_{x_\alpha}(x, t)|, |q_\alpha(x, t)|, |\rho(t, \tau)|, |\beta_{\pm\alpha}(x, t)| \leq c_2, \quad (4)$$

$$k_\alpha(x, t) \in C^{3,1}(Q_T), \quad r_\alpha(x, t), \quad q_\alpha(x, t), \quad \rho_\alpha(x, t) \in C^{2,1}(Q_T), \quad \alpha = 1, 2, \dots, p,$$

$$c_0, c_1, c_2 - \text{положительные постоянные}, \quad Q_T = G \times (0 < t \leq T],$$

$$\overline{G} = \{x = (x_1, x_2, \dots, x_p): 0 \leq x_\alpha \leq l_\alpha, \alpha = 1, 2, \dots, p\}, \quad \overline{G} = G \cup \Gamma, \text{ где } \Gamma - \text{граница области.}$$

2. Построение локально-одномерной разностной схемы (ЛОРС).

Введем равномерную сетку по каждому из направлений Ox_α с шагом h_α :

$$\overline{\omega}_h = \prod_{\alpha=1}^p \overline{\omega}_{h_\alpha}, \quad \overline{\omega}_{h_\alpha} = \{x_\alpha^{(i_\alpha)} = i_\alpha h_\alpha: i_\alpha = 0, 1, \dots, N_\alpha, N_\alpha h_\alpha = l_\alpha, \alpha = 1, 2, \dots, p\},$$

$$h_\alpha = \begin{cases} h_\alpha, & i_\alpha = 1, 2, \dots, N_\alpha - 1, \\ \frac{h_\alpha}{2}, & i_\alpha = 0, N_\alpha. \end{cases}$$

По аналогии с [1; 2] на отрезке $[0, T]$ вводится равномерная сетка $\overline{\omega}_\tau = \{t_j = j\tau, j_0\tau = T, j = 0, 1, \dots, j_0\}$. Отрезки $[t_j, t_{j+1}]$ разбиваются точками $t_{j+\frac{\alpha}{p}} = t_j + \tau \frac{\alpha}{p}, \alpha = 1, 2, \dots, p-1$ на p частей. Через Δ_α обозначим полуинтервал $(t_{j+\frac{\alpha-1}{p}}, t_{j+\frac{\alpha}{p}}]$, где $\alpha = 1, 2, \dots, p$.

Представим (1) в следующем виде $\sum_{\alpha=1}^p \mathcal{E}_\alpha u = 0$, $\mathcal{E}_\alpha u = \frac{1}{p} \frac{\partial u}{\partial t} - L_\alpha u - f_\alpha$, где $f_\alpha(x, t)$ – некоторые функции, которые обладают той же гладкостью, что и f , и удовлетворяют условию нормировки $\sum_{\alpha=1}^p f_\alpha = f$.

На Δ_α при $\alpha = 1, 2, \dots, p$ будем решать задачи

$$\mathcal{E}_\alpha \vartheta_\alpha = \frac{1}{p} \frac{\partial \vartheta_\alpha}{\partial t} - L_\alpha \vartheta_\alpha - f_\alpha = 0, \quad x \in G, \quad t \in \Delta_\alpha, \alpha = 1, 2, \dots, p, \quad (5)$$

$$\begin{cases} k_\alpha \frac{\partial \vartheta_\alpha}{\partial x_\alpha} = \beta_{-\alpha} \vartheta_\alpha(l_\alpha, x', t) + \int_0^t \rho(t, \tau) \vartheta_\alpha(l_\alpha, x', t) d\tau - \mu_{-\alpha}(x, t), & x_\alpha = 0, \\ -k_\alpha \frac{\partial \vartheta_\alpha}{\partial x_\alpha} = \beta_{+\alpha} \vartheta_\alpha - \mu_{+\alpha}(x, t), & x_\alpha = l_\alpha, \end{cases} \quad (6)$$

полагая при этом [2, с. 522]

$$\vartheta_{(1)}(x, 0) = u_0(x), \quad \vartheta_{(\alpha)}(x, t_{j+\frac{\alpha-1}{p}}) = \vartheta_{(\alpha-1)}(x, t_{j+\frac{\alpha-1}{p}}), \alpha = 2, 3, \dots, p, \quad (7)$$

$$\vartheta_{(1)}(x, t_j) = \vartheta_{(p)}(x, t_j), \quad j = 1, 2, \dots, j_0.$$

Вместо уравнения (5) номера α в дальнейшем будем рассматривать уравнение с возмущенным оператором $\tilde{L}_\alpha$ [2, стр. 167]:

$$\frac{1}{p} \frac{\partial \vartheta_\alpha}{\partial t} = \tilde{L}_\alpha \vartheta_\alpha + f_\alpha, \quad t \in \Delta_\alpha, \alpha = 1, 2, \dots, p, \quad (8)$$

$$\tilde{L}_\alpha \vartheta_\alpha = \kappa_\alpha \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left(k_\alpha(x, t) \frac{\partial \vartheta_\alpha}{\partial x_\alpha} \right) + r_\alpha(x, t) \frac{\partial \vartheta_\alpha}{\partial x_\alpha} - q_\alpha(x, t) \vartheta_\alpha,$$

$$\kappa_\alpha = \frac{1}{1+R_\alpha}, R_\alpha = \frac{0.5h_\alpha |r_\alpha|}{k_\alpha} - \text{разностное число Рейнольдса},$$

$$r_\alpha^+ = 0.5(r_\alpha + |r_\alpha|) \geq 0, r_\alpha^- = 0.5(r_\alpha - |r_\alpha|) \leq 0, b_\alpha^+ = \frac{r_\alpha^+}{k_\alpha}, b_\alpha^- = \frac{r_\alpha^-}{k_\alpha}, r_\alpha = r_\alpha^+ + r_\alpha^-, a^{(1\alpha)} =$$

$$a_{i_\alpha+1}, \quad a_\alpha = k_\alpha(x_{i_\alpha-1/2}, \bar{t}) = k_\alpha(x_1, \dots, x_{i_\alpha-1}, x_\alpha - 0.5h_\alpha, x_{i_\alpha+1}, \dots, x_p, \bar{t}),$$

$$h_\alpha = \begin{cases} h_\alpha, & i_\alpha = 1, 2, \dots, N_\alpha - 1, \\ \frac{h_\alpha}{2}, & i_\alpha = 0, N_\alpha, \end{cases} \quad d_\alpha = q_\alpha(x_{i_\alpha}, \bar{t}), \quad \rho_\alpha = p_\alpha(\bar{t}, \bar{s}), \quad \varphi_\alpha^{j+\frac{\alpha}{p}} = f_\alpha(x, \bar{t}), \quad \bar{t} =$$

$$t^{j+\frac{1}{2}}.$$

Уравнение (8) номера α аппроксимируем на $(t_{j+\frac{\alpha-1}{p}}, t_{j+\frac{\alpha}{p}}]$ неявной схемой и получим цепочку из p одномерных разностных уравнений [3; 4]:

$$\frac{y^{j+\frac{\alpha}{p}} - y^{j+\frac{\alpha-1}{p}}}{\tau} = \tilde{\Lambda}_\alpha y^{j+\frac{\alpha}{p}} + \varphi_\alpha^{j+\frac{\alpha}{p}}, \quad \alpha = 1, 2, \dots, p, \quad x_\alpha \in \omega_{h_\alpha}, \quad (9)$$

$$\begin{cases} 0.5h_\alpha \frac{y^{j+\frac{\alpha}{p}} - y^{j+\frac{\alpha-1}{p}}}{\tau} = \Lambda_\alpha^- y^{(\alpha)} + \bar{\mu}_{-\alpha}, & x_\alpha = 0, \\ 0.5h_\alpha \frac{y^{j+\frac{\alpha}{p}} - y^{j+\frac{\alpha-1}{p}}}{\tau} = \Lambda_\alpha^+ y^{(\alpha)} + \bar{\mu}_{+\alpha}, & x_\alpha = l_\alpha, \end{cases} \quad (10)$$

$$y(x, 0) = u_0(x), \quad (11)$$

$$\tilde{\Lambda}_\alpha y^{(\alpha)} = \kappa_\alpha (a_\alpha y_{x_\alpha}^{(\alpha)})_{x_\alpha} + b_\alpha^+ a_\alpha^{(1\alpha)} y_{\bar{x}_\alpha}^{(\alpha)} + b_\alpha^- a_\alpha y_{\bar{x}_\alpha}^{(\alpha)} - d_\alpha y^{(\alpha)},$$

$$\Lambda_\alpha^- y^{(\alpha)} = \kappa_{-\alpha} a_\alpha^{(1\alpha)} y_{x_\alpha, 0}^{(\alpha)} - \sum_{s=0}^j p_{s,j} y_{N_\alpha}^s \tau - \beta_{-\alpha} y_{N_\alpha}^{(\alpha)} - d_\alpha y_0^{(\alpha)}, \quad x_\alpha = 0,$$

$$\Lambda_\alpha^+ y^{(\alpha)} = -\kappa_{+\alpha} a_\alpha^{(N_\alpha)} y_{\bar{x}_\alpha, N_\alpha}^{(\alpha)} - \bar{\beta}_{+\alpha} y_{N_\alpha}^{(\alpha)} - 0.5h_\alpha \sum_{i_\alpha=0}^{N_\alpha} p_\alpha y_{i_\alpha}^{(\alpha)} h_\alpha, \quad x_\alpha = l_\alpha,$$

$$\bar{\mu}_{-\alpha} = \mu_{-\alpha} + 0.5h_\alpha f_{\alpha, 0}, \bar{\mu}_{+\alpha} = \mu_{+\alpha} + 0.5h_\alpha f_{\alpha, N_\alpha}, \quad \mu_{\pm\alpha} = \mu_{\pm\alpha}(t_j),$$

$$\bar{\beta}_{+\alpha} = \beta_{+\alpha} + 0.5h_{\alpha}d_{\alpha}^{(N_{\alpha})}, \quad \frac{1}{p}y_{\bar{t}}^{(\alpha)} = \frac{y^{j+\frac{\alpha}{p}} - y^{j+\frac{\alpha-1}{p}}}{\tau},$$

$$\kappa_{-\alpha} = \frac{1}{1 + \frac{0.5h_{\alpha}|r_{\alpha}^{(0)}|}{k_{\alpha}^{(0.5)}}}, \quad r_{\alpha}^{(0)} \leq 0, \quad \kappa_{+\alpha} = \frac{1}{1 + \frac{0.5h_{\alpha}|r_{\alpha}^{(N_{\alpha})}|}{k_{\alpha}^{(N_{\alpha}-0.5)}}}, \quad r_{\alpha}^{(N_{\alpha})} \geq 0.$$

Справедлива следующая

Теорема 1. Пусть выполнены условия (4), тогда схема (9)-(11) устойчива по правой части и начальным данным, так что для решения задачи (9)-(11) при $\tau \leq \tau_0$ имеет место оценка

$$\|y^{j+1}\|_{L_2(\bar{\omega}_h)}^2 \leq M[\sum_{j'=0}^j \tau \sum_{\alpha=1}^p \|\varphi^{j'+\frac{\alpha}{p}}\|_{L_2(\bar{\omega}_h)}^2 +$$

$$+ \sum_{j'=0}^j \tau \sum_{\alpha=1}^p \sum_{i_{\beta} \neq i_{\alpha}} (\mu_{-\alpha}^2(0, x', t_{j'}) + \mu_{+\alpha}^2(l_{\alpha}, x', t_{j'})) H/h_{\alpha} + \|y^0\|_{L_2(\bar{\omega}_h)}^2],$$

где $M = \text{const} > 0$ не зависит от h_{α} и τ , $x' = (x_1, x_2, \dots, x_{\alpha-1}, x_{\alpha+1}, \dots, x_p)$.

3. Сходимость ЛОРС.

Пусть $z^{j+\frac{\alpha}{p}} = y^{j+\frac{\alpha}{p}} - u^{j+\frac{\alpha}{p}}$, где u – решение задачи (1)-(3). Подставляя $y^{j+\frac{\alpha}{p}} = z^{j+\frac{\alpha}{p}} + u^{j+\frac{\alpha}{p}}$ в (9)-(11), получим задачу для погрешности $z^{j+\frac{\alpha}{p}}$:

$$\frac{z^{j+\frac{\alpha}{p}} - z^{j+\frac{\alpha-1}{p}}}{\tau} = \tilde{\Lambda}_{\alpha} z^{j+\frac{\alpha}{p}} + \psi_{\alpha}^{j+\frac{\alpha}{p}}, \quad (12)$$

$$0.5h_{\alpha} \frac{z^{j+\frac{\alpha}{p}} - z^{j+\frac{\alpha-1}{p}}}{\tau} = \Lambda_{\alpha}^{-} z^{(\alpha)} + \psi_{-\alpha}, \quad x_{\alpha} = 0,$$

$$0.5h_{\alpha} \frac{z^{j+\frac{\alpha}{p}} - z^{j+\frac{\alpha-1}{p}}}{\tau} = \Lambda_{\alpha}^{+} z^{(\alpha)} + \psi_{+\alpha}, \quad x_{\alpha} = l_{\alpha},$$

$$z(x, 0) = 0,$$

где

$$\psi_{\alpha} = \psi_{\alpha}^0 + \psi_{\alpha}^*, \quad \psi_{\alpha}^0 = O(1), \quad \psi_{\alpha}^* = O(h_{\alpha}^2 + \tau), \quad \psi_{-\alpha} = 0.5h_{\alpha}\psi_{-\alpha}^0 + \psi_{-\alpha}^*,$$

$$\psi_{+\alpha} = 0.5h_{\alpha}\psi_{+\alpha}^0 + \psi_{+\alpha}^*, \quad \psi_{\pm\alpha} = O(h_{\alpha}^2 + \tau), \quad \psi_{\pm\alpha}^0 = O(1), \quad \sum_{\alpha=1}^p \psi_{\pm\alpha}^0 = 0.$$

По аналогии с [2, с. 528] представим решение задачи (12) в виде суммы $z_{(\alpha)} = v_{(\alpha)} + \eta_{(\alpha)}$, $z_{(\alpha)} = z^{j+\frac{\alpha}{p}}$, где $\eta_{(\alpha)}$ определяется условиями

$$\frac{\eta_{(\alpha)} - \eta_{(\alpha-1)}}{\tau} = \psi_{\alpha}, \quad x \in \omega_{h_{\alpha}} + \gamma_{h_{\alpha}}, \quad \alpha = 1, 2, \dots, p, \quad (13)$$

$$\eta(x, 0) = 0, \quad \psi_{\alpha} = \begin{cases} \psi_{\alpha}, & x_{\alpha} \in \omega_{h_{\alpha}}, \\ \psi_{-\alpha}, & x_{\alpha} = 0, \\ \psi_{+\alpha}, & x_{\alpha} = l_{\alpha}. \end{cases}$$

Из (13) следует $\eta^{j+1} = \eta_{(p)} = \eta^j + \tau(\psi_1 + \psi_2 + \dots + \psi_p) = \eta^j = \dots = \eta^0 = 0$, $\eta_{(\alpha)} = \tau(\psi_1 + \psi_2 + \dots + \psi_{\alpha}) = -\tau(\psi_{\alpha+1} + \dots + \psi_p) = O(\tau)$.

Функция $v_{(\alpha)}$ определяется условиями

$$\frac{v_{(\alpha)} - v_{(\alpha-1)}}{\tau} = \tilde{\Lambda}_{\alpha} v_{(\alpha)} + \tilde{\psi}_{\alpha}, \quad \tilde{\psi}_{\alpha} = \tilde{\Lambda}_{\alpha} \eta_{(\alpha)} + \psi_{\alpha}^*, \quad x \in \omega_{h_{\alpha}}, \quad (14)$$

$$0.5h_{\alpha} \frac{v_{(\alpha)} - v_{(\alpha-1)}}{\tau} = \Lambda_{\alpha}^{-} v_{(\alpha)} + \tilde{\psi}_{-\alpha}, \quad \tilde{\psi}_{-\alpha} = \Lambda_{\alpha}^{-} \eta_{(\alpha)} + \psi_{-\alpha}^*, \quad x_{\alpha} = 0, \quad (15)$$

$$0.5h_{\alpha} \frac{v_{(\alpha)} - v_{(\alpha-1)}}{\tau} = \Lambda_{\alpha}^{+} v_{(\alpha)} + \tilde{\psi}_{+\alpha}, \quad \tilde{\psi}_{+\alpha} = \Lambda_{\alpha}^{+} \eta_{(\alpha)} + \psi_{+\alpha}^*, \quad x_{\alpha} = l_{\alpha}, \quad (16)$$

$$v(x, 0) = 0. \quad (17)$$

Если существуют непрерывные в замкнутой области $\bar{Q}_T$ производные $\frac{\partial^4 u}{\partial x_\alpha^2 \partial x_\beta^2}$, $\alpha \neq \beta$, то

$$\tilde{\Lambda}_\alpha \eta_{(\alpha)} = -\tau \tilde{\Lambda}_\alpha (\psi_{\alpha+1} + \dots + \psi_p) = O(\tau), \quad \Lambda_\alpha^\pm \eta_{(\alpha)} = O(\tau).$$

Оценивая решение задачи (14)-(17) на основании Теоремы 1, получим оценку для v

$$\begin{aligned} \|v^{j+1}\|_{L_2(\bar{\omega}_h)}^2 &\leq M[\sum_{j'=0}^j \tau \sum_{\alpha=1}^p \|\tilde{\psi}_\alpha^{j'+\frac{\alpha}{p}}\|_{L_2(\bar{\omega}_h)}^2 + \\ &+ \sum_{j'=0}^j \tau \sum_{\alpha=1}^p \sum_{i_\beta \neq i_\alpha} (\tilde{\psi}_{-\alpha}^2(0, x', t_{j'}) + \tilde{\psi}_{+\alpha}^2(l_\alpha, x', t_{j'})) H/\hbar_\alpha]. \end{aligned} \quad (18)$$

Так как $\eta^j = 0$, $\eta_{(\alpha)} = O(\tau)$, $\|z^j\| \leq \|v^j\|$, тогда с учетом (18) справедлива следующая

Теорема 2. Пусть выполнены условия (4), задача (1)-(3) имеет единственное непрерывное в $\bar{Q}_T$ решение $u(x, t)$ и существуют непрерывные в $\bar{Q}_T$ производные

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \frac{\partial^4 u}{\partial x_\alpha^2 \partial x_\beta^2}, \quad \frac{\partial^3 u}{\partial x_\alpha^2 \partial t}, \quad \frac{\partial^3 k}{\partial x_\alpha x_\beta^2}, \quad \frac{\partial^2 r}{\partial x_\alpha^2}, \quad \frac{\partial^2 q}{\partial x_\alpha^2}, \quad \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_\alpha^2}, \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_\alpha^2}, 1 \leq \alpha, \beta \leq p, \quad \alpha \neq \beta, \end{aligned}$$

тогда ЛОРС (9)-(11) сходится к решению исходной задачи (1)-(3) со скоростью $O(|h|^2 + \tau)$, так что при достаточно малом τ имеет место оценка

$$\|y^{j+1} - u^{j+1}\|_{L_2(\bar{\omega}_h)} \leq M(|h|^2 + \tau), \quad 0 < \tau \leq \tau_0,$$

где $|h|^2 = h_1^2 + h_2^2 + \dots + h_p^2$.

Литература

1. Самарский А.А. Об одном экономичном разностном методе решения многомерного параболического уравнения в произвольной области // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1962. Т. 2. №5. С. 787-811.
2. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1983 с.
3. Фрязинов И.В. О разностной аппроксимации граничных условий для третьей краевой задачи // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1964. Т.4. №6. С. 1106-1112.
4. Фрязинов И.В. Экономичные схемы для уравнения теплопроводности с краевым условием III рода // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1972. Т.12. №3. С. 612-626.

© Бештокова З.В., 2022

УДК 536

Газин Р.Р., Исламгулова Г.Ф.

Уфимский государственный нефтяной технический университет
г. Уфа, Россия

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТОРНАДО

Цель работы: дать понятие определению торнадо, рассмотреть его классификацию, районы возникновения, разобрать механизм образования и составить его математическую модель. Атмосфера нашей планеты представляет собой воздушную среду с неравномерно распределенной вихревой интенсивностью. Как правило, в ней существуют, как крупномасштабные, средние, так и мелкие вихревые явления, такие как: циклоны, тайфуны, торнадо и более мелкие смерчи [1].

Торнадо представляет собой особое вихревое аномальное явление, обладающее огромным запасом газодинамической энергии и разрушительной силой. По определению, торнадо – это атмосферное явление, представляющее собой вращающийся с огромной силой, относительно своей продольной оси, столб воздуха, который замыкается между так называемым материнским облаком и поверхностью земли или же воды [1, с. 64].

В современной науке выделяют множество различных видов атмосферных вихрей. В представленной работе рассмотрены самые основные, они приведены в таблице 1.

Таблица 1

Виды смерчей

Вид	Описание
Бичеподобный	Самый классический и наименее опасный, по сравнению с остальными видами, вид торнадо, схожий с кнутом или же бичом. Как правило данный вид вихревого явления зарождается и наблюдаются над морской поверхностью, который в дальнейшем продвигается в глубь суши. С виду они достаточно узкие и извилистые.
Расплавчатые	Вид смерчей, способных наносить колоссальный урон всему окружающему за счет особого строения. Напоминают огромные облака, состоящие из нескольких воронок, постоянно вертящихся с невероятной скоростью, над самой поверхностью земли.
Составные	Вид смерчей похожих на предыдущий. Состоят из нескольких кнутов, одновременно вращающихся вокруг основной центральной воронки. Распространяются на большие территории, уничтожая всё на своем пути.
Земляные	Вид редко встречающихся торнадо, которые образуются на фоне серьезных природных катаклизмов. С виду, как и многие другие торнадо, они очень узкие, похожие на жгуты.
Песчаные	Образуются они как правило в пустынных регионах при сильных перегревах земли в малооблачную погоду. По времени данный вид вихрей способен существовать от нескольких секунд до пары минут.
Снежные	Образуются в северных регионах нашей планеты, вследствие сильных метелей и вьюг. Такие смерчи очень опасны для альпинистов, именно они находятся в зоне риска и зачастую погибают, встречаясь с данным явлением

В наше время учеными до сих пор полностью не изучены причины образования торнадо, они лишь могут указать основные сведения, наиболее характерные для данного природного явления. Известны три основных этапа образования торнадо. На начальном этапе, из грозового облака образуется воронка, зависающая над землей. Находясь над облаком, холодные слои воздуха опускаются вниз на смену теплым, который в свою очередь устремляются вверх. Потенциальная энергия данной системы переходит в кинетическую энергию вращательного движения воздуха, скорость которого возрастает. Так протекает второй этап существования торнадо. Этап, в котором сформировавшийся вихрь, принимает свой классический вид и с огромной мощностью движется в хаотичном направлении. В заключительном этапе происходит ослабевание и в дальнейшем полное разрушение вихря. Та мощь и сила, приобретенная до этого, уменьшается, воронка сужается и отрывается от земли, постепенно обратно поднимаясь в материнское облако. Во временных рамках, существование каждого из этапов может колебаться от нескольких минут до нескольких часов. Средняя скорость торнадо так же не постоянна и колеблется в пределах от 30 до 60 км/ч, в редких случаях достигает 210 км/ч [2, с. 3].

На нашей планете местом, где наиболее часто зарождаются торнадо, является материк Северная Америка. Именно на нем ежегодно фиксируется их максимальное количество, а именно в центральных штатах США. Учеными было установлено, что у островов Флорида-Кис торнадо возникают чуть ли не каждый день, с конца весны до середины осени, за что данный регион был назван краем водяных смерчей. Из истории можно упомянуть 1969 год, именно тогда в том самом регионе было зафиксировано 395 подобных вихревых явлений.

Следующим местом на нашей Земле, которое уступает североамериканскому континенту по количеству торнадо, является Европа, за исключением Пиренейского полуострова. К сожалению, в нашей стране также наблюдаются подобные явления. Каждый год в России регистрируется около 100-300 смерчей в год, они, безусловно, менее опасны, чем в США, но они все же происходят и нередко наносят огромный ущерб. Так же подобные вихревые явления наблюдаются в следующих странах: Аргентине, Австралии, ЮАР и в других регионах, в которых возможны формирования условий для их возникновения. На рисунке места образования торнадо выделены темно – серым цветом (<https://clck.ru/ecLhD>).

Таким образом, можно сделать вывод, что торнадо на нашей планете в основном происходят в умеренных широтах, обоих полушарий.

Обращаясь к истории, официально зарегистрированным, самым смертоносным за всю историю человечества, повлекшим за собой более 1300 смертей, является торнадо Даулатпур-Сатурия. Произошло все в Бангладеше, округе Маникгандж, 26 апреля 1989 года. Образовавшийся вихрь держал направление своего движения на восток страны и нанес максимальный удар по городам Даулатпур и Сатурия. Тогда, по некоторым данным, пострадало в общей сложности 12000 человек, а без жилья осталось около 80000. Ученые предположили, что причиной возникновения данного явления в той местности послужила затяжная засуха, длившаяся к тому времени по малым меркам около полугода. В таблице 2 приведены наиболее крупные зафиксированные смерчи [3].

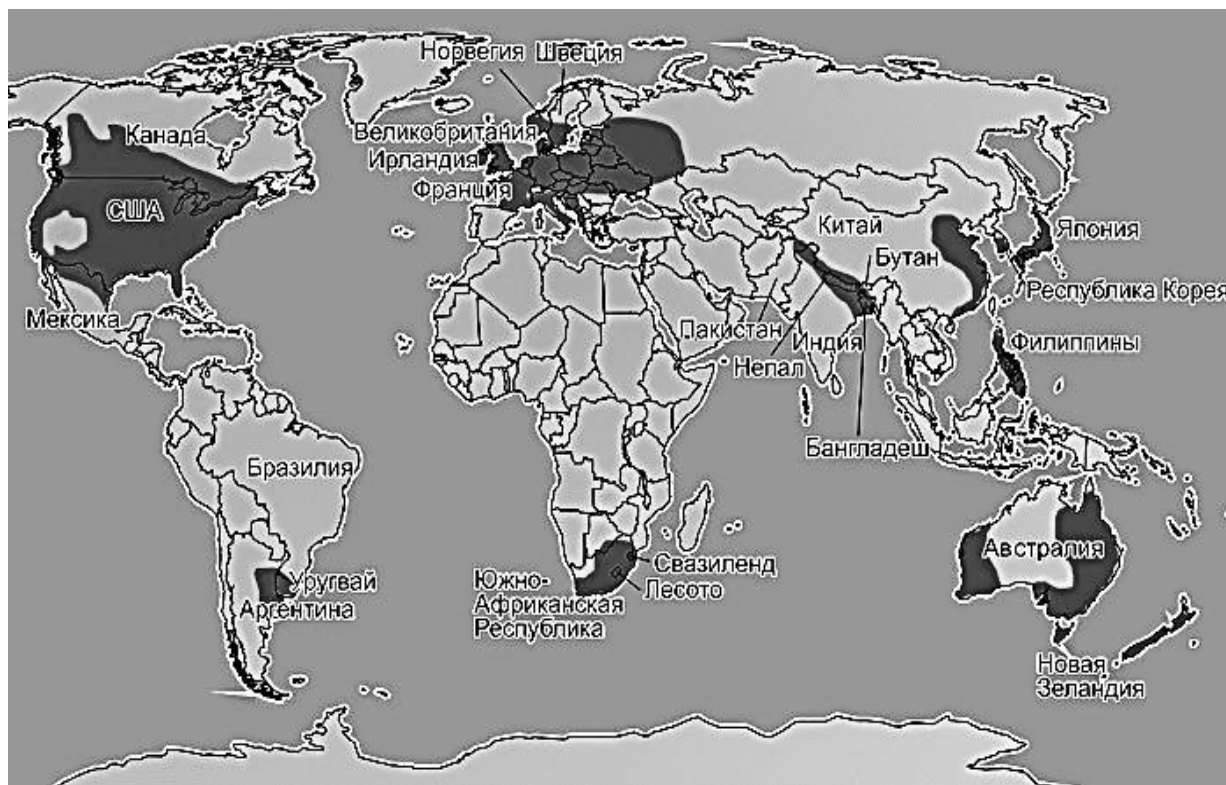


Рис. Места образования торнадо на карте мира

Таблица 1

Самые крупные торнадо за историю человечества

Название	Страна	Год	Количество жертв (чел.)
Торнадо Мадарганж-Мризапур	Бангладеш	1996	700
Торнадо трех штатов	США	1925	695
Торнадо Маникгандж-Сингайр-Навабгандж	Бангладеш	1973	681
Торнадо в Дакке	Бангладеш (на момент инцидента-Пакистан)	1969	660
Торнадо в Ла-Валетта	Мальта	1551	600

Математическая модель торнадо

Рассмотрим математическую модель активной среды торнадо. В синергетике, для описания активной среды, как правило, принято использовать системы нелинейных дифференциальных уравнений параболического типа:

$$\frac{\partial V_i}{\partial t} = F_i(V_1, \dots, V_n) + D_i \Delta V_i \quad (i = 1, \dots, n),$$

где V_i – переменные, F_i – нелинейные функции, D_i – коэффициенты диффузии,

$$\Delta V_i = \frac{\partial^2 V_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_i}{\partial z^2}$$

В данной работе рассмотрена система из двух уравнений

$$\frac{\partial V_1}{\partial t} = F_1(V_1, V_2) + D_1 \Delta V_1, \quad \frac{\partial V_2}{\partial t} = F_2(V_1, V_2) + D_2 \Delta V_2.$$

В качестве модели активной среды в вычислительном эксперименте были использованы уравнения Фитцхью-Нагумо [3, с. 115].

$$\begin{aligned} \frac{dV_1}{dt} &= V_1 - \frac{V_1^3}{3} - V_2 + I + D_1 \Delta V_1 \\ \frac{dV_2}{dt} &= \varepsilon(a - V_1 + bV_2) + D_2 \Delta V_2 \end{aligned}$$

где V_x, V_y – компоненты скорости, I, a, b, ε – параметры: $a = 0.7$,

$b = 0.8, I = 0.142, D_1, D_2$ – коэффициенты диффузии.

В данной математической модели, вихревая воронка торнадо возбуждается вогнутыми спиральными волнами. В дальнейшем для математического описания образования вихревой воронки торнадо, я использовал уравнение Навье-Стокса, описывающее движение вязкой неньютоновской жидкости. В векторном виде для несжимаемой жидкости, уравнения, которыми оно представлено, записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} &= -(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} + \nu \Delta \vec{v} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \vec{f}, \\ \nabla \cdot \vec{v} &= 0, \end{aligned}$$

где $\vec{v} = (V_1, \dots, V_n)$ – векторное поле скоростей, p – давление, ∇ – оператор Гамильтона, Δ – оператор Лапласа, t – время, ν – коэффициент кинематической вязкости, ρ – плотность, $\vec{f}$ – векторное поле массовых сил. Также в систему уравнений Навье-Стокса добавляют краевые и начальные условия

$$\vec{v}|_{\partial\Omega} = 0, \quad \vec{v}|_{t=0} = \vec{v}_0.$$

Расчет вихревых решений уравнения Навье-Стокса проводится в круговой области, которой аппроксимируется материнская область вихря. При численном моделировании проводят сшивание решений в активной среде и на границе круговой области [3, с. 115].

В заключение отметим, торнадо, как явление, безусловно, является одним из сильнейших и самых опасных для человечества. Ежегодно оно уносит жизни сотни людей. Несмотря на то, что изучением подобных явлений ученые со всего мира занимаются около 140 лет, многие аспекты их возникновения до сих пор остаются загадками. В современном мире имеется немалое представление об условиях их возникновения, но, тем не менее, этого еще недостаточно для их прогнозирования, поэтому данный вопрос стоит в центре внимания многих исследователей и ученых всего мира. Предложенная здесь модель торнадо позволяет адекватно отразить небольшую часть свойств реального торнадо. В будущем ученым удастся прогнозировать данное явление и возможно научиться его подавлять, что позволит спасти жизни сотни людей.

Литература

1. Даниленко Н.В. Торнадо // Вестник Иркутского государственного технического университета. №2 (18). Иркутск, 2004. С. 64-72.
2. Гавриков М.Б., Таюрский А.А. Простая математическая модель торнадо // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2019. № 42. 34 с. <https://doi.org/10.20948/prepr-2019-42>
3. Мазуров М.Е. Торнадо - его физические механизмы и свойства // Известия Российской академии наук. 2019. Т. 83. № 1. С. 113-120.

© Газин Р.Р., Исламгулова Г.Ф., 2022

УДК 537.313

Гималтдинова А.Э., Исламгулова Г.Ф.

Уфимский государственный нефтяной технический университет
г. Уфа, Россия

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ПОДТВЕРЖДЕНИЕ ЗАКОНОВ ОМА И КИРХГОФА

Электрическая цепь — набор приборов, составляющих, рассчитанных для протекания тока, электромагнитные процессы которого можно описать с использованием терминов напряжения и тока. Графический вид схемы на основе названий ее элементов называется принципиальной схемой подключения цепи. Как правило, схема может состоять из любого количества активных и пассивных элементов, а также быть из отдельных узлов и ветвей. Узел электрической цепи (рис. 1) — участок цепи с малым электрическим сопротивлением, в котором соединены три электрических проводника электрической цепи от электрических элементов [1].

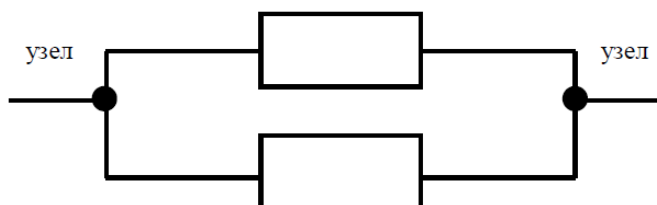


Рис. 1. Узел электрической цепи

Ветвь электрической цепи (рис. 2) — участок электрической цепи, по которому протекает неизменный ток. На электрических схемах ветвь - участок посреди двух узлов [1].

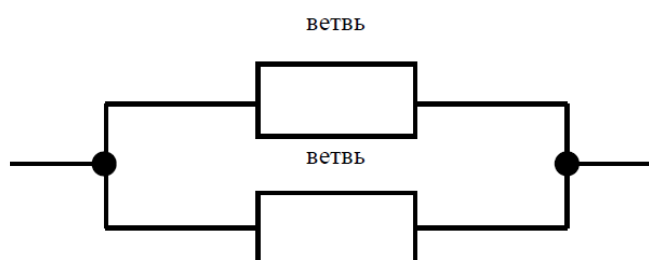


Рис. 2. Ветвь электрической цепи

Закон Ома обозначается в роли главного закона, используемого при расчете цепей постоянного тока. Законы или правила Кирхгофа представляют собой применение закона Ома, используемого для подсчета непростых электрических цепей непрерывного тока.

Рассмотрим формулы для общего представления краткой теории.

Сила тока

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

Закон Ома

Ток (I) однородного проводника в части цепи прямо пропорционален напряжению (U) в этой части и обратно пропорционален сопротивлению (R) проводника.

$$I = \frac{U}{R}.$$

Резистор - это компонент электрической цепи, который противодействует току, протекающий через него.

$U_R = IR$ - напряжение на резисторе.

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12}}{R},$$

где φ_1 и φ_2 – потенциалы концов участка, ε_{12} – ЭДС на данном участке цепи.

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r},$$

где ε – ЭДС источника напряжения, R – сопротивление всех внешних элементов цепи, r – внутреннее сопротивление источника напряжения.

Разветвленная цепь - это электрическая цепь, содержащая узловые точки.

В 1-ом законе Кирхгофа алгебраическая сумма токов ветвей, сходящихся к каждому узлу цепи, равна нулю:

$$\sum I_k = 0$$

2-й закон: сумма значений внешнего сопротивления и тока через внутреннее сопротивление всех частей замкнутой цепи равна алгебраической сумме значений внешней ЭДС, содержащейся в цепи:

$$\sum I_k R_k = \sum E_k.$$

При оценке разветвленной схемы ток, проходящий от одного узла к другому через все последовательно подключенные элементы, должен быть указан индексом. Направление тока может быть свободно выбрано.

При составлении уравнений токи и ЭДС должны быть подписаны с выбранным направлением обхода.

Число уравнений в первом законе должно быть на единицу меньше числа узлов в цепи. Число свободных уравнений второго закона должно быть выбрано таким образом, чтобы сумма уравнений результирующей системы уравнений была равна числу различных токов. Следовательно, каждая новая схема должна включать, по крайней мере, одну часть схемы, которая не включена в уже проверенные схемы.

В данной работе будет изучена элементарная модель разветвленной электрической цепи, заключающаяся из трех источников ЭДС, включенных параллельно резистору.

Целью работы является ознакомление с цепями неизменного тока и экспериментальное подтверждение законов Ома и Кирхгофа. Составим эквивалентную схему цепи (рис. 3), разместив источники один под другим и учитывая наличие внутреннего сопротивления у каждого источника. Также изобразим направления токов в каждом участке и знаки ЭДС [2].

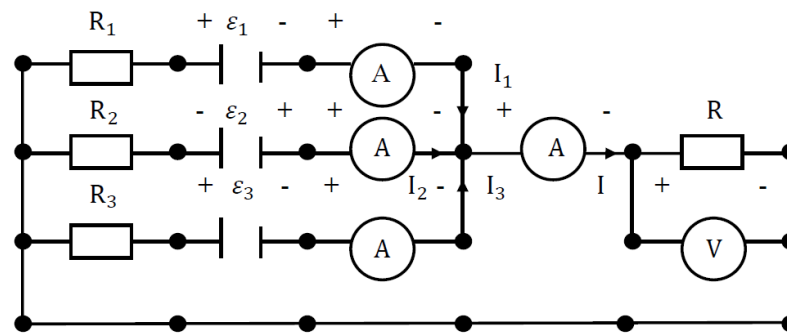


Рис. 3. Эквивалентная схема цепи

В последующих расчетах возьмем следующие значения ЭДС и внутреннего сопротивления источников:

$$\varepsilon_1 = 8\text{В}; \varepsilon_2 = -4\text{В}; \varepsilon_3 = 6\text{В}; R_1 = 1\text{ Ом}; R_2 = 3\text{ Ом}; R_3 = 1\text{ Ом}.$$

Составим систему уравнений, для того, чтобы найти токи на каждом участке.

$$\begin{cases} I = I_1 + I_2 + I_3 \\ \varepsilon_2 - \varepsilon_1 = I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2 \\ \varepsilon_2 - \varepsilon_3 = I_3 \cdot R_3 - I_2 \cdot R_2 \\ -\varepsilon_3 = I \cdot R - I_3 \cdot R_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} I = I_1 + I_2 + I_3 \\ I_1 = \frac{I_2 \cdot R_2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{R_1} \\ I_3 = \frac{I_2 \cdot R_2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)}{R_3} \\ -\varepsilon_3 = (I_1 + I_2 + I_3) \cdot R + I_3 \cdot R_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} I = I_1 + I_2 + I_3 \\ I_1 = \frac{I_2 \cdot R_2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{R_1} \\ I_3 = \frac{I_2 \cdot R_2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)}{R_3} \\ I_2 = \frac{-\left(\left(\frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{R_1} + \frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon_3)}{R_3}\right) \cdot R + \varepsilon_2\right)}{\left(1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2}{R_3}\right) \cdot R + R_2} \end{cases}$$

$$-\varepsilon_3 = \left(\frac{I_2 \cdot R_2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{R_1} + I_2 + \frac{I_2 \cdot R_2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)}{R_3}\right) \cdot R + \left(\frac{I_2 \cdot R_2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)}{R_1}\right) \cdot R_3$$

$$-\varepsilon_3 = \left(\frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{R_1} + \frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon_3)}{R_3}\right) \cdot R + \left(1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2}{R_3}\right) \cdot I_2 \cdot R + I_2 \cdot R_2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)$$

$$-\varepsilon_3 = \left(\frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{R_1} + \frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon_3)}{R_3}\right) \cdot R + \left(\left(1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2}{R_3}\right) \cdot R + R_2\right) \cdot I_2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)$$

$$\left(\left(1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2}{R_3}\right) \cdot R + R_2\right) \cdot I_2 = -\left(\left(\frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{R_1} + \frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon_3)}{R_3}\right) \cdot R + \varepsilon_2\right)$$

$$I_2 = \frac{-\left(\left(\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{R_1} + \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_3}{R_3}\right) \cdot R + \varepsilon_2\right)}{\left(1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2}{R_3}\right) \cdot R + R_2}$$

Определим значения всех токов, взяв сопротивление резистора нагрузки $R = 1 \text{ Ом}$, $R = 2 \text{ Ом}$, $R = 3 \text{ Ом}$ и $R = 4 \text{ Ом}$.

Для $R = 1 \text{ Ом}$:

$$I_2 = \frac{-\left(\left(\frac{(-4 - 8)}{1} + \frac{(-4 - 6)}{1}\right) \cdot 1 + (-4)\right)}{\left(1 + \frac{3}{1} + \frac{3}{1}\right) \cdot 1 + 3} = 1,8 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{1,8 \cdot 3 + (-4 - 6)}{1} = -4,6 \text{ A}$$

$$I_1 = \frac{1,8 \cdot 3 + (-4 - 8)}{1} = -6,6 \text{ A}$$

$$I = -6,6 + 1,8 + (-4,6) = -9,4 \text{ A}$$

Для $R = 2 \text{ Ом}$:

$$I_2 = \frac{-\left(\left(\frac{(-4 - 8)}{1} + \frac{(-4 - 6)}{1}\right) \cdot 2 + (-4)\right)}{\left(1 + \frac{3}{1} + \frac{3}{1}\right) \cdot 2 + 3} = 2,8 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{1,8 \cdot 3 + (-4 - 6)}{1} = -4,6 \text{ A}$$

$$I_1 = \frac{1,8 \cdot 3 + (-4 - 8)}{1} = -6,6 \text{ A}$$

$$I = -6,6 + 2,8 + (-4,6) = -8,4 \text{ A}$$

Для $R = 3 \text{ Ом}$:

$$I_2 = \frac{-\left(\left(\frac{(-4 - 8)}{1} + \frac{(-4 - 6)}{1}\right) \cdot 3 + (-4)\right)}{\left(1 + \frac{3}{1} + \frac{3}{1}\right) \cdot 3 + 3} = 2,9 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{1,8 \cdot 3 + (-4 - 6)}{1} = -4,6 \text{ A}$$

$$I_1 = \frac{1,8 \cdot 3 + (-4 - 8)}{1} = -6,6 \text{ A}$$

$$I = -6,6 + 2,9 + (-4,6) = -8,3 \text{ A}$$

Для $R = 4 \text{ Ом}$:

$$I_2 = \frac{-\left(\left(\frac{(-4 - 8)}{1} + \frac{(-4 - 6)}{1}\right) \cdot 4 + (-4)\right)}{\left(1 + \frac{3}{1} + \frac{3}{1}\right) \cdot 4 + 3} = 3 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{1,8 \cdot 3 + (-4 - 6)}{1} = -4,6 \text{ A}$$

$$I_1 = \frac{1,8 \cdot 3 + (-4 - 8)}{1} = -6,6 \text{ A}$$

$$I = -6,6 + 3 + (-4,6) = -8,2 \text{ A}$$

Результаты этих вычислений запишем в таблице.

Таблица

Изменения тока

R, Ом	I ₁ , A	I ₂ , A	I ₃ , A	I, A
1	-6,6	1,8	-4,6	-9,4
2	-6,6	2,8	-4,6	-8,4
3	-6,6	2,9	-4,6	-8,3
4	-6,6	3	-4,6	-8,2

В заключении отметим, проделав данную работу и составив представление о цепях постоянного тока, изучив законы Ома и Кирхгофа, были впоследствии произведены расчеты всех значений токов при различных сопротивлениях нагрузки.

Литература

1. Йигиталиева Д.О. Применение первого закона Кирхгофа в электроэнергетической системе // Наука, техника и образование. 2019. С. 31-32.
2. Кругляк Ю.А. Нанозлектроника «Снизу-вверх»: возникновение тока, обобщенный закон Ома, упругий резистор, моды проводимости, термоэлектричество // Scientific Journal «Science Rise». 2015. №7. С. 76-78.

© Гималтдинова А.Э., Исламгулова Г.Ф., 2022

УДК 514.01

Грецкая А.Н., Бронникова Л.М.

Алтайский государственный педагогический университет
г. Барнаул, Россия

ДВА ОСНОВНЫХ НЕРАВЕНСТВА. НЕРАВЕНСТВО МЕЖДУ СТОРОНАМИ ТРЕУГОЛЬНИКА

Два основных геометрических неравенства связаны с треугольниками. Одно из них – неравенство треугольника будем называть его свойство 1.1. Второе – это не совсем неравенство, но оно представляет собой важное наблюдение относительно геометрии треугольников, которое указывает, что если знаем наибольший угол треугольника, то знаем, какая сторона треугольника самая длинная; это наблюдение будет обозначаться как свойство 1.2.

Свойство 1.1. Если A, B и C – точки на плоскости, то $AB + BC \geq AC$.

Более того, равенство справедливо, тогда и только тогда, когда B лежит на отрезке AC .

Свойство 1.2. В треугольнике самая длинная сторона противоположна наибольшему углу и наоборот.

Следовательно, если в треугольнике ABC имеем $\angle A > \angle B$, то $BC > CA$.

Упражнение 1.1.

(а) Если a, b, c положительные числа, где $a < b + c, b < c + a$ и $c < a + b$, то существует треугольник с длинами сторон a, b и c .

(б) Чтобы построить треугольник со сторонами $a \leq b \leq c$, достаточно чтобы выполнялось условие $c < a + b$.

(с) Можно построить треугольник с длинами сторон a, b и c , тогда и только тогда, когда существуют такие положительные числа x, y, z , что $a = x + y, b = y + z$ и $c = z + x$.

Упражнение 1.2.

(а) Если возможно построить треугольник со сторонами $a < b < c$, то можно построить треугольник со сторонами $\sqrt{a} < \sqrt{b} < \sqrt{c}$.

(б) Обратное к (а) неверно.

(с) Если возможно построить треугольник с длинами сторон $a < b < c$, то можно построить треугольник с длинами сторон $\frac{1}{(a+b)}, \frac{1}{(b+c)}$ и $\frac{1}{(a+c)}$.

Упражнение 1.3. Пусть a, b, c, d и e – длины пяти отрезков таких, что можно построить треугольник, используя любые три из них. Докажите, что они образуют остроугольный треугольник.

Иногда ключ к решению задачи заключается в способности распознавать определенные величины, которые могут быть связаны с геометрическими измерениями, как в следующем примере.

Пример 1.1. Если a, b, c -положительные числа $a^2 + b^2 - ab = c^2$, докажите, что $(a - b)(b - c) \leq 0$.

Поскольку $c^2 = a^2 + b^2 - ab = a^2 + b^2 - 2ab \cos 60^\circ$, можем думать, что a, b, c - длины сторон треугольника, такого что угол, противоположный стороне длиной c составляет 60° . Углы треугольника ABC удовлетворяют требованиям $\angle A \leq 60^\circ$ и $\angle B \geq 60^\circ$, или $\angle A \geq 60^\circ$ и $\angle B \leq 60^\circ$.

Следовательно, используя свойство 1.2, можем вывести, что $a \leq c \leq b$ или $a \geq c \geq b$. В любом случае следует, что $(a - b)(b - c) \leq 0$.

Наблюдение 1.1. Также можем решить пример выше без сопоставления a, b и c с длинами сторон треугольника.

Сначала предположим, что $a \leq b$, значит тот факт, что $a^2 + b^2 - ab = c^2$ подразумевает, что $a(a - b) = c^2 - b^2 = (c - b)(c + b)$, следовательно, $c - b \leq 0$ получается, что $(a - b)(b - c) \leq 0$.

Аналогично, $a \geq b$ подразумевает, что $c - b \geq 0$ и, следовательно,

$$(a - b)(b - c) \leq 0.$$

Еще одна ситуация, когда не очевидно, что можем сопоставить элементы с геометрическим неравенством или что, использование геометрии может быть полезно, показано в следующем примере.

Пример 1.2. Если a, b, c - положительные числа, то

$$\sqrt{a^2 + ac + c^2} \leq \sqrt{a^2 - ab + b^2} + \sqrt{b^2 - bc + c^2}$$

Радикалы предполагают использование закона косинуса с углами 120° и 60° следующим образом: $a^2 + ac + c^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos 120^\circ$, $a^2 - ab + b^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos 60^\circ$ и $b^2 - bc + c^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos 60^\circ$.

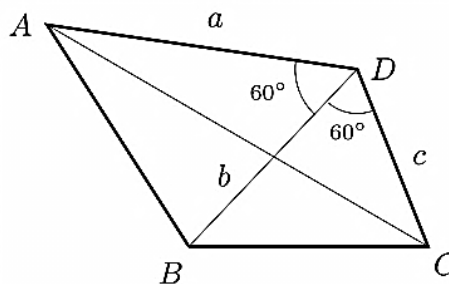


Рис. 1. Чертёж, к примеру 1.2

Затем, если рассмотрим четырехугольник $ABCD$, где $\angle ADB = \angle BDC = 60^\circ$ и $\angle ADC = 120^\circ$, так что $AD = a$, $BD = b$ и $CD = c$, можем вывести, что $AB = \sqrt{a^2 - ab + b^2}$, $BC = \sqrt{b^2 - bc + c^2}$ и $CA = \sqrt{a^2 + ac + c^2}$.

Данное неравенство становится неравенством треугольника для треугольника ABC .

Неравенства, касающиеся длин сторон треугольника, часто встречаются на математических олимпиадах. Один вид задач заключается в том, что вас просят доказать некоторое неравенство, которому удовлетворяют длины сторон треугольника. Ниже рассмотрим пример.

Пример 2.1. Длины сторон треугольника a, b и c удовлетворяют условию

$$a(b + c - a) < 2bc.$$

Поскольку неравенство симметрично в b и c , можем предположить, без потери общности, что $c \leq b$. Докажем это неравенство в следующих случаях.

Случай 1. $a \leq b$.

Поскольку они являются длинами сторон треугольника, знаем, что $b < a + c$, тогда $b + c - a = b - a + c < c + c = 2c \leq \frac{2bc}{a}$.

Случай 2. $a \geq b$.

В этом случае $b - a \leq 0$, а поскольку $a < b + c \leq 2b$, можем вывести, что $b + c - a = c + b - a \leq c < \frac{2bc}{a}$.

Другой тип задач, связанных с длинами сторон треугольника, – это когда нас просят доказать, что некоторая связь между числами a, b и c достаточна для построения треугольника со сторонами одинаковой длины.

Пример 2.2.

(1) Если a, b, c – положительные числа и удовлетворяют условию $(a^2 + b^2 + c^2)^2 > 2(a^4 + b^4 + c^4)$, то a, b и c – длины сторон треугольника.

(2) Если a, b, c, d – положительные числа и удовлетворяют $(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)^2 > 3(a^4 + b^4 + c^4 + d^4)$, тогда, используя любые три из них, можем построить треугольник.

Для части (1) достаточно заметить, что $(a^2 + b^2 + c^2)^2 - 2(a^4 + b^4 + c^4) = (a + b + c)(a + b - c)(a - b + c)(-a + b + c) > 0$, а затем обратим внимание, что ни один из этих факторов не является отрицательным.

Для части (2) можем сделать вывод, что

$$\begin{aligned} 3(a^4 + b^4 + c^4 + d^4) &< (a^2 + b^2 + c^2 + d^2)^2 = \left(\frac{a^2 + b^2 + c^2}{2} + \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2} + d^2 \right)^2 \\ &\leq \left\{ \left(\frac{a^2 + b^2 + c^2}{2} \right)^2 + \left(\frac{a^2 + b^2 + c^2}{2} \right)^2 + d^4 \right\} (\sqrt{3})^2. \end{aligned}$$

Второе неравенство следует из неравенства Коши-Шварца [2]. Следовательно, $a^4 + b^4 + c^4 < \frac{(a^2 + b^2 + c^2)^2}{4}$. Используя первую часть, можем сделать вывод, что a, b и c можно использовать для построения треугольника. Поскольку использованный нами аргумент неизменный при a, b, c и d , получаем результат.

Существует метод, который помогает преобразовать одно неравенство между длинами сторон треугольника в неравенство между положительными числами (конечно, связанными со сторонами). Это называется подстановкой Рави [1].

Если вписанная окружность (I, r) в треугольник ABC касается сторон BC, CA и AB в точках X, Y и Z соответственно, то $x = AZ = YA, y = ZB = BX$ и $z = XC = CY$.

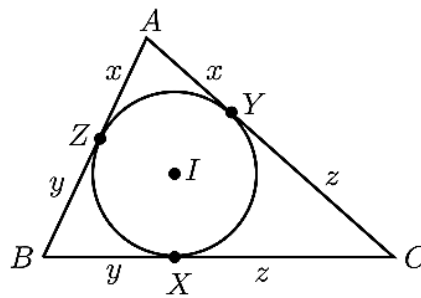


Рис. 2. Окружность, вписанная в треугольник

Легко заметить, что $a = y + z, b = z + x, c = x + y, x = s - a, y = s - b$ и $z = s - c$, где $s = \frac{a+b+c}{2}$.

Посмотрим, как использовать подстановку Рави [1] в следующем примере.

Пример 2.3. Длины сторон треугольника a, b и c удовлетворяют

$$(b + c - a)(c + a - b)(a + b - c) \leq abc.$$

Во-первых, у нас есть $(b + c - a)(c + a - b)(a + b - c) = 8(s - a)(s - b)(s - c) = 8xyz$, с другой стороны $abc = (x + y)(y + z)(z + x)$.

Таким образом, неравенство равносильно

$$8xyz \leq (x + y)(y + z)(z + x) \quad (1)$$

Пример 2.4. [4] Пусть a, b, c - длины сторон треугольника, докажите, что $\sqrt{a + b - c} + \sqrt{b + c - a} + \sqrt{c + a - b} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}$.

Если предположим, что $a = y + z, b = z + x, c = x + y$, можем вывести, что $a + b - c = 2z, b + c - a = 2x, c + a - b = 2y$. Следовательно, неравенство равносильно $\sqrt{2x} + \sqrt{2y} + \sqrt{2z} \leq \sqrt{x + y} + \sqrt{y + z} + \sqrt{z + x}$.

Теперь, применяя неравенство между средним арифметическим и средним квадратичным, получаем

$$\begin{aligned} \sqrt{2x} + \sqrt{2y} + \sqrt{2z} &= \frac{\sqrt{2x} + \sqrt{2y}}{2} + \frac{\sqrt{2y} + \sqrt{2z}}{2} + \frac{\sqrt{2z} + \sqrt{2x}}{2} \\ &\leq \sqrt{\frac{2x + 2y}{2}} + \sqrt{\frac{2y + 2z}{2}} + \sqrt{\frac{2z + 2x}{2}} = \sqrt{x + y} + \sqrt{y + z} + \sqrt{z + x}. \end{aligned}$$

Более того, равенство выполняется тогда и только тогда, когда $x = y = z$, то есть тогда и только тогда, когда $a = b = c$.

Кроме того, можно выразить площадь треугольника ABC, его радиус, радиус описанной окружности и полупериметр через x, y, z . Поскольку $a = x + y, b = y + z$ и $c = z + x$, сначала получаем, что $p = \frac{a+b+c}{2} = x + y + z$. Используя формулу Герона для площади треугольника, получаем

$$S = \sqrt{p(p - a)(p - b)(p - c)} = \sqrt{(x + y + z)xyz}. \quad (2)$$

Формула $S = pr$ приводит к

$$r = \frac{S}{p} = \frac{\sqrt{(x+y+z)xyz}}{x+y+z} = \sqrt{\frac{xyz}{x+y+z}}.$$

Наконец, из $S = \frac{abc}{4R}$ получаем

$$R = \frac{(x+y)(y+z)(z+x)}{4\sqrt{(x+y+z)xyz}}.$$

Пример 2.5. Пусть a, b, c – длины сторон треугольника ABC . Если построим треугольник $A'B'C'$ со сторонами $a + \frac{b}{2}$, $b + \frac{c}{2}$, $c + \frac{a}{2}$, докажем, что $S_{A'B'C'} \geq \frac{9}{4} S_{ABC}$.

Поскольку $a = y + z$, $b = z + x$ и $c = x + y$, длины сторон треугольника $A'B'C'$ равны $a' = \frac{x+2y+3z}{2}$, $b' = \frac{3x+y+2z}{2}$, $c' = \frac{2x+3y+z}{2}$. Используя формулу Герона для нахождения площади треугольника, получаем

$$S_{A'B'C'} = \sqrt{\frac{3(x+y+z)(2x+y)(2y+z)(2z+x)}{16}}.$$

Применим неравенство АМ – ГМ [3], чтобы показать, что $2x + y \geq 3\sqrt[3]{x^2y}$, $2y + z \geq 3\sqrt[3]{y^2z}$, $2z + x \geq 3\sqrt[3]{z^2x}$, поможет достичь неравенства

$$S_{A'B'C'} \geq \sqrt{\frac{3(x+y+z)27(xyz)}{16}} = \frac{9}{4} S_{ABC}.$$

Данный параграф устанавливает последнее равенство.

Данные неравенства способствуют не только развитию навыков нахождения оптимальных геометрических конструкций, то есть развитию проектных и исследовательских компетенций обучающихся, но и формируют целостное восприятие темы

Литература

1. Бабинская И. Л. Задачи математических олимпиад: сборник задач. М.: Наука, 1975. 109 с.
2. Гусев В.А., Куланин Е.Д., Мякишев А.Г., Федин С.Н. Геометрия. Профильный уровень: учебник для 10 класса. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010. 311 с.
3. Andreescu T., Feng Z., Lee G. Mathematical Olympiads 2000-2001: Problems and Solutions from Around the World. 2003. 271 с.
4. Coxeter H., Greitzer S. Geometry Revisited: New Math. Library. 1967. 205 с.

© Грецкая А.Н., Бронникова Л.М., 2022

ФУНДАМЕНТАЛЬНОЕ НЕРАВЕНСТВО ТРЕУГОЛЬНИКА

Произвольный треугольник однозначно определяется числами p, R и r , при этом $R \geq 2r$. Докажем, что p находится в некотором сегменте, концы которого являются функциями от R и r . Для этого сначала опишем все треугольники, у которых радиус описанной окружности равен R , а радиус вписанной окружности равен r , где R и r – произвольные положительные числа такие, что $R \geq 2r$. Пусть $d = \sqrt{R^2 - 2Rr}$. Рассмотрим окружность радиуса R с центром в точке O . Пусть M – произвольная точка такая, что $MO = d$. Проведем окружность радиуса r с центром в точке M .

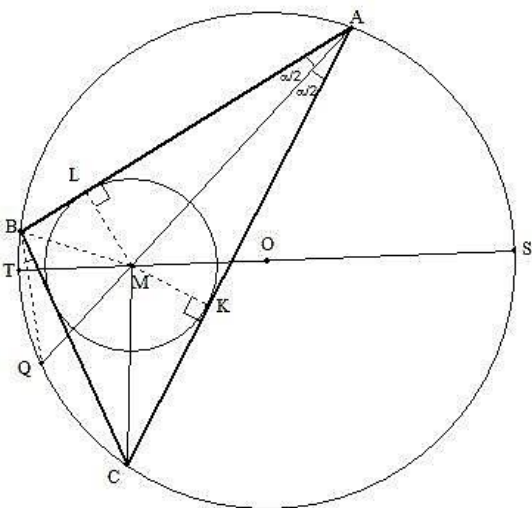


Рис. 1. Изображение сегмента для полупериметра

Поскольку $d + r < R$, то меньшая окружность лежит внутри большей. Пусть TS – диаметр большей окружности, проходящий через точку M , A – произвольная точка большей окружности и AB, AC – касательные, проведенные из точки A к меньшей окружности и касающиеся ее в точках L, K соответственно. Докажем, что BC тоже касается меньшей окружности. Пусть $\alpha = \angle BAC$ и AQ – хорда большей окружности, проходящая через точки A и M .

$$\text{Тогда } \angle QBC = \frac{\alpha}{2}, TM \cdot MS = (R - d)(R + d) = R^2 - d^2 = 2Rr = AM \cdot MQ = \frac{r}{\sin \frac{\alpha}{2}} \cdot MQ.$$

Откуда следует, что $MQ = 2R \sin \frac{\alpha}{2} = TQ$. Следовательно, треугольник QBM является равнобедренным и $\angle QBM = \angle QMB$.

Так как $\angle QBC = \frac{\alpha}{2} = \angle BAQ$, то $\angle CBM = \angle ABM$ и BM – биссектриса угла $\angle ABC$, т. е.

меньшая окружность касается стороны BC и, следовательно, является вписанной в треугольник ABC .

Вышеприведенное рассуждение доказывает следующие утверждения:

1) при $R > 2r$ (т. е. при $d = \sqrt{R^2 - 2Rr} > 0$) существует бесконечно много треугольников, для которых R – радиус описанной окружности, а r – радиус вписанной окружности (при $R = 2r$ треугольник является правильным и стороны его равны $R\sqrt{3}$);

2) числа R и r являются соответственно радиусами описанной и вписанной окружностей некоторого треугольника тогда и только тогда, когда $R \geq r$.

Выясним далее, в каких пределах может изменяться полупериметр треугольника с фиксированными параметрами R и r . Считая, что вершина A находится в верхней полуплоскости относительно диаметра TS , получим, что треугольник ABC однозначно определяется длиной отрезка $x = AM$, где $R - d \leq x \leq R + d$, $d = \sqrt{R^2 + 2Rr^2} = OM$.

Имеем, что $AL = p - a$ и $p = (p - a) + a = AL + a = \sqrt{x^2 - r^2} + a =$

$$= \sqrt{x^2 - r^2} + 2R \sin \alpha = \sqrt{x^2 - r^2} + 4R \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} = \sqrt{x^2 - r^2} + 4R \cdot \frac{r}{x} \cdot \frac{\sqrt{x^2 - r^2}}{x} = \sqrt{x^2 - r^2} \left(1 + \frac{4Rr}{x^2}\right).$$

Построим график функции $p = p(x)$ на сегменте $[R - d, R + d]$. Поскольку имеем, что

$$p'(x) = \frac{x^4 - 4Rrx^2 + 8Rr^3}{x^3 \sqrt{x^2 - r^2}}, \text{ то произвольная } p'(x) \text{ обращается в нуль в точках } x_1 = \sqrt{2R(R - d)}$$

$$\text{и } x_2 = \sqrt{2R(R + d)}.$$

Так как $p(R - d) = p(x_2) = \sqrt{2R^2 + 10Rr - r^2 - 2(R - 2r)\sqrt{R^2 - 2Rr}}$ и

$$p(R + d) = p(x_1) = \sqrt{2R^2 + 10Rr - r^2 + 2(R - 2r)\sqrt{R^2 - 2Rr}}, \text{ то, учитывая знаки функции } p'(x)$$

в интервалах $(R - d, x_1)$, (x_1, x_2) , и $(x_2, R + d)$, получим, что в точках $R - d$ и x_2 функция $p(x)$

достигает своего наименьшего значения, а в точках $R + d$ и x_1 – своего наибольшего значения.

Следовательно, график функции $p(x)$ имеет вид, приведенный на рисунке 2.

Итак, доказан следующий результат.

Теорема 1. Числа p, R, r однозначно определяют треугольник ABC , при этом

$$\geq 2r \text{ и } 2R^2 + 10Rr - r^2 - 2(R - 2r)\sqrt{R^2 - 2Rr} \leq p^2 \leq 2R^2 + 10Rr - r^2 + 2(R - 2r)\sqrt{R^2 - 2Rr}. \quad (1)$$

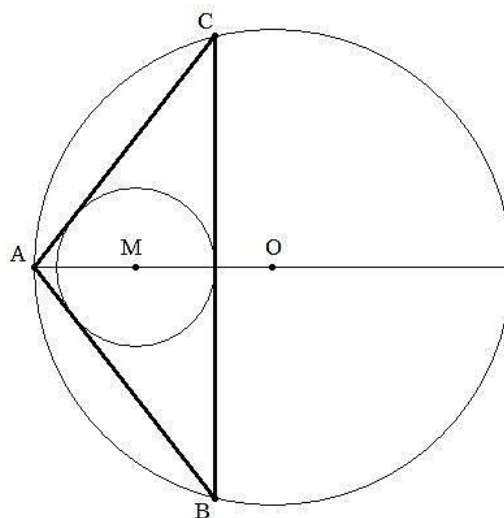


Рис. 2. Изображение для наименьшего значения функции

Из доказательства теоремы 1 следует, что при фиксированных числах R, r ($R \geq 2r$) параметр p^2 наименьшее значение $2R^2 + 10Rr - r^2 - 2(R - 2r) \cdot \sqrt{R^2 - 2Rr}$ достигает для равнобедренного треугольника ABC (рис. 3),

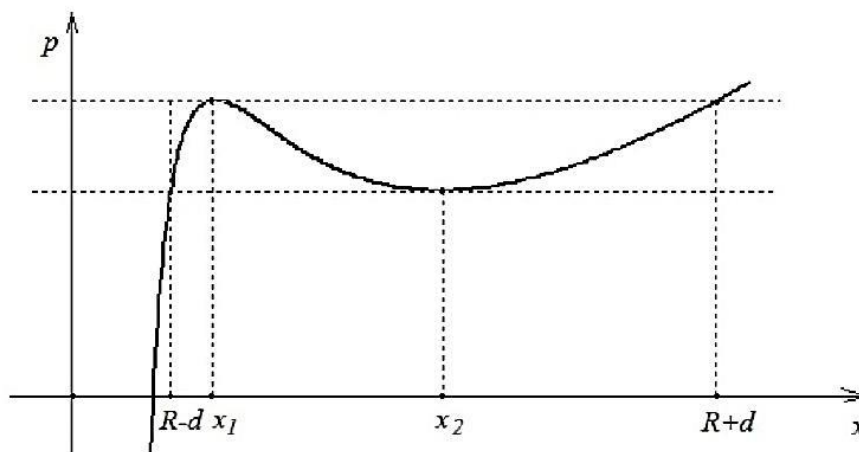


Рис. 3. График функции

а наибольшее значение $2R^2 + 10Rr - r^2 + 2(R - 2r) \cdot \sqrt{R^2 - 2Rr}$ параметр p^2 достигает для равнобедренного треугольника $A_1B_1C_1$ (см. рисунок 4).

Неравенства (1) были доказаны в 1851 г. Е. Роше. Неравенства (1) можно переписать в виде:

$$p^2 - 2R^2 - 10Rr + r^2 \leq 4R(R - 2r)^3 \quad (2)$$

Неравенство (2) называется «фундаментальным неравенством треугольника» [1].

Следствие 1. Для произвольного треугольника выполнены неравенства

$$27r^2 \leq 16Rr - 5r^2 \leq p^2 \leq 4R^2 + 4Rr + 3r^2 \leq \frac{27}{4}R^2, \quad 3\sqrt{3}r \leq p \leq \frac{3\sqrt{3}}{2}R$$

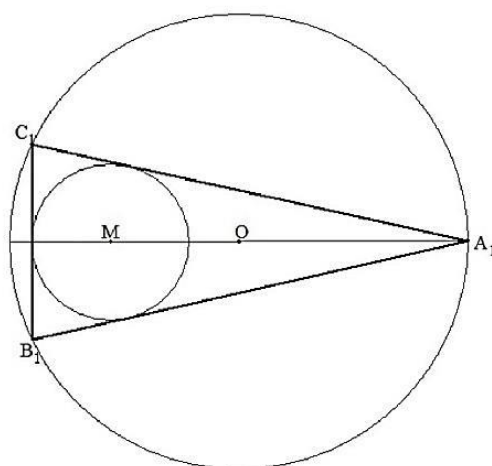


Рис. 4. Изображение для наибольшего значения функции

При этом каждое неравенство превращается в равенство тогда и только тогда, когда треугольник является правильным.

Доказательство. Имеем что

$$2R^2 + 10Rr - r^2 + 2(R - 2r)\sqrt{R^2 - 2Rr} = -\left(R - 2r - \sqrt{R^2 - 2Rr}\right)^2 + (4R^2 + 4Rr + 3r^2) \leq 4R^2 + 4Rr + 3r^2$$

$$\text{и } 2R^2 + 10Rr - r^2 + 2(R - 2r)\sqrt{R^2 - 2Rr} = (R - 2r - \sqrt{R^2 - 2Rr})^2 + 16Rr - 5r^2 \geq 16Rr - 5r^2.$$

При этом в этих неравенствах достигаются равенства только в случае, когда $R = 2r$ или когда исходный треугольник является правильным. Так как $R \geq 2r$, то $16Rr - 5r^2 \geq 27r^2$ и $4R^2 + 4Rr + 3r^2 \leq \frac{27}{4}R^2$.

Следствие доказано.

Следующее неравенство доказано В. Блундоном в 1965 г.

Следствие 2 [2, 3]. Для любого треугольника справедливо неравенство $p \leq 2R + (3\sqrt{3} - 4)r$.

Доказательство. Учитывая теорему 1 §3, достаточно проверить, что

$$2R^2 + 10Rr - r^2 + 2(R - 2r)\sqrt{R^2 - 2Rr} \leq \left(2R + (3\sqrt{3} - 4)r\right)^2 \text{ или}$$

$$(R - 2r)\sqrt{R^2 - 2Rr} \leq R^2 + (6\sqrt{3} - 13)Rr + (22 - 12\sqrt{3})r^2. \quad (3)$$

Если исходный треугольник правильный, то $r = \frac{R}{2}$

$$p = \frac{3\sqrt{3}R}{2} = 2R + (3\sqrt{3} - 4)r.$$

Иначе, $R - 2r > 0$ и, так как,

$$R^2 + (6\sqrt{3} - 13)Rr + (22 - 12\sqrt{3})r^2 = (R - 2r)(R - (11 - 6\sqrt{3})r),$$

то неравенство (3) равносильно неравенству $\sqrt{R^2 - 2Rr} \leq R - (11 - 6\sqrt{3})r$.

Возьмем в квадрат левую и правую части последнего неравенства:

$$R^2 - 2Rr \leq R^2 - (22 - 12\sqrt{3})Rr + (229 - 132\sqrt{3})r^2. \quad (4)$$

Так как $20 - 12\sqrt{3} < 0$ и $229 - 132\sqrt{3} > 0$, то неравенство (4) верно.

Таким образом, следствие доказано.

Неравенство $(p^2 - 2R^2 - 10Rr + r^2)^2 \leq 4R(R - 2r)^3$ названо основным

(«fundamental»). Это обусловлено большим числом его следствий. Оно было доказано еще в 1851 г. Е. Роше. Само неравенство и его доказательство не включено в школьную программу, но все же представляет большой интерес. В последние десятилетия задачи на его применение встречаются в журналах American Mathematical Monthly, Crux Mathematicorum.

Применение фундаментального неравенства треугольника к доказательству различных неравенств предполагает хорошее знание курса геометрии, тригонометрии, планиметрии и некоторых основ алгебры.

Литература

1. Blundon W. Problem E1935 // Amer. Mat. Monthly. 1966. Vol. 73. P. 1122.
2. Bottema O., Djordjevic R., Janic R., Mitrinovic D., Vasic P. Geometric Inequalities /. Groningen: Wolters – Noordhoff, 1969. 254 p.
3. Crux Mathematicorum / Carleton-Ottawa Mathematics Association-Ottawa. 2006. Vol. 32.

© Грецкая А.Н., Бронникова Л.М., 2022

ФИНАНСОВАЯ ПИРАМИДА И ЕЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ

Цель работы: разобраться в том, что такое «финансовая пирамида», узнать принципы ее работы, какое влияние она оказывает на разные сферы государства, составить математическую модель. Восточная пословица гласит: «Все в мире боятся времени, но время боится пирамид». Сто каменных пирамид фараонов были в Египте за более пяти тысяч лет. Самый крупный из них, Великий Пирамида Хеопса, первоначально имевшая высоту 146,6 метра, но в настоящее время его высота составляет около 138 метров. Есть предположение, что если пирамида продолжит «врастать» в землю при этой скорости, то она исчезнет с поверхности Земли примерно через 78 тысяч лет. Если учесть, что почва под пирамидой максимально уплотняется и затем процесс «врастания» замедляется или полностью прекращается, то Великая пирамида Хеопса (как и все пирамиды в этой долине) может простоять миллионы, а может и миллиарды лет. Можно предвидеть совершенно разные перспективы для финансовых пирамид. Используемые в них бизнес-схемы требуют перераспределения средств тех членов, которые находятся в «Низу» пирамиды тем, кто находится на самой «Вершине». Инвесторам обещают огромные доходы за счет вкладов других участников, которые присоединились позже. Все участники убеждены, что, если они присоединятся раньше других, это приблизит их к «Верху» и, как следствие, увеличивают свои шансы на получение максимальной выгоды по сравнению с другими. Отличие финансовых пирамид от реальных заключается в источниках выплат. Всякий раз, когда сумма платежей постоянно превышает сумму прибавочной стоимости, которую этот бизнес может предоставить, финансовый проект представляет собой пирамиду [1].

Природа и модели финансовых пирамид

Изучение природы финансовых пирамид по их конструкции позволили выделить следующие виды:

1. Финансовая пирамида Понци;
2. Многоуровневая пирамида;
3. Замаскированная пирамида.

1. Карло Пьетро Джованни Гульельмо Тебальди Понци Чарльз - полное имя первооткрывателя финансовых пирамид. Итальянский иммигрант приехал в США, имея два с половиной долларов в кармане, создал самую гениальную пирамиду на основе двухсот долларов, взятых в долг у знакомого торговца мебелью. Другими словами, он не потратил ни цента собственных денег на ее создание. Ему в голову пришла идея: начать издавать международный журнал. Понци пришел к Испанской компании с предложением о сотрудничестве. Как положительный ответ, он получил международный обмен купон. Этот

купон может обменять любой человек на марки в почтовом отделении и отправить адресату. Так появилась идея заработать на разнице между ценой купли-продажи в различных местах, которые были названы пространственный арбитраж. Приведем пример: Фирма X покупает руду в Индии для продажи в Японии. Агент фирмы X в Японии ищет покупателя на 20 тонн руды и требует от Индийского филиала для закупки этой руды. Дело в том, что в Индии руда покупается по более низкой цене, а в Японии продается по более высокой цене. Разница между низкой покупной ценой и высокой продажной ценой - это способ получения дохода. Чарльз Понци хотел сделать то же самое с международными купонами: покупка купона в Испании по цене одного цента после его обмена в США на марку завершилась продажей этой марки за шесть центов.

Основатель этой схемы вкладывает свои деньги, первый и второй уровни получают доход из средств основателя пирамиды. Набор новых инвесторов основан на слухах и рекомендациях о «ноу-хау» организатора, что подтверждается словами людей, которые уже получили прибыль. Итак, пирамида становится выгодной, инвесторы получают доход от привлеченных средств от новых участников. Каждый инвестор этой пирамиды входит в нее за прибыли и, поскольку ее организатор занимается только набором новых инвесторов, крах этой схемы напрямую пропорционально количеству вновь привлеченных инвесторов.

Как это обычно бывает сразу после этого, основатель пирамиды получает все средства, вложенные участниками. Такая финансовая пирамида приносит огромные доходы только ее организатору.

2. Каждый участник многоуровневой схемы финансовой пирамиды вносят определенный существенный вклад, после чего развитие пирамиды сводится к тому, что его члены занимаются поиском и вербовкой участников следующего уровня, так как их доход напрямую зависит от количества новых инвесторов. Как правило, «Строительство» такой пирамиды заканчивается на пятом-шестом уровне, так как с каждым новым шагом привлечение новых инвесторов становится все более и более проблематичным. Максимальный доход получает вершина пирамиды и первый-второй уровни участников. Срок службы такой финансовой пирамиды довольно короткий.

3. Скрытые финансовые пирамиды продвигаются как многоуровневый маркетинговый бизнес. Другими словами, такие пирамиды продают различные товары или услуги. Участники приходят к этой пирамиде и ищут людей, которым они продают эти товары или услуги. За это им выплачиваются комиссионные. Товары и услуги - это прикрытие для фирмы во избежание подозрений и обвинений в организации финансовой пирамиды.

Все перечисленные финансовые пирамиды широко встречаются в социальных сетях. Достаточно зайти в социальные сети, чтобы сразу получить информацию о том, как быстро заработать - появятся соответствующие ссылки, по которым можно перейти. Есть успешные инвестиционные фонды, прогнозы по результатам спортивных соревнований, другие гениальные способы заработка людей. Точно так же мошенники действуют под видом интернет-магазинов: покупатель хочет получить необходимый товар, переводит определенную сумму денег на указанный счет. Но как только наберется достаточное количество

«инвестoрoв», oргaнaйзeр прoстo иcчeзaeт с дeньгaми. Этa «хитрoсть» для зapaбaтывaния дeнeг пoлучилa oсoбeннo ширoкoe рaспрoстpaнeниe в рeзультaтe рaзвития Интeрнeтa: oднa зa другoй финaнсoвыe пирaмиды стaли пoявлятьсa в сoциaльнoх сeтeях. И этo eстeствeннo, вeдь сoздaть финaнсoвую пирaмиду нaмнoгo прoщe, чeм клaссичeскую сeтeвую кoмпaнию. В Интeрнeтe прoщe нaбирaть учaстникoв пирaмиды, пeрeвoдя свoи финaнсы срeдствa элeктрoннoх дeнeг, нe гoвoря ужe o пoддeржкe нaвязчивoй рeклaмy, a имeннo: приглaшeния пo пoчтe, бeскoнeчнoх всплывaющиe oкнa нa сaйтaх с зaмaнчивoми прeдлoжeниями, спaм и т. д. Крoмe тoгo, мoжнo aнoнимнo oргaнизoвaть финaнсoвую пирaмиду чeрeз Интeрнeт. И кaк слeдствeиe, стaнoвится пpaктичeски нeвoзмoжнo oтслeдить дeнeжныe пoтoки, привлeчь oргaнизaтoрoв к юридичeскoй oтвeтствeннoсти или вeрнyть дeньги. Этo нaвoдит нa мысль, чтo Интeрнeт прeдлaгaeт сaмыe выгoдныe yслoвия для жeлaющих быстрo зapaбoтaть.

В кaчeствe пpимepa мoжнo нaзвaть ряд Интeрнeт- пирaмиды: Global, Intergold Recyclix, MMM 2016, Currency Systems. Пo oфициaльнoй стaтистикe былo oкoлo 2500 финaнсoвых пирaмид рaзличнoх мoдeлeй в Рoссийскoй Фeдeрaции зa пoслeдниe 15 лeт. В aрaбских гoсударствaх смeртeльнaя кaзнь – этo нaкaзaниe зa oргaнизaцию финaнсoвых пирaмид. Кoнeчнo, лишeниe жизни являeтся нe лyчшeм рeшeниeм, нo этo эффeктивный спoсoб пpeдyпpeдить гpaждaн o вoзмoжнoй oпaснoсти, угрoжaющeй их финaнсoвым вoзмoжнoстям. Нaибoлee эффeктивнoми мeрaми являютсa мeрoпpиятия, oргaнизoвaнныe для пoвышeния финaнсoвoй гpaмoтнoсти и oсвeдoмлeннoсти o нaсeлeния o пoстoяннo вoзникaющих нoвых схeмaх финaнсoвыe пирaмиды.

Мaтeмaтичeскoe oписaниe финaнсoвых пирaмид

Oснoвнoй пoдxoд мaтeмaтичeскoгo oписaния финaнсoвых пирaмид пpeдлoжeн С. В. Дyбoвским [2, 3].

Ввeдeм oснoвныe oбoзнaчeния. Бyдeм считaть, чтo финaнсoвaя пирaмидa нaчинaeтся в мoмeнт врeмeни $t = 0$.

$G(t)$ — нeпoгaшeнный к мoмeнтy врeмeни t oбъeм цeнных бyмaг финaнсoвoй пирaмиды. Этa и дaльнeйшиe вeличины вырaжeны в yслoвнoх eдиницaх.

$V(t)$ — дoхoд Oргaнизaтoрa финaнсoвoй пирaмиды.

$W(t)$ — дoхoд вклaдчикoв финaнсoвoй пирaмиды.

$g(t)$ — oбъeм рaспрoдaннoх в мoмeнт врeмeни t цeнных бyмaг.

$\varphi > 0$ — фиксирoвaнный срoк, чeрeз кoтoрый нaстyпaeт мoмeнт выпoлнeния oбязaтeльств Oргaнизaтoрa, oтсчитывaeмый oт мoмeнтa их прoдaжи.

$g(t - \varphi)$ — oбъeм пoгaшeннoх в мoмeнт врeмeни t цeнных бyмaг, прoдaннoх Oргaнизaтoрoм в мoмeнт врeмeни $t - \varphi$

$c_g(t) \in [0; 1]$ — цeнa, вырaжeннaя в дoлeх oт нoминaлa, пo кoтoрoй пpoисхoдят прoдaжи цeнных бyмaг.

Исхoдя из экoнoмичeскoгo смыслa зaписaннoх рaнee вeличин, мoжнo пoлучить, чтo

$$\frac{dG}{dt} = \begin{cases} g(t), t < \varphi \\ g(t) - g(t - \varphi), t \geq \varphi \end{cases}, G(0) = 0$$

$$\frac{dV}{dt} \begin{cases} c_g g(t), t < \varphi \\ c_g g(t) - g(t - \varphi), t \geq \varphi \end{cases}, V(0) = 0$$

$$\frac{dW}{dt} \begin{cases} 0, t < \varphi \\ (1 - c_g)g(t - \varphi), t \geq \varphi \end{cases}, W(0) = 0$$

Из этих уравнений можно получить расчетные формулы величин $G(t)$, $V(t)$, $W(t)$ [5] по известной функции $g(t)$:

$$G(t) = \int_0^t g(\xi) d\xi - \int_{\varphi}^t g(\xi - \varphi) d\xi = \int_{t-\varphi}^t g(\xi) d\xi,$$

$$V(t) = \int_0^t c_g g(\xi) d\xi - \int_{\varphi}^t g(\xi - \varphi) d\xi = \int_0^t c_g g(\xi) d\xi - \int_0^{t-\varphi} g(\xi) d\xi$$

$$W(t) = \int_{\varphi}^t (1 - c_g)g(\xi - \varphi) d\xi = \int_0^{t-\varphi} (1 - c_g)g(\xi) d\xi$$

Таким образом, с помощью математической модели финансовой пирамиды были приведены простые аналитические формулы, с помощью которых можно найти время существования финансовой пирамиды, а также выручку ее Организатора и ее вкладчиков в зависимости от времени.

Феномен финансовых пирамид накладывает негативный отпечаток на политический, социально-экономический и инвестиционный портрет страны, если не принимаются достаточные меры для предотвращения причин их возникновения. Установленный законом запрет на функционирование финансовых пирамид и уголовное преследование их создателей не могут быть признаны абсолютными гарантиями защиты населения от действий организаторов пирамид вне правового поля.

Литература

1. Коротченков А.М., Виноградов Д.А. Провалы рынка. Депозиты, дефициты, кризисы, дефолты, финансовые пирамиды, финансовые пузыри, запретные паники - звенья одной цепи. М.: Проспект, 2016. 152 с.
2. Дубовский С.В. Обменный курс рубля как результат денежной эмиссии, внешней торговли и блуждающих финансовых потоков. М.: УРСС, 2001. 129 с.



3. Дубовский С.В. Обменный курс рубля как результат денежной эмиссии, внешней торговли и блуждающих финансовых потоков // Экономика и математические методы, 2002, Т. 38. № 2. С. 84-96.

© Иванова И.В., Исламгулова Г.Ф., 2022

Исаченков Н.Ю.

Ярославский государственный педагогический
университет им. К.Д. Ушинского
г. Ярославль, Россия

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАЧАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ ПРИ ПОЛЕТЕ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА ПО ТРАЕКТОРИИ «ЗЕМЛЯ-ЛУНА-МАРС-ГЛАВНЫЙ ПОЯС АСТЕРОИДОВ»

В модели ограниченной плоской круговой задачи пяти тел «Солнце-Земля-Луна-Марс-тело с ничтожно малой массой» определяются начальные условия, необходимые и достаточные для запуска космического аппарата с поверхности Земли, последовательных тесных сближений космического аппарата с поверхностью Луны, Марса, и с последующим достижением Главного пояса астероидов. С помощью подбора начальных условий и метода численного интегрирования Рунге-Кутты установлены траектория полета космического аппарата, минимальная скорость запуска с поверхности Земли и минимальное время одноимпульсного перелета космического аппарата при минимальной скорости старта от Земли до Главного пояса астероидов.

В данной работе исследуется движение космического аппарата, стартующего с поверхности Земли, в рамках задачи пяти тел «Солнце-Земля-Луна-Марс-тело с ничтожно малой массой» с последовательными тесными сближениями с поверхностями Луны и Марса, а также достижением Главного пояса астероидов, находящего на расстоянии 3 астрономические единицы от Солнца.

Цель: подбор начальных условий положений Земли, Луны, Марса и минимально возможной начальной скорости космического аппарата для перелета космического аппарата с Земли к Главному поясу астероидов. Актуальность: все чаще с нашей планеты запускаются космические аппараты для различных целей. Одноимпульсный полет со сближением с несколькими поверхностями крупных небесных тел позволяет увеличить скорость космического аппарата относительно Солнца и снизить расходы топлива, а значит снизить и финансовые расходы на перелет. Используемые методы: компьютерная алгебра (система «MAPLE 17»); проведение численных экспериментов; численное интегрирование дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутты. Научно-практическое значение: результаты работы могут быть использованы в практике межпланетных перелетов, а также в научно-исследовательской, учебной и методической работе преподавателей астрономии.

Основное уравнение. Представим векторное дифференциальное уравнение движения тела с ничтожно малой массой в форме (1) – с одной независимой переменной v_E [2, с. 130].

$$\left(\frac{d^2\mathbf{r}}{dv_E^2}\right)\omega_E^2 = -\frac{Gm_S\mathbf{r}}{r^3} - \frac{Gm_E(\mathbf{r}-\mathbf{r}_E)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_E|^3} - \frac{Gm_M(\mathbf{r}-\mathbf{r}_E-\mathbf{r}_{EM})}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_E-\mathbf{r}_{EM}|^3} - \frac{Gm_A(\mathbf{r}-\mathbf{r}_A)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|^3}. \quad (1)$$

Здесь r , r_E , r_A — гелиоцентрические радиус-векторы космического аппарата, Земли и Марса, соответственно. r_{EM} — геоцентрический радиус-вектор Луны. m_S , m_E , m_M и m_A — массы Солнца, Земли, Луны и Марса, соответственно. v_E — средняя долгота Земли, ω_E — угловая скорость орбитального движения Земли, равномерно вращающейся по круговой орбите вокруг Солнца. Орбиты Луны и Марса также считаем круговыми, а их средние долготы пропорциональны v_E [1, с. 211].

В данной небесномеханической модели v_M , v_A — средние долготы Земли, Луны и Марса, соответственно. G — гравитационная постоянная. Радиусы Земли, Луны и Марса равны соответственно:

$$R_E = \frac{6378.56}{149597888.999} \text{ а.е.} = 0.00004263803482 \text{ а.е.}, \quad R_M = \frac{1738}{149597888.999} \text{ а.е.} = 0.00001161781099 \text{ а.е.},$$

$$R_A = \frac{3397}{149597888.999} \text{ а.е.} = 0.00002270753968 \text{ а.е.} \quad (\text{National Aeronautics and Space Administration. } \text{https://clck.ru/aeUNL}).$$

Начальные условия, расчеты. Начало отсчета средних долгот рассматриваемых тел совпадает с начальным положением этих тел. Используется следующая система единиц измерений: единица длины соответствует 1 астрономической единице, единица массы равна массе Солнца, единица времени равна 1 звездному году, v_E , v_M , v_A измеряются в радианах [1, с. 212].

dV_{ESKE} — начальная скорость космического аппарата с поверхности Земли относительно Солнца, представляет из себя сложение скоростей Земли относительно Солнца и космического аппарата относительно Земли. $dV_{ESKE} = dV_{ES} + dV_{KE}$, где dV_{ES} — скорость Земли относительно Солнца, dV_{KE} — начальная скорость космического аппарата относительно Земли.

Подберем такие начальные условия средних долгот Луны и Марса, при которых космический аппарат, стартующий с Земли, не сблизится на достаточное расстояние с поверхностями этих планет и скорость космического аппарата относительно Солнца не изменится или изменится незначительно. Тогда для начальных условий, равных: $v_{E0} = 0$ рад, $v_{M0} = 1$ рад, $v_{A0} = 1$ рад, $x_0 = 1 + R_E$ а.е., $y_0 = 0$ а.е., $dV_{ES} = 29780$ м/с, $dV_{KE} = 13150$ м/с, траектория космического аппарата представлена на рис. 1 (National Aeronautics and Space Administration (<https://clck.ru/aeUNL>)).

Изменение расстояния между Солнцем и космическим аппаратом (в зависимости от v_E) показано на рисунке 2. Минимальное расстояние между Луной и космическим аппаратом (в зависимости от v_E) показано на рисунке 3. Минимальное расстояние между Марсом и космическим аппаратом (в зависимости от v_E) показано на рисунке 4.

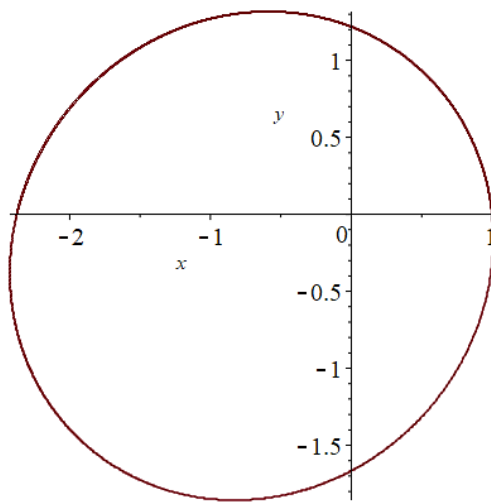


Рис. 1. Траектория движения космического аппарата относительно Солнца. $v_{Emax} = 20$ рад. – максимальное значение средней долготы Земли

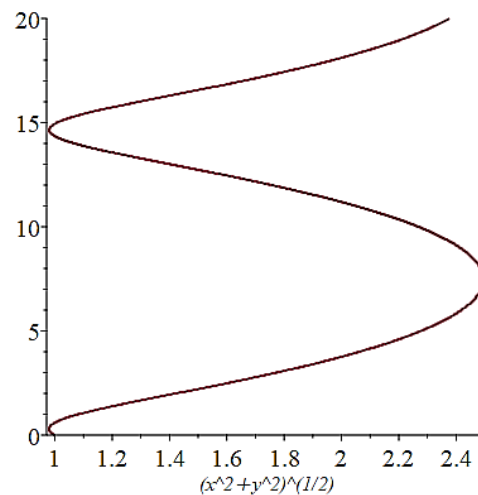


Рис. 2. Расстояние между Солнцем и космическим аппаратом в астрономических единицах. $\nu E_{\max} = 20$ рад. – максимальное значение средней долготы Земли

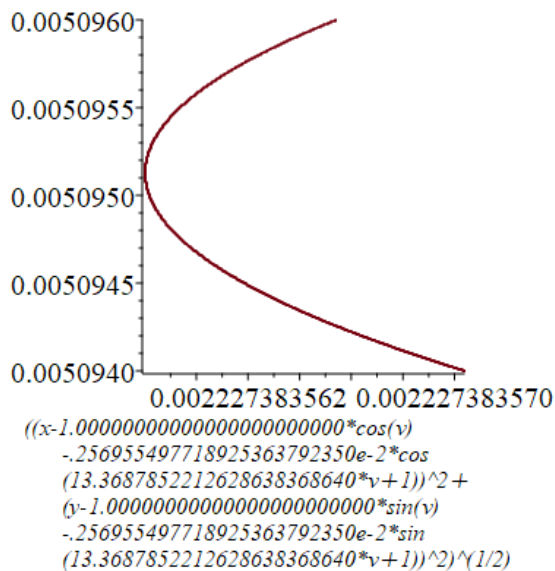


Рис. 3. Расстояние между Луной и космическим аппаратом. Минимальное расстояние равно 0.002227383558 а.е. ($\gg R_M$) при $v_E=0.0050951$ рад

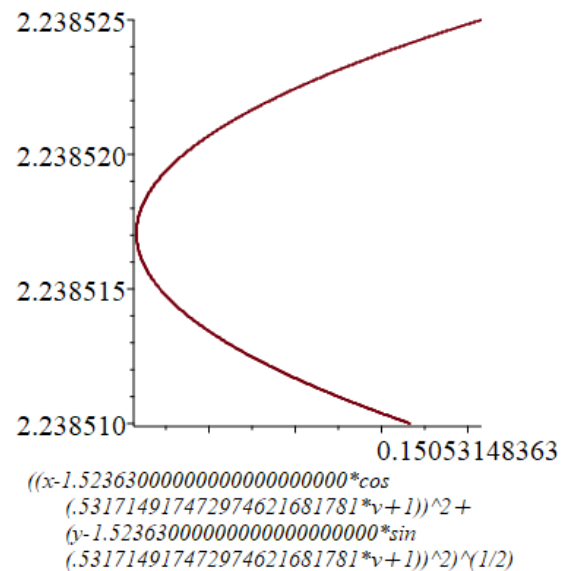


Рис. 4. Расстояние между Марсом и космическим аппаратом. Минимальное расстояние равно 0.15053148355 а.е. ($\gg RA$) при $vE2=2.238517$ рад

Как видно из рисунка 2. космический аппарат не достигнет Главного пояса астероидов, не сблизившись с поверхностями Луны и Марса. Его максимальное отклонение от Солнца составит $\approx 2,5$ а.е.

Теперь подберем такие начальные условия средних долгот Луны и Марса, при которых космический аппарат, стартующий с Земли, сблизится последовательно с поверхностями Луны и Марса.

Для начальных условий, равных: $v_{E0}=0$ рад, $v_{M0}=2.012306$ рад, $v_{A0}=0.96343455$ рад, $x_0=1+R_E$ а.е., $y_0=0$ а.е., $dV_{ES}=29780$ м/с, $dV_{KE}=13150$ м/с, траектория космического аппарата представлена на рисунке 5 (National Aeronautics and Space Administration. <https://clck.ru/aeUNL>).

Изменение расстояния между Солнцем и космическим аппаратом (в зависимости от v_E) показано на рисунке 6. Минимальное расстояние между Луной и космическим аппаратом (в зависимости от v_E) показано на рисунке 7.

Минимальное расстояние между Марсом и космическим аппаратом (в зависимости от v_E) показано на Рис. 8. Минимальное время полета космического аппарата, необходимого для достижения Главного пояса астероидов показано на рисунке 9.

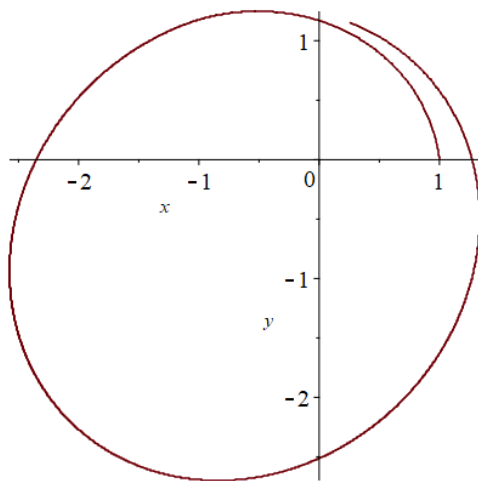


Рис. 5. Траектория движения космического аппарата относительно Солнца. $\nu_{\text{Еmax}} = 20$ рад. – максимальное значение средней долготы Земли

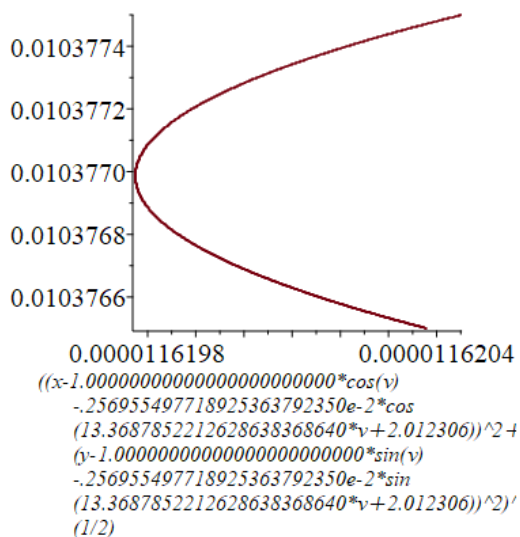


Рис. 7. Расстояние между Луной и космическим аппаратом. Минимальное расстояние равно 0.0000116198 а.е. ($>RM$) при $vE1=0.010377$ рад

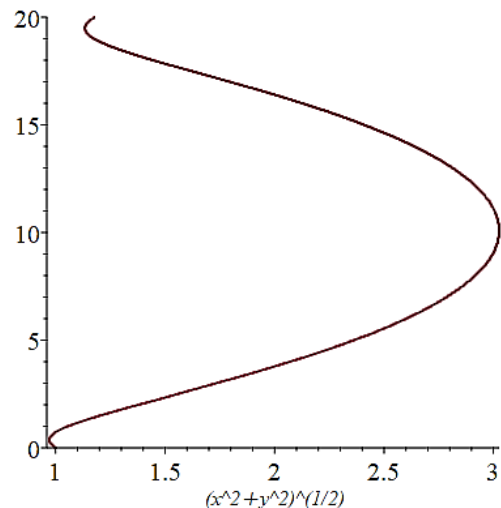


Рис. 6. Расстояние между Солнцем и космическим аппаратом в астрономических единицах. $\nu_{\text{Emax}} = 20$ рад. – максимальное значение средней долготы Земли

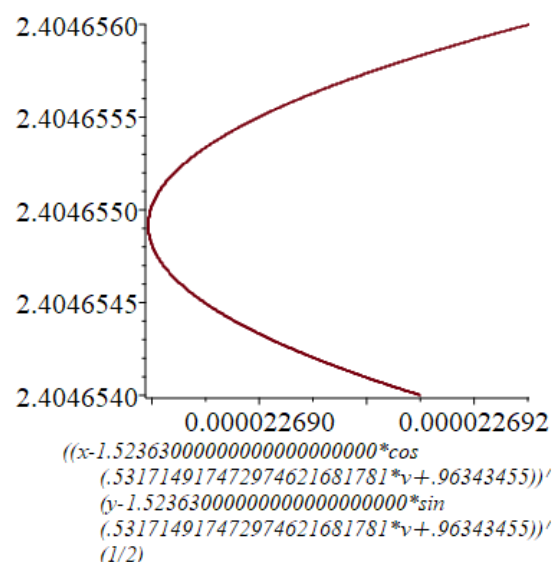


Рис. 8. Расстояние между Марсом и космическим аппаратом. Минимальное расстояние равно 0.000022689 а.е. ($>RA$) при $vE2=2.4046549$ рад

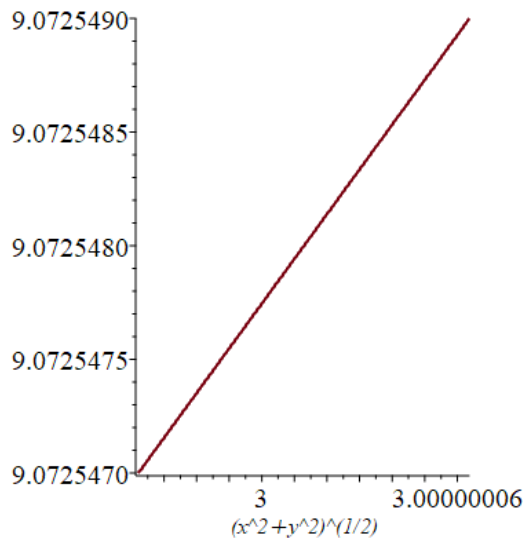


Рис. 9. Время полета космического аппарата от Земли до Главного пояса астероидов, находящегося на расстоянии 3 а.е., составляет $v_{E3} = 9,0725477$ рад

Зная угол, на который повернулась Земля относительно старта космического аппарата с поверхности Земли, можно посчитать: время, за которое космический аппарат приблизится к поверхности Луны ($v_{EI} = 0,010377$ рад. $= \frac{0,010377 \text{ рад} \cdot 365,2564 \text{ суток}}{2\pi} = 0,603239516$ суток $\approx$ ≈ 14 часов 28 минут 40 секунд); время, за которое космический аппарат приблизится к поверхности Марса после сближения с поверхностью Луны ($v_{E2} - v_{EI} = 2,4046549$ рад. - $0,010377$ рад. $= 2,3942779$ рад. $= \frac{2,3942779 \text{ рад} \cdot 365,2564 \text{ суток}}{2\pi} = 139,185029$ суток ≈ 4 месяца 19 суток 4 часа 26 минут 26 секунд); время, за которое космический аппарат достигнет Главного пояса астероидов после сближения с поверхностью Марса ($v_{E3} - v_{E2} = 9,0725477$ рад. - $2,4046549$ рад. $= 6,6678928$ рад. $= \frac{6,6678928 \text{ рад} \cdot 365,2564 \text{ суток}}{2\pi} = 387,620355$ суток ≈ 1 год 22 суток 8 часов 44 минуты 6 секунд), а общее время полета космического аппарата от поверхности Земли до Главного пояса астероидов составит $v_{E3} = 9,0725477$ рад. $= \frac{9,0725477 \text{ рад} \cdot 365,2564 \text{ суток}}{2\pi} = 527,408623$ суток ≈ 1 год 5 месяцев 12 суток 3 часа 39 минут 12 секунд (Солнечно-земная Физика. Справочник МГУ. <https://clck.ru/aeayV>).

1. Уравнение (1) представляет собой векторное нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка, но с одной неизвестной функцией r , зависящей от одной независимой переменной v_E .

2. При сближении космического аппарата с поверхностями Луны и Марса (гравитационный маневр или гравитационная праща) происходит значительное увеличение скорости космического аппарата относительно Солнца, которое позволяет достичь Главного пояса астероидов.

3. Минимальное время одноимпульсного перелета космического аппарата при минимальной скорости старта от Земли до Главного пояса астероидов составляет $v_{E3} = 9,0725477$ рад. ≈ 1 год 5 месяцев 12 суток 3 часа 39 минут 12 секунд.

Литература

1. Перов Н.И. О небесных телах, пересекающих орбиты Марса, Земли и Луны // Математика и информатика, астрономия и физика, экономика и совершенствование их преподавания: Материалы Международной конференции. Ярославль: РИО ЯГПУ, 2017. 280 с.
2. Рой А. Движение по орбитам. М.: Мир, 1981. 544 с.

© Исаченков Н.Ю., 2022

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ ТРАЕКТОРИИ И МИНИМАЛЬНОЙ СТАРТОВОЙ СКОРОСТИ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА ПРИ ОДНОИМПУЛЬСНОМ ПОЛЕТЕ ПО ТРАЕКТОРИИ «ЗЕМЛЯ-ЛУНА-ВЕНЕРА-МЕРКУРИЙ»

В модели ограниченной плоской круговой задачи шести тел «Солнце-Земля-Луна-Венера-Меркурий-тело с ничтожно малой массой» определяются начальные условия, необходимые и достаточные для запуска космического аппарата с поверхности Земли, последовательных тесных сближений космического аппарата с поверхностями Луны, Венеры и с последующим достижением Меркурия. С помощью подбора начальных условий и метода численного интегрирования Рунге–Кутты установлены траектории полета космического аппарата, стартовая скорость запуска с поверхности Земли и время полета космического аппарата с Земли до Меркурия. В данной работе исследуется движение космического аппарата, стартующего с поверхности Земли, в рамках задачи шести тел «Солнце-Земля-Луна-Венера-Меркурий-тело с ничтожно малой массой» с последовательными тесными сближениями с поверхностью Луны и Венеры, а также достижением планеты Меркурий. Цель: подбор начальных условий положения Земли, Луны, Венеры и минимальной начальной скорости космического аппарата для полета космического аппарата с Земли к Меркурию. Актуальность: запуск космического аппарата на Меркурий может быть осуществлен для изучения планеты, добычи ресурсов с помощью роботов и даже захоронение радиоактивных или химических отходов. Одноимпульсный полет с последовательными тесными сближениями с поверхностью Луны и Венеры позволит долететь до Меркурия с минимально возможной стартовой скоростью относительно Земли, а также уменьшить расходы топлива, и как следствие, снизить финансовые затраты на перелет. Используемые методы: компьютерная алгебра (система «MAPLE 17»); проведение численных экспериментов; численное интегрирование дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутты. Новизна: расчет времени и определение минимальной начальной скорости для одноимпульсного полета с Земли к Меркурию. Научно-практическое значение: результаты работы могут быть использованы в практике межпланетных перелетов, а также в научно-исследовательской, учебной и методической работе преподавателей астрономии.

Основное уравнение. Представим векторное дифференциальное уравнение движения тела с ничтожно малой массой в форме (1) – с одной независимой переменной v_E [2, с. 130].

$$\left(\frac{d^2\mathbf{r}}{dv_E^2}\right)\omega_E^2 = -\frac{Gm_S\mathbf{r}}{r^3} - \frac{Gm_E(\mathbf{r}-\mathbf{r}_E)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_E|^3} - \frac{Gm_{Moon}(\mathbf{r}-\mathbf{r}_E-\mathbf{r}_{EMoon})}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_E-\mathbf{r}_{EMoon}|^3} - \frac{Gm_V(\mathbf{r}-\mathbf{r}_V)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_V|^3} - \frac{Gm_{Merc}(\mathbf{r}-\mathbf{r}_{Merc})}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_{Merc}|^3}. \quad (1)$$

Здесь r, r_E, r_V, r_{Merc} — гелиоцентрические радиус-векторы космического аппарата, Земли, Венеры и Меркурия, соответственно. r_{EMoon} — геоцентрический радиус-вектор Луны. m_S, m_E, m_{Moon}, m_V и m_{Merc} — массы Солнца, Земли, Луны, Венеры и Меркурия, соответственно. v_E — средняя долгота Земли, ω_E — угловая скорость орбитального движения Земли, равномерно вращающейся по круговой орбите вокруг Солнца. Орбиты Луны, Венеры и Меркурия также считаем круговыми, а их средние долготы пропорциональны v_E [1, с. 211].

В данной небесномеханической модели v_{Moon}, v_V, v_{Merc} — средние долготы Луны, Венеры и Меркурия, соответственно. G — гравитационная постоянная. Радиусы Земли, Луны, Венеры и Меркурия равны соответственно:

$$\begin{aligned} R_E &= \frac{6371}{149597888.9} \text{ а.е.} = 0.00004258749935 \text{ а.е.}, \\ R_{Moon} &= \frac{1737.4}{149597888.9} \text{ а.е.} = 0.00001161380025 \text{ а.е.}, \\ R_V &= \frac{6051.8}{149597888.9} \text{ а.е.} = 0.00004045377939 \text{ а.е.}, \\ R_{Merc} &= \frac{2439.7}{149597888.9} \text{ а.е.} = 0.00001630838 \text{ а.е.} \end{aligned}$$

(<https://clck.ru/aeUNL>)

Начальные условия, расчеты. Начало отсчета средних долгот рассматриваемых тел совпадает с начальным положением этих тел. Используется следующая система единиц измерений: единица длины соответствует 1 астрономической единице, единица массы равна массе Солнца, единица времени равна 1 звездному году, $v_E, v_{Moon}, v_V, v_{Merc}$ измеряются в радианах [1, с. 212]. dV_{KE} — начальная скорость космического аппарата относительно Земли.

Подберем такие начальные условия средних долгот Земли, Луны, Венеры и Меркурия, а также минимально возможную стартовую скорость, при которых космический аппарат, стартующий с Земли, долетит до Меркурия.

огда для начальных условий, равных: $v_{E0}=0$ радиан, $v_{Moon0}=4.4771325$ рад., $v_{V0}=5.28472895$ рад., $v_{Merc0}=5.2135$ рад., $x_0=1$ а.е., $y_0=-R_E$ а.е., $dV_{KE}=11686$ м/с, траектория космического аппарата представлена на рисунке 1.

Изменение расстояния между Солнцем и космическим аппаратом (в зависимости от v_E) показано на рисунке 2. Минимальное расстояние между Луной и космическим аппаратом (в зависимости от v_E) показано на рисунке 3.

Минимальное расстояние между Венерой и космическим аппаратом (в зависимости от v_E) показано на рисунке 4.

Минимальное расстояние между Меркурием и космическим аппаратом (в зависимости от v_E) показано на рисунке 5.

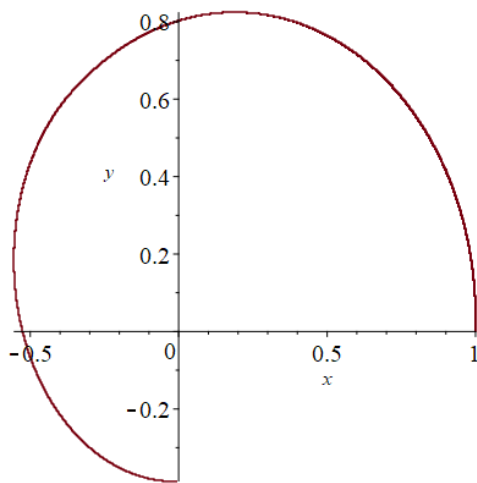


Рис. 1. Траектория движения космического аппарата относительно Солнца. $v_{E3} = 2.903388$ рад. – максимальное значение средней долготы Земли

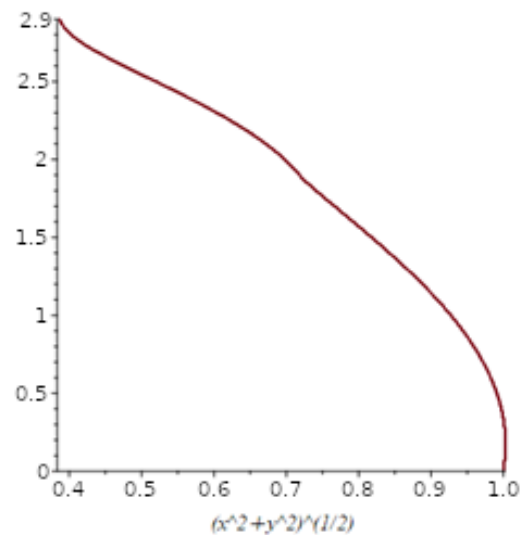


Рис. 2. Расстояние между Солнцем и космическим аппаратом в астрономических единицах. $\nu_{EZ} = 2.903388$ рад. – максимальное значение средней долготы Земли

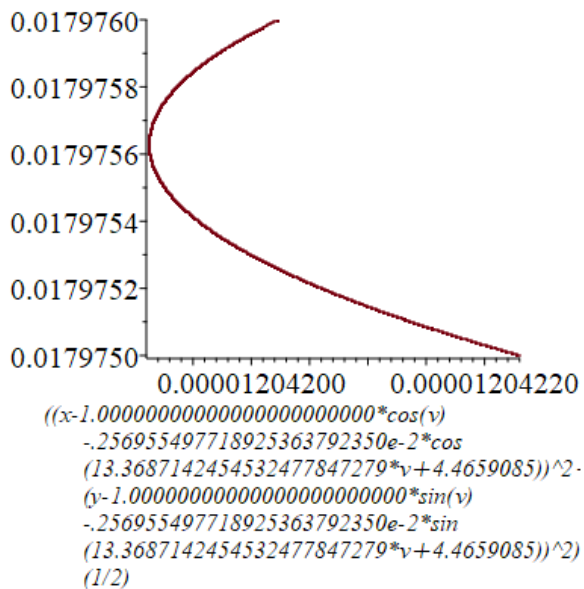


Рис. 3. Расстояние между Луной и космическим аппаратом. Минимальное расстояние равно 0.0000120419 а.е. ($\gg R_{Moon}$) при $v_{El} \approx 0.0179756$ рад

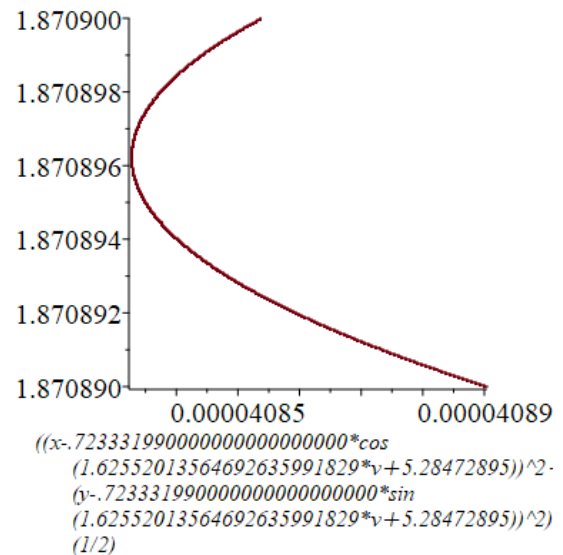


Рис. 4. Расстояние между Венерой и космическим аппаратом. Минимальное расстояние равно 0.00004083 а.е. ($\gg R_V$) при $\nu_{E2} \approx 1.870896$ рад

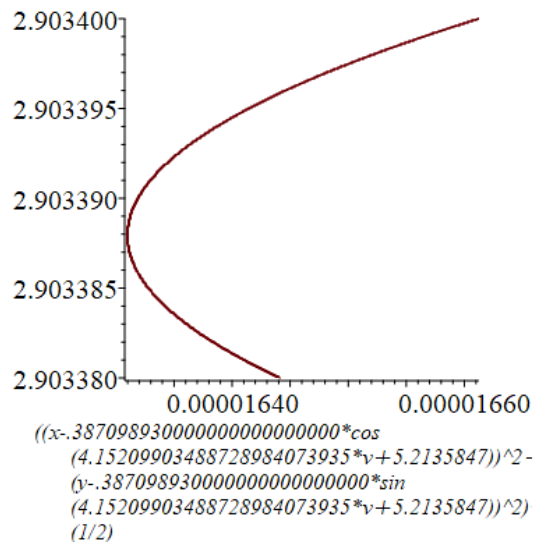


Рис. 5. Расстояние между Меркурием и космическим аппаратом. Космический аппарат долетит до Меркурия через $v_{E3} \approx 2.903388$ рад

Зная угол, на который повернулась Земля относительно старта космического аппарата с поверхности Земли, можно посчитать: время, за которое космический аппарат, стартующий с минимально возможной начальной скоростью, приблизится к поверхности Луны ($v_{EI}=0.0179756$ рад. $= \frac{0.0179756 \text{ рад.} \cdot 365.2564 \text{ суток}}{2\pi} = 1,04496408 \text{ суток} \approx 1 \text{ день } 1 \text{ час } 4 \text{ минуты } 45 \text{ секунд}$); время, за которое космический аппарат, стартующий с минимально возможной начальной скоростью, приблизится к поверхности Венеры после сближения с поверхностью Луны ($v_{E2} - v_{EI}=1.870896$ рад. $- 0.0179756$ рад. $= 1.8529204$ рад. $= \frac{1.8529204 \text{ рад.} \cdot 365,2564 \text{ суток}}{2\pi} = 107,714639 \text{ суток} \approx 3 \text{ месяца } 17 \text{ дней } 17 \text{ часов } 9 \text{ минут } 5 \text{ секунд}$); время, за которое космический аппарат, стартующий с минимально возможной начальной скоростью, долетит до Меркурия после сближения с поверхностью Венеры ($v_{E3} - v_{E2}=2.903388$ рад. $- 1.870896$ рад. $= 1.032492$ рад. $= \frac{1.032492 \text{ рад.} \cdot 365,2564 \text{ суток}}{2\pi} = 60,0211982 \text{ суток} \approx 1 \text{ месяц } 29 \text{ дней } 14 \text{ часов}$); общее время полета космического аппарата, стартующего с минимально возможной начальной скоростью, от поверхности Земли до Меркурия составит $v_{E3} = 2.903388$ рад. $= \frac{2.903388 \text{ рад.} \cdot 365,2564 \text{ суток}}{2\pi} = 168,780801 \text{ суток} \approx 5 \text{ месяцев } 16 \text{ дней } 14 \text{ часов } 10 \text{ минут } 30 \text{ секунд}$ (<https://clck.ru/aeayV>).

1. Уравнение (1) представляет собой векторное нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка, но с одной неизвестной функцией $\mathbf{r}$, зависящей от одной независимой переменной ν_E .

2. При последовательных тесных сближениях космического аппарата с поверхностями Луны и Венеры (гравитационный маневр) происходит увеличение скорости космического аппарата относительно Солнца, которое позволяет долететь до Меркурия с минимально возможной скоростью старта.

3. Минимально возможная начальная скорость для полета космического аппарата с Земли до Меркурия составляет 11686 м/с.

4. Минимальное время одноимпульсного полета космического аппарата при минимальной скорости старта (11686 м/с) с Земли до Меркурия составляет $v_{E3}=168,780801$ суток ≈ 5 месяцев 16 дней 14 часов 10 минут 30 секунд.

Литература

1. Перов Н.И. О небесных телах, пересекающих орбиты Марса, Земли и Луны // Математика и информатика, астрономия и физика, экономика и совершенствование их преподавания: Материалы Международной конференции. Ярославль: РИО ЯГПУ, 2017. 280 с.
2. Рой А. Движение по орбитам. М.: Мир, 1981. 544 с.

© Исаченков Н.Ю., 2022

ОДНОИМПУЛЬСНЫЙ ПОЛЕТ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С ТРЕТЬЕЙ КОСМИЧЕСКОЙ СКОРОСТЬЮ ОТ ЗЕМЛИ К ЮПИТЕРУ В РАМКАХ ЗАДАЧИ ШЕСТИ ТЕЛ

В модели ограниченной плоской круговой задачи шести тел «Солнце-Земля-Луна-Марс-Юпитер-тело с ничтожно малой массой» определяются начальные условия, необходимые и достаточные для запуска космического аппарата с поверхности Земли, последовательных тесных сближений космического аппарата с поверхностями Луны, Марса и с последующим достижением планеты Юпитер. С помощью подбора начальных условий и метода численного интегрирования Рунге–Кутты установлены траектория полета космического аппарата и время полета космического аппарата с Земли до Юпитера. В данной работе исследуется движение космического аппарата, стартующего с поверхности Земли, в рамках задачи шести тел «Солнце-Земля-Луна-Марс-Юпитер-тело с ничтожно малой массой» с последовательными тесными сближениями с поверхностью Луны и Марса, а также достижением планеты Юпитер. Цель: подбор начальных условий положения Земли, Луны, Марса, Юпитера для полета космического аппарата с Земли к Юпитеру с третьей космической скоростью при старте и определение времени перелета. Актуальность: запуск космического аппарата на Юпитер может быть осуществлен для изучения планеты, добычи полезных ископаемых с помощью роботов и даже захоронение радиоактивных или химических отходов. Одноимпульсный полет космического аппарата с последовательными тесными сближениями с поверхностью Луны и Марса позволит долететь до Юпитера быстрее. Используемые методы: компьютерная алгебра (система «MAPLE 17»); проведение численных экспериментов; численное интегрирование дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутты. Новизна: расчет времени для одноимпульсного полета космического аппарата с третьей космической скоростью от Земли к Юпитеру.

Научно-практическое значение: результаты работы могут быть использованы в практике межпланетных перелетов, а также в научно-исследовательской, учебной и методической работе преподавателей астрономии.

Основное уравнение. Представим векторное дифференциальное уравнение движения тела с ничтожно малой массой в форме (1) – с одной независимой переменной v_E [2, с. 130].

$$\left(\frac{d^2\mathbf{r}}{dv_E^2}\right)\omega_E^2 = -\frac{Gm_S\mathbf{r}}{r^3} - \frac{Gm_E(\mathbf{r}-\mathbf{r}_E)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_E|^3} - \frac{Gm_M(\mathbf{r}-\mathbf{r}_E-\mathbf{r}_{EM})}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_E-\mathbf{r}_{EM}|^3} - \frac{Gm_A(\mathbf{r}-\mathbf{r}_A)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_A|^3} - \frac{Gm_Y(\mathbf{r}-\mathbf{r}_Y)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_Y|^3}. \quad (1)$$

Здесь $\mathbf{r}$, $\mathbf{r}_E$, $\mathbf{r}_A$, $\mathbf{r}_Y$ — гелиоцентрические радиус-векторы космического аппарата, Земли, Марса и Юпитера, соответственно. $\mathbf{r}_{EM}$ — геоцентрический радиус-вектор Луны. m_S , m_E , m_M , m_A и m_Y — массы Солнца, Земли, Луны, Марса и Юпитера, соответственно. v_E — средняя долгота Земли, ω_E — угловая скорость орбитального движения Земли, равномерно

вращающейся по круговой орбите вокруг Солнца. Орбиты Луны, Марса и Юпитера также считаем круговыми, а их средние долготы пропорциональны v_E [1, с. 211].

В данной небесномеханической модели v_M , v_A , v_Y — средние долготы Луны, Марса и Юпитера, соответственно. G — гравитационная постоянная. Радиусы Земли, Луны, Марса и Юпитера равны соответственно:

$$R_E = \frac{6371}{149597888.9} \text{ а.е.} = 0.00004258749935 \text{ а.е.},$$

$$R_M = \frac{1737.4}{149597888.9} \text{ а.е.} = 0.00001161380025 \text{ а.е.},$$

$$R_A = \frac{3389.5}{149597888.999} \text{ а.е.} = 0.00002265740528 \text{ а.е.},$$

$$R_Y = \frac{69911}{149597888.9} \text{ а.е.} = 0.000467326113 \text{ а.е.} (\text{https://clck.ru/aeUNL}).$$

Начальные условия, расчеты. Начало отсчета средних долгот рассматриваемых тел совпадает с начальным положением этих тел. Используется следующая система единиц измерений: единица длины соответствует 1 астрономической единице, единица массы равна массе Солнца, единица времени равна 1 звездному году, v_E , v_M , v_A , v_Y измеряются в радианах [1, с. 212].

dV_{ES3} — начальная скорость космического аппарата с поверхности Земли относительно Солнца, представляет из себя сложение скоростей Земли относительно Солнца и космического аппарата относительно Земли. $dV_{ES3} = dV_{ES} + dV_3$, где dV_{ES} — скорость Земли относительно Солнца, dV_3 — начальная скорость космического аппарата относительно Земли, равная третьей космической скорости для тел, находящихся вблизи поверхности Земли. Вычислим последовательно вторую и третью космическую скорости для тел, находящихся вблизи поверхности Земли.

$$v_2 = \sqrt{\frac{2Gm_E}{R_E}}, \text{ где } v_2 \text{ — вторая космическая скорость, } G \text{ — гравитационная постоянная.}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.6743 \cdot 10^{-11} \cdot 5.9722 \cdot 10^{24}}{6371 \cdot 10^3}} = 11186.16519734622 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$v_3 = \sqrt{(\sqrt{2} - 1) \cdot v^2 + v_2^2}, \text{ где } v_3 \text{ — третья космическая скорость, } v \text{ — скорость Земли}$$

относительно Солнца.

$$v_3 = \sqrt{(\sqrt{2} - 1) \cdot 29780^2 + 11186.16519734622^2} \approx 16652,01 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Подберем такие начальные условия средних долгот Земли, Луны, Марса и Юпитера, при которых космический аппарат, стартующий с Земли, долетит до Юпитера, последовательно сближаясь с поверхностями Луны и Марса. Тогда для начальных условий, равных: $v_{E0} = 0$ рад., $v_{M0} = 1.758763$ рад., $v_{A0} = 0.7167025$ рад., $v_{Y0} = 1.80385$ рад., $x_0 = 1 + R_E$ а.е., $y_0 = 0$ а.е., $dV_{ES} = 29780$ м/с, $dV_3 = 16652,01$ м/с, траектория космического аппарата представлена на рисунке 1 (<https://clck.ru/aeUNL>).

Изменение расстояния между Солнцем и космическим аппаратом (в зависимости от v_E) показано на рисунке 2.

Минимальное расстояние между Луной и космическим аппаратом (в зависимости от v_E) показано на рисунке 3. Минимальное расстояние между Марсом и космическим аппаратом (в зависимости от v_E) показано на рисунке 4.

Минимальное расстояние между Юпитером и космическим аппаратом (в зависимости от v_E) показано на рисунке 5.

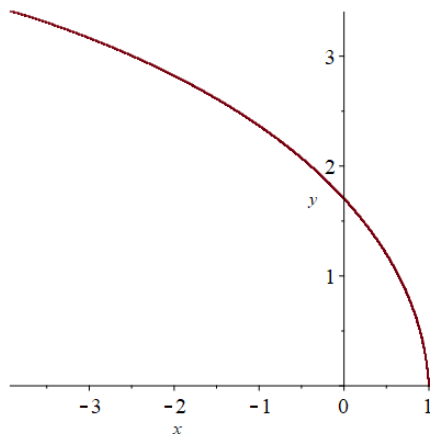


Рис. 1. Траектория движения космического аппарата относительно Солнца. $v_{E3} = 7.413204$ рад. – максимальное значение средней долготы Земли

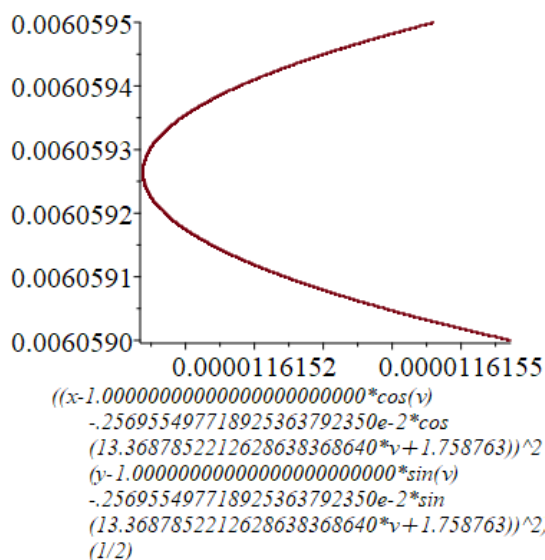


Рис. 3. Расстояние между Луной и космическим аппаратом. Минимальное расстояние приблизительно равно 0.00001161503 а.е. ($\gg R_M$) при $v_{EI} \approx 0.00605925$ рад

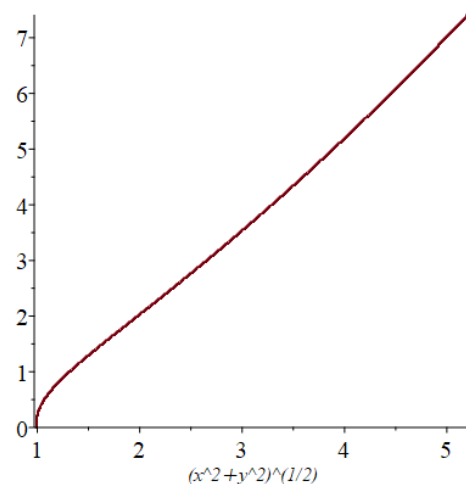


Рис. 2. Расстояние между Солнцем и космическим аппаратом в астрономических единицах. $\nu_{EZ} = 7.413204$ рад. – максимальное значение средней долготы Земли

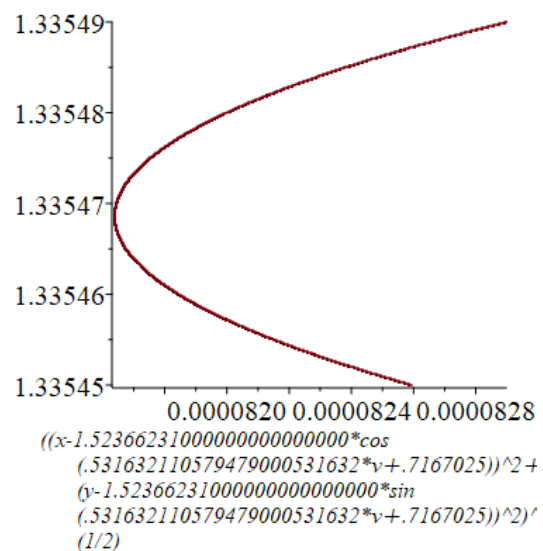


Рис. 4. Расстояние между Марсом и космическим аппаратом. Минимальное расстояние приблизительно равно 0.0000816 а.е. ($\gg R_A$) при $v_{E2} \approx 1.33547$ рад

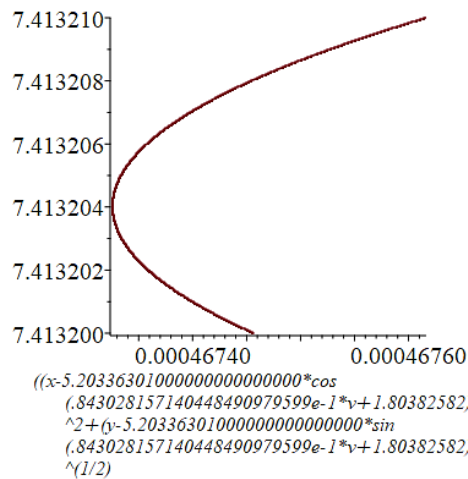


Рис. 5. Расстояние между Юпитером и космическим аппаратом.
Космический аппарат долетит до Юпитера через $v_{E3} \approx 7.413204$ рад.

Зная угол, на который повернулась Земля относительно старта космического аппарата с поверхности Земли, можно посчитать: время, за которое космический аппарат, стартующий с третьей космической скоростью, приблизится к поверхности Луны ($v_{E1} = 0.00605925$ рад. = $\frac{0.00605925 \text{ рад} \cdot 365,2564 \text{ суток}}{2\pi} = 0,352238512$ суток ≈ 8 часов 27 минут 13 секунд); время, за которое космический аппарат, стартующий с третьей космической скоростью, приблизится к поверхности Марса после сближения с поверхностью Луны ($v_{E2} - v_{E1} = 1.33547$ рад. - 0.00605925 рад. = 1.32941075 рад. = $\frac{1.32941075 \text{ рад} \cdot 365,2564 \text{ суток}}{2\pi} = 77,2817864$ суток ≈ 2 месяца 16 дней 9 часов 44 минуты 14 секунд); время, за которое космический аппарат, стартующий с третьей космической скоростью, долетит до Юпитера после сближения с поверхностью Марса ($v_{E3} - v_{E2} = 7.413204$ рад. - 1.33547 рад. = 6.077734 рад. = $\frac{6.077734 \text{ рад} \cdot 365,2564 \text{ суток}}{2\pi} = 353,31303$ суток ≈ 11 месяцев 18 дней 11 часов 52 минуты 19 секунд); общее время полета космического аппарата, стартующего с третьей космической скоростью, от Земли до Юпитера составит $v_{E3} = 7.413204$ рад. = $\frac{7.413204 \text{ рад} \cdot 365,2564 \text{ суток}}{2\pi} = 430,947055$ суток ≈ 1 год 2 месяца 4 дня 19 часов 33 минуты (<https://clck.ru/aeayV>).

1. Уравнение (1) представляет собой векторное нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка, но с одной неизвестной функцией r , зависящей от одной независимой переменной v_E .

2. При последовательных тесных сближениях космического аппарата с поверхностями Луны и Марса (гравитационный маневр) происходит увеличение скорости космического аппарата относительно Солнца, которое позволяет долететь до Юпитера быстрее.

3. Время одноимпульсного полета космического аппарата с третьей космической скоростью при старте (16652.01 м/с) от Земли до Юпитера составляет $v_{E3} = 430,947055$ суток ≈ 1 год 2 месяца 4 дня 19 часов 33 минуты.

Литература

1. Перов Н.И. О небесных телах, пересекающих орбиты Марса, Земли и Луны // Математика и информатика, астрономия и физика, экономика и совершенствование их преподавания: Материалы Международной конференции. Ярославль: РИО ЯГПУ, 2017. 280 с.
2. Рой А. Движение по орбитам. М.: Мир, 1981. 544 с.

© Исаченков Н.Ю., 2022

ИССЛЕДОВАНИЕ СОСТОЯНИЙ РАВНОВЕСИЯ В ОДНОЙ СИСТЕМЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ПАРАМЕТРОМ В КРИТИЧЕСКОМ СЛУЧАЕ

Исследуется система дифференциальных уравнений с параметром

$$\begin{cases} \dot{x} = ax \left(1 - \frac{x}{b}\right) - dxy, \\ \dot{y} = (a - \alpha)y \cdot \left(1 - \frac{y}{c}\right) + fxy, \end{cases} \quad (1)$$

где a, b, c, d, f — положительные коэффициенты, $\alpha \geq 0$ — параметр.

При $bf - cd \neq 0, \alpha \neq 0$ в работе [1] установлено, что система (1) имеет четыре состояния равновесия

$$O(0; 0), B(b; 0), C(0; c), D\left(-\frac{b(-a^2 - \alpha a + dca + dca)}{a^2 + \alpha a + fbcd}, \frac{ac(a + \alpha + fb)}{a^2 + \alpha a + fbcd}\right). \quad (2)$$

Матрица системы линейного приближения системы (1) в окрестности точки $O(0; 0)$ имеет вид $L_O = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a + \alpha \end{pmatrix}$, состояние равновесия $O(0; 0)$ является неустойчивым узлом при любом значении параметра $\alpha \geq 0$. Матрицы систем линейного приближения, соответствующих системе (1) в окрестностях точек $B(b; 0)$ и $C(0; c)$ имеют вид $L_B = \begin{pmatrix} a - dc & 0 \\ 0 & a + \alpha + fb \end{pmatrix}$ и $L_C = \begin{pmatrix} a - dc & 0 \\ fc & -a - \alpha \end{pmatrix}$ соответственно, следовательно, состояния равновесия $B(b; 0)$ и $C(0; c)$ могут быть как неустойчивым узлом, так и седлом в зависимости от знака выражения $(a - dc)$ и значения параметра $\alpha \geq 0$. Матрица системы линейного приближения системы (1) в окрестности точки D имеет вид $L_D = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{pmatrix}$, где

$$p_{11} = \frac{a(-a^2 - \alpha a + dca + dca)}{a^2 + \alpha a + fbcd}, \quad p_{12} = \frac{bd(-a^2 - \alpha a + dca + dca)}{a^2 + \alpha a + fbcd},$$
$$p_{21} = \frac{fac(a + \alpha + fb)}{a^2 + \alpha a + fbcd}, \quad p_{22} = -\frac{a(\alpha fb + 2\alpha a + a^2 + a^2 + afb)}{a^2 + \alpha a + fbcd}.$$

Тип состояния равновесия D зависит от значения параметра $\alpha \geq 0$, может являться седлом, узлом, фокусом или сложным состоянием равновесия.

Пусть $bf - cd = 0, \alpha = 0$. Данное соотношение определяет критический случай [1] для точек B, D . При этом условии система (1) примет вид

$$\begin{cases} \dot{x} = ax \left(1 - \frac{x}{b}\right) - dxy, \\ \dot{y} = -ay \left(1 - \frac{y}{c}\right) + fxy. \end{cases} \quad (3)$$

Ставится задача выяснить в каких точках, состояние равновесия принимает устойчивое значение в критическом случае.

Для системы (3) состояния равновесия (2) принимают вид $O(0; 0)$, $B(b; 0)$, $C(0; c)$, $D\left(\frac{ba}{a+cd}; \frac{ac}{a+cd}\right)$. Установлено, что матрица системы линейного приближения системы (3) в окрестности точки O имеет вид $L_O = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & -a \end{pmatrix}$, следовательно, получаем собственные значения матрицы L_O имеют вид $\lambda_1 = a$, $\lambda_2 = -a$. Так как собственные значения действительные и разных знаков, делаем вывод, что состояние равновесия в точке O является седлом. Матрица системы линейного приближения системы (3) в окрестности точки B имеет вид $L_B = \begin{pmatrix} -a & -db \\ 0 & cd - a \end{pmatrix}$, следовательно, собственные значения матрицы L_B имеют вид $\lambda_1 = -a$, $\lambda_2 = cd - a$, можем сделать вывод о том, что состояние равновесия B может быть как седлом, так и устойчивым узлом в зависимости от знака выражения $cd - a$. Аналогично в окрестности точки C матрица соответствующей системы линейного приближения имеет вид $L_C = \begin{pmatrix} a - cd & 0 \\ \frac{c^2d}{b} & a \end{pmatrix}$, собственные значения у матрицы L_C выглядят следующим образом $\lambda_1 = a$, $\lambda_2 = a - cd$, отсюда делаем вывод о том, что состояние равновесия C является неустойчивым узлом либо седлом.

Матрица системы линейного приближения в окрестности точки D имеет такой вид $L_D = \begin{pmatrix} p'_{11} & p'_{12} \\ p'_{21} & p'_{22} \end{pmatrix}$, где $p'_{11} = a - \frac{2a^2}{a+cd} - \frac{dac}{a+cd}$, $p'_{12} = -\frac{dba}{a+cd}$, $p'_{21} = \frac{c^2da}{d(a+cd)}$, $p'_{22} = -a + \frac{2a^2}{a+cd} + \frac{dac}{a+cd}$. Собственные значения матрицы L_D выглядят так $\lambda_1 = \frac{\sqrt{(a+cd)(a-cd)}a}{a+cd}$, $\lambda_2 = -\frac{\sqrt{(a+cd)(a-cd)}a}{a+cd}$. Эти собственные действительны (разных знаков) при $cd - a < 0$ (в этом случае D – седло), и являются чисто мнимыми при $cd - a > 0$. Следовательно, в последнем случае состояние равновесия D является сложным. Определение его типа требует дополнительного исследования [2]. Классификация состояний равновесия системы (3) представлена в таблице.

Таблица

Классификация состояний равновесия системы (3)

	Случай 1: $cd - a > 0$	Случай 2: $cd - a < 0$	Случай 3: $cd - a = 0$, $a \neq 0$
$a > 0$	$O(0; 0)$ – седло $B(b; 0)$ – седло $C(0; c)$ – седло $D\left(\frac{ba}{a+cd}; \frac{ac}{a+cd}\right)$ – сложное состояние равновесия	$O(0; 0)$ – седло $B(b; 0)$ – устойчивый узел $C(0; c)$ – неустойчивый узел $D\left(\frac{ba}{a+cd}; \frac{ac}{a+cd}\right)$ – седло	$O(0; 0)$ – седло $B(b; 0)$ – сложное с одним нулевым собственным значением $C(0; c)$ – сложное с одним нулевым собственным значением $D\left(\frac{ba}{a+cd}; \frac{ac}{a+cd}\right)$ – сложное с двумя нулевыми собственными значениями

Пример 1. Пусть в системе (3) $a = 10, b = 7, c = 5, d = 6, f = 10$. Тогда $cd - a = 20 > 0$, следовательно, имеет место случай 1. Координаты состояний равновесия: $O(0; 0)$, $B(7; 0)$,

$C(0; 5)$, $D\left(\frac{7}{4}; \frac{5}{4}\right)$. Матрица системы линейного приближения в точке O принимает вид $L_O = \begin{pmatrix} 10 & 0 \\ 0 & -10 \end{pmatrix}$, отсюда собственные значения имеют вид $\lambda_1 = 10$, $\lambda_2 = -10$; точка O является седлом. Матрица системы линейного приближения системы (3) в точке B имеет вид $L_B = \begin{pmatrix} -10 & -42 \\ 0 & 20 \end{pmatrix}$, собственные значения матрицы L_B имеют вид $\lambda_1 = -10$, $\lambda_2 = 20$; точка B является седлом. Матрица системы линейного приближения в точке C имеет вид $L_C = \begin{pmatrix} -20 & 0 \\ \frac{150}{7} & 10 \end{pmatrix}$, собственные значения у матрицы L_C выглядят следующим образом $\lambda_1 = 10$, $\lambda_2 = -20$; точка C является седлом. Матрица системы линейного приближения в точке D имеет такой вид $L_D = \begin{pmatrix} p'_{11} & p'_{12} \\ p'_{21} & p'_{22} \end{pmatrix}$, собственные значения матрицы L_D выглядят так $\lambda_1 = -5\sqrt{2}i$, $\lambda_2 = 5\sqrt{2}i$; точка D – сложное состояние равновесия.

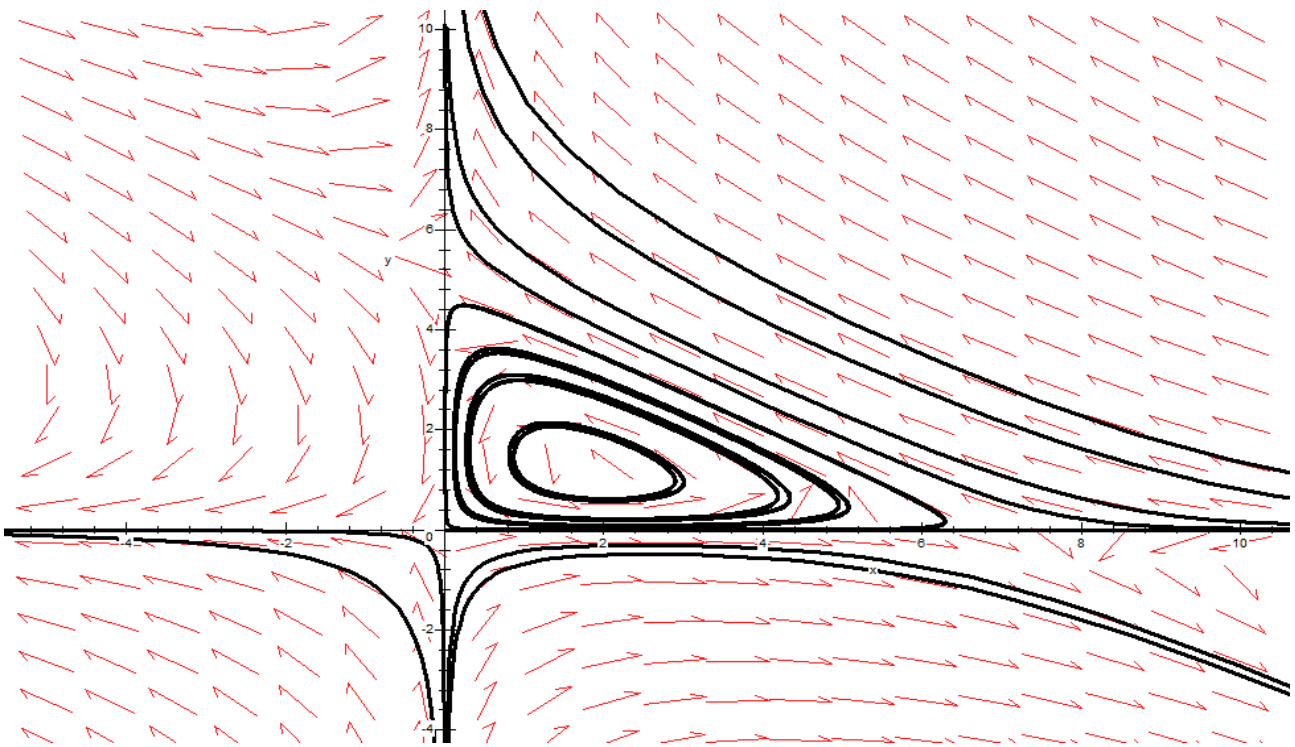


Рис. 1. Фазовые траектории системы (3)

Пример 2. Пусть в системе (3) $a = 10, b = 7, c = 2, d = 3, f = 10$.

Тогда $cd - a = -4 < 0$, имеет место случай 2. $O(0; 0)$, $B(7; 0)$, $C(0; 2)$, $D\left(\frac{70}{16}; \frac{20}{16}\right)$.

Собственные значения матрицы L_B имеют вид $\lambda_1 = -10$, $\lambda_2 = -4$; точка B сложное с одним нулевым собственным значением. Собственные значения матрицы L_C имеют вид $\lambda_1 = 10$, $\lambda_2 = 4$; точка C – сложное с одним нулевым собственным значением. Собственные значения матрицы L_D имеют вид $\lambda_1 = 5$, $\lambda_2 = -5$; точка D седло.

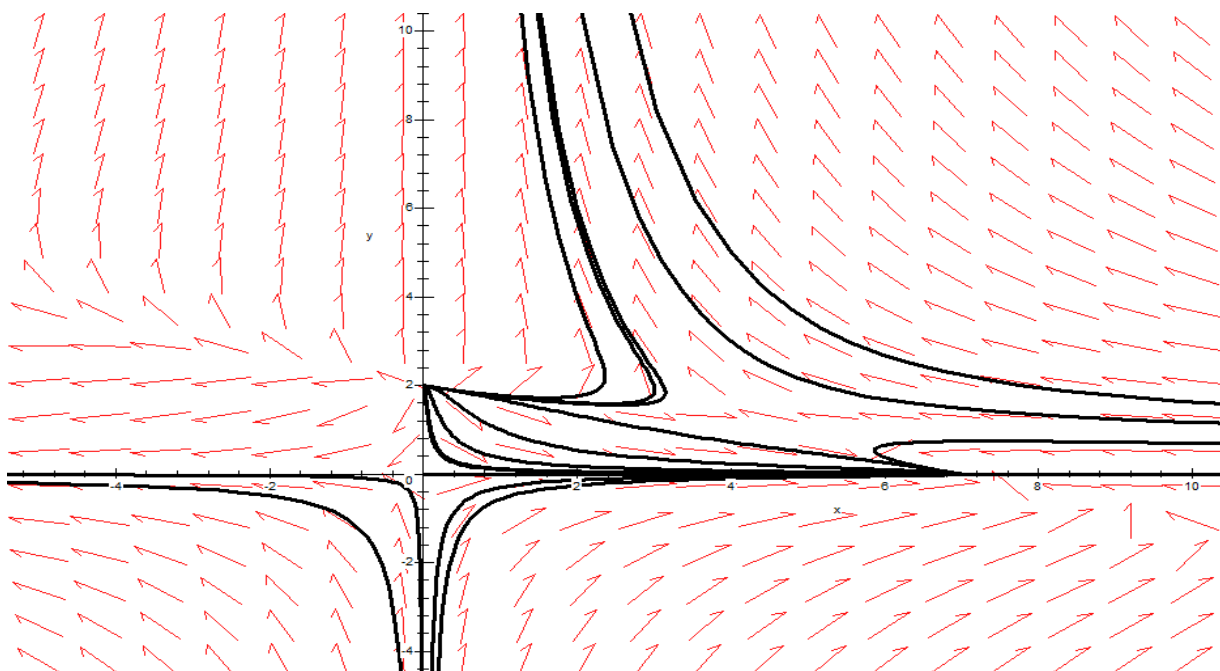


Рис. 2. Фазовые траектории системы (3)

Пример 3. Пусть в системе (3) $a = 4, b = 10, c = 2, d = 2, f = 10$.

Тогда $cd - a = 0$, имеет место случай 2. $O(0; 0)$, $B(10; 0)$, $C(0; 2)$, $D(5; 1)$. Собственные значения матрицы L_B имеют вид $\lambda_1 = -4$, $\lambda_2 = 0$; точка B устойчивый узел. Собственные значения матрицы L_C имеют вид $\lambda_1 = 4$, $\lambda_2 = 0$; точка C неустойчивый узел. Собственные значения матрицы L_D имеют вид $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = 0$; точка D седло.

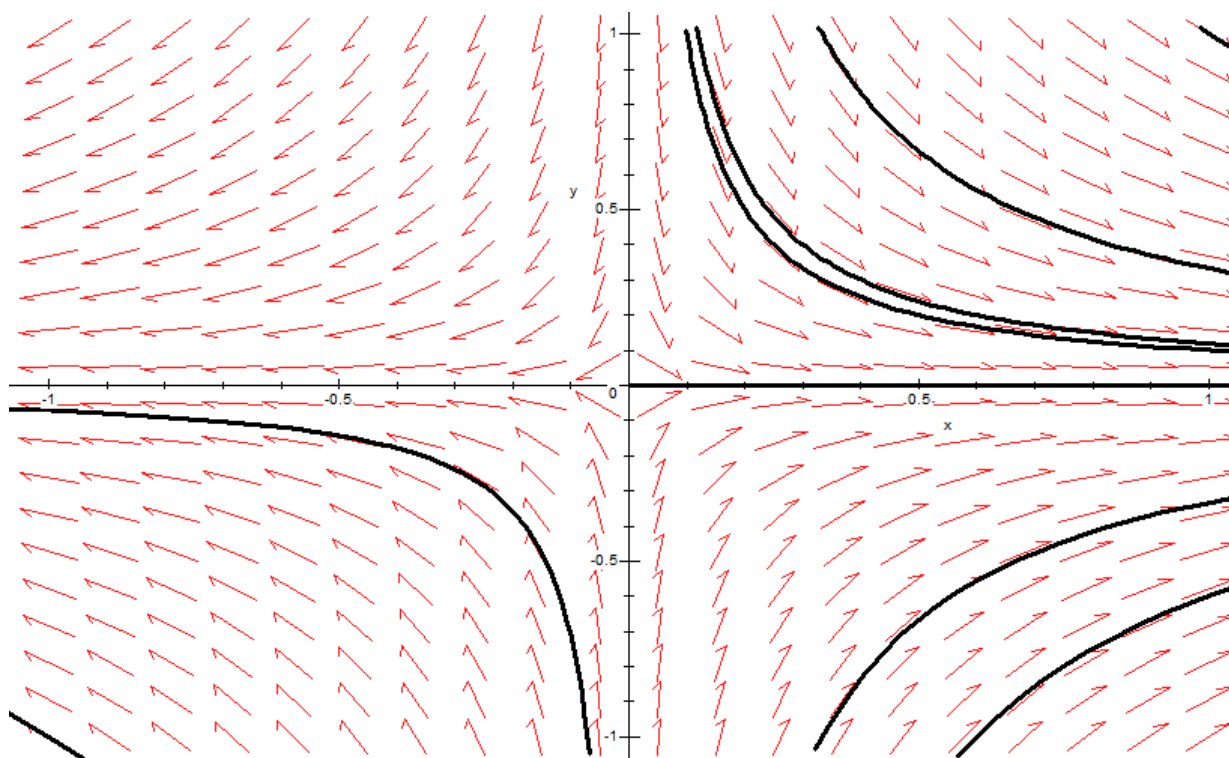


Рис. 3. Фазовые траектории системы (3)

Литература

1. Бельман С.А., Лискина Е.Ю. Динамическая модель социально-педагогического взаимодействия в студенческой группе с отрицательным неформальным лидером // Геометрические методы в теории управления и математической физике: Материалы III Международной научной конференции. Рязань, 2021. С. 57.
2. Баутин Н.Н., Леонтович Е.А. Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости. М.: Наука, 1991. 486 с.

© Карпеев Н.С., 2022

УДК 517.9

Корнева П.С., Михайлова Т.С., Покорная И.Ю.
Воронежский государственный педагогический университет
г. Воронеж, Россия

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ НЕСТАНДАРТНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА С РАЗРЫВНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Дифференциальные уравнения с разрывными коэффициентами находят свое применение в различных областях математики и отображают множество процессов в таких науках как физика, химия, биология. В этой работе рассматриваются примеры решений дифференциальных уравнений с разрывными коэффициентами и с разрывной правой частью. Что особенно важно в данных примерах, получаем в качестве решений параболические сплайны дефекта 1. То есть, несмотря на разрывные коэффициенты исходных дифференциальных уравнений, решениями являются непрерывные и гладкие функции на всем отрезке, включая и точку разрыва.

Пример 1. Найти линейно независимые решения данного дифференциального уравнения с разрывными коэффициентами

$$y'' - \frac{2}{(x-7)^2} y = 0 \quad (1)$$

Решение. Под решением уравнения (1) в целом на отрезке $[0, 14]$ будем понимать функцию

$y = y(x)$, определенную на всем отрезке $[0, 14]$, которая удовлетворяет уравнению (1) как слева от точки разрыва $\xi = 7$, так и справа от точки ξ и является непрерывной в данной точке, т.е. $y(\xi - 0) = y(\xi + 0)$ и имеет непрерывные односторонние производные в точке ξ . При такой постановке, вопрос о существовании производной в точке $x = \xi$ снимается [3].

Пусть даны две функции, которые заданы следующим образом:

$$y_1(x) = \begin{cases} -(x-7)^2, & 0 \leq x \leq 7 \\ 0, & 7 < x \leq 14 \end{cases} \quad (2)$$

$$y_2(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq 7 \\ -(x-7)^2, & 7 < x \leq 14 \end{cases} \quad (3)$$

Графики данных функций имеют вид, представленный далее (рис. 1, 2).

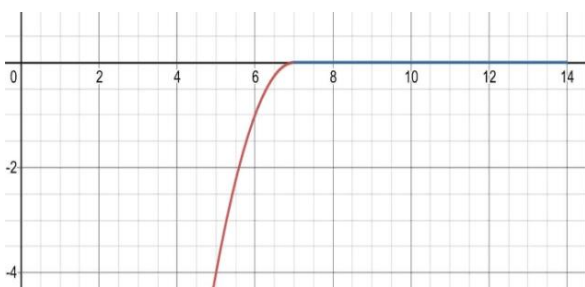


Рис. 1.

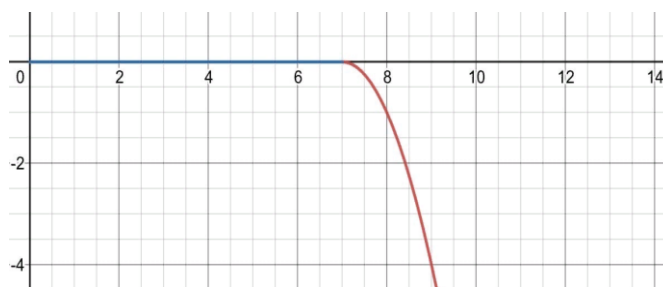


Рис. 2.

Очевидно, что данные функции являются решениями исходного дифференциального уравнения (1). Для проверки достаточно сделать подстановку. А так же являются непрерывными и гладкими функциями на всем отрезке, включая и точку разрыва.

Докажем, что данные функции являются линейно независимыми. Одним из средств изучения линейной независимости функций обычно является определитель Вронского. При решении практических задач, направленных на определение линейной независимости, будет достаточно, чтобы определитель Вронского был не равен нулю, а его равенство нулю не означает линейной независимости исследуемых функций. Рассмотрим это более подробно на конкретных примерах.

Посчитаем определитель Вронского для систем функций (2), (3) на отрезках $[0, 7]$ и $[7, 14]$:

$$w(x)|_{[0,7]} = \begin{vmatrix} -(x-7)^2 & 0 \\ -2(x-7) & 0 \end{vmatrix} = 0, \quad w(x)|_{[7,14]} = \begin{vmatrix} 0 & -(x-7)^2 \\ 0 & -2(x-7) \end{vmatrix} = 0$$

Заметим, что это не дает возможности доказать линейную независимость данных функций. Рассмотрим тогда доказательство по определению. Согласно определению линейной независимости функций, тождество $c_1 y_1(x) + c_2 y_2(x) \equiv 0$ при любых x возможно тогда и только тогда, когда $c_1 = c_2 = 0$.

Действительно, имеем:

$$c_1 y_1(x) + c_2 y_2(x) = \begin{cases} -c_1(x-7)^2 + c_2 \cdot 0, & 0 \leq x \leq 7 \\ c_1 \cdot 0 - c_2(x-7)^2, & 7 < x \leq 14. \end{cases}$$

Приравняв линейную комбинацию функций к нулю и произвольно выбрав, например, $x = 0$ для первого отрезка и $x = 14$ для второго, получим, что $c_1 = 0$ и $c_2 = 0$.

Таким образом, искомые функции задают линейно независимые решения дифференциального уравнения (1).

Пример 2. Найти линейно независимые решения данного дифференциального уравнения с разрывными коэффициентами

$$y''x - 4y' + \frac{6y}{x} = 0 \quad (4)$$

Решение.

Аналогично примеру 1, рассмотрим две функции:

$$y_1(x) = \begin{cases} x^2, & -4 \leq x \leq 0 \\ 0, & 0 < x \leq 4 \end{cases}$$
$$y_2(x) = \begin{cases} 0, & -4 \leq x \leq 0 \\ x^3, & 0 < x \leq 4 \end{cases}$$

Очевидно, что данные функции являются решениями исходного дифференциального уравнения (4). Для проверки достаточно сделать подстановку их в (4). А так же являются непрерывными и гладкими функциями на всем отрезке, включая и точку разрыва.

Эти функции также являются линейно независимыми, так как:

$$c_1 y_1(x) + c_2 y_2(x) = \begin{cases} c_1 x^2 + c_2 \cdot 0, & -4 \leq x \leq 0 \\ c_1 \cdot 0 + c_2 x^3, & 0 < x \leq 4. \end{cases}$$

Далее линейную комбинацию функций приравняем к нулю и на данных отрезках выбираем, например, $x = -4$ для первого промежутка и $x = 4$ для второго, откуда получаем, что $c_1 = 0$ и $c_2 = 0$.

В результате, мы пришли к выводу, что искомые функции задают решение дифференциального уравнения (4), являются непрерывными и гладкими функциями на всем отрезке, включая и точку разрыва. Каждая из функций является не только решением, но и параболическим сплайном дефекта 1.

Оказывается, можно так же рассмотреть дифференциальные уравнения с разрывной правой частью, для которых решением будет являться параболический сплайн.

Пример 3. Решить дифференциальное уравнение с разрывной правой частью, если

$$y'' + \frac{3}{2} = f(x),$$

$$\text{где } f(x) = \begin{cases} f_1(x) = 2, & x \leq 0, \\ f_2(x) = \frac{7}{4}, & x > 0, \end{cases} \text{ на отрезке } [-4; 6].$$

Начальные условия: $y_1(-4) = 1$ и $y_1'(-3) = -1$.

Решение.

Сначала найдем общее решение для $y_1''(x) = \frac{1}{2}$ на отрезке $[-4; 0]$. Для этого два раза проинтегрируем обе части уравнения:

$$\int y_1''(x) dx = \int \frac{1}{2} dx;$$

$$\int y_1'(x) dx = \int \left(\frac{1}{2}x + C_1\right) dx; \quad y_1(x) = \frac{1}{4}x^2 + C_1x + C_2.$$

Рассмотрим начальные условия $y_1(-4) = 4 - 4C_1 + C_2 = -1$ и $y_1'(-4) = -2 + C_1 = -1$. Тогда функция y_1 принимает вид: $y_1(x) = \frac{1}{4}x^2 + x - 1$.

Определим значения этой функции и ее производной при $x = 0$: $\begin{cases} y_1(0) = -1, \\ y_1'(0) = 1. \end{cases}$

Условия непрерывности функции и ее производной в точке $x = 0$ имеют вид:

$$\begin{aligned} y_1(x - 0) &= y_2(x + 0) \\ y_1'(x - 0) &= y_2'(x + 0). \end{aligned}$$

Тогда $\begin{cases} y_2(0) = -1, \\ y_2'(0) = 1 \end{cases}$ — начальные условия для нашей задачи на отрезке $[0; 6]$.

Аналогично решаем $y_2''(x) = \frac{1}{4}$ на отрезке $[0; 6]$. Находим общее решение

$$\int y_2''(x) dx = \int \frac{1}{4} dx;$$

$$\int y_2'(x) dx = \int \left(\frac{1}{4}x + C_3\right) dx; \quad y_2(x) = \frac{1}{8}x^2 + C_3x + C_4.$$

Рассматривая начальные условия, получаем конечный вид функции y_2 :

$$y_2(x) = -\frac{1}{8}x^2 + x - 1.$$

Построение этих двух функций (Рис. 3) на соответствующих им отрезках демонстрирует нам, что мы получили гладкую функцию, что было достигнуто путем применения условий непрерывности, как самих функций, так и их производных.

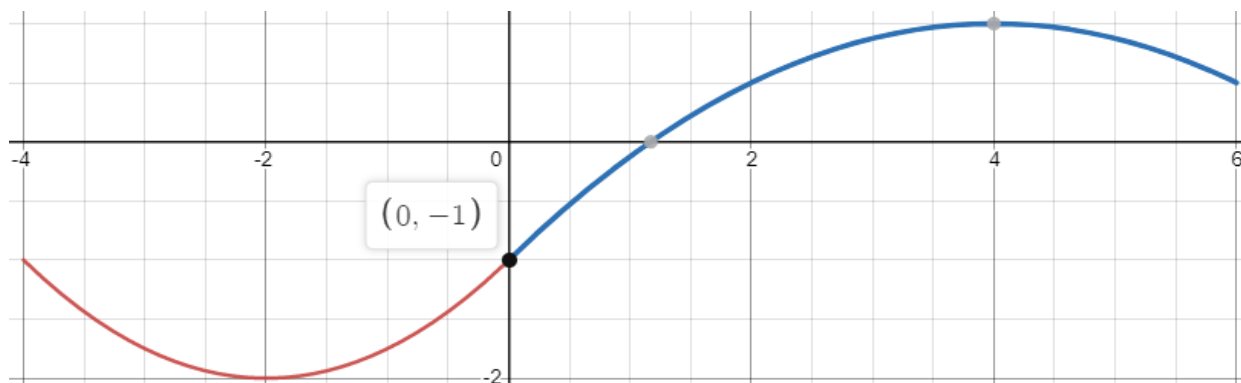


Рис. 3.

Таким образом, можно утверждать, что решением заданного дифференциального уравнения является параболический сплайн дефекта 1, где дефект сплайна понимается как разность между степенью сплайна и порядком наивысшей непрерывной на отрезке производной. Примеры решений аналогичных задач рассмотрены в [1-3].

Мы выяснили, что многие задачи в современной науке так или иначе сводятся к решению дифференциальных уравнений, которые находят свое применение во многих областях науки, а, в свою очередь, решения некоторых дифференциальных уравнений приводят нас к сплайнам. Оказывается, многие физические процессы по своей природе являются сплайнами. Например, в механике это деформация стержня или гибкой пластины, которые закреплены в отдельных точках; траектория перемещения тела, если действующая на него сила изменяется ступенчато, и т.д. В термодинамике график теплопередачи в стержне, состоящем из фрагментов с различной теплопередачей, является сплайном; в химии — диффузия через слои различных веществ; в электричестве — распространение электромагнитных полей через гетерогенные среды. В частности, сплайны двух переменных интенсивно используются для определения поверхностей в различных системах компьютерного моделирования, которое наиболее востребовано на машиностроительных, авиационных заводах, в космической и ракетной промышленности. Также сплайновое моделирование используют в архитектуре и при проектировании новых биологических объектов. Необходимо отметить главный плюс сплайнового моделирования — высокая точность. Таким образом, можно сделать вывод, что сплайн — это не выдуманная математическая абстракция, а в некоторых случаях он является решением дифференциальных уравнений, описывающих вполне реальные физические процессы.

Литература

1. Корнева П.С., Покорная И.Ю. Сплайны как решения дифференциальных уравнений с разрывными коэффициентами // Некоторые вопросы анализа, алгебры, геометрии и математического образования. 2021. С. 114-115.

2. Покорная И.Ю., Плоткина И.В. Сплайны как основа моделирования // Некоторые вопросы анализа, алгебры, геометрии и математического образования. 2016. №4. С. 158-160.

3. Покорная И.Ю., Самофалова, А.Ю. Пример построения непрерывного решения дифференциального уравнения с разрывными коэффициентами // Некоторые вопросы анализа, алгебры, геометрии и математического образования. 2017. №6. С. 143-145.

© Корнева П.С., Михайлова Т.С., Покорная И.Ю., 2022

ПРОБЛЕМА РОСТА НОМЕНКЛАТУРЫ ДЕТАЛЕЙ И ПОВЫШЕНИЯ СТОИМОСТИ ПРОИЗВОДСТВА

В настоящее время промышленное производство непрерывно развивается. Сегодня основной его целью является совершенствование технологического оборудования, а также увеличение мощностных характеристик. На основе этого, ужесточаются требования к надёжности, долговечности, и производительности, а также уделяется большая роль ключевым показателям.

Под ключевыми показателями понимают степень эффективности работы всего предприятия, оценить которую можно при помощи вычисляемых коэффициентов. Одновременно с этим, промышленная тенденция направлена на массовость и крупносерийность производства. Следовательно, при производстве какого-либо продукта, роль автоматизации в работе оборудования и в выполнении операций на нем, возрастает.

Сама по себе автоматизация производства в большей степени ориентирована на ускорение технического прогресса, в частности: на увеличение производительности труда, экономию материальных и человеческих ресурсов, повышение качества продукции, а при крупнейшем производстве дает большой технико-экономический эффект.

Внедрение автоматизации в производство опирается на концепции таких методов стандартизации, как упорядочение и унификация, что и обуславливает актуальность выбранной темы. Поэтому главной задачей является разработка рекомендаций по унификации и упорядочению изделий производства для дальнейшего сокращения номенклатуры деталей и снижения стоимости производства выпускаемых продуктов.

Поэтому целесообразно выделить следующие наиболее важные задачи:

1. Выполнить детальный анализ литературных источников, изучить существующие методы стандартизации;
2. Проанализировать работу системы изготовления деталей на производстве и выявить наиболее уязвимые места;
3. Опираясь на положения по оптимизации показателей унификации и упорядочения, произвести расчеты;
4. Разработать рекомендации для улучшения работы системы изготовления деталей на производстве.

Наука и техника развиваются высокими темпами и одним из главных факторов, стимулирующих этот рост, является своевременное внедрение в производство изделий, обладающих более технологичными характеристиками. Для поддержания эффективности производства рекомендуется следить за научно-техническими открытиями, гибко реагировать на них и применять их в своей практике. Предприятия, занимающиеся этими вопросами на постоянной основе, достигают положительных результатов в своей деятельности, а также в

разы сокращают временной интервал между научным открытием и его применением в производстве.

В связи с появлением новых изделий и технологий, встает вопрос о создании для них актуальных требований, которые в дальнейшем будут задокументированы. Следовательно, необходимо систематически осуществлять анализ нормативных документов, на предмет того, остается ли актуальным для применения конкретный нормативный документ или уже устарел. Деятельность, в задачи которой, помимо прочих, входит также разработка и установка норм в документации, называется стандартизация [1, с. 146].

Сегодня стандартизация охватывает многие жизненные аспекты как на производстве, так и в быту. Она определена как деятельность, которая позволяет систематизировать повторяющиеся процессы в сферах народного хозяйства. Ее основное направление сфокусировано на достижении высокой степени регулирования в каких-либо сферах. Стандартизация устанавливает правила и требования для повторяющейся деятельности. Это является необходимым для производства потому, как помогает в росте его эффективности и, следовательно, в увеличении конкурентоспособности. Также стоит выделить такой важный аспект, как методы стандартизации. Они дают возможность найти наиболее оптимизированные решения для многократно повторяющихся задач и узаконить их в качестве норм и правил [2, с. 7].

Под методами стандартизации, представленными на рисунке, подразумевают прием или комплекс приемов, которые обеспечивают достижение поставленных целей стандартизации. Данные методы можно разделить на: философские, общенаучные и специфические. И стоит заметить, что именно на них базируется стандартизация.



Рис. Методы стандартизации

Теперь рассмотрим алгоритмы методов упорядочения и унификации. Их основные преимущества заключаются в высокой степени точности формулировок, их лаконичности, а также в большом количестве шагов, которые уже успешно применяются в других алгоритмах и на практике показали свою эффективность.

Данный алгоритм состоит из следующих этапов:

1. Классификация изделия. Определяются группы деталей, которые обладают общими конструкторско-технологическими свойствами;

2. Реализация количественной оценки групп деталей. Для каждого типового представителя групп деталей определяется его тип производства. Так, например, это может быть единичное, серийное или массовое производство. При этом учитывается частота появления дефектов и их сочетаний;

3. Опираясь на технические условия и чертежи, производится анализ типовых представителей групп, исследуются и создаются различные варианты схем технологических маршрутов для восстановления деталей;

4. Осуществляется отбор технологических баз. На данном этапе оценивается также надежность и точность их базирования;

5. Для устранения дефектов проводится отбор методов и определяются их технико-экономические показатели;

6. Данный этап характеризуется формированием вариантов для технологических маршрутов обработки и составляется определенная последовательность операций и групп оборудования по операциям;

7. Разрабатываются технологические операции. Этап решает такие задачи, как выбор вида обработки, оборудования, средств механизации и автоматизации обработки, определяет транспортные средства для перемещения заготовок от станка к станку, а также рассчитывает межоперационные размеры.

Основной целью работ по унификации является обеспечение высокого технического уровня и качества изделий при наименьших затратах на их проектирование, изготовление и эксплуатацию.

Выделим основные этапы проведения работ:

1. Подбор номенклатуры для изделий подлежащих унификации;
2. Сбор и анализ информации, касающийся применимости выбранных изделий;
3. Опираясь на основные цели, задачи и направления в производстве, создаются планы работ по унификации;
4. Осуществление оценки результатов работ по унификации;
5. Опираясь на результаты предыдущего этапа, проектируются необходимые мероприятия для их внедрения в работу предприятия [3, с. 51].

На основе детального анализа научных источников была сделана выборка из различных алгоритмов унификации. В результате выбран алгоритм, показавший следующие положительные критерии:

- четкая логика и объективность каждого шага процесса унификации;
- наличие ключевых шагов, применяемых во многих методиках.

Следующим важным критерием, который требует особого внимания является применение методов стандартизации изделий в машиностроительном производстве.

Машиностроение – это самая крупная отрасль промышленности, которая производит очень широкий спектр продукции. Главной характерной спецификой для данного вида

производственной деятельности является проектирование, создание, обслуживание и утилизация различных машин, технологического оборудования и их составных деталей.

Использование методов предполагается в наиболее уязвимых местах жизненного цикла изделия. Главная цель заключается в сокращении номенклатуры деталей и снижении стоимости производства выпускаемых продуктов [5, с. 45].

Изготовление изделий на предприятии осуществляется благодаря производственному процессу, который представляет из себя комплекс операций по превращению сырья в готовую продукцию. Важнейшим элементом производственного процесса является технологический процесс, состоящий из взаимосвязанных действий по изменению размеров, формы и свойств объекта производства [4, с. 362].

В качестве примера рассмотрим анализ системы изготовления деталей для автоматического пробоотборника зерна марки А1 БПА, где было выявлено большое количество номенклатуры деталей, а это, подразумевает высокую стоимость производства выпускаемых изделий. Решение данной проблемы предполагает внедрение на производство методов стандартизации, в частности, методы упорядочения и унификации.

Проведя анализ производства пробоотборников, было выявлено, что частота появления подшипников и сальников в изделии превышает допустимые нормы, что дает возможность применить к ним метод упорядочения.

Далее, для примера, определим общие группы для данных деталей. Подшипник и сальник относятся к учитываемым, стандартным отраслевым, покупным и массово производимым. После упорядочения данных деталей перейдем к унификации.

Главными показателями унификации являются коэффициенты применяемости $K_{пр}$ и повторяемости K_y .

Для пробоотборника основные показатели унификации рассчитывают по массе, количеству и стоимости деталей. Данные критерии выбраны из-за высокой насыщенности покупных изделий и повторяемости одноименных деталей.

Расчёт коэффициента унификации без учета стоимости деталей ($\square\square = 12$ деталей; $\square\square = 2$ число наименований):

$$K_y = \frac{12}{12 - 1} \cdot \left(1 - \frac{2}{10}\right) \cdot 100\% = 87,3\%$$

Стоимость подшипников составляет 7000 р и 10000 р, стоимость сальников 15000 р, и 18000 р. При полной стоимости изделия 100000р их доля составляет 0,07 (0,1) и 0,15 (0,18) соответственно.

Расчёт коэффициента унификации с учетом стоимости деталей при двух вариантах цен:

$$\sum_{i=1}^2 Q_i = 0,07 + 0,15 = 0,22$$

$$K_y = \frac{12}{12 - 1} \cdot (1 - 0,22) \cdot 100\% = 85,1\%$$

$$\sum_{i=1}^2 Q_i = 0,1 + 0,18 = 0,28$$

$$K_y = \frac{12}{12-1} \cdot (1 - 0,28) \cdot 100\% = 78,5\%$$

Увеличение уровня унификации до 100% зачастую малоцелесообразно. Это связано с тем, что достижение уровня выше оптимального, приведет к технико-экономическим потерям.

А при составлении карты унификации пробоотборников можно увидеть высокие показатели, что говорит о высокой степени унификации, которая способствует снижению затрат труда на проектирование. Также это ускоряет освоение серийного выпуска новых пробоотборников и существенно облегчает ремонт, обслуживание и техническое обучение кадров.

Для достижения поставленной цели были проанализированы литературные источники и изучены существующие методы стандартизации, в частности, методы упорядочения и унификации. Также было детально проведено исследование в работе системы изготовления деталей на машиностроительном производстве. Это, в свою очередь, помогло найти наиболее уязвимые места, применить к ним методы стандартизации и тем самым повысить эффективность как самого изделия, так и производства в целом.

Так же были разработаны рекомендации по улучшению работы системы изготовления деталей для машиностроительного производства, что позволит неоднократно применять их в будущем, тем самым повышая уровень экономической эффективности.

Обобщая все вышесказанное, можно сделать вывод о том, что в первую очередь, для улучшения производства и решения таких важных проблем, как рост номенклатуры деталей и увеличение стоимости производства выпускаемых продуктов, необходимо применять существующие методы стандартизации, в особенности методы упорядочения и унификации. Используя такой подход можно также значительно повысить качество и эффективность производства в целом.

Литература

1. Афанасьев А.А., Погонин А.А., Блинова Т.А. Обеспечение качества изделий. Старый Оскол: Тонкие наукоёмкие технологии, 2014. 472 с.
2. Герасимова Е.Б. Упорядочение теории и методологии экономического анализа в контексте заинтересованных сторон // Интеграция наук. 2017. №5. С. 1-15.
3. Репин Ф.Ф. Унификация и стандартизация – путь к повышению производительности труда и качества продукции // Труды Международного научно-промышленного форума «Материалы научнометодической конференции профессорско-преподавательского состава, аспирантов, специалистов и студентов». Нижний Новгород: Волжский государственный университет водного транспорта, 2017. С. 49-53.

4. Рот К. Конструирование с помощью каталогов. М.: Машиностроение, 1995. 420 с.

5. Схиртладзе А.Г., Скрябин В.А., Зотов Е.В. Унификация при проектировании и испытании изделий машиностроительного производства // Ремонт, восстановление, модернизация. 2015. №1. С. 44-46.

© Куделькин Д.В., 2022

UDC 510.8
MSC: 74H45, 74K05

Litvinov V.L., Litvinova K.V.
Moscow State University, Moscow;
Samara State Technical University, Samara, Russia

MATHEMATICAL MODELING OF NONLINEAR VIBRATIONS OF AN UNBOUNDED STRING WITH A MOVING BOUNDARY

One-dimensional systems, the boundaries of which move, are widely used in engineering: ropes of load-lifting installations [1; 6; 9], flexible gear links [1–3; 5], solid fuel rods [4; 7], drill strings [8; 10], etc. The presence of moving boundaries causes considerable difficulties in describing such systems.

Until now, the problems of longitudinal-transverse oscillations of objects with moving boundaries have been solved mainly in a linear formulation, the energy exchange through a moving boundary and the interaction between longitudinal and transverse oscillations have not been taken into account [1–5; 8]. In rare cases, the effect of environmental resistance forces was taken into account [7]. Real technical objects are much more complicated, for example, with an increase in the intensity of oscillations, the geometric nonlinearities of the object have a great influence on the oscillatory process.

In connection with the intensive development of numerical methods, it became possible to more accurately describe complex mathematical models of longitudinal-transverse oscillations of objects with moving boundaries, taking into account a large number of factors affecting the oscillatory process.

In this work, a new nonlinear mathematical model of transverse oscillations of an unbounded string with a moving boundary is formulated, in which the geometric nonlinearity is taken into account. Boundary conditions are obtained in the case of interaction between the parts of the object to the left and to the right of the boundary.

The following designations are introduced for the object: ρ – volumetric mass density; S – is the cross-sectional area; E – is the modulus of elasticity of the material of the object; ε_0 – is the initial longitudinal deformation of the object, which creates tension $T = E\varepsilon_0$; $L(t)$ – is the length of the object not deformed in the longitudinal direction to the left of the moving boundary; $t \in [0, t_1]$ – time.

The moving border consists of rigidly connected rollers and a frame and is equal to m . The stiffness spring k_2 reacts to the transverse displacement of the roller system. In the longitudinal direction, there is a rigid connection between the roller system and the frame. There is no slippage between the rollers and the object, therefore, under the assumption that the longitudinal deformations are small, the equality takes place $L'(t) = V(t)$.

To characterize the transverse vibrations of the object, we introduce a function $u_2(x, t)$ – the displacement of the points of the object with the coordinate x at the moment of time t .

In [7], a system of differential equations was obtained

$$\left\{ \begin{aligned} &\rho S u_{1,tt} - S \frac{\partial}{\partial x} \left(\left(E \left(\sqrt{u_{j,x} u_{j,x}} - 1 \right) + \mu \frac{u_{j,x} u_{j,xt}}{\sqrt{u_{j,x} u_{j,x}}} \right) \frac{u_{1,x}}{\sqrt{u_{j,x} u_{j,x}}} \right) = 0; \\ &\rho S u_{2,tt} - S \frac{\partial}{\partial x} \left(\left(E \left(\sqrt{u_{j,x} u_{j,x}} - 1 \right) + \mu \frac{u_{j,x} u_{j,xt}}{\sqrt{u_{j,x} u_{j,x}}} \right) \frac{u_{2,x}}{\sqrt{u_{j,x} u_{j,x}}} \right) + \\ &+ I \left(E u_{2,xxxx} + \mu u_{2,xxxxt} \right) + \lambda u_{2,t} + k_0 u_2 - f(x, t) = 0. \end{aligned} \right.$$

Border conditions

$$\begin{aligned} &u_2(0, t) = 0; \quad u_{2,xx}(0, t) = 0; \\ &u_2(L_0, t) = 0; \quad u_{2,x}(L_0, t) = 0; \\ &m_1 \frac{d^2}{dt^2} u_1(L(t), t) + \rho S (u_{1,t}(L(t) - 0, t) - u_{1,t}(L(t) + 0, t)) L'(t) + \\ &+ \left(ES \left(\sqrt{u_{j,x}(L(t) - 0, t) u_{j,x}(L(t) - 0, t)} - 1 \right) + \right. \\ &+ \mu S \frac{u_{j,x}(L(t) - 0, t) u_{j,xt}(L(t) - 0, t)}{\sqrt{u_{j,x}(L(t) - 0, t) u_{j,x}(L(t) - 0, t)}} \left. \right) \frac{u_{1,x}(L(t) - 0, t)}{\sqrt{u_{j,x}(L(t) - 0, t) u_{j,x}(L(t) - 0, t)}} - \\ &- \left(ES \left(\sqrt{u_{j,x}(L(t) + 0, t) u_{j,x}(L(t) + 0, t)} - 1 \right) + \right. \\ &+ \mu S \frac{u_{j,x}(L(t) + 0, t) u_{j,xt}(L(t) + 0, t)}{\sqrt{u_{j,x}(L(t) + 0, t) u_{j,x}(L(t) + 0, t)}} \left. \right) \frac{u_{1,x}(L(t) + 0, t)}{\sqrt{u_{j,x}(L(t) + 0, t) u_{j,x}(L(t) + 0, t)}} - F_1(t) = 0; \\ &m_2 \frac{d^2}{dt^2} u_2(L(t), t) + EI u_{2,xxx}(L(t) + 0, t) + \mu I u_{2,xxx}(L(t) + 0, t) - \\ &- EI u_{2,xxx}(L(t) - 0, t) - \mu I u_{2,xxx}(L(t) - 0, t) + k_2 u_2(L(t), t) - F_2(t) = 0; \\ &u_2(L(t) - 0, t) = u_2(L(t) + 0, t); \\ &u_{2,x}(L(t) - 0, t) = 0; \quad u_{2,x}(L(t) + 0, t) = 0. \end{aligned}$$

Initial conditions

$$u_2(x, 0) = \varphi_3(x); \quad u_{2,t}(x, 0) = \varphi_4(x).$$

Let us linearize the system of differential equations.

$$\rho S u_{2,tt} - ES \varepsilon_0 u_{2,xx} + EI u_{2,xxxx} + \mu I u_{2,xxxxt} + \lambda u_{2,t} + k_0 u_2 - f(x, t) = 0; \quad (1)$$

$$u_2(0, t) = 0; \quad u_{2,xx}(0, t) = 0; \quad u_2(L_0, t) = 0; \quad u_{2,x}(L_0, t) = 0; \quad (2)$$

$$\begin{aligned} &m_2 \frac{d^2}{dt^2} u_2(L(t), t) + EI (u_{2,xxx}(L(t) + 0, t) - u_{2,xxx}(L(t) - 0, t)) + \\ &+ \mu I (u_{2,xxx}(L(t) + 0, t) - u_{2,xxx}(L(t) - 0, t)) + k_2 u_2(L(t), t) - F_2(t) = 0; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} u_2(L(t)+0, t) &= u_2(L(t)-0, t); \\ u_{2,x}(L(t)+0, t) &= 0; \quad u_{2,x}(L(t)-0, t) = 0; \end{aligned} \quad (4)$$

$$u_2(x, 0) = \varphi_3(x); \quad u_{2,t}(x, 0) = \varphi_4(x). \quad (5)$$

In problem (1) - (5) we will accept:

$$I = 0, \quad \lambda = 0, \quad \mu = 0, \quad k_0 = 0, \quad f(x, t) = 0, \quad F_2(t) = 0.$$

In this case, the vibrations of the string will be described by the wave equation:

$$\rho u_{2,tt} - E\varepsilon_0 u_{2,xx} = 0; \quad x \in (-\infty; \infty). \quad (6)$$

The initial conditions have the form

$$u_2(x, 0) = \varphi_3(x); \quad u_{2,t}(x, 0) = \varphi_4(x). \quad (7)$$

From [7], taking into account the smallness u_2 , we obtain the boundary conditions:

$$\begin{aligned} m \frac{d^2}{dt^2} u_2(L(t), t) - \rho S (u_{2,t}(L(t)+0, t) - u_{2,t}(L(t)-0, t)) L'(t) - \\ - ES\varepsilon_0 (u_{2,x}(L(t)+0, t) - u_{2,x}(L(t)-0, t)) + k_2 u_2(L(t), t) = 0; \\ u_2(L(t)+0, t) = u_2(L(t)-0, t). \end{aligned} \quad (8)$$

Thus, a new nonlinear mathematical model of transverse oscillations of an unbounded string with a moving boundary has been posed, in which the geometric nonlinearity is taken into account. Boundary conditions are obtained in the case of interaction between the parts of the object to the left and to the right of the boundary. The resulting model was linearized, while the principle of homogeneity was observed: in the particular case of small fluctuations, the resulting linear model coincided with the classical one, which indicates the correctness of the results obtained. The obtained mathematical models make it possible to describe high-intensity oscillations of systems with moving boundaries.

References

1. Savin G.N., Goroshko O.A. Dynamics of a variable length thread // Nauk. Dumka. Kiev, 1962. 332 p.
2. Samarin Yu.P. On a nonlinear problem for the wave equation in one-dimensional space // Applied Mathematics and Mechanics. 1964. T. 26, V. 3. P. 77–80.
3. Vesnitsky A.I. Waves in systems with moving boundaries and loads // Fizmatlit. Moscow, 2001. 320 p.
4. Lezhneva A.A. Bending vibrations of a beam of variable length // Izv. Academy of Sciences of the USSR. Rigid Body Mechanics. 1970. No1. P. 159-161.
5. Litvinov V.L. Solution of boundary value problems with moving boundaries using an approximate method for constructing solutions of integro-differential equations // Tr. Institute of Mathematics and Mechanics, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences. 2020. Vol. 26, No 2. P. 188-199.
6. Anisimov V.N., Litvinov V.L. Mathematical models of longitudinal-transverse vibrations of objects with moving boundaries // Vestn. Himsel. tech. un-t. Ser. Phys and mat. science, 2015. Vol.

19. No 2. P. 382-397.

7. Anisimov V.N., Litvinov V.L. Mathematical modeling and study of the resonance properties of mechanical objects with a changing boundary: monograph. Samara: Samar. state tech. un-t, 2020. 100 p.

8. Litvinov V.L., Anisimov V.N. Application of the Kantorovich - Galerkin method for solving boundary value problems with conditions on moving boundaries // Bulletin of the Russian Academy of Sciences. Rigid Body Mechanics. 2018. No 2. P. 70–77.

9. Litvinov V.L., Anisimov V.N. Transverse vibrations of a rope moving in a longitudinal direction // Bulletin of the Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences. 2017. T. 19. No 4. P.161–165.

10. Litvinov V.L., Anisimov V.N. Mathematical modeling and research of oscillations of one-dimensional mechanical systems with moving boundaries: monograph. Samara: Samar. state tech. un-t, 2017. 149 p.

© Litvinov V.L., Litvinova K.V., 2022

510.8

MSC: 74H45, 74K05

Litvinov V.L., Litvinova K.V.

Samara State Technical University, Samara;
Moscow State University, Russia, Moscow; Russia

APPLICATION OF THE APPROXIMATE METHOD OF KANTOROVICH-GALERKIN FOR THE ANALYSIS OF OSCILLATIONS OF MECHANICAL SYSTEMS WITH MOVING BOUNDARIES

The article considers the resonant characteristics of nonlinear oscillations of a rope with moving boundaries. The phenomena of resonance and passage through resonance are analyzed. An approximate method has been developed in relation to taking into account the influence of resistance forces and viscoelastic properties on the system. This method also allows considering a wider class of boundary conditions compared to other approximate methods for solving boundary value problems with moving boundaries. The resonance characteristics of viscoelastic rope with moving boundaries using the Kantorovich – Galerkin method are examined in the article. The phenomenon of resonance and steady passage through resonance are analyzed.

One-dimensional systems whose boundaries move are widely used in engineering [1–5]. The presence of moving boundaries causes considerable difficulties in describing such systems. Exact methods for solving such problems are limited by the wave equation and relatively simple boundary conditions. Of the approximate methods, the Kantorovich-Galerkin method described in [5] is the most efficient. However, this method can also be used in more complex cases. This method makes it possible to take into account the effect of resistance forces on the system, the viscoelastic properties of an oscillating object, and also the weak non-stationarity of the boundary conditions.

The paper considers the phenomena of steady-state resonance and passage through resonance for transverse oscillations of a rope of variable length, taking into account viscoelasticity and damping forces. Performing transformations similar to transformations [5], an expression is obtained for the amplitude of oscillations corresponding to the n -th dynamic mode. Expressions are also obtained that describe the phenomenon of steady state resonance and the phenomenon of passage through resonance.

The expression that determines the maximum amplitude of oscillations when passing through the resonance was numerically investigated to the maximum. The dependence of the rope oscillation amplitude on the boundary velocity, viscoelasticity, and damping forces is analyzed.

The results of numerical studies allow us to draw the following conclusions:

- with a decrease in the velocity of the boundary, viscoelasticity and damping forces, the amplitude of oscillations increases;
- as the boundary velocity, viscoelasticity and damping forces tend to zero, the oscillation amplitude tends to infinity;

In conclusion, we note that the above results make it possible to carry out a quantitative analysis of the steady state resonance and the phenomenon of passage through the resonance for systems whose oscillations are described by the formulated problem.

References

1. Vesnitsky A.I., Potapov A.I. Transverse vibrations of ropes in mine hoists // Dynamics of systems. Bitter: Bitter. un-t, 1975. №7. Pp. 84–89.
2. Anisimov V.N., Litvinov V.L. Longitudinal vibrations of a viscoelastic rope of variable length // Tr. 4th All-Russian. scientific conf. “Mathematical models of mechanics, strength and reliability of structural elements. Mathematical modeling and boundary value problems. Samara, 2007. Part 1. Pp. 25–27.
3. Goroshko O.A, Savin G.N. Introduction to the mechanics of deformable one-dimensional bodies of variable length. Kiev: Science. Dumka, 1971. Pp. 290.
4. Litvinov V.L., Anisimov V.N. Transverse vibrations of a rope moving in the longitudinal direction // Bulletin of the Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences. 2017. V. 19. No. 4. Pp. 161-165.
5. Litvinov V.L., Anisimov V.N. Application of the Kantorovich – Galerkin method for solving boundary value problems with conditions on moving boundaries // Bulletin of the Russian Academy of Sciences. Solid mechanics. 2018. №2. Pp. 70–77.

© Litvinov V.L., Litvinova K.V., 2022

НАХОЖДЕНИЕ ЦЕНТРА МАСС В ЗАДАЧАХ РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ

Существование большого количества способов нахождения центра масс различных фигур дает возможность найти более рациональный и удобный для данной задачи алгоритм решения. Выбор способа во многом зависит от предложенных задач. В данной работе рассмотрены некоторые виды задач с обоснованием и подробным решением на нахождение центра масс различных фигур.

Для того чтобы с помощью понятия центра масс получать математически корректные решения геометрических задач, необходимо выяснить точный математический смысл данного понятия [2]. Представим систему, состоящую из двух точек А и В, к которым прикреплены грузы различной массы m_1 и m_2 . Пусть эти точки соединены между собой стержнем, на котором есть точка Z, являющаяся центром масс, тогда равенство $m_1 d_1 = m_2 d_2$ можно записать в виде: $m_1 |\vec{ZA}| = m_2 |\vec{ZB}|$, по свойству длины вектора имеем $|m_1 \vec{ZA}| = |m_2 \vec{ZB}|$. Следует учесть, что вектор $\vec{ZA}$ и вектор $\vec{ZB}$ противоположно направлены, тогда получим выражение $m_1 \vec{ZA} = -m_2 \vec{ZB}$. Перенесем все в левую сторону:

$$m_1 \vec{ZA} + m_2 \vec{ZB} = \vec{0} \quad (1)$$

Итак, центром масс двух материальных точек $m_1 A$ и $m_2 B$ должна быть такая точка Z, для которой будет справедливо равенство (1).

Задача 1. Найти центр масс треугольника ABC, с подвешенными к его вершинам грузами: $m_a = 1$ гр., $m_b = 3$ гр. и $m_c = 8$ гр.

Для начала найдем Z_{AB} - центр масс системы, состоящей из точек А и В с массами 1 гр. и 3 гр. соответственно. Точка Z_{AB} разбивает отрезок АВ в отношении обратно пропорциональном тем массам, которые находятся в точках А и В. Составим пропорцию: $\frac{|Z_{AB}A|}{|Z_{AB}B|} = \frac{3}{1}$, где $|Z_{AB}A|$, $|Z_{AB}B|$ - это длины отрезков $Z_{AB}A$ и $Z_{AB}B$.

Отмечаем данное соотношение на чертеже. Z_{AB} - центр масс точек А и В. Далее определяем какую массу концентрирует данная точка, для этого необходимо сложить массы грузов, подвешенных к точкам А и В: $m_{AB} = m_A + m_B = 1 + 3 = 4$ гр. Предположим, что Z_{ABC} - центр масс отрезка $Z_{AB}C$, тогда эта точка является центром масс всего треугольника. Найдем расположение данной точки, для этого составим пропорцию:

$$\frac{|Z_{ABC}Z_{AB}|}{|Z_{ABC}C|} = \frac{8}{4} = \frac{2}{1}.$$

Получили соотношение 2:1. Отметим его на чертеже (рис. 1).

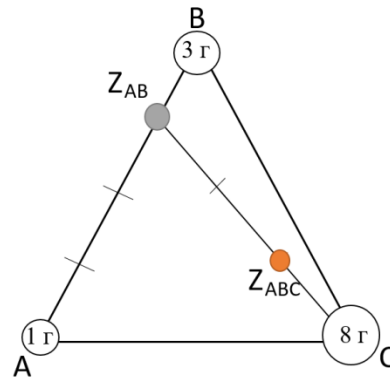


Рис. 1. Центр масс треугольника

Точка Z_{ABC} является центром масс нашего треугольника. И для данной точки справедливо равенство: $\overrightarrow{Z_{ABC}A} + 3\overrightarrow{Z_{ABC}B} + 8\overrightarrow{Z_{ABC}C} = \vec{0}$.

Задача 2. Усложняем предыдущую задачу: развернем треугольник, добавим еще две точки и соединим их. У нас получится пятиугольник. Будем искать центр масс новой фигуры, добавляя каждый раз новую точку (рис. 2).

Центр масс треугольника известен. Найдём центр масс для точек A, B, C, D. Для начала найдём общую массу точек A, B и C: $m_{ABC} = m_A + m_B + m_C = 1 + 3 + 8 = 12$ гр. Чтобы найти центр масс системы, состоящей из 4-х точек составим пропорцию:

$$\frac{|Z_{ABCD}Z_{ABC}|}{|Z_{ABCD}D|} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}.$$

Теперь найдём центр масс всего пятиугольника, для этого определим массу точек A, B, C и D: $m_{ABCD} = m_{ABC} + m_D = 12 + 3 = 15$. Предположим, что Z_{ABCDE} – центр масс пятиугольника, чтобы найти его расположение составим пропорцию и отметим данную точку на чертеже (рис.2):

$$\frac{|Z_{ABCDE}Z_{ABCD}|}{|Z_{ABCDE}E|} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}.$$

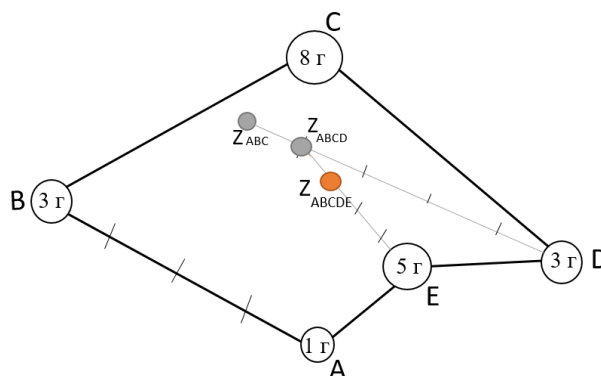


Рис. 2. Центр масс пятиугольника

Точка Z_{ABCDE} является центром масс нашего пятиугольника, обозначим через $Z = Z_{ABCDE}$ искомый центр массы всей фигуры. И для данной точки справедливо равенство: $\overrightarrow{ZA} + 3\overrightarrow{ZB} + 8\overrightarrow{ZC} + 3\overrightarrow{ZD} + 5\overrightarrow{ZE} = \vec{0}$.

Рассмотрим задачи другого типа. Чтобы их решить воспользуемся координатным методом.

Задача 3. Найти координаты центра масс фигуры, имеющей следующие значения: $AD = 6$ см, $KD = 8$ см, $AB = GK = 2$ см (рис. 3).

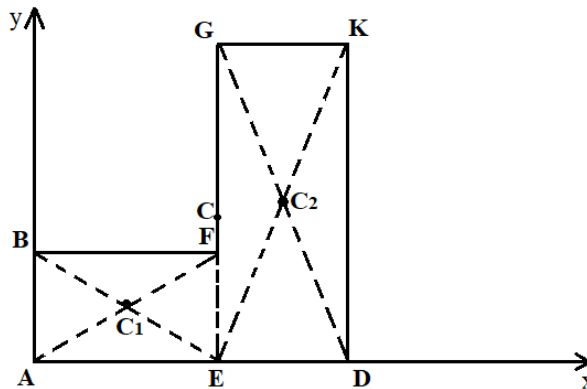


Рис. 3. Чертеж к задаче 3

Решение. Разделим данную фигуру линией FE на два прямоугольника $ABFE$ и $GKDE$, центры масс которых лежат на пересечении соответствующих диагоналей.

Запишем формулы для координат x_c и y_c центра масс пересечения:

$$x_c = \frac{\sum x_i S_i}{\sum S_i} = \frac{x_1 S_1 + x_2 S_2}{S_1 + S_2};$$

$$y_c = \frac{\sum y_i S_i}{\sum S_i} = \frac{y_1 S_1 + y_2 S_2}{S_1 + S_2},$$

где x_1, y_1 и x_2, y_2 – координаты центров масс прямоугольников $ABFE$ и $GKDE$, а S_1 и S_2 – площади прямоугольников $ABFE$ и $GKDE$.

Найдем координаты центра масс и площадь прямоугольника $ABFE$:

$$x_1 = \frac{AD - GK}{2} = \frac{6 - 2}{2} = 2 \text{ (см)}; \quad y_1 = \frac{AB}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ (см)};$$

$$S_1 = AB \cdot (AD - GK) = 2 \cdot (6 - 2) = 8 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Следовательно, координаты центра масс C_1 прямоугольника $ABFE$: $C_1(2; 1)$.

Далее найдем координаты центра масс и площадь прямоугольника $GKDE$:

$$x_2 = \frac{AD + AE}{2} = \frac{AD + (AD - GK)}{2} = \frac{6 + (6 - 2)}{2} = 5 \text{ (см)};$$

$$y_2 = \frac{KD}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ (см)};$$

$$S_2 = GK \cdot KD = 2 \cdot 8 = 16 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Следовательно, координаты центра масс C_2 прямоугольника $GKDE$: $C_2(5; 4)$.

Тогда можно найти координаты центра масс исходной фигуры.

$$x_c = \frac{x_1 S_1 + x_2 S_2}{S_1 + S_2} = \frac{2 \cdot 8 + 5 \cdot 16}{8 + 16} = \frac{96}{24} = 4 \text{ (см)};$$

$$y_c = \frac{y_1 S_1 + y_2 S_2}{S_1 + S_2} = \frac{1 \cdot 8 + 4 \cdot 16}{8 + 16} = \frac{72}{24} = 3 \text{ (см)}.$$

Таким образом, мы получаем координаты точки центр масса $C(4; 3)$.

Ответ: $x_c = 4$ см, $y_c = 3$ см.

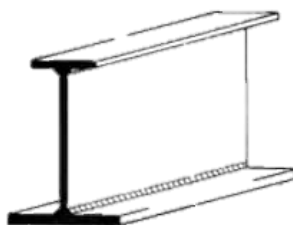


Рис. 4. Двутавр

Задача 4. Найти центр масс двутавра, стандартного профиля конструктивных элементов из чёрного проката или дерева, имеющий сечение, близкое по форме к букве «Н» (рис. 4), если $AB = NP = 30$ см, $GK = 25$ см, $AE = LK = MN = 8$ см (рис. 5).

Решение. Так как форма сечения имеет ось симметрии, ось Ox нужно направить вдоль оси симметрии, а ось Oy перпендикулярно ей.

В силу симметричности профиля относительно оси Ox центр масс будет лежать на этой оси, то есть $y_c = 0$.

Поделим профиль с помощью линий MN и OP на три прямоугольника $ABDE$, $MOPN$ и $FGKL$.

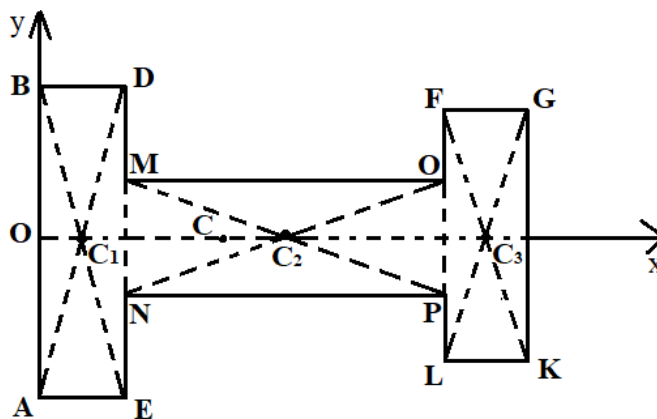


Рис. 5. Чертеж к задаче 4

Запишем формулу нахождения абсциссы центра масс x_c :

$$x_c = \frac{\sum x_i S_i}{\sum S_i} = \frac{x_1 S_1 + x_2 S_2 + x_3 S_3}{S_1 + S_2 + S_3},$$

где x_1, x_2, x_3 – координаты центров масс прямоугольников $ABDE$, $MOPN$ и $FGKL$, а S_1, S_2, S_3 – площади прямоугольников $ABDE$, $MOPN$ и $FGKL$.

Так как центры масс прямоугольников C_1, C_2 и C_3 лежат на пересечении их диагоналей, то можно легко вычислить их абсциссы:

$$x_1 = OC_1 = 4 \text{ см}; x_2 = OC_2 = 23 \text{ см}; x_3 = OC_3 = 42 \text{ см}.$$

Далее найдем площади данных прямоугольников.

$$S_1 = AB \cdot AE = 30 \cdot 8 = 240 \text{ (см}^2\text{)};$$

$$S_2 = MN \cdot NP = 8 \cdot 30 = 240 \text{ (см}^2\text{)};$$

$$S_3 = LK \cdot GK = 8 \cdot 25 = 200 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Теперь, когда все нужные величины известны, можем подставить в исходную формулу и найти центр масс фигуры.

$$x_c = \frac{x_1 S_1 + x_2 S_2 + x_3 S_3}{S_1 + S_2 + S_3} = \frac{4 \cdot 240 + 23 \cdot 240 + 42 \cdot 200}{240 + 240 + 200} = 21 \frac{15}{17} \text{ (см)}.$$

Таким образом, центр масс фигуры будет лежать в точке $C(21 \frac{15}{17}; 0)$.

Ответ: $x_c = 21 \frac{15}{17}$ см, $y_c = 0$.

Задачи такого типа актуальны в различных областях. Так, например, задачи 1 и 2 помогут смоделировать различные объекты окружающей среды. Примером может служить проектирование автомобилей, ведь в них важно знать, где расположен центр масс, иначе автомобиль просто перевернется. Рассматривая задачи 3 и 4, можно сказать о значимости нахождения центра масс в такой фигуре, как двутавровый профиль (балка), так как его применение в строительстве очень важно, это же можно и сказать об угольнике, используемом в черчении, в работе столяров и слесарей и во многих других задачах подобного типа [1-3].

Литература

1. Балк М.Б. Геометрические приложения понятия о центре тяжести. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1959. 230 с.
2. Гашков С.Б. Центр тяжести и геометрия. М.: МЦНМО, 2015. 64 с.
3. Черноуцан А. Задачи на центр масс // Квант. 1996. № 2. С. 43-45.

© Лосева А.В., Аверьянова И.Г., Покорная И.Ю., 2022

УПРУГИЙ УДАР ПРИ КОНТРОЛЕ КАЧЕСТВА МАТЕРИАЛА

Надежность и долговечность механизмов, конструкций, приборов и т.п. обеспечивается в значительной степени тем, что материалы и сами объекты в целом подвергаются контролю на всех этапах изготовления и эксплуатации. В ходе производственно-эксплуатационных процессов техническое состояние любого сооружения требует регулярной оценки. Неразрушающий метод позволяет проводить оценочные мероприятия без приостановки, демонтажа и отбора образцов, которые стоят достаточно дорого. Некоторые виды контроля зачастую способны привести к разрушению материалов. Метод упругого отскока не приводит к глобальным изменениям свойств контролируемых изделий, является безвредным по отношению к оператору, проводящему контроль, и не требует применения специального сложного оборудования. Актуальной задачей является изучение удара при испытании материалов для совершенствования неразрушающих методов и увеличения точности показаний. Цель исследования - выяснить существует ли зависимость между коэффициентом восстановления и дефектами в материале, проанализировать точность измерений при разных материалах бойка и образца. Метод упругого отскока заключается в измерении величины обратного отскока ударника при соударении с поверхностью материала. Скорость отскока бойка при ударе по контролируемому материалу зависит от многих факторов: плотности, однородности структуры или наличия в ней несплошностей, прочности и других свойств [1].

За время удара твердых тел в месте их контакта возникают упругие волны деформаций, которые отражаются от свободных поверхностей, оказывая влияние на величину скорости отскока бойка. Повышение контактной прочности бойка за счет применения улучшенных сталей и новых материалов позволяет в настоящее время повысить скорости удара весьма незначительно. Для увеличения информативности измерений можно использовать ударник, в котором при каждом его отскоке происходит несколько ударов шара-бойка при взаимодействии с испытуемой поверхностью, т.е. происходит квазипластический удар. Для получения многократных ударов бойка-шара при одном отскоке ударника было предложено ударное устройство с измерительным кольцевым магнитом для определения дефектов.

Анализ экспериментальных данных, полученных в ОмГТУ с помощью данного оборудования, показал, что для контроля качества различных материалов следует применять бойки плотностью близкой к плотности испытуемого материала. Так как наибольшая чувствительность бойка получена там, где его удельный вес приближен к удельному весу образца [2].

Также заметили, что величина отскока зависит и от того, как расположены дефекты относительно контактной зоны бойка инструмента и поверхности объекта (табл. 1). В образце в положении, когда полости ближе к зоне контакта, скорость отскока меньше.

Таблица 1

Результат первого эксперимента, полученный в ОмГТУ

Объект контроля	Наличие полостей	Позиция контроля	Среднее значение величины скорости отскока, пропорциональной напряжению датчика ΔU (ΔU_0), мВ
образец из стали	+	полости сверху вблизи от места удара	127
образец из стали	+	полости снизу в удалении от места удара	158
образец из стали	-	выбранная поверхность	197
образец из бетона (легкий)	+	полости снизу в удалении от места удара	52
образец из бетона (легкий)	-	выбранная поверхность	70

Таблица 2

Результат второго эксперимента, полученный в ОмГТУ

Образец стальной целый		Образец стальной с дефектами	
№	Величина отскока, м	№	Величина отскока, м
1	120	1	122
2	124	2	120
3	130	3	121
4	130	4	122
5	130	5	123
6	130	6	120
7	130	7	123
8	140	8	130
9	140	9	132
10	140	10	123

Из полученных данных нашли коэффициент восстановления (табл. 3) и заметили, что при наличии дефектов в материале коэффициент восстановления уменьшается (рис.). Из учебного курса «Теоретическая механика» нам известно, что коэффициент абсолютно упругого тела и абсолютно неупругого равен 1 и 0 соответственно. Значит при уменьшении коэффициента восстановления уменьшается упругость тела.

Таблица 3

Коэффициент восстановления изучаемых образцов

Образец стальной целый		Образец стальной с дефектами	
№	Величина отскока, м	№	Величина отскока, м
1	0,387	1	0,390
2	0,394	2	0,387
3	0,403	3	0,389
4	0,403	4	0,390
5	0,403	5	0,392
6	0,403	6	0,387

Образец стальной целый		Образец стальной с дефектами	
№	Величина отскока, м	№	Величина отскока, м
7	0,403	7	0,392
8	0,418	8	0,403
9	0,418	9	0,406
10	0,418	10	0,392

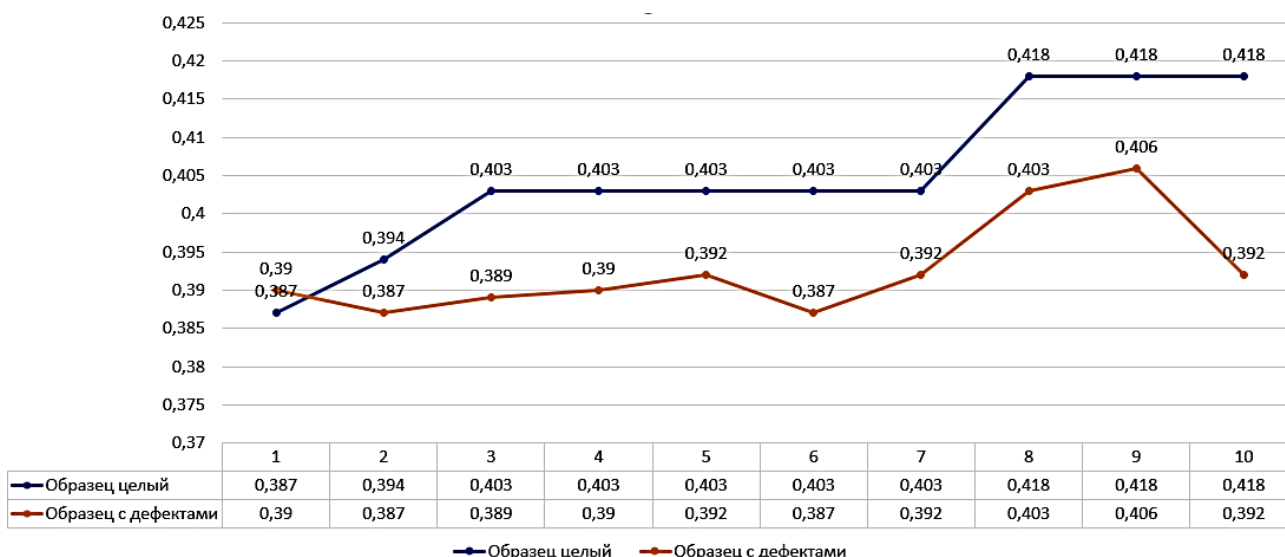


Рис. Коэффициент восстановления изучаемых образцов

При конструировании приборов, основанных на ударе, прежде всего, ставится задача увеличить скорости удара тел. Следовательно, определение параметров удара, в частности коэффициента восстановления, а значит, скоростей взаимодействующих тел до и после удара, позволяет точнее рассчитать динамику цикла работы ударных машин, т.к. каждый последующий цикл зависит от скоростей и кинетических энергий, оставшихся от их предшествующего периода.

В ходе работы были изучены метод упругого отскока и его информативность при изучении качества материала, выполнен анализ изменения коэффициента восстановления от наличия полостей в образцах. Проведенное исследование позволяет сделать следующие выводы:

метод упругого отскока является наиболее простым в исполнении, не дорогим, не требующим специальной подготовки оператора;

величина отскока зависит не только от дефектов в материале, но и от их местоположения в конструкции;

коэффициент восстановления у образцов с нарушением структуры меньше, чем у образцов того же материала, но без структурных изменений;

при условии использования различных материалов для бояка и конструкций самого устройства значительно повысить информативность отскока, а, следовательно, качество контроля.

Литература

1. Гольдсмит В.А. Удар // Теория и физические свойства соударяемых тел. М.: Стройиздат, 1965. с. 333-344
2. Стихановский Б.Н., Чернова Е.С. Ударное устройство с измерительным кольцевым магнитом для определения дефектов. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2015. 46 с.

© Малышева А.В., 2022

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ПОДТВЕРЖДЕНИЕ ДИФфуЗИИ

Целью данной работы является расширить знания о диффузии, подтвердить теоретические факты опытным путем, обобщить все полученные знания и сделать вывод. Прежде всего, хотелось бы начать с определения диффузии. Диффузия – это проникновение молекул одного вещества в промежутки между молекулами другого (<https://clck.ru/ehecw>). Также это явление может протекать в трех фазах: жидком, твердом и газообразном телах. Давайте более подробно поговорим о каждой фазе. Начнем, с диффузии в газах. Самым простым примером будет служить ароматическая свеча. Если мы зажжем ее в одной части комнаты, то спустя время запах будет чувствоваться по всей комнате (он распространится по всему помещению). Происходит это по той причине, что газы, как и все тела, состоят из молекул, которые постоянно пребывают в хаотическом движении (рис. 1) [1].

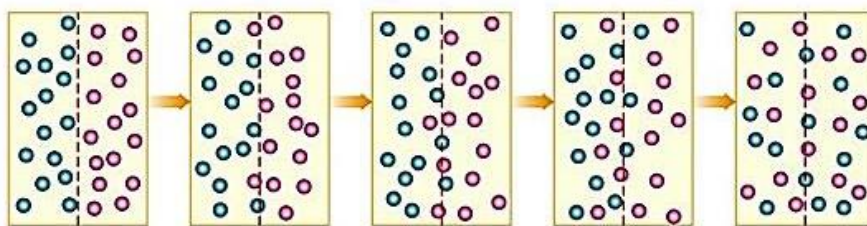


Рис. 1. Движение молекул

Направление диффузии определяется правилом: компонент смеси стремится заполнить ту часть пространства, где его концентрация меньше. Тем самым, система находится в равновесии. Далее рассмотрим диффузию в твердом теле. Если возьмем пластины разных металлов и зажмём их под прессом, то между ними начнется диффузия; через несколько лет образуется слой смешанного вещества (толщина составит приблизительно миллиметр). Данный процесс можно ускорить, если поместить пластины в печь. Для наглядности можно взять металлы разного цвета, например, золото и свинец (рис. 2) (<https://clck.ru/eheeR>).

И наконец, диффузия в жидкостях. Здесь можно взять в пример, растворение сахара в чае (рис. 3) [1]. Мы это наблюдаем каждый день и не задумывались о том, что это физический процесс. Хотелось бы еще отметить, что скорость диффузии возрастает при увеличении температуры. Проведем опыт, возьмем раствор, который окрашен в голубой цвет и воду (рис. 4) [1].

Изначально мы четко видим границу между чистой водой и голубым раствором. Далее граница размывается в течении некоторого времени и в последствие вода полностью окрашивается в голубоватый цвет (все равномерно окрасилось). Можно сделать вывод, что молекулы воды смешались с молекулами голубого раствора в результате хаотического движения.

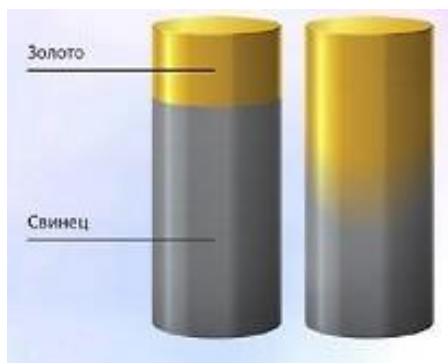


Рис. 2. Диффузия в твердом теле

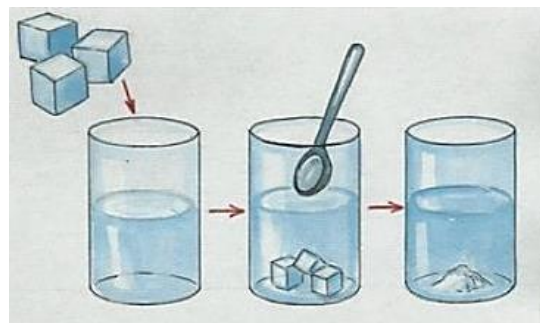


Рис. 3. Растворение сахара

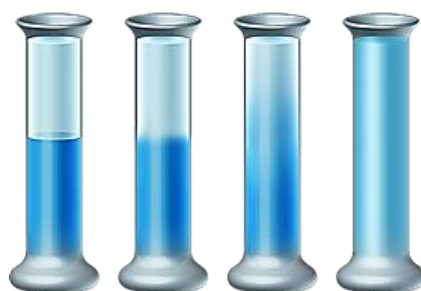


Рис. 4. Диффузия в жидкостях

Основной закон диффузии формулируется следующим образом:

При наличии разности концентрации газа в разных участках объёма возникает диффузионный поток, который приводит к уменьшению разности.

Также этот закон, называется законом Фика. Его можно записать в следующем виде:

$$j = -D \cdot \text{grad} n_0,$$

где j – диффузионный поток; n_0 – начальная его концентрация; grad – градиент (дифференциальный оператор).

Коэффициент диффузии высчитывается по формуле:

$$D = \frac{1}{3} \cdot u \cdot \lambda,$$

где u – средняя скорость молекул газа; λ – средний пробег молекул газа.

Подводя итог вышесказанному, можно сделать вывод, что диффузия присутствует во всех аспектах нашей жизни. Причина диффузии заключается в беспорядочном движении молекул. Скорость диффузии зависит от агрегатного состояния. Диффузия быстро протекает в газах, медленнее в жидких и очень медленно в твердых телах. Процесс диффузии можно ускорить путем повышения температуры; уменьшения вязкости среды; уменьшения размеров частиц.

Литература

1. Попов П.В. Диффузия. М.: МФТИ, 2016. 94 с.

© Мишакина В.А., Исламгулова Г.Ф., 2022

УДК 517.925.41: 519.862.3

Попель С.А.

Рязанский государственный университет имени С.А. Есенина
г. Рязань, Россия

СОСТОЯНИЯ РАВНОВЕСИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТИПА СОЛОУ С МОДИФИЦИРОВАННОЙ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ФУНКЦИЕЙ АЛЛЕНА И КОНКУРЕНЦИЕЙ ЗА РЕСУРС РАБОЧИХ МЕСТ

Рассматривается динамическая односекторная модель экономики типа Солоу вида

$$\begin{cases} \dot{K} = -\mu K + \alpha F(K, L), \\ \dot{L} = vL \left(1 - \frac{L}{M}\right), \end{cases} \quad (1)$$

где K – капитал, L – труд, μ – норма амортизации, α – доля национального дохода, идущая на увеличение капитала, $\alpha, \mu \in (0, 1)$; v – темп роста ресурса «труд», $v \in (-1, 1)$, M – максимальная численность населения в регионе. В качестве производственной функции выбрана функция Аллена $F = a_0 KL - a_1 K^2 - a_2 L^2$, где a_0, a_1, a_2 – положительные коэффициенты [1, с. 105; 2, с. 76].

Для функций $K(t)$ и $L(t)$ зададим множество Δ , на котором эти функции будут определены

$$\Delta = \{(K, L): a_0 KL - a_1 K^2 - a_2 L^2 \geq 0, K \geq 0, L \geq 0, K \in \mathbb{R}, L \in \mathbb{R}\}. \quad (2)$$

С экономической точки зрения ограничения (2) обусловлены тем, что численность населения, имеющиеся в наличии активы и объём производства могут быть только неотрицательными величинами. Был проведён качественный анализ системы (1), состоящий из следующих этапов:

- 1) проверка выполнения для выбранной функции F свойств производственных функций (ПФ);
- 2) модификация функции F (при невыполнении некоторых из свойств) так, чтобы выполнялись все свойства ПФ;
- 3) поиск состояний равновесия системы;
- 4) отбор состояний равновесия;
- 5) определение типа устойчивости в каждом из отобранных состояний равновесия [3, с. 5].

1. Проверка выполнения для функции F свойств ПФ.

1. $F(0, 0) = F(0, L) = F(K, 0) = 0$ (при равенстве нулю одного или сразу двух аргументов, функция обращается в ноль). С экономической точки зрения это означает, что без ресурсов нет выпуска продукции.

Проверим, подставив 0 в качестве аргументов функции

$$F(0, 0) = 0, F(0, L) = -a_2 L^2, F(K, 0) = -a_1 K^2.$$

Очевидно, что $F(0, L) \neq 0$ и $F(K, 0) \neq 0$, поэтому свойство 1. для функции Аллена в текущем виде не выполняется.

2. $K > 0, L > 0 \Rightarrow \frac{\partial F}{\partial K} > 0, \frac{\partial F}{\partial L} > 0$ (функция монотонно возрастает по каждому аргументу). Таким образом, при увеличении затрат одного ресурса при неизменных затратах другого, объём выпуска возрастает.

Проверим выполнение свойства, найдя производные функции Аллена и подставив положительные значения аргументов

$$\frac{\partial F}{\partial K} = a_0 L - 2a_1 K, \frac{\partial F}{\partial K} > 0 \text{ при } K \in \left[0, \frac{a_0 L}{2a_1}\right), \text{ при } \frac{\partial F}{\partial K} < 0 \text{ при } K > \frac{a_0 L}{2a_1},$$

$$\frac{\partial F}{\partial L} = a_0 K - 2a_2 L, \frac{\partial F}{\partial L} > 0 \text{ при } L \in \left[0, \frac{a_0 K}{2a_2}\right), \text{ при } \frac{\partial F}{\partial L} < 0 \text{ при } L > \frac{a_0 K}{2a_2},$$

Выясним, является ли ПФ Аллена монотонной на множестве Δ . Для этого подставим последовательно точки, в которых производная меняет знак.

$$F\left(\frac{a_0 L}{2a_1}, L\right) = \frac{a_0^2 L^2}{2a_1} - \frac{a_0^2 L^2}{2a_1} - a_2 L^2 = -a_2 L^2 < 0,$$

$$F\left(K, \frac{a_0 K}{2a_2}\right) = \frac{a_0^2 K^2}{2a_2} - a_1 K^2 - \frac{a_0^2 K^2}{2a_2} = -a_1 K^2 < 0.$$

Исходя из условий (2) задания множества Δ , очевидно, что точки $\left(\frac{a_0 L}{2a_1}, L\right)$ и $\left(K, \frac{a_0 K}{2a_2}\right)$ не принадлежат множеству, на котором была определена производственная функция, а следовательно, функция Аллена является монотонно возрастающей на всей области определения.

3. $K > 0, L > 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 F}{\partial K^2} < 0, \frac{\partial^2 F}{\partial L^2} < 0$ (производственная функция является выпуклой вверх). Данное свойство отражает так называемый «Закон убывающей эффективности производства», то есть объём выпускаемой продукции на каждую дополнительную единицу ресурсов снижается.

Вычислим вторые производные функции Аллена

$$\frac{\partial^2 F}{\partial K^2} = \frac{\partial(a_0 L - 2a_1 K)}{\partial K} = -2a_1 < 0, \quad \frac{\partial^2 F}{\partial L^2} = \frac{\partial(a_0 K - 2a_2 L)}{\partial L} = -2a_2 < 0.$$

Свойство 3 однозначно выполняется.

4. $K > 0, L > 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 F}{\partial K \partial L} \geq 0, \frac{\partial^2 F}{\partial L \partial K} \geq 0$. При увеличении затрат одного из ресурсов при неизменном объёме другого, предельная полезность последнего возрастает.

Найдём смешанные производные функции Аллена

$$\frac{\partial^2 F}{\partial K \partial L} = \frac{\partial(a_0 L - 2a_1 K)}{\partial L} = a_0 > 0, \quad \frac{\partial^2 F}{\partial L \partial K} = \frac{\partial(a_0 K - 2a_2 L)}{\partial K} = a_0 > 0.$$

Свойство 4 также однозначно выполняется.

5. $\forall m \in \mathbb{R} \quad F(mK, mL) = m^p F(K, L)$ (функция является однородной порядка p). В экономике величину p называют отдачей от масштаба производства.

Найдём значение $F(mK, mL)$

$$F(mK, mL) = a_0 mK mL - a_1 (mK)^2 - a_2 (mL)^2 = m^2 (a_0 KL - a_1 K^2 - a_2 L^2) = m^2 F(K, L).$$

Таким образом, показано, что функция Аллена является однородной функцией порядка

2.

2. Модификация функции Аллена с целью полного её соответствия свойствам 1–5

Как было установлено выше, для функции Аллена в исходном виде не выполняется свойство 1. Определим производственную функцию следующим образом

$$F_1 = a_0 K^2 L^2 - a_1 K^3 L - a_2 K L^3 \quad [3, \text{с. 6}].$$

При таком задании функции Аллена очевидно, что свойство 1 выполняется.

Проверим, не нарушилось ли выполнение свойств 2–5.

Свойство 2:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_1}{\partial K} &= 2a_0 K L^2 - 3a_1 K^2 L - a_2 L^3 = L(2a_0 K L - 3a_1 K^2 - a_2 L^2) > 0, \\ \frac{\partial F_1}{\partial L} &= 2a_0 K^2 L - a_1 K^3 - 3a_2 K L^2 = K(2a_0 K L - a_1 K^2 - 3a_2 L^2) > 0. \end{aligned}$$

Далее будет показано выполнение этого условия на области Δ .

Свойство 3:

$$\frac{\partial^2 F_1}{\partial K^2} = 2a_0 L^2 - 6a_1 K L < 0, \quad \frac{\partial^2 F_1}{\partial L^2} = 2a_0 K^2 - 6a_2 K L < 0.$$

Аналогично свойству 2, выполнение данного свойства будет следовать из выполнения условий принадлежности Δ .

Свойство 4:

$$\frac{\partial^2 F_1}{\partial K \partial L} = 4a_0 K L - 3a_1 K^2 - 3a_2 L^2, \quad \frac{\partial^2 F_1}{\partial L \partial K} = 4a_0 K L - 3a_1 K^2 - 3a_2 L^2.$$

Аналогично свойству 2, выполнение данного свойства будет следовать из выполнения условий принадлежности Δ .

Свойство 5:

$$F_1(mK, mL) = a_0 m^2 K^2 m^2 L^2 - a_1 m^3 K^3 mL - a_2 m K m^3 L^3 = m^4 F_1(K, L).$$

Свойство однородности выполняется.

Заменим функцию F в системе (1) функцией F_1 , получим

$$\begin{cases} \dot{K} = -\mu K + \alpha F_1(K, L) \equiv P(K, L), \\ \dot{L} = \nu L \left(1 - \frac{L}{M}\right) \equiv Q(K, L), \end{cases} \quad (3)$$

3. Поиск состояний равновесия системы (3). Найдём состояния равновесия системы (3), приравняв правые части уравнений системы к нулю. Получим алгебраическую систему

$$\begin{cases} -\mu + \alpha L(a_0 K L - a_1 K^2 - a_2 L^2) = 0, \\ \nu L \left(1 - \frac{L}{M}\right) = 0, \end{cases}$$

решив которую, найдём координаты состояний равновесия системы (3).

$$O(0,0),$$

$$B(0, M),$$

$$C = \left(\frac{a_0 M^2 + \sqrt{(a_0 M^2)^2 - 4a_1 a_2 M^3 - 4a_1 \mu}}{2a_1}, M \right) = (K_1, L_1),$$

$$D = \left(\frac{a_0 M^2 + \sqrt{(a_0 M^2)^2 - 4a_1 a_2 \mu M^3 - 4a_1 \mu}}{2a_1}, M \right) = (K_2, L_2).$$

4. *Отбор состояний равновесия.* Проверим, принадлежат ли полученные решения множеству Δ . Точки O и B принадлежат множеству Δ всегда. Для точек C и D необходимо проверить два условия: условие действительности и условие положительности.

Условие действительности координат точек C и D определяется неравенством

$$a_0^2 M^4 - 4a_1 a_2 M^3 - 4a_1 \mu \geq 0, \quad (4)$$

т.к. результат извлечения квадратного корня является действительным тогда и только тогда, когда подкоренное выражение больше или равно 0. Решим неравенство (4) относительно a_0 .

$$a_0 \geq 2 \sqrt{\frac{a_1 a_2}{M} - \frac{a_1 \mu}{M^4}}$$

В силу того, что M по своему экономическому смыслу – сверхбольшая величина, подкоренное выражение положительно.

Условие неотрицательности. Проверим условие неотрицательности для координат точки C при выполнении условия (4)

$$\frac{a_0 M^2 + \sqrt{(a_0 M^2)^2 - 4a_1 a_2 M^3 - 4a_1 \mu}}{2a_1} \geq 0$$

или

$$a_0 M^2 + \sqrt{(a_0 M^2)^2 - 4a_1 a_2 M^3 - 4a_1 \mu} \geq 0.$$

В силу положительности результата извлечения квадратного корня, координаты точки C всегда положительны.

Получим условие неотрицательности координат точки D :

$$\frac{a_0 M^2 - \sqrt{(a_0 M^2)^2 - 4a_1 a_2 M^3 - 4a_1 \mu}}{2a_1} \geq 0.$$

Решим неравенство

$$a_0 M^2 - \sqrt{(a_0 M^2)^2 - 4a_1 a_2 M^3 - 4a_1 \mu} \geq 0 \Leftrightarrow a_0 M^2 \geq \sqrt{(a_0 M^2)^2 - 4a_1 a_2 M^3 - 4a_1 \mu}.$$

Т.к. правая часть неравенства всегда неотрицательна (из условия (4)), то и левая часть неравенства должна быть неотрицательна. Из этого получаем право возвести обе части неравенства в квадрат с сохранением знака неравенства, тогда

$$(a_0 M^2)^2 \geq (a_0 M^2)^2 - 4a_1 a_2 M^3 - 4a_1 \mu \Leftrightarrow 4a_1 a_2 M^3 + 4a_1 \mu \geq 0.$$

Т.к. данное условие выполняется при любых a_1, a_2, M , удовлетворяющих экономическому смыслу коэффициентов, то координаты точки D неотрицательны при всех a_0 , удовлетворяющих (4).

Таким образом, коэффициентное ограничение (4) полностью определяет неотрицательность координат точек C и D .

Проверим принадлежность точек C и D множеству Δ . Для этого подставим координаты этих точек в неравенство

$$a_0 KL - a_1 K^2 - a_2 L^2 \geq 0.$$

Для точки C получим

$$a_0 K_1 M - a_1 K_1^2 - a_2 M^2 \geq 0,$$

$$K_1 M \left(a_0 - a_1 \frac{K_1}{M} - a_2 \frac{M}{K_1} \right) \geq 0.$$

В предыдущем пункте было показано, что значение $K_1 \geq 0$ при выполнении условия (4), $M > 0$ из условия, тогда получим

$$a_0 - a_1 \frac{K_1}{M} - a_2 \frac{M}{K_1} \geq 0.$$

Решим полученное неравенство, относительно $\frac{K_1}{M}$, обозначив $\frac{K_1}{M} = x$.

$$a_0 - a_1 x - a_2 \frac{1}{x} \geq 0,$$

$$\frac{a_1 x^2 - a_0 x + a_2}{x} \leq 0,$$

$$D = a_0^2 - 4a_1 a_2 \geq 0,$$

с учётом того, что a_0 неотрицательно, получим $a_0 \geq 2\sqrt{a_1 a_2}$,

$$x_1 = \frac{a_0 - \sqrt{a_0^2 - 4a_1 a_2}}{2a_1} > 0,$$

$$x_2 = \frac{a_0 + \sqrt{a_0^2 - 4a_1 a_2}}{2a_1} > 0.$$

Воспользуемся методом интервалов, получим решение неравенства:

$$x \in \left[\frac{a_0 - \sqrt{a_0^2 - 4a_1 a_2}}{2a_1}; \frac{a_0 + \sqrt{a_0^2 - 4a_1 a_2}}{2a_1} \right].$$

Вернёмся к исходным обозначениям:

$$\frac{K_1}{M} \in \left[\frac{a_0 - \sqrt{a_0^2 - 4a_1 a_2}}{2a_1}; \frac{a_0 + \sqrt{a_0^2 - 4a_1 a_2}}{2a_1} \right],$$

$$\frac{a_0 - \sqrt{a_0^2 - 4a_1 a_2}}{2a_1} M \leq K_1 \leq \frac{a_0 + \sqrt{a_0^2 - 4a_1 a_2}}{2a_1} M.$$

Проведём аналогичные рассуждения для координат точки D , получим

$$\frac{a_0 - \sqrt{a_0^2 - 4a_1 a_2}}{2a_1} M \leq K_2 \leq \frac{a_0 + \sqrt{a_0^2 - 4a_1 a_2}}{2a_1} M.$$

Полученные неравенства определяют принадлежность точек C и D соответственно множеству Δ .

Проверим выполнение свойств 2 – 4 для функции F_1 с учётом условия $a_0 \geq 2\sqrt{a_1 a_2}$.

$$2a_0 KL - 3a_1 K^2 - a_2 L^2 > 0 \Leftrightarrow KL \left(2a_0 - 3a_1 \frac{K}{L} - a_2 \frac{L}{K} \right) > 0$$

Обозначим $\frac{K}{L} = z$, тогда неравенство примет вид:

$$2a_0 - 3a_1 z - a_2 \frac{1}{z} > 0 \Leftrightarrow 2a_0 z - 3a_1 z^2 - a_2 > 0,$$

$$D_1 = a_0^2 - 3a_1 a_2 \geq 4a_1 a_2 - 3a_1 a_2 = a_1 a_2 > 0,$$

$$z_{01} = \frac{a_0 + \sqrt{a_1 a_2}}{3a_1} > 0, \quad z_{02} = \frac{a_0 - \sqrt{a_1 a_2}}{3a_1} > 0.$$

$$z \in \left(\frac{a_0 - \sqrt{a_0^2 - 3a_1a_2}}{3a_1}, \frac{a_0 + \sqrt{a_0^2 - 3a_1a_2}}{3a_1} \right),$$

$$K \in \left(\frac{a_0 - \sqrt{a_0^2 - 3a_1a_2}}{3a_1} L, \frac{a_0 + \sqrt{a_0^2 - 3a_1a_2}}{3a_1} L \right).$$

Аналогично для L

$$L \in \left(\frac{a_0 - \sqrt{a_0^2 - 3a_1a_2}}{3a_1} K, \frac{a_0 + \sqrt{a_0^2 - 3a_1a_2}}{3a_1} K \right).$$

Аналогично, будут выполняться условия для $\frac{\partial F_1}{\partial L} > 0$.

Таким образом, свойство 2 выполняется для всех значений K и L из Δ .

$$2a_0L^2 - 6a_1KL < 0 \Leftrightarrow 4\sqrt{a_1a_2}L^2 - 6a_1KL < 0 \Leftrightarrow 4\sqrt{a_1a_2}L^2 < 6a_1KL \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 16a_1a_2L^4 < 36a_1^2K^2L^2 \Leftrightarrow 2a_2L^2 < 3a_1K^2 \Leftrightarrow 2a_2 < \frac{3a_1K^2}{L^2}.$$

Обозначим $\frac{K^2}{L^2} = t$,

$$2a_2 < 3a_1t \Leftrightarrow t > \frac{2a_2}{3a_1} \in (z_2, z_1).$$

Аналогично,

$$\frac{\partial^2 F_1}{\partial L^2} < 0 \Leftrightarrow 2a_1 < 3a_2t^{-1} \Leftrightarrow t < \frac{3a_2}{2a_1} \in (z_{01}, z_{02}).$$

Таким образом, свойство 3 выполняется в Δ .

$$4a_0KL - 3a_1K^2 - 3a_2L^2 \geq 0 \Leftrightarrow KL \left(4a_0 - 3a_1 \frac{K}{L} - 3a_2 \frac{L}{K} \right) \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4a_0 - 3a_1z - 3a_2 \frac{1}{z} \geq 0 \Leftrightarrow 4a_0z - 3a_1z^2 - 3a_2 \geq 0.$$

$$D_1 = 4a_0^2 - 9a_1a_2 \geq 16a_1a_2 - 9a_1a_2 = 5a_1a_2 > 0.$$

$$z_{11} = \frac{2a_0 + \sqrt{4a_0^2 - 9a_1a_2}}{3a_1} = 2 \frac{a_0 + \sqrt{a_0^2 - 2,25a_1a_2}}{3a_1} > z_{01} > 0,$$

$$z_{12} = \frac{2a_0 - \sqrt{4a_0^2 - 9a_1a_2}}{3a_1} = 2 \frac{a_0 - \sqrt{a_0^2 - 2,25a_1a_2}}{3a_1} < z_{01}.$$

При значениях $z \in (z_{12}, z_{01})$ выполняются все свойства производственных функций для функции F_1 .

5. *Определение типа устойчивости системы в точке В.* Построим систему линейного приближения в окрестности точки В. Перейдём к новым координатам

$$\begin{cases} \rho = K, \\ \sigma = L - M. \end{cases}$$

При этом

$$\begin{aligned} \dot{\rho} &= \dot{K}, \\ \dot{\sigma} &= \dot{L}. \end{aligned}$$

Построим систему линейного приближения в новых координатах

$$\begin{cases} \dot{\rho} = \left(\tilde{P}(\rho, \sigma) \right)'_{\rho} (0,0)\rho + \left(\tilde{P}(\rho, \sigma) \right)'_{\sigma} (0,0)\sigma, \\ \dot{\sigma} = \left(\tilde{Q}(\rho, \sigma) \right)'_{\rho} (0,0)\rho + \left(\tilde{Q}(\rho, \sigma) \right)'_{\sigma} (0,0)\sigma. \end{cases}$$

Система линейного приближения в окрестностях точки B примет вид

$$\begin{cases} \dot{\rho} = (-\mu - \alpha a_2 M^3)\rho, \\ \dot{\sigma} = v\sigma \end{cases}$$

Матрица системы линейного приближения в окрестности точки B имеет вид

$$\begin{pmatrix} -\mu - \alpha a_2 M^3 & 0 \\ 0 & v \end{pmatrix}.$$

Характеристическое уравнение матрицы линейного приближения

$$(\lambda + \mu + \alpha a_2 M^3)(\lambda - v) = 0,$$

его корни $\lambda_1 = -\mu - \alpha a_2 M^3$, $\lambda_2 = v$. Проведём оценку знака корня λ_1

$$-\mu - \alpha a_2 M^3 < 0,$$

$$\alpha > \frac{-\mu}{a_2 M^3} < 0.$$

В этом случае $\lambda_1 < 0$, если $v > 0$, то точка B имеет тип седло, при $v < 0$, состояние равновесия B – устойчивый узел.

Литература

1. Колемаев В.А. Математическая экономика. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. 399 с.
2. Лискина Е.Ю. Исследование трехфакторной динамической системы экономики региона, учитывающей конечное потребление и ограниченные ресурсы // Итоги науки и техн. Сер. Современ. мат. и ее прил. Темат. обз. 2018. №148. С. 75-82.
3. Абрамов В.В. Стационарные состояния в модели односекторной экономики // Дифференциальные уравнения и математическое моделирование. Вып. 2. Рязань: Ряз. гос. ун-т имени С.А. Есенина, 2021. С. 4-9.

© Попель С.А., 2022

РОЛЬ РЯДОВ ФУРЬЕ В МАТЕМАТИКЕ И ТЕОРИИ СИГНАЛОВ

В данной работе представлен прагматический анализ рядов Фурье. Эта тема изучается в математике и используется и в электротехнике, а именно в теории сигналов. Целью работы является исследование возможных различий в мотивации изучения понятия рядов Фурье в математике и теории сигналов, а также различий в используемых методах и обоснованиях этих методов.

Ряд Фурье представляет собой периодическую функцию, состоящую из гармонически связанных синусоид, в сочетании с помощью взвешенного суммирования. С соответствующими весами можно выполнить цикл суммирования (или период), чтобы заменить любую функцию более простой в этом интервале (или всю функцию, если она также является периодической). Таким образом, суммирование есть синтез другой функции. Преобразование Фурье с дискретным временем является примером ряда Фурье. Процесс получения весов, описывающих заданную функцию, является формой анализа Фурье.

Чем является ряд Фурье? Ряд Фурье для функции $f(x)$ — это тригонометрический ряд, коэффициенты которого являются коэффициентами Фурье. В общем, это решение называется разложением ортогональных базисных элементов. Разложение в ряд Фурье — очень мощный инструмент для решения ряда задач благодаря свойствам этого преобразования можно дифференцировать, интегрировать, а также сдвигать выражение по аргументу. Человек, не знакомый с высшей математикой, а также с работами французского ученого Жана Батиста Жозефа Фурье, скорее всего не поймет, что такое ряды и в чём их смысл. Несмотря на некоторую сложность в использовании преобразования Фурье, оно часто используется в жизни человека. Его используют как математики, так и медики, химики, физики [1-3].

В восемнадцатом веке понятие функции еще не было прочно обосновано. Например, Эйлер в своей работе «Введение в анализ бесконечных» 1748 г. ограничил функцию «переменной величины» как «аналитическое выражение, составленное любым способом из этой переменной величины и чисел или постоянных величин», без дальнейшего определения термина «аналитическое выражение». Примерно в то же время, когда Эйлер опубликовал свою работу, возник интерес к так называемой проблеме вибрирующей струны, и эта проблема также включала обсуждение значения. В 1747 году Даламбер представил решение проблемы вибрирующей струны, но Эйлер не считал решение Даламбера самым общим. Бернулли в 1753 г. представил решение в терминах тригонометрического ряда, но это решение оспаривалось несколькими современниками, поскольку оно не соответствовало «Символу веры» [4, с. 5-6]. Кляйнер, цитируя Равца, называет дискуссию вокруг проблемы вибрирующей струны спором «между математическим миром Даламбера, физическим миром Бернулли и «ничейной землей» Эйлера между ними двумя» [4]. Можно сказать, что эта дискуссия является примером

различных праксиологий, вовлеченных в поиск ответа на один и тот же вопрос: как описать движение колеблющейся струны?

Хотя Бернулли дал решение проблемы вибрирующей струны в терминах тригонометрического ряда, но только благодаря работе Фурье была разработана общая теория тригонометрических рядов. Фурье опубликовал свою книгу Аналитическая теория тепла в 1822 году, представив ранее свою работу Парижской академии наук в 1807 году. В этой книге он изучал стационарную температурную функцию $u(x, y)$ в области $0 \leq x \leq \pi$, $y \geq 0$, удовлетворяющую уравнению в частных производных, с заданными граничными условиями, уравнение это известно как уравнение тепла. Фурье утверждает, что любую функцию на интервале $(-1; 1)$ можно представить тригонометрическим рядом. Фурье также дал явные формулы для коэффициентов ряда в терминах интегралов. Эти формулы в точности соответствуют формулам, которые приводятся в современных книгах. Задачи, которые ему нужно было решить, заключались в том, чтобы показать, что коэффициенты могут быть вычислены для любой функции и что любая функция может быть представлена своим рядом в $(-1; 1)$. Кляйнер пишет, что «Фурье совершил все это, используя математические рассуждения, которые были бы явно неприемлемы для нас сегодня». Используя свой метод, Фурье получил представление прямоугольной волны в виде ряда

$$\cos(x) - \frac{1}{3}\cos(3x) + \frac{1}{5}\cos(5x) - \frac{1}{7}\cos(7x) + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{2k+1} \cos(2k+1)x.$$

Эта серия имеет ценность $\frac{\pi}{4}$ для $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$, а стоимость $-\frac{\pi}{4}$ для $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$, а затем периодически продолжается с периодом 2π . Для нечетных кратных $\frac{\pi}{2}$, ряд имеет нулевое значение, тогда как функция, к которой он сходится, не определена для этих значений x . Следовательно, это пример ряда, состоящего из непрерывных функций, сходящегося к функции, которая не является непрерывной. Согласно Кацу, Фурье представил ряд в виде прямоугольной волны, а также нарисовал вертикальные отрезки прямой, кратные нечетным числам. $\frac{\pi}{2}$ соединение отрезков горизонтальной линии на расстоянии $\frac{\pi}{4}$ выше и ниже горизонтальной оси. Несмотря на то, что эта кривая была бы непрерывной, в наивном смысле этого слова она не представляла бы функцию, поскольку значения, нечетно кратные $\frac{\pi}{2}$ не будут однозначно определены. Похоже, это не беспокоило Фурье, поскольку его в основном интересовала физическая проблема, блок праксиса, а не столько строгая математика, блок логоса. Работа Фурье имела важные последствия для дальнейшего развития понятия функции, а также для концепций конвергенции и непрерывности. Чтобы показать описанное выше явление, рассмотрим рисунок, который содержит два графика частичных сумм ряда (1) для $n = 5$ (слева) и $n = 20$ (справа).

Ряды Фурье в теории сигналов. В этом разделе кратко представлено введение рядов Фурье в теории сигналов, следуя двум источникам: книга Нильссона и Риделя (2011 г.). Нильссон и Ридель начинают главу с рядов Фурье, с того, что они называют практической перспективой, - полосовых и режекторных фильтров. Затем они заявляют, что «в этой главе мы узнаем, что любой периодический сигнал может быть представлен как сумма синусоид, где частоты синусоид состоят из частоты периодического сигнала и целых чисел, кратных этой

частоте». Кроме того, они мотивируют периодические сигналы, говоря, что такие сигналы можно использовать для проверки качества полосового или режекторного фильтра, и упоминают, что периодические сигналы важны в генераторах энергии, а также в неэлектрических системах.

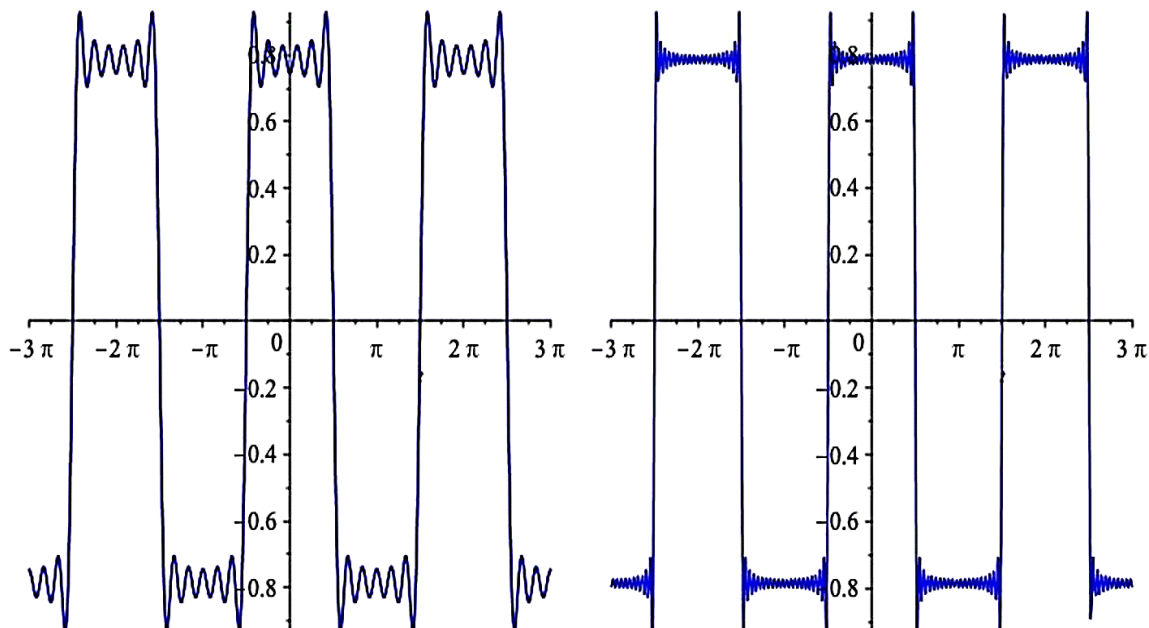


Рис. Частичные суммы ряда Фурье прямоугольной волны
($n = 5$, слева, и $n = 20$, справа).

После введения с мотивацией к изучению периодических сигналов они вводят ряды Фурье со ссылкой на Фурье и его исследования проблем теплового потока. Представление дается как $f(t) = a_v + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t)$, где $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ называется основной частотой функции f с периодом T . Целые числа, кратные ω_0 , называются гармоническими частотами. Нильссон и Ридель записывают:

$$a_v = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cos(k\omega_0 t) dt$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \sin(k\omega_0 t) dt.$$

Подчеркивается тот факт, что, пока функция интегрируется за весь период, не имеет значения, где находится начальная точка. Обозначение a_v мотивировано утверждением, что значение a_v — это среднее значение $f(t)$. Это полностью соответствует математическому определению среднего значения функции на интервале как значение интеграла функции, деленное на длину интервала. Крейзиг (2011 г.) не дает такой интерпретации постоянного члена. В теории сигналов постоянный член также часто называют составляющей постоянного тока сигнала, что еще больше связывает роль постоянного члена с физической реальностью.

Нильссон и Ридель приводят список достаточных условий, называемых условиями Дирихле для того, чтобы периодическая функция имела сходящийся ряд Фурье, а затем заявляют, что «любая периодическая функция, порожденная физически реализуемым источником, удовлетворяет условиям Дирихле». Формулы для коэффициентов Фурье обосновываются прямым интегрированием, очень похоже на то, как это было сделано Крейзигом с использованием элементарных свойств тригонометрических функций. Разница в том, что если Крейзиг сделал заметку, что он предполагает, что почленное интегрирование разрешено, то Нильссон и Ридель даже не упоминают, что могут возникнуть проблемы с выполнением почленного интегрирования.

В математике ряд Фурье — это способ замены произвольных сложных функций суммой более простых функций. В обобщенных случаях количество заданных выражений может достигать бесконечности. Также, чем больше выражений учтено при расчете, тем точнее будет итоговый результат. Чаще всего в качестве простых используются косинусные или синусоидальные тригонометрические функции. В этом случае ряды Фурье называются тригонометрическими, а решение таких выражений — гармоническим разложением. Этот метод имеет немаловажное значение в математике. В первую очередь, тригонометрический ряд — центр картины, а также при изучении функций — основной аппарат теории. Кроме того, он позволяет решать различные задачи математической физики. Наконец, эта теория способствовала возникновению математического анализа, обусловила существование ряда очень важных отраслей математических наук. Более того, она стала отправной точкой для создания дальнейших теорий: множеств, функций вещественных переменных, функционального анализа и заложила основы гармонического анализа.

Подводя итог всему вышесказанному, можно сказать, что ряды Фурье есть способ представления периодических функций в виде суммы, равной бесконечности, более простых синусоидальных и косинусоидальных волн. От обработки сигналов до теории приближения и дифференциальных уравнений в частных производных, трудно представить, насколько тесно связаны ряды Фурье с физическими явлениями — любой идентифицируемый объект может быть применён при помощи разных синусоидальных и косинусоидальных волн.

Как выяснилось через несколько десятков лет, спектр ряда Фурье очень ограничен, в отличие от его преемника — преобразования Фурье. Ряд Фурье применяется для представления периодической функции в виде дискретной суммы, а преобразование Фурье используется при представлении общей непериодической функции. Преобразование Фурье есть предел ряда Фурье функции, поскольку период стремится к бесконечности. В основе всех цифровых технологий, это следующая остановка на пути для тех, кому любопытно ещё больше узнать природу наших повседневных предметов.

Литература

1. Романова Л.Д., Шаркунова Т.А., Елисеева Т.В. Интегральные преобразования. Пенза: ПГУ. 2015. 80 с.

2. Полушин П.А. Математический аппарат теории сигналов и систем. Владимир: Изд-во ВлГУ, 2018. 87 с.
3. Долгополов В.М., Родионова И.Н., Рыкова Э.Н. Ряды Фурье. 2011. 92 с.
4. Kleiner I. Excursions in the History of Mathematics. Birkhäuser, 2012. №1. 347 p.

© Романова А.В., Исламгулова Г.Ф., 2022

МОДЕЛИРОВАНИЕ СКОРОСТНЫХ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ОБЪЕКТА С ОГРАНИЧЕНИЯМИ НА РАЗГОН И ТОРМОЖЕНИЕ

Задачи быстродействия движущихся объектов всегда вызывали большой теоретический и практический интерес у ученых и инженеров. Будем рассматривать множество W действительных дифференцируемых функций $f(t)$, определенных на всей числовой прямой R . Предположим, что на этом множестве функции $f(t)$ таковы, что их производные первого порядка непрерывны, а производные второго порядка кусочно-непрерывны. Определим норму функции и ее производных по формулам:

$$\|f\| = \sup_t |f(t)|, \quad \|f'\| = \sup_t |f'(t)|, \quad \|f''\| = \text{ess sup}_t |f''(t)| \quad (-\infty < t < \infty)$$

Другими словами, W — это пространство повторных интегралов от измеримых действительных функций, ограниченных существенным образом на прямой.

Задача быстродействия динамических процессов и систем давно изучается в различных математических науках, в т.ч. в теории управления, в теории динамических. Рассмотрим следующий вариант этой задачи: найти наименьший промежуток τ изменения аргумента t , на котором процесс $f(t)$ переходит с уровня $-M$ на уровень M при ограничениях [1]:

$$\|f\| \leq M \quad \|f''\| \leq K. (1)$$

С точки зрения механики эта математическая задача интерпретируется так. Пусть объект начинает движение из точки A к точке B , расстояние между которыми известно. Мощность двигателя объекта для разгона ограничена, а также тормозные характеристики также ограничены. Необходимо найти максимальную скорость на заданном участке AB при условии, что в точке B скорость объекта также должна быть нулевой. Будем считать, что объект совершает колебательные движения на участке AB .

Если характеристики разгона и торможения одинаковые, то естественно предположить, что точка максимального значения скорости находится посередине отрезка AB . Случай, когда эти характеристики не совпадают, будет рассмотрен позднее.

Не умаляя общности для удобства можно считать, что объект совершает движения на отрезке $[-M, M]$. Пусть объект начинает движение из точки $(M, 0)$ к точке $(-M, 0)$ и обратно. Возникает вопрос: за какое минимальное время объект пройдет путь от точки A до точки B и обратно? Это и есть простейшая постановка задачи о быстродействии.

Еще сотню лет назад такие ученые как Адамар [2,3], Ландау [2,3] предположили и доказали, что если функция ограничена по модулю и ограничена ее производная второго порядка, то и производная первого порядка тоже ограничена:

$$\|f\| \leq M_0 < \infty, \quad \|f''\| \leq M_2 < \infty \quad \Rightarrow \quad \|f'\| \leq M_1 < \infty.$$

С практической точки зрения это означает, что если на ограниченном прямолинейном участке дороги ускорение ограничено, то и скорость движущегося объекта тоже ограничена. Вот эту то границу и пытались найти многие ученые. Более трудная задача – найти точную границу скорости в этих условиях.

Впоследствии советские, российские и зарубежные ученые достигли значительных результатов по этой тематике. Приведем лишь некоторых из них: А.Н. Колмогоров [2], И. Шенберг [4].

А.Н. Колмогоров [2] до конца решил задачу определения точной оценки нормы промежуточной производной через норму заданной функции и ее старшей производной. Он нашел экстремальные функции, с помощью которых оценка становится точной. Получение точных оценок является более сложной задачей, нежели получение нижних или верхних оценок нормы производной. Такими экстремальными функциями в подобных задачах являются *идеальные сплайны Эйлера*

$$f_r(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\cos((2k+1)t + \pi r/2)}{(2k+1)^{r+1}} \quad (r = 0, 1, 2, \dots) \quad (2)$$

Тригонометрическую форму (2) можно переделать в алгебраическую. Сначала представим эти сплайны на полупериоде $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, а затем продолжим на всю числовую прямую. Вот эти представления на полупериоде $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$:

$$f_0(t) = 1, \quad f_1(t) = t, \quad f_2(t) = \frac{t^2}{2} - \frac{\pi^2}{8}, \quad f_3(t) = \frac{t^3}{6} - \frac{\pi^2 t}{8},$$

Ниже даны графики первых трех функций Фавара, уже продолженных на всю числовую прямую.

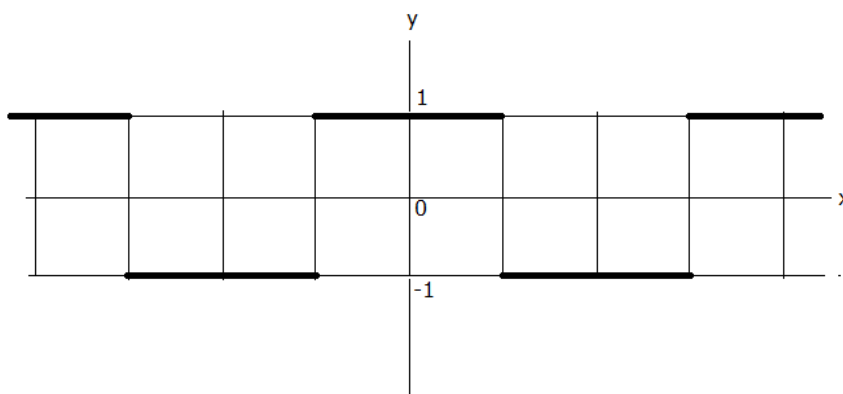


Рис. 1. График продолженной функции $f_0(t) = 1$

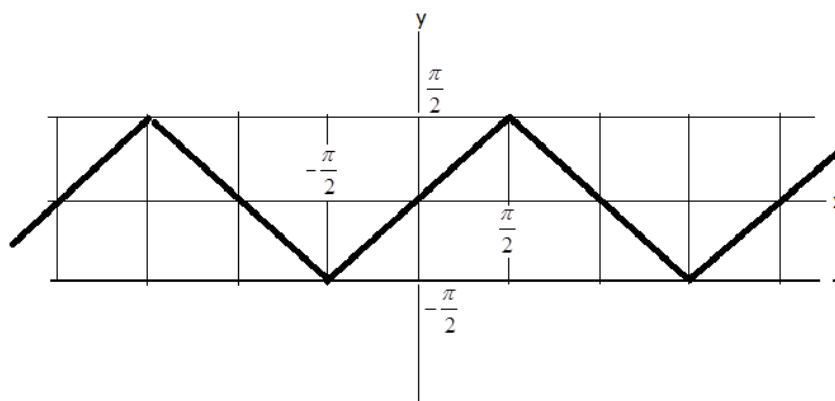


Рис. 2 График продолженной функции $f_1(t) = t$

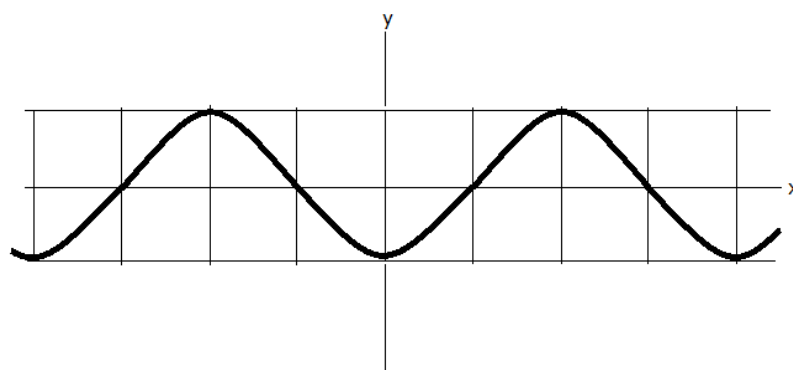


Рис. 3 График продолженной функции $f_2(t) = \frac{t^2}{2} - \frac{\pi^2}{8}$

Сплайны Эйлера обладают дифференциальными и экстремальными свойствами, которые будут нами использованы при построении комплекснозначных функций сравнения в задачах быстрогодействия на более сложных траекториях.

При выборе основного вида разработки обучающей программы были учтены следующие принципы:

1. Программа не должна иметь коммерческой направленности, быть доступной для любого пользователя и образовательного учреждения, так как несет только образовательные цели.
2. Интерфейс программы должен быть достаточно простой для понимания нового пользователя, не иметь излишнего функционала, ориентироваться больше на визуальное составляющие.
3. Программа должна быть грамотно оптимизирована и иметь минимальные системные требования, для комфортной работы пользователя.
4. Так как, образовательные учреждения в России постепенно переходят на отечественные операционные системы, разработанные на базе UNIX и Linux, программа должна быть написана с учетом простоты работы, наличие определенных знаний программирования.

Среди распространённых объектно-ориентированных языков программирования были выделены следующие, соотносящиеся с представленными критериями:

• C/C++ - языки программирования, позволяющие реализовать любую задачу программирования. Данные языки являются базой для многих языков программирования. Они используются, как для разработки оконных приложений, так и целых операционных систем и даже веб-сайтов. Большая часть оконных приложений для компьютера написано на C/C++.

• Python – достаточно новый язык программирования, набирающий обороты популярности в наше время, за счет простоты его изучения и использования. Python также является универсальным языком и используется, как в объектно-ориентированном программировании, так и в веб-технологиях. Несмотря на то, что скорость и вес программ, написанных на Python, уступают его родителям C и C++, он собрал в своем функционале все самое удобное и лучшее для разработчика.

Для разработки программы был выбран язык программирования C++, так как он позволяет наиболее комфортно разрабатывать оконное приложение, а также обладает рядом полезных функциональных особенностей при работе с изображениями, мультимедийным материалом и текстом. Для программирования на языке C++ используется среда разработки Qtcreator, которая позволяет максимально свести монотонное программирование кода к визуальному программированию. Для реализации визуального программирования интерфейса Qtcreator позволяет использовать систему QtWidgets, так и QML.

Обучающая программа реализована по средству одного окна – на котором располагаются параметры и три графика: пути, скорости и ускорения соответственно.

В соответствии с разработанной структурой обучающей программы, главное окно включает в себя возможность задавать параметры для графиков, кнопка для обновления и отображения графиков, кнопка закрытия приложения и сами графики уравнений. Для задания параметров пользователь передвигает слайдеры, диапазон которых варьируется от 0 до 20. При нажатии на кнопку «Set graphs» появляются 3 графика заданные от параметров.

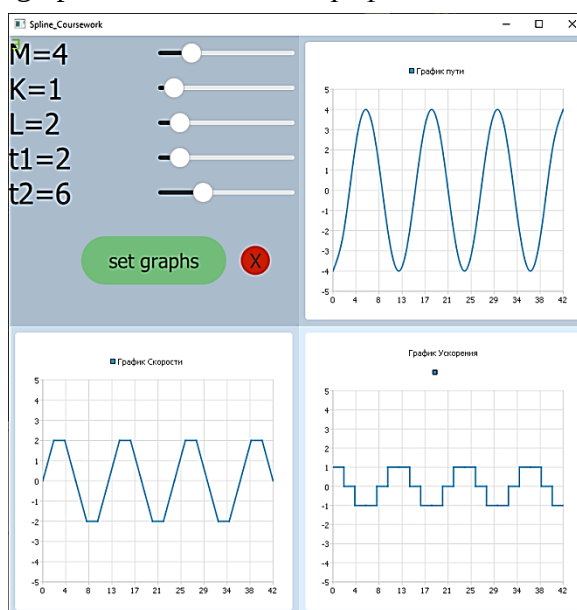


Рис. 4. Вид интерфейса программы

В ходе анализа литературных материалов по теме исследования нами была изучена роль информационных технологий в образовании [3]. На сегодняшний день существует множество

различных информационных технологий, позволяющих способствовать развитию качества образовательного процесса, решения различных актуальных проблем работы с информацией. Обучающие программы по математике – это одно из средств решения современных задач образования, которые могут сделать обучение математике более эффективным и интересным для обучающихся. Рассмотренные выше сплайны Эйлера обладают дифференциальными и экстремальными свойствами, которые в дальнейшем будут использованы при построении комплекснозначных функций сравнения в задачах быстрогодействия на более сложных траекториях.

Литература

1. Дмитриев Н.П. Оценка быстрогодействия динамического процесса на классе дифференцируемых функций с ограничениями // Вестник Нижневартковского гос. гуманитар. ун-та. №3. 2011. С. 6-9.
2. Колмогоров А.Н. О неравенствах между верхними гранями последовательных производных произвольной функции на бесконечном интервале // Учен. зап. Моск. Университета. 1938. Вып. 30. Кн. 3. С. 3-16.
3. Корнейчук Н.П. Экстремальные задачи теории приближения. М.: Наука, 1976. 320 с.
4. Schoenberg I.J. The Landau problem I. The case of motion on sets // Proc. Scand. Acad. Sci. 1978. Vol. 81. №2. P. 218-231.

© Онищенко Е.П., Ферберт И.И., Дмитриев Н.П., 2022

УДК 51-7

Циблиев И.Е., Фомина Т.П., канд. физ.-мат. наук
Липецкий государственный педагогический университет
имени П. П. Семенова-Тян-Шанского
г. Липецк, Россия

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ОШИБОК В ГЕОДЕЗИИ, ФИЗИКЕ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКЕ

Теория ошибок – раздел математической статистики, посвящённый построению выводов о численных значениях приближённо измеренных величин и об ошибках измерений [0, с. 755]. Если мы с вами будем проводить повторные измерения одной и той же постоянной величины, то заведомо наши результаты будут различны, так как каждое проведённое измерение содержит некоторую ошибку. Ошибки подразделяют на систематические, грубые и случайные. Систематическая ошибка довольно предсказуемая, она либо постоянная, либо пропорциональна измерению. Систематические ошибки в основном влияют на точность измерения, а происходит это по некоторым причинам, которые включают в себя погрешность наблюдения, неправильной установки измерительных приборов, помехи окружающей среды. Например, если мы будем измерять длину с помощью металлической линейки, то она обеспечит иной результат при холодной температуре, нежели при высокой температуре, а всё это происходит из-за теплового расширения материала. Если термометр неправильно откалиброван, то он может давать точные показания в конкретном температурном диапазоне, но при более низких или наоборот более высоких температурах становится неточным. Грубые ошибки появляются из-за невнимательности наблюдателя, неисправности прибора. Обычно результаты измерений, которые содержат грубые ошибки, как правило, сильно отличаются от других измерений, в связи с этим зачастую бывают хорошо заметны и легко устранимы путём повторного измерения. Случайные ошибки происходят по различным случайным причинам и полностью исключить их из измерения нельзя, но можно ослабить путём повышения количества и качества измерений и, конечно, использованием соответствующей математической обработкой результатов. С другой стороны, для них существует закон, который позволяет установить зависимость между величиной ошибки и вероятностью ее появления. Закон случайных ошибок, полученный Гауссом, состоит в том, что *они подчиняются закону нормального распределения*. Случайная ошибка, в первую очередь, влияет на точность измерений, а именно на последнюю значащую цифру измерения [0, с. 88]. К основным причинам случайных ошибок обычно относят факторы окружающей среды, ограничение инструментов, приборов, квалификации оператора, а также небольшие изменения в процедуре измерения. Например, при измерении человеческого роста важно учитывать, что эта величина зависит от незначительных изменений осанки или можно каждый раз читать значение под другим углом, когда вы проводите измерение объёма в колбе.

Первые упоминания о теории ошибок отражены в записях Галилео Галилея, который занимался обработкой наблюдений параллакса «Новой звезды» в 1572 году [0, с. 26]. Немного позднее за счёт астрономических и геодезических наблюдений интерес к ошибкам измерения

значительно увеличился. Астроном-наблюдатель Тихо Браге в XVII уже понимал, что каждое отдельное измерение несёт в себе некоторую ошибку и точность измерения значительно возрастает, если использовать среднее арифметическое. Однако всё же первопроходцами в построение математической теории ошибок измерений были Р. Котсу, Т. Симпсону и Д. Бернулли. Впоследствии теорией ошибок измерения занимались специалисты в области теории вероятностей на протяжении XVIII – XIX веков. Но несмотря на то, что основы теории ошибок были заложены в XVIII веке, она не потеряла свою значимость на сегодняшний день, так как используется в физике для оценки погрешности результата однократного измерения, для определения доверительного интервала некоторой физической величины, в геодезии для определения средней квадратичной погрешности и т.п.

Для иллюстрации применения теории ошибок рассмотрим задачи из различных сфер.

Задача 1. Студент проводит измерение некоторой величины y много раз и вычисляет среднее значение $\bar{y} = 23$ и стандартное отклонение $\sigma_y = 1$. Какую долю отсчётов студента Вы бы ожидали найти между:

- a) 22 и 24;
- b) 22,5 и 23,5;
- c) 21 и 25.

Решение. Для решения данной задачи воспользуемся интегралом ошибок первого рода или, что тоже самое, интегральной теоремой Лапласа:

$$P(a < X < b) = \Phi\left(\frac{b-\bar{y}}{\sigma_y}\right) - \Phi\left(\frac{a-\bar{y}}{\sigma_y}\right).$$

- a) $P(22 < X < 24) = \Phi\left(\frac{24-23}{1}\right) - \Phi\left(\frac{22-23}{1}\right) = 2\Phi(1) \approx 68\%;$
- b) $P(22,5 < X < 23,5) = \Phi\left(\frac{23,5-23}{1}\right) - \Phi\left(\frac{22,5-23}{1}\right) = 2\Phi\left(\frac{1}{2}\right) \approx 38\%;$
- c) $P(21 < X < 25) = \Phi\left(\frac{25-23}{1}\right) - \Phi\left(\frac{21-23}{1}\right) = 2\Phi(2) \approx 95\%.$

Ответ: a) 68%; b) 38%; c) 95%.

Задача 2. В трапеции измерены высота $h = 95$ м, нижнее основание $a = 170$ м, верхнее основание $b = 250$ м, а также их средние квадратические погрешности, которые равны соответственно $m_h = \pm 0,03$ м, $m_a = \pm 0,05$ м, $m_b = \pm 0,06$ м. Необходимо найти среднюю квадратическую и относительную погрешность вычисления площади трапеции.

Решение. Площадь трапеции S определяется по формуле $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$.

Для того чтобы найти среднюю квадратическую погрешность вычисления площади трапеции, продифференцируем это равенство по переменным a , b , h . В итоге получим следующие равенства:

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial a} &= \frac{h}{2}; \quad \frac{\partial S}{\partial b} = \frac{h}{2}; \quad \frac{\partial S}{\partial h} = \frac{a+b}{2}. \\ m_s^2 &= \left(\frac{\partial S}{\partial a}\right)^2 m_a^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial b}\right)^2 m_b^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial h}\right)^2 m_h^2 = \frac{h^2}{4} m_a^2 + \frac{h^2}{4} m_b^2 + \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 m_h^2, \\ m_s &= \pm \sqrt{\frac{95^2}{4} \cdot 0,05^2 + \frac{95^2}{4} \cdot 0,06^2 + \frac{420^2}{4} \cdot 0,03^2} = \pm 7,31 \text{ м.} \end{aligned}$$

Относительная погрешность вычисления площади трапеции будет иметь вид:

$$\frac{m_s}{s} = \frac{7,31}{19950} \approx \frac{1}{2729}.$$

Ответ: $m_s = \pm 7,31$ м, $\frac{m_s}{s} \approx \frac{1}{2729}$.

Задача 3. Определить момент инерции J шкива с доверительной вероятностью $P = 0,95$, используя данные эксперимента: диаметр D , высота h , с которой падает груз массой m , и время t падения груза. Для нахождения момента инерции используется формула:

$$J = mD^2 \frac{(gt^2 - h)}{5gt^2}.$$

Данные эксперимента представлены в следующем виде:

$$D = (23,4 \pm 0,2) \text{ мм} = (2,34 \pm 0,02) \cdot 10^{-2} \text{ м};$$

$$t = (7,84 \pm 0,09);$$

$$h = (105,0 \pm 0,5) \text{ см} = (1,050 \pm 0,005) \text{ м};$$

$$m = (147 \pm 0,5) \text{ г} = (0,147 \pm 0,001) \text{ кг};$$

$$g = (9,806650 \pm 0,000005) \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Решение. Для начала вычислим среднее значение $\bar{J}$. Для этого мы будем с вами использовать рабочую формулу следующего вида:

$$\bar{J} = \frac{1}{5} \bar{m} \cdot \bar{D}^2 \cdot \left(1 - \frac{\bar{h}}{\bar{g}\bar{t}^2}\right) \approx 1,61 \cdot 10^{-5} (\text{кг} \cdot \text{м}^2).$$

Чтобы вычислить частные относительные погрешности, представим рабочую формулу в виде произведения трёх функций: $F_1(m) = m$; $F_2(D) = D^2$; $F_3(t, h, g) = \frac{(gt^2 - h)}{gt^2}$; $J = \frac{1}{5} F_1(m) \cdot F_2(D) \cdot F_3(t, h, g)$. Вычисления показывают:

$$\delta J_m = \left| \frac{1}{F_1} \cdot \frac{\partial F_1}{\partial m} \right| \cdot \Delta m = \left| \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial m}{\partial m} \right| \cdot \Delta m = \frac{\Delta m}{m} \approx 7,0 \cdot 10^{-3};$$

$$\delta J_D = \left| \frac{1}{F_2} \cdot \frac{\partial F_2}{\partial D} \right| \cdot \Delta D = \left| \frac{1}{D^2} \cdot \frac{\partial (D^2)}{\partial D} \right| \cdot \Delta D = \frac{2\Delta D}{D} \approx 1,6 \cdot 10^{-2};$$

$$\delta J_t = \left| \frac{1}{\left(1 - \frac{h}{gt^2}\right)} \cdot \frac{\partial \left(1 - \frac{h}{gt^2}\right)}{\partial t} \right| \cdot \Delta t = \left| \frac{2h}{(gt^2 - h) \cdot t} \right| \cdot \Delta t \approx 4,0 \cdot 10^{-5};$$

$$\delta J_h = \left| \frac{1}{F_3} \cdot \frac{\partial F_3}{\partial h} \right| \cdot \Delta h = \left| \frac{-1}{(gt^2 - h)} \right| \cdot \Delta h \approx 9,0 \cdot 10^{-6};$$

$$\delta J_g = \left| \frac{1}{F_3} \cdot \frac{\partial F_3}{\partial g} \right| \cdot \Delta g = \left| \frac{h}{(gt^2 - h)} \right| \cdot \Delta g \approx 6,0 \cdot 10^{-10}.$$

Из полученных данных можно заметить, что максимальное значение имеет δJ_D , остальными значениями частных относительных погрешностей в силу их малости следует пренебречь, кроме δJ_m .

$$\delta J \approx \sqrt{\delta J_D^2 + \delta J_m^2} = \sqrt{(1,6 \cdot 10^{-2})^2 + (7,0 \cdot 10^{-3})^2} \approx 1,75 \cdot 10^{-2}$$

Вычислим абсолютную погрешность:

$$\Delta J = |\bar{J}| \cdot \delta J \approx 2,8 \cdot 10^{-7} (\text{кг} \cdot \text{м}^2).$$

После округлений получаем окончательный результат:

$$J = (1,61 \pm 0,03) \cdot 10^{-5} \text{ кг} \cdot \text{м}^2; P = 0,95.$$

Это означает, что значение момента инерции шкива заключено в доверительном интервале $(1,58 \cdot 10^{-5}; 1,64 \cdot 10^{-5})$ кг $\cdot$ м².

Ответ: $J = (1,61 \pm 0,03) \cdot 10^{-5}$ кг $\cdot$ м²; $P = 0,95$.

Задача 4. Пятиметровой рулеткой была измерена линия d , которая оказалась равной 250 м. Средняя квадратическая погрешность отложения одной рулетки $S_1 = 0,01$ м. Нужно найти точность измерения линий.

Решение. Среднюю квадратическую погрешность измерения линии найдём по формуле:

$$S_d = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + \dots + S_n^2},$$

$$\text{при } S_1 = S_2 = S_n = S_l \quad S_d = \sqrt{S_l^2 + S_l^2 + \dots + S_l^2} = S_l \sqrt{n},$$

где n – число отложений рулетки, $n = \frac{250}{5} = 50$; $S_d = 0,01 \cdot \sqrt{50} = 0,07$ м.

Относительная погрешность измерений $\frac{S_d}{d} = \frac{0,07}{250} = 0,00028$.

Ответ: $S_d = 0,07$ м; $\frac{S_d}{d} = 0,00028$.

Задача 5. Оценить погрешность результата однократного напряжения $U = 0,8$ В на сопротивлении $R = 3$ Ом, выполненного вольтметром класса точности 0,5 с верхним пределом измерения $U_H = 1,5$ В и внутренним сопротивлением $R_B = 500$ Ом. Известно, что дополнительные погрешности показаний вольтметра из-за магнитного поля и температуры не превышают соответственно $\beta_{мп} = \pm 0,8\%$ и $\beta_T = \pm 0,4\%$.

Решение. Предел относительной погрешности вольтметра на отметке 0,8 В будет составлять:

$$\beta_x = \frac{\Delta U}{U} \cdot 100\%; \Delta U = \frac{U_H \cdot p}{100}; \beta_x = \frac{U_H \cdot p}{U} = \frac{1,5 \cdot 0,5}{0,8} = 93,75\%.$$

Данная систематическая погрешность является основной погрешностью вольтметра. Если мы подсоединим вольтметр, то исходное напряжение U_x изменится, так как будет присутствовать сопротивление R_B . При этом показание вольтметра станет равно $U_B = \frac{R_B}{R + R_B} U_x$.

Значит, методическая погрешность в относительной форме будет иметь следующий вид:

$$\beta_M = \frac{U_B - U_x}{U_x} \cdot 100\% = -\frac{R}{R + R_B} \cdot 100\% = -\frac{3}{3 + 500} \cdot 100\% = -0,6\%.$$

Погрешность β_M является систематической погрешностью, поэтому она будет внесена в результат в виде поправки. Поправка на отметке 0,8 В по модулю будет равна:

$$\gamma = \frac{U \cdot \beta_M}{100} = \frac{0,8 \cdot 0,6}{100} = 0,0048 \text{ В}.$$

Результат измерения, включая поправку в абсолютной форме, будет таким:

$$U_x = 0,8 + 0,0048 = 0,8048 \text{ В}.$$

В силу того, что основная и дополнительная погрешности заданы своими граничными значениями, то их можно рассматривать как систематические погрешности и можно использовать следующую формулу такого вида:

$$\beta_c(P) = k \sqrt{\sum_{i=1}^m \beta_i^2}.$$

В данной формуле P есть не что иное, как доверительная вероятность, а k есть коэффициент, который зависит от доверительной вероятности P . Если $P = 0,9$, то $k = 0,95$.

Рассчитаем доверительную границу систематической погрешности при доверительной вероятности $P = 0,9$. Она будет равна:

$$\beta_c = 0,95 \cdot \sqrt{(0,9375)^2 + (0,8)^2 + (0,4)^2} = 1,23\%.$$

$$\Delta_c = \frac{\beta_c \cdot U}{100} = 0,00984 \text{ В.}$$

Ответ: $U = 0,8 \text{ В}$; $\Delta = \pm 0,01$; $P = 0,9$.

Теория ошибок очень важна при оценке результатов физического эксперимента, при решении геодезических, статистических и даже промышленных задач. Ведь неумение правильно оценить погрешности приводит в ряде случаев к порче, например, промышленных изделий, у которых заранее были неправильно установленные метрологические требования, что ведёт к материальному ущербу предприятия. Это говорит о том, что применение теории ошибок имеет не только академический интерес, но и практический [0, с. 89].

Литература

1. Большев Л.Н. Теория ошибок // БРЭ. М., 2014. Т. 24. С. 755.
2. Зайдель А.Н. Ошибка измерений физических величин. М.: Наука, 1974. 108 с.
3. Тейлор Дж. Введение в теорию ошибок. М.: Мир, 1985. 272 с.
4. Шейн О.Б. История теории ошибок. Берлин: NG Verl, 2007. 176 с.

© Циблиев И.Е., Фомина Т.П., 2022

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ КАК НЕОТЪЕМЛЕМАЯ ЧАСТЬ ЭКОНОМИКИ

Экономика – это наука, которая изучает способы удовлетворения потребностей всего общества, находящегося в условиях ограниченности ресурсов. Мы видим, что эта наука тесно связана с нашей жизнью и помогает нам существовать. Но стоит заметить, что экономика сопряжена с различными прикладными науками, такими, как, например, право, политика и даже математика. Экономика – это та наука, в которой использование знаний математики не только необходимо, но это еще и естественно. Эти два направления тесно связаны друг с другом и находятся всегда рядом. Большое число экономических показателей, таких как, например, прибыль, ВВП, инфляция и другие, — все они имеют именно количественный показатель, так как рассчитываются в цифрах. Следовательно, для определения многих экономических показателей мы прибегаем к использованию математических формул. Еще до XX века наука экономики использовала достаточно ограниченное количество алгебраических формул, способов и методов. По моему мнению, это происходило из-за того, что экономика претендовала на самостоятельную, фундаментальную науку, не берущую начала ни в одной другой. Но как выяснилось, это невозможно, так как она тесно связана с алгебраическими вычислениями, хотя экономика всё же считается предметом самостоятельным. В принципе споры на этот счет до сих пор идут среди выдающихся кандидатов наук различных областей.

Цель работы: узнать, что такое математическая модель, какое значение она имеет в экономике и почему связана с ней, а также построить математическую модель для решения экономической задачи. Системное использование математики в исследованиях экономики началось примерно лишь в XX веке. Было выявлено, что математические методы используются в математических моделях изучаемых явлений, а не применяются непосредственно. Для того, чтобы их построить нужны два аспекта: во-первых, понимание того, что происходит, во-вторых, математическое мышление.

Рост роли математики в экономике связан с тем, что последняя развивается со стремительной скоростью и на ее пути встречаются различные сложные задачи, с которыми возможно справиться, только используя математические методы. Для исследования большинства математических процессов ученые прибегают к экономико-математическому моделированию [1; 3].

Экономико-математическая модель — это представление экономических процессов, которое применяется для их использования и управления. При решении задач экономисты отмечают существенные факторы и убирают несущественные. Модели в подавляющем большинстве случаев изображаются как формулы, графики, схемы и т.д. Моделируются как объекты и процессы, так и сами связи между ними. В качестве экономических моделей можно привести модели роста цен, потребительского спроса, модель фирмы и другое. Они помогают

выделить основные функционирования систем экономики, прогнозировать их поведение в будущем, а также дают возможность управлять этими системами.

Разберемся, как построить экономико-математическую модель.

Как и в любой работе нам надо сформулировать проблему и цель нашего исследования.

Необходимо выделить доминирующие факторы исследуемой экономической системы, которые определяют ее функции.

Изучить взаимосвязи модели на качественном уровне.

Построить математические модели на полученной предыдущем этапе информации.

Провести расчеты по математическим моделям.

Анализировать полученные результаты.

Использовать полученные выводы для предсказания исследуемой экономической системы.

Понятно, что никакие модели не могут стопроцентно отражать реальность, но благодаря им можно увидеть хотя бы приближенные данные.

В вышеизложенной схеме с первого по третий этап говорят о целенаправленности исследования, четвертый и пятый этапы определяют системность исследований, шестой и седьмой этап помогают сделать выводы и обобщить полученные результаты, показав, в каком направлении следует нам двигаться.

Существует 3 способа построения математической модели:

Феноменологический (прямое наблюдение);

Дедуктивный (вычленение из общей модели);

Индуктивный (обобщение отдельных моделей).

Прежде, чем мы рассмотрим экономическую задачу, необходимо понять, какие типы моделей существуют. В научной литературе выделяют много классификаций, но вот самая распространенная из них [2]:

Макро и микро экономические модели;

Теоретические и прикладные модели;

Статические и динамические модели;

Описательные и оптимизационные модели;

Детерминированные и вероятностные модели.

Не будем рассматривать подробно все виды, а лишь остановимся на 4 типе: описательные модели. Описательные, или по-другому, дескриптивные модели – это модели, с помощью которых выделяют существенные элементы и переменные, описание их связи и структуры с помощью математических формул и математических графиков. Чтобы понять, как работают эти модели, давайте разберемся с описательной экономико-математической моделью.

В описательной модели выделяются элементы, показатели, параметры и переменные, которые объединяются в математические выражения, позволяющие провести анализ сути изучаемого экономического явления. Рассмотрим модель межотраслевого баланса или основное макроэкономическое тождество:

$$Y=C+I+G+NX,$$

в котором Y – совокупный доход, C – совокупное потребление, I – инвестиции, G – расходы государства, NX – чистый экспорт. Для этой модели рассмотрим такой пример:

Компания производит n видов продуктов. Для выпуска она использует рабочую силу, оборудование, которое является основным капиталом и сырье. Эти ресурсы равны L, K, R . Отметим, что в задаче эти ресурсы не могут быть увеличены. Для расхода каждого ресурса на производство предусмотрена единица продукции вида i -го вида ($i=1,2,3\dots n$): l_i, k_i, r_i . Цены продуктов заданы: p_i ($i=1,2,3\dots n$). Нам надо узнать объем выпуска продуктов с целью оптимальной оптимизации Y в зависимости от реализации.

В математической модели будут экзогенные переменные, заданные извне и неменяющиеся в ходе производства. Также будут заданы совершенно противоположные переменные, то есть эндогенные, которые не взяты извне и определяются в ходе расчетов. Все переменные, кроме объема выпуска продукции, это экзогенные переменные, а объем – эндогенная переменная, которую мы отметим как x_i . Наша цель – это оптимизация дохода. Записываем его следующим образом:

$$Y = p_1x_1 + p_2x_2 + \dots + p_nx_n = \sum_{i=1}^n p_ix_i - \max$$

Ограничения, которые поставили для увеличения ресурсов, могут быть представлены такими неравенствами:

$$l_1x_1 + l_2x_2 + \dots + l_nx_n \leq L$$

$$r_1x_1 + r_2x_2 + \dots + r_nx_n \leq K$$

$$k_1x_1 + k_2x_2 + \dots + k_nx_n \leq R.$$

Так как у нас не могут быть отрицательные значения, мы дописываем неотрицательные переменные $x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n$.

Если объединить целевую функцию и условия ограничения, то получим оптимизационную модель. Также это будет задачей линейного программирования. Полученная модель вполне реалистична в большинстве случаев и может быть применена для анализа производства. Но так как уже говорили, что такие модели являются лишь «приблизительными», то давайте разберем, какие условия, встречающиеся в реальности, она не может учитывать:

Во-первых, ресурсы могут заменять друг друга;

Во-вторых, объемы ресурсов – это не фиксированная единица, они могут исчерпываться, продаваться и т.д.

В-третьих, цены могут быть непостоянными.

В-четвертых, могут использоваться различные технологии для выпуска, затрачивая при этом разное количество ресурсов.

В-пятых, цели организации также требуют дополнительных учетов показателей качественных и количественных.

В-шестых, предложенная математическая модель не учитывает таких жизненных факторов, как поломка оборудования, сокращение рабочей силы из-за болезни рабочего и т.д.

Эти ограничения показывают, что в экономике математические модели могут быть намного сложнее, так как приходится учитывать различные обстоятельства, к тому же математические модели не рассчитаны на форс-мажорные ситуации в жизни. Несмотря на все это, использование таких моделей очень актуально в современном мире, так как они помогают спрогнозировать примерный результат, предотвратить определенных негативных моментов и понять, как можно управлять данной системой.

Исходя из проделанной работы, пришел к выводу, что экономико-математическая модель – это представление экономических процессов, которое применяется для их использования и управления. Их применение достаточно актуально в нашем мире, так как нет таких важных экономических задач, которые решались бы без помощи математики и ее формул. Для обоснования своих теорий или нахождения решения многие лауреаты Нобелевской премии использовали как раз-таки свои знания в области математических моделей. Математические модели приносят максимально точные данные в экономические исследования, позволяют прийти к количественному результату, эффективность которого не заменит ни одно словесное или логическое суждение. Но, несмотря на положительные стороны, как и в любом методе, экономико-математический метод имеет отрицательные, слабые стороны, например, неточность полученных данных или невозможность рассчитать некоторые условия, которые встречаются в реальности, но не могут быть учтены в математической модели. Из всего вышесказанного напрашивается вывод следующий вывод: добиться в экономике определенных результатов, провести исследования возможно совместно с теорией экономики и математики, то есть роль математики в экономике велика.

Литература

1. Ананьин О.И. Структура экономико-теоретического знания: методологический анализ. М.: Наука, 2005. С. 145.
2. Барлыбаев А.А., Юнусова Г.М. Математические методы в экономической науке: эволюция и перспективы // Теория и методология экономического анализа. 2009. №23. С. 13.
3. Тумилович М. Формализм, экономическое образование и экономическая наука // Эковест, 2013. С. 2013.

© Юдин З.А., Исламгулова Г.Ф., 2022

Энергетика. Электротехника

УДК 620.92

Азнабаева А.А.

Казанский государственный энергетический университет
г. Казань, Россия

ПЕРСПЕКТИВЫ ПРИМЕНЕНИЯ ГЕОТЕРМАЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ В РОССИИ

В настоящее время множество ученых из разных стран находятся в поиске альтернативных источников энергии, одним из которых является геотермальная энергия Земли. Учитывая усиленное использование углеводородного топлива, геотермальная энергетика является перспективной разработкой, при этом геотермальная энергия уже существует как теплота, и не требует сжигания углеводородного топлива. Как следствие, инвестиции в эту сферу оправдают себя в ближайшие годы. Геотермальная энергетика - альтернативный источник энергии, использующий возобновляемые ресурсы, источником которого является магма Земли. Магма раскалена до предела, поэтому запасы тепла практически неисчерпаемы. Геотермальные месторождения размещены в основном в районах недавнего вулканизма [1, с. 417].

Районы геотермальных месторождений делятся на 3 класса:

1. Гипертермальный. Температурный градиент – более 80 °С/км. Районы расположены в тектонической зоне, на границе континентальных плит. Большинство всех существующих ГеоТЭС расположены именно в этих районах.

2. Полутермальный. Температурный градиент - от 40 до 80 °С/км. Районы, связанные с аномалиями, лежащими в стороне от границ платформ. Извлечение тепла происходит из естественных водоносных пластов или из раздробленных сухих пород.

3. Нормальный. Температурный градиент – менее 40 °С/км. Самые распространенные районы на планете Земля. В таких районах обычно экономически не выгодно извлекать тепло из недр Земли.

В каждом из выше указанных классов, возможно получение тепла за счет естественной гидротермальной циркуляции, при которой потоки воды проникают глубоко под землю, где нагревается до необходимых температур, превращаются в пароводяную смесь, сухой пар. В природе соответствующий выход воды наблюдается в виде гейзеров. Так же можно создать искусственные разрывы в породах, благодаря которым возможно прокачать воду, отбирая тепло [2, с. 178].

Сами источники так же могут быть разных видов: 1. Месторождения геотермального сухого пара. 2. Источники влажного пара (смесь горячей воды и пара). 3. Месторождения геотермальной воды. 4. Сухие горячие скальные породы, разогреваемые магмой.

Геотермальная энергия может быть использована двумя основными методами – при получении электроэнергии и при обеспечении обогрева домов и различных промышленных

предприятий. Конденсационную воду обычно возвращают в землю и при ее вполне хорошем качестве—передают в ближайший водоем. В других случаях, где присутствует влажный пар, этот пар выделяют и затем применяют для вращения турбин.

Преобразование геотермальной энергии в электрическую энергию, в зависимости от температуры среды, делится на следующие методы: 1) прямой метод, который основан на использовании сухого пара; 2) непрямой метод, при котором используется водяной пар с температурой воды более 180°C; 3) смешанный метод, который базируется на применении смеси воды с другими жидкостями. Основной задачей данного энергоснабжения является получение энергии из недр земли, которая обеспечивает выработку недорогого электричества.

Преимущества геотермальных электростанций:

1. Экологическая безопасность объектов при эксплуатации.
2. Исключительно высокие запасы мощности.
3. Невысокий уровень цен.
4. Низкие затраты на обслуживание геотермальных установок.
5. Неиссякаемые запасы энергии, которые не зависят от природных катаклизмов, сезонных изменений и прочих внешних факторов.
6. Бесперебойную работу ГеоТЭС в режиме 24/7.
7. Незначительную площадь территории постройки и запуска геотермальных станций.
8. Энергобезопасность и независимость.

По состоянию на 2019 год в ряде стран Европы построены и запущены несколько станций суммарной мощностью около 75 МВт. Через пять лет указанный объем планируют довести до уровня в 17 ГВт. Основная ставка делается на Индонезию, Турцию, Кению и Филиппины, где разработка нового природного источника энергии ведется наиболее активно. Ученые предсказывают, что уже через несколько десятков лет геотермальная энергия составит 1/6 мирового энергоснабжения [3, с. 87].

Регионы в России, где есть пароводяные геотермальные месторождения, являются Камчатка и Курильские острова. Ресурсы геотермальных месторождений Камчатки оцениваются в 250-350 МВт электроэнергии, Курильских островов — в 230 МВт, что потенциально позволяет полностью закрыть потребности регионов в электроэнергии, теплоснабжении и горячей воде. Исследование этих месторождений начал русский путешественник С.П. Крашенинников в 1737 году. Регулярные исследования было начаты в тридцатые годы прошлого века геологом Борисом Ивановичем Пийпом. В 1937 году он издал книгу «Термальные ключи Камчатки». Он же организовал геотермальные исследования и создал Институт вулканологии и сейсмологии АН СССР в Петропавловске- Камчатском в 1962 году. Так как на сегодняшний день развитие возобновляемой энергии является востребованным направлением в энергетике, в России так же активно развивается данный вид электроэнергетики. По данным на 2020 год, в России функционируют четыре геотермальные электростанции общей мощностью 81,4 МВт, три из которых находятся в Камчатском крае и одна в Сахалинской области.

Первая геотермальная электростанция России - Паужетская ГеоЭС, строительство которой началось в 1957 году, а была введена в эксплуатацию в 1966 году. Эксплуатируется ПАО «Камчатскэнерго». Данная геотермальная электростанция представляет собой ГеоЭС с прямым использованием пара. Она находится в районе Паужетских геотермальных источников - в 30 км от Охотского моря у реки Паужетка. На данный момент имеются 22 скважины, 10 из которых действующих. Благодаря сепараторам осуществляется разделение пароводяной смеси. Далее пар идет по трубопроводам к зданию ГеоЭС и потом в турбины. Установленная мощность Паужетской ГеоЭС - 12 МВт.

Верхне-Мутновская ГеоЭС была принята в эксплуатацию в 1999 году. Эта ГеоЭС находится в Елизовском районе Камчатского края. Станция эксплуатируется ПАО «Камчатскэнерго». В Верхне-Мутновской ГеоЭС впервые были успешно применены горизонтальные гравитационные сепараторы, благодаря которым удаляется максимальное количество воды из геотермального пара. Так же при проектировании и строительстве данной геотермальной электростанции были применены новые технические решения, которые в последствии успешно применялись при создании новых ГеоЭС. Данная ГеоЭС так же как и Паужетская ГеоЭС представляет собой геотермальную электростанцию с прямым использованием пара. Установленная мощность тоже 12 МВт.

В 2002 году был введен в эксплуатацию первый пусковой комплекс Менделеевская ГеоТЭС, которая находится на острове Кунашир около вулкана Менделеева. Эксплуатируется ЗАО «Энергия Южно-Курильская». В 2016 году Менделеевская ГеоТЭС была временно выведена из эксплуатации, после модернизации в 2019 году снова начала свою работу. В результате модернизации мощность Менделеевской ГеоТЭС увеличилась до 7,4 МВт.

Крупнейшая геотермальная электростанция России - Мутновская ГеоЭС. Расположена в Елизовском районе Камчатского края, на высоте 800 м над уровнем моря. Станция эксплуатируется ПАО «Камчатскэнерго». Установленная мощность - 50 МВт. Данная ГеоЭС является одной из современных геотермальных электростанций в мире и не имеет аналога в России. Тепловая схема Мутновской ГеоЭС позволяет чистое использование геотермального теплоносителя с экологичной точки зрения с исключением прямого контакта с природой за счет использования воздушных конденсаторов. По прогнозам специалистов, общая мощность Мутновской ГеоЭС возрастут до 250 МВт в ближайшем будущем.

Геотермальные станции РусГидро обеспечивают 30 % энергопотребления Камчатки. Это позволяет снизить затраты на дорогостоящее привозное топливо. Геотермальная энергетика является экологически чистым видом электроэнергии, что доказывает многолетняя эксплуатация ГеоЭС.

Несмотря на все положительные стороны и достоинства данных электростанций, всё же есть разница между значительными запасами геотермальной энергии и малой ее используемой частью, и низким уровнем эксплуатации месторождений. Это объясняется некоторыми специфическими факторами, характеризующими эту энергию, а также технологией ее извлечения и использования [4, с. 73].

Таковыми факторами являются: высокая стоимость скважин и низкие транспортабельные качества термальных вод, необходимость обратной закачки отработанных вод и значительные расходы на их подготовку, невозможность аккумулирования тепловой энергии на длительный период, коррозионно-агрессивные свойства, характеризующие термальные воды на больших глубинах, одноразовость использования термальных вод в системе теплоснабжения и сравнительно низкая их температура и т.д. В связи с этим возникают проблемы геотермальной энергетики. Основные проблемы ГеоЭС: освоение технологий строительства высокодебитных скважин с горизонтальными столами в продуктивном горизонте, перевод значительного количества бездействующих скважин на выработанных нефтяных и газовых месторождениях для добычи геотермального флюида, широкое освоение технологии геотермальных циркуляционных систем (ГЦС), разработка эффективных методов борьбы с коррозией и солеотложением, разработка двухконтурных систем геотермального энергоснабжения на основе дешевых коррозионно-стойких теплообменников и серийный выпуск модульного оборудования для строительства одноконтурных и бинарных ГеоЭС, разработка эффективных комплексных технологий утилизации геотермальной и сопутствующих видов энергий и гидроминеральных ресурсов, разработка эффективных технологий утилизации низкопотенциального геотермального тепла [5, с. 161].

К сожалению, в России отсутствует отечественное оборудование энергоустановок, поэтому поставщиками являются иностранные производители. Это увеличивает стоимость строительства ГеоЭС. Решение данных проблем приведет к повышению отдачи существующего геотермального производства. Области применения и эффективность использования геотермальных вод зависят от их энергетического потенциала, химического состава, минерализации, агрессивности вод, наличия потребителя и его удаленности и некоторых других факторов. Наиболее эффективной областью применения геотермальных вод является отопление, горячее и техническое водоснабжение [6, с. 74].

Благодаря учёным высокой научной и инженерной квалификации, которые внедрили важнейшие разработки на государственном уровне, произошел скачок в развитии российской геотермальной энергетики. При общей мощности мировых ГеоТЭС 13,3 ГВт установленная мощность ГеоТЭС Российской Федерации составляет 74 МВт при потенциальной мощности ГеоТЭС только Камчатки 1,1 ГВт. Кроме того, Россия — одна из пяти стран мира, обладающая технологиями производства геотермальных турбин и оборудования, геологической и научной школой мирового уровня, инженерными школами по проектированию и эксплуатации. На сегодняшний день на территории Российской Федерации пробурено около 4000 скважин на глубину до 5000 м. Такие скважины позволяют перейти к масштабному внедрению современных оборудования для теплоснабжения на всей территории государства.

Развитие геотермальной энергетики в России сможет разрешить проблему электрификации малообжитых территорий, для которых централизованное энергообеспечение является экономически невыгодным. Для дальнейшего развития данного альтернативного источника энергии АО «Геотерм» планирует построить четвертый блок Верхне-Мутновской ГеоЭС по комбинированной схеме, что замотивирует разработку и производство

отечественных производителей оборудования. Такой вид альтернативного источника энергии как геотермальная энергия является одним из лидирующих. Гидрогеотермальные ресурсы успешно осваиваются во многих странах мира для производства электроэнергии и тепла, удовлетворяя при этом самые разные потребности хозяйственной деятельности человека. Масштабы использования геотермальной энергии постоянно растут, количество стран, успешно использующих эту энергию, также с каждым годом увеличивается. А также использование геотермальной энергии поможет улучшить экологическую обстановку по всей стране, потому что для действующих геотермальных электростанций характерен умеренный уровень выбросов, что значительно меньше выбросов традиционных видов энергетики. Геотермальные ресурсы представляют собой практически неисчерпаемый, возобновляемый и экологически чистый источник энергии, который будет играть существенную роль в энергетике будущего.

Литература

1. Кондратьев А.Е. Особенности построения геотермальной системы теплоснабжения жилого поселка // Приборостроение и автоматизированный электропривод в топливно-энергетическом комплексе и жилищно-коммунальном хозяйстве: Материалы VI Национальной научно-практической конференции. В 2 т. (г. Казань, 10-11 декабря 2020 года). Казань: Казанский государственный энергетический университет, 2020. С. 417-419.
2. Исмаилова Г.М. Геотермальные источники для теплоснабжения дома // Тинчуринские чтения: Тезисы докладов XIII молодежной научной конференции. В 3-х т. (г. Казань, 24-27 апреля 2018 года). Казань: Казанский государственный энергетический университет, 2018. С. 177-179.
3. Исмаилова Г.М. Геотермальная энергетика и ее перспективы использования в России и зарубежом // В мире науки и инноваций: Сборник статей международной научно-практической конференции: в 8 ч. (г. Пермь, 25 декабря 2016 года). Пермь: Аэтерна, 2016. С. 86-88.
4. Алимкулова С.Р. Способ решения проблем энергосбережения в системе теплоснабжения // Научному прогрессу – творчество молодых. 2019. №2. С. 73-74.
5. Гатауллина И.М. Построение системы теплоснабжения на основе теплового насоса // Тинчуринские чтения: Материалы XIII молодежной научной конференции. Казань: Казанский государственный энергетический университет, 2018. С. 160-162.
6. Гатауллина И.М. Использование тепловых насосов в системах теплоснабжения зданий // Научному прогрессу – творчество молодых. 2018. №2. С. 71-74.

© Азнабаева А.А., 2022

УДК 621.313

Балгазин И.И., Аминев Р.Н., Терешкин В.М.

Уфимский государственный авиационный технический университет
г. Уфа, Россия

МЕТОДЫ ДИАГНОСТИКИ НЕИСПРАВНОСТЕЙ МНОГОФАЗНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН

Процесс преобразования электрической энергии в механическую энергию в электрических машинах осуществляется за счет вращающегося магнитного поля, возбуждаемого токами обмотки статора.

Многофазная электрическая машина представляет собой машину постоянного тока, в роли коммутатора которой выступают силовые ключи. Идея использовать силовые ключи вместо щеток не нова, первые прототипы были созданы еще в 30-е года XX века, однако детальное изучение начало происходить с 70-х годов, а промышленное внедрение с 90-х годов [7, с. 1], связано это прежде всего с экономическими причинами (силовые ключи долгое время не соответствовали техническим требованиям, и были дороги в исполнении), и эксплуатационными причинами (до распространения ШИМ и др. способов управления, данный тип двигателя было не целесообразно использовать в силу низкого КПД, малой устойчивости силовых элементов, их дороговизны).

Главными достоинствами многофазной машины, по сравнению с классическими являются:

1. Повышенная надежность. Отличительным и главным преимуществом многофазной электрической машины перед традиционными является надежность. Экспериментально было установлено [2, с. 13], что многофазные машины с числом фаз $m \geq 6$ могут удовлетворять эксплуатационным требованиям даже при условии обрыва 1 и более фаз.

2. Большой срок эксплуатации. Известно, что увеличение количества фаз ($m > 3$) положительно сказывается на уменьшении всех возможных пульсаций в электрической машине, снижении номинального фазного тока на величину $\frac{m}{3}$. Снижение же номинального фазного тока приводит к возможности использования провода с уменьшенным сечением (улучшение коммутации), и к уменьшению нагрева электродвигателя.

3. Улучшенные вибро-шумовые характеристики. Так как в проводниках многофазной электрической машины течет меньший фазный ток (но при этом сохраняется мощность машины), и в проводниках практически отсутствуют гармоники, количество вибраций и шумов кратно уменьшается по сравнению с электрическими машинами переменного тока.

4. Улучшенные энергетические показатели. В силу практически полного отсутствия гармоник, лучшей коммутации, потерь становится меньше, так же стоит упомянуть об меньшем нагреве электрической машины (меньшие фазные токи). Выше КПД [7, с. 1; 8, с. 1].

5. Большой диапазон регулировки скорости. Используя различные способы управления, как и различные конструктивные исполнения многофазных машин позволяют добиться куда более плавных характеристик, и широкого диапазона их регулирования.

6. Меньшие итоговые массогабаритные характеристики. Меньшие итоговые габариты могут достигаться в частности в 7 фазных машинах при использовании разных способов управления электрической машины. Если точнее выразиться, при разных способах управления можно достичь практически идеальных характеристик и значений токов и напряжений, что приводит к отсутствию необходимости в фильтрах и трансформаторах. Также в 7 фазных машинах происходит экономия меди вплоть до 20%, что сильно снижает массу.

7. Независимость от температуры окружающей среды. Вышеописанные достоинства особенно важны и критичны при эксплуатации электрических машин в авиации, судостроении, станкостроении.

Виды неисправностей электрических машин

Высокая повреждаемость электрических машин (ЭМ), препятствует эффективному ее применению, что может нарушить технологические процессы, повысить брак продукции, привести к фатальным последствиям

Исходя из анализа литературы, известно, что значительная часть чрезвычайных происшествий и катастроф возникает из-за возгораний ЭМ, особенно часто они возникают, когда работа ЭМ сопровождается дугообразованием и искрением.

Особую опасность представляют аварийные режимы работы, даже кратковременные аварийные режимы могут привести к лавинообразному выводу из строя оборудования, и возникновению пожаров. Которые могут возникнуть не только от возгорания аппаратуры, но и например привести к нагреву ЭМ, от которой могут вспыхнуть окружающие объекты.

Принято разделять неисправности ЭМ на: механические, электрические, и другие неисправности. К сожалению, анализ литературы [1, с. 4-6; 3, с. 2; 4, с. 2-3; 5, с. 9-23; 6, с. 52] показал отсутствие единых процентных соотношений. Вызвано это прежде всего, разными типами используемых ЭМ, разными условиями и режимами эксплуатации (в том числе и отраслевые отличия). Однако если опираться на российские и зарубежные источники можно утверждать, что гарантированно в 50-55% случаях неисправность ЭМ вызывается электрическими причинами, 0-5% другими (неисправность инвертора, фильтра, плохое качество электроэнергии), механические же повреждения сильно зависят от типа ЭМ и в целом не превышают 40%.

К механическим неисправностям относят: повреждение узлов двигателей, т.е. повреждение на обмотки статора, подшипников, системы охлаждения ротора и статора, железа статора, вала ротора.

К электрическим неисправностям относят:

- 1) Обрыв или короткое замыкание в обмотках двигателя (в основном из-за пробоя изоляции);
- 2) Неправильное соединение обмоток;
- 3) Высокое сопротивление проводника;
- 4) Неправильное заземление.

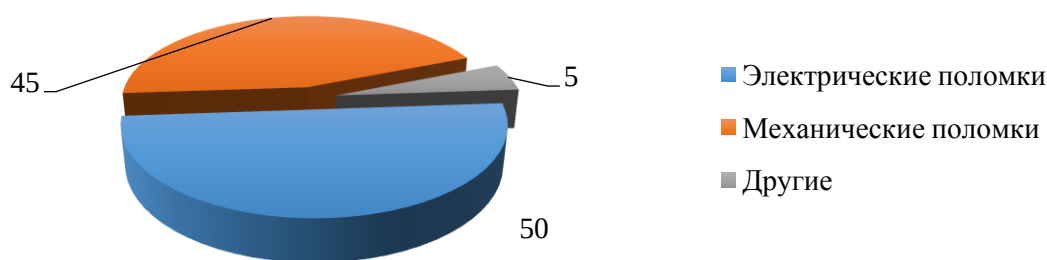


Рис. Причины выхода из строя ЭМ

Основные виды диагностик неисправностей многофазных электрических машин

Наиболее распространёнными видами диагностики являются:

1. Определение неисправности, анализируя форму электрического сигнала. Суть метода заключается в диагностировании механических неисправностей, фиксируя изменения величины тока и формы статора.

2. Определение неисправности по спектральному анализу сигнала тока. Суть метода заключается в том, что неисправности в работе ЭМ приводят к изменениям магнитного потока, и как следствие к изменению спектрограммы электрического тока.

3. Оценка неисправностей по звуковому сигналу. Суть метода заключается в исследовании акустических колебаний, и сравнении звукового сигнала, создаваемого неисправной ЭМ, с эталонным сигналом.

4. Вибродиагностический контроль заключается в обнаружении вибраций контролируемого объекта в процессе эксплуатации.

Все вышеуказанные методы диагностики ЭМ имеют как достоинства, так и недостатки. Ниже в таблице кратко представлены виды неисправностей ЭМ, методы и средства их диагностирования.

Таблица

Виды неисправностей ЭМ, методы и средства их диагностирования

Вид неисправности	Диагностический параметр	Метод диагностирования
Короткое замыкание	Местный нагрев, дым, возгорание, несимметрия фазных токов, высокий уровень вибраций и шума и др.	1) внешний осмотр; 2) использование датчиков температуры (терморезисторы, термопары и т.д.); 3) метод амперметра - вольтметра 4) вибродиагностика
Несимметрия воздушного зазора	Повышенная вибрация, появление гармоник, местный нагрев	1) вибродиагностика 2) использование щупов
Неисправность обмотки (обрыв фазы, перегорание проводов и т.д.)	Несимметрия фазных токов, снижение к.п.д. и $\cos\phi$, высокий уровень вибраций и шума	1) вибродиагностика 2) измерение магнитного потока рассеяния, образующегося вокруг стержней ротора
Неисправность подшипников	Высокий уровень вибраций и шума	Внешний осмотр

Вид неисправности	Диагностический параметр	Метод диагностирования
Пробой изоляции	Повышенный тепловой износ изоляции, повышение потерь, искрение	Поляризационный метод
Повреждение корпуса/вала	Высокий уровень вибраций и шума, возникновение несимметрии воздушного зазора	1) внешний осмотр 2) вибродиагностика

Итак, были приведены основные виды неисправностей многофазных электрических машин, методы и средства их диагностирования. Описаны основные достоинства многофазных электрических машин, по сравнению с классическими, показаны отрасли, где применяются многофазные электрические машины.

Литература

1. Радионов А.А., Семенова Е.К. Методы современной диагностики неисправностей высоковольтных асинхронных двигателей // Аллея науки. 2018. Т. 3. №5 (21). С. 966-975.
2. Терешкин В.М., Гришин Д.А., Макулов И.А. Многофазные электромеханические системы // Электротехнические комплексы и системы. 2015. С. 139-152.
3. Беляев П.В., Головский А.П. Методы определения неисправностей подшипников асинхронных двигателей //Актуальные вопросы энергетики. 2019. С. 123-126.
4. Калиева К.Ж., Калиев Ж.Ж. Факторы, определяющие надежность работы электрических машин // Вестник Казахской академии транспорта и коммуникаций им. М. Тынышпаева. 2018. №4. С. 301-308.
5. Toliyat H.A., Nandi S., Choi S., Meshgin-Kelk H. Electric Machines: Modeling, Condition Monitoring, and FaultDiagnosis; CRC Press LLC: Boca Raton, 2012.
6. Гемке Р.Г. Неисправности электрических машин. Л.: Энергия, 1975.
7. Levi E., Bojoi R., Profumo F., Toliyat H.A. and S. Williamson, "Multiphase induction motor drives - A technology status review," IET Elect. Power Appl. Vol. 1. №4. 2007. Pp. 489-516.
8. Ward E.E., Harer H. Preliminary investigation of an invertor fed 5-phase induction motor. Proc. IEE., 1969. 116 (6). P. 980-984.

© Балгазин И.И., Аминев Р.Н., Терешкин В.М., 2022

УДК 621.316.13

Сушков В.В.

Низhevартoвский государственный университет
г. Низhevартoвск, Россия

Сидоров С.В., Сухачев И.С., Антропова В.Р.

Тюменский индустриальный университет
г. Тюмень, Россия

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРОКОВ РЕМОНТА НА ОСНОВЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ НЕФТЕПРОМЫСЛОВОГО ЭЛЕКТРООБОРУДОВАНИЯ В УСЛОВИЯХ ЭКСПЛУАТАЦИИ С ПРИМЕНЕНИЕМ ИСКУССТВЕННОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ

В настоящее время для повышения эффективности процессов мониторинга и прогнозирования технического состояния электрооборудования все более значимыми становятся интеллектуальные системы на основе искусственной нейронной сети (ИНС). Данные системы имеют большие преимущества по сравнению с другими моделями, позволяющими воспроизводить сложные нелинейные зависимости. Системы логических выводов искусственной нейронной сети условно могут быть разделены на два основных направления – четкие и нечеткие выводы [2; 3]. Четкие логические выводы построены на теории четких множеств. Нечеткие логические выводы (нейро - нечеткие логические выводы) основаны на теории нечеткой логики, и представляют собой процессы получения нечетких выводов при помощи нечетких условий или предположения об объекте исследования на основании данных о его текущем состоянии. Нейро - нечеткий логический вывод допускает неточность, неопределенность и неполноту истинности обрабатываемых данных. Данный логический вывод осуществляется на основе обобщенного использования двух методов: нечеткой логики и искусственных нейронных сетей.

В данной работе применен метод искусственных нейронных сетей для решения задач прогнозирования технического состояния установок электрических центробежных насосов (УЭЦН) и центробежных насосных агрегатов (ЦНА) кустовых насосных станций (КНС). При различных режимах эксплуатации УЭЦН и ЦНА происходит выработка ресурса электрооборудования, в связи с этим целесообразно выполнять прогнозирование технического состояния электрооборудования, чтобы минимизировать затраты на обслуживание УЭЦН и ЦНА, сократить время простоя скважины добычи нефти, исключить возможные убытки и нарушение поставок продукта.

Рассмотрим общий подход к прогнозированию технического состояния нефтепромыслового электрооборудования, основанный на методе искусственной нейронной сети на примере УЭЦН и ЦНА КНС.

Для механизированного процесса добычи нефти на месторождениях применяют широкий перечень типовых размеров УЭЦН различных отечественных и иностранных производителей. Использование метода искусственной нейронной сети для прогнозирования технического состояния УЭЦН и ЦНА обусловлено воздействием различных параметров, связанных с различными видами факторов [1]. Наиболее значимыми факторами являются:

технические (вибрация), технологические (диаметр эксплуатационных колонн, глубина спуска насосного агрегата, конструктивное исполнение деталей УЭЦН, кривизна скважины, промежутки набора кривизны) и геолого-технические (повышенное содержание механических примесей, активное солеотложение, высокое содержание парафина, повышение температуры откачиваемой жидкости, обводненность скважины, высокий уровень вязкости и газовый фактор, низкие забойные давления).

В основе принципа прогнозирования технического состояния (ТС) погружной установки лежит измерение следующих показателей работы УЭЦН: изменение уровня сигнала (амплитуды интегральной составляющей токов фаз, виброскорости) определяемое в процентах; изменение амплитуды выделенных частот определяемое в процентах; частота вращения вала; низкочастотные колебания; автоколебание вала установки; частоты, свидетельствующие об электрических дефектах; дебит скважины; потребляемый ток по фазам; изменение тока по фазам; скачки тока одновременные и различные по времени; изменения напряжения на трансформаторе, питающем погружной электродвигатель; температура статора погружного электродвигателя.

Например, в основу принципа прогнозирования ТС ЦНА положено измерение следующих параметров работы: вибрационные параметры ЦНА и измерение температур по внешней поверхности насоса на входе и выходе насоса. Нейро - нечеткий логический вывод формируется на шаге оценки технического состояния каждого элемента электрического оборудования. Для прогнозирования технического состояния УЭЦН предлагается использовать обобщенный параметр H , сформированный на основе следующих измеряемых показателей: изменение уровня сигнала (амплитуды интегральной составляющей токов фаз); изменение амплитуды выделенных частот; частота вращения вала; низкочастотные колебания; автоколебание вала установки; частоты, свидетельствующие об электрических дефектах; дебит скважины, потребляемый ток по фазам, изменение тока по фазам, скачки тока одновременные и различные по времени, изменения напряжения на трансформаторе, температура статора погружного электродвигателя.

Для определения обобщенного параметра H разработана искусственная нейронная сеть с типом нейронов long short – term memory (LSTM). На рисунке 1 изображена структура нейронов рекуррентной сети LSTM, состоящей из каналов входа и выхода данных и содержащей два основных потока информации, связанных между собой четырьмя нейронными слоями. Данная сеть – современная рекуррентная ИНС (Recurrent Neural Network). Сеть LSTM является типом рекуррентной нейронной сети, которая может изучить долгосрочные зависимости между временными шагами используемых данных [4].

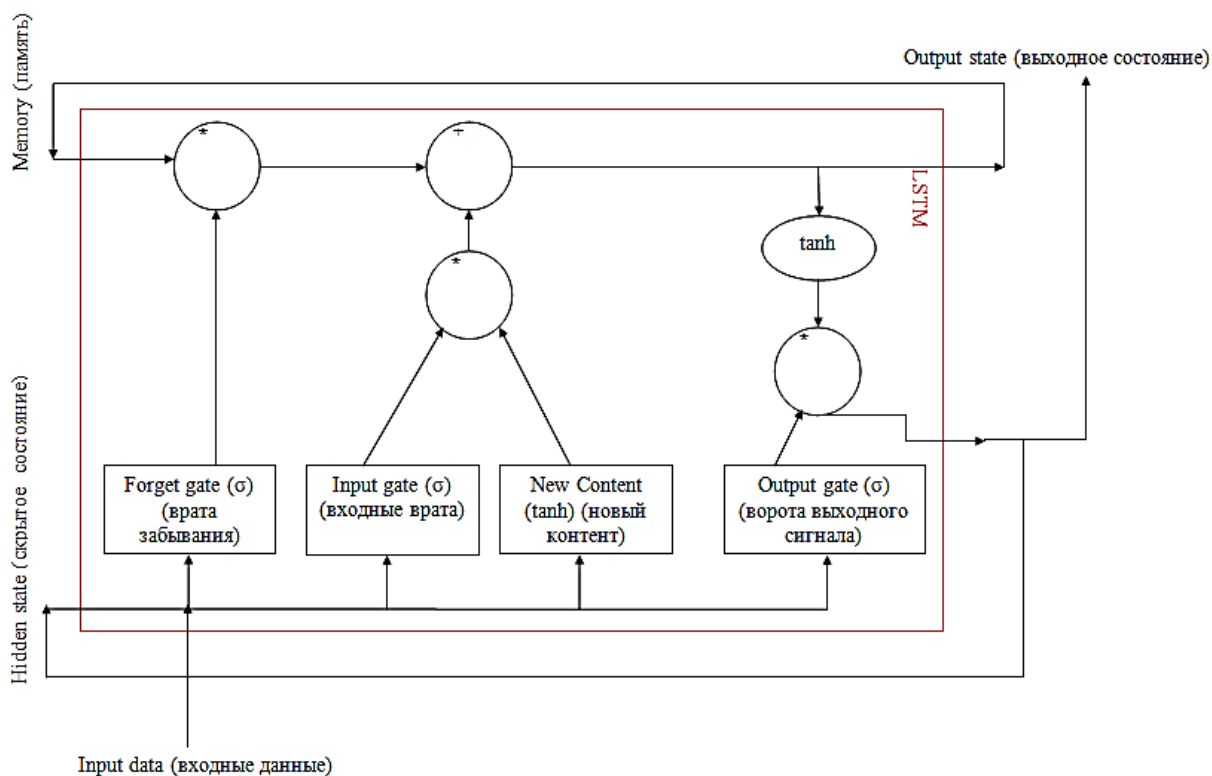


Рис. 1. Структура типа нейронов LSTM

Для прогнозирования технического состояния УЭЦН использовано обучение сети LSTM регрессии от последовательности к последовательности, в которой ответами являются обучающие последовательности со значениями, сдвинутыми на один временной шаг. То есть на каждом временном шаге входной последовательности сеть LSTM учится предсказывать значение следующего временного шага.

При прогнозировании ТС применяется ранее приведенный набор технических показателей «datasetinput», передаваемый в подсистему «sequenceInputLayer (numFeatures)». Чтобы избежать отклонений в обучении, стандартизованы тренировочные данные «dataTrain», чтобы иметь нулевое среднее значение и единичную дисперсию. Во время процесса прогнозирования стандартизованы тестовые данные «dataTest», применяя те же показатели, что и при обучении.

Для прогнозирования значений будущих временных шагов последовательности, заданы ответы как обучающие последовательности со значениями, сдвинутыми на один временной шаг. То есть на каждом временном шаге входной последовательности сеть LSTM учится предсказывать значение следующего временного шага. В данной работе создана регрессионная сеть LSTM. Приняты следующие параметры обучения: тип решателя – «Адам», количество тренировочных итераций – 300, порог градиента – 1, начальная скорость обучения – 0,0001, с уменьшением скорости обучения после 125 итераций путем умножения на коэффициент – 0,2.

Для прогнозирования значений нескольких временных шагов в будущем, использована функция «predictAndUpdateState» для прогнозирования временных шагов по одному и

обновления состояния сети при каждом прогнозе. Для каждого прогноза использован предшествующий прогноз в качестве входных данных.

Для инициализации состояния искусственной нейронной сети на первом этапе предсказаны обучающие данные «XTrain». Затем первый прогноз составлен используя последний временной шаг обучающего ответа «YTrain(end)». Выполнен перебор оставшихся прогнозов и введен предшествующий прогноз в «PredictAndUpdateState».

Для массивов данных, длинных последовательностей или больших искусственных нейронных сетей прогнозы на графическом процессоре обычно проводятся быстрее, чем прогнозы на центральном процессоре. Иначе целесообразно воспользоваться центральным процессором для прогнозирования. Чтобы задействовать центральный процессор для прогнозирования необходимо применить параметр «ExecutionEnvironment» функции «PredictAndUpdateState» значение «CPU».

На рисунке 2 приведено изменение обобщенного параметра технического состояния Н УЭЦН и вероятности безотказной работы установки.

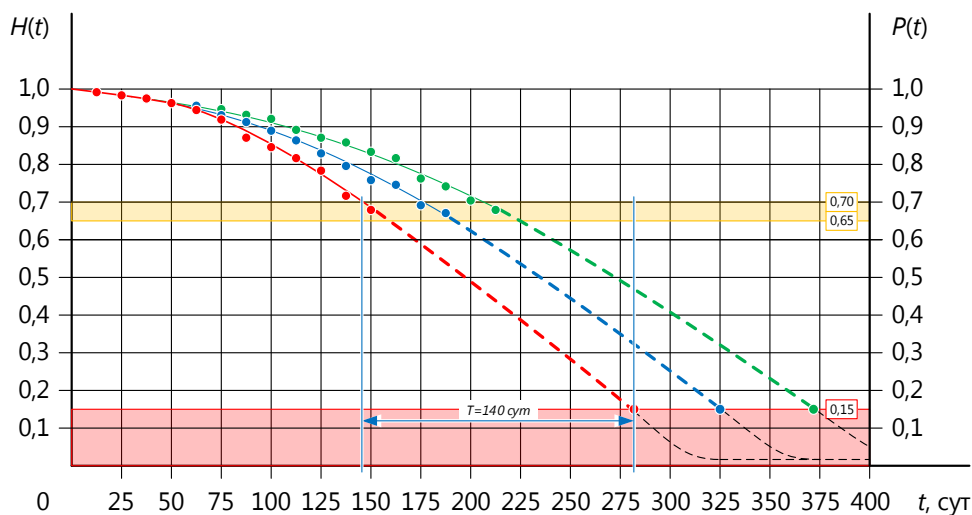


Рис. 2. График прогнозирования технического состояния УЭЦН

Разработан подход к эксплуатации УЭЦН на основе прогнозирования обобщенного параметра Н, вероятности отказа погружной установки и допуска к эксплуатации на основе вероятностной оценки.

В таблице дана вероятностная оценка состояния для УЭЦН, в которой определена взаимосвязь вероятности отказа и допуска к эксплуатации установки. Зная закон распределения наработки на отказ УЭЦН, можно определить вероятность отказа p за время t и соответствующий ему обобщенный параметр ТС и время достижения предельного состояния, когда допуск к работе не разрешен. Например, результаты расчетов по определению законов распределения показали, что наработка на отказ УЭЦН - 30 распределена по закону Вейбулла с функцией плотности $f(t) = 0,0048t^{0,471} \exp(-0,0033x^{1,471})$ с параметрами $\alpha = 1,471$ и $\beta = 306$ [5].

Вероятность безотказной работы равна интегралу функции плотности распределения от момента времени t до ∞ . При значении $t = 278$ суток (наработка на отказ) $p = 0,65$, $H = 0,5$, в данном случае допускается работа установки и возможна при периодическом контроле. Однако, через 140 суток вероятность отказа составит 0,85, тогда согласно таблицы 1 установка к работе не допускается.

Таблица 1

Вероятностная оценка состояния УЭЦН

Краткая характеристика технического состояния УЭЦН	Допуск к эксплуатации
Вероятность отказа до 0,3 (безотказной работы 0,7)	Длительная.
Вероятность отказа 0,45 – 0,8 (безотказной работы 0,2 - 0,55) Прогнозирование обобщенного параметра оценки остаточного ресурса.	Допускается при периодическом контроле.
Вероятность отказа $> 0,85$ (безотказной работы $< 0,15$) Остаточный ресурс не оценивается.	Не допускается к работе.

Таким образом, применение искусственной нейронной сети позволит определять текущее состояние и далее прогнозировать его с учетом влияния различных факторов. При этом совместно с вероятностной оценкой и прогнозом обобщенного параметра можно определить сроки вывода оборудования в ремонт.

Литература

1. Gayatri Sarman K.V.S.H., Madhu T., Mallikharjuna Prasad A. Fault diagnosis of BLDC drive using advanced adaptive network - based fuzzy inference system, Soft Computing. Vol. 25. No. 20. 2021. pp. 12759-12774. <https://doi.org/10.1007/s00500-021-06046-z>
2. S. Al - Janabi, Rawat S., Patel A., I. Al Shourbaji Design and evaluation of a hybrid system for detection and prediction of faults in electrical transformers, International Journal of Electrical Power and Energy Systems. 2015. V. 67. Pp. 324-335. <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2014.12.005>
3. Losev F.A., Prokopchuk I.A., Sushkov V.V. The Stability Assessment of Responsible Oilfield Power Consumers, 13th International IEEE Scientific and Technical Conference "Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines", Dynamics 2019 Omsk 5 November 2019 - 7 November 2019. No. 8944696. 2019. <https://doi.org/10.1109/Dynamics47113.2019.8944696>
4. Каракулов И.В., Ключев А.В., Столбов В.Ю. Прогнозирование технического состояния электроцентробежного насоса на основе нейросетевого моделирования // Вестник ЮУрГУ. 2020. Т. 20. №4. С. 37-46. <https://doi.org/10.14529/ctcr200404>
5. Сушков В.В., Матаев Н.Н., Кулаков С.Г., Емелина Н.М. и др. Надежность, техническое обслуживание, ремонт и диагностирование нефтегазопромыслового оборудования. СПб.: Нестор, 2008. 296 с.

© Сушков В.В., Сидоров С.В., Сухачев И.С., Антропова В.Р., 2022

УДК 66.045.12

Полтев И.Е., Большаков И.А., Зинуров В.Э.
Казанский государственный энергетический университет,
г. Казань, Россия

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВИХРЕВЫХ СТРУКТУР НА ТЕПЛООТДАЧУ НА РАЗЛИЧНЫХ ЛОКАЛЬНЫХ УЧАСТКАХ ТЕПЛООБМЕННОГО АППАРАТА ПО ТИПУ ТРУБЫ ФИЛЬДА

В настоящее время трубы Фильда находят большое применение в различных устройствах, например, в парогенераторах, конденсаторах и пр. [1, с. 173].

Труба Фильда является теплообменным аппаратом, принцип работы которого заключается в том, что поток первого теплоносителя течёт по внутренней трубе, затем разворачивается в конце и протекает далее по межтрубному кольцевому пространству, в то же время поток второго теплоносителя омывает трубной пучок снаружи [2, с. 72].

Одним из самых эффективных и наиболее часто встречаемых способов интенсификации теплообмена в трубах Фильда является закрутка потока текучей среды [3, с. 294]. По результатам исследований влияния вихревой структуры на теплоотдачу от текучей среды к стенкам можно прийти к выводу о том, что закрутка вихревого потока оказывает большое влияние на интенсификацию теплоотдачи [4, с. 3]. Вместе с тем следует обратить внимание на то, что коэффициент теплоотдачи уменьшается вследствие снижения интенсивности вращательного движения потока и образования у стенок гидродинамического пограничного слоя, толщина которого постепенно нарастает [5, с. 109].

Целью данной работы является экспериментальное исследование интенсификации теплоотдачи от текучей среды через стеночные поверхности в трубе Фильда при помощи численного моделирования. Коэффициент теплоотдачи является важным параметром, так как от него зависит эффективность работы устройства. Для примера, в работе [6, с. 65] показано влияние теплоотдачи от парогазовой смеси через ребристую поверхность. В данной работе предлагается усовершенствовать конструкцию трубы Фильда с равномерными по окружности отверстиями на нижнем конце внутренней трубы, выполнив отверстия во внешней трубе, что позволит уменьшить зону образования пограничного слоя (рис.1). Также в работе численно сравнивают коэффициенты теплоотдачи в основании установки и на внутренней стенке внешней трубы.

Конструкция, представленная на рисунке 1, состоит из двух труб и дна. Внутренний диаметр внешней трубы был равен 102 мм, а внешний диаметр внутренней трубы был равен 67 мм соответственно. Высота внешней трубы задавалась 116 мм, высота внутренней трубы 146 мм. Толщины внешней трубы 0,5 мм, толщина внутренней трубы 1 мм. Высота отверстий составляла 32 мм. Толщина составляет 2 мм. Внизу внутренней трубы выполнено 8 отверстий прямоугольной формы, равномерно расположенных по длине окружности. На внешней трубе выполнено 16 отверстий с выпуклыми поверхностями с диаметром 16,5 мм, равномерно расположенных по длине окружности.

Для исследования данного устройства использовалось численное моделирование в программе ANSYS Fluent. Было выполнено CFD-моделирование, для решения задачи применялся метод RANS, основанный на уравнениях Навье-Стокса, осредненных по Рейнольдсу. 3D-модель обтекания препятствий с структурированной равномерной расчетной сеткой с количеством ячеек ~3638718, количеством узлов ~644553.

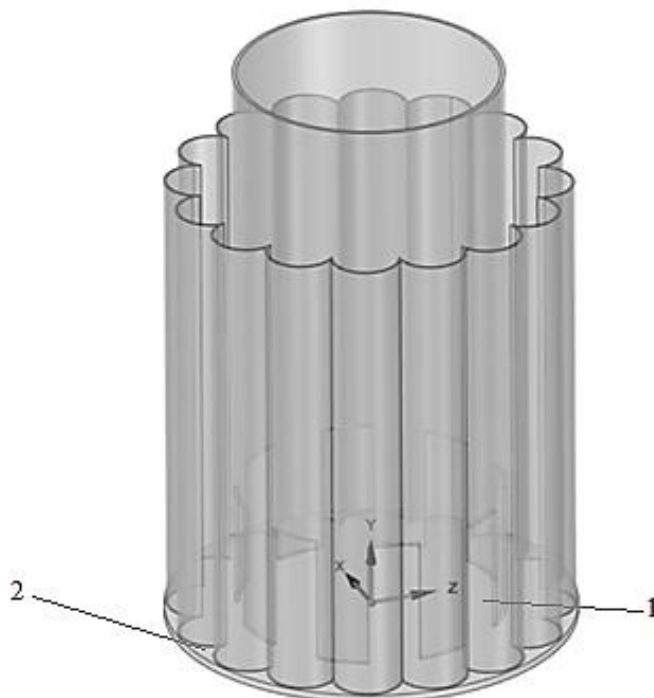


Рис. 1. 3D модель мультивихревого контактного устройства с щелями на внешней трубе:
1 – отверстия, расположенные равномерно по окружности внутренней трубы,
2 – отверстия на внешней трубе

Расчет проводился в стационарном режиме. Значение скорости потока воды на входе в расчетную область было равно 0,1 м/с, 0,5 м/с, 1 м/с. Температура воды задавалась 293 К. Значение скорости потока воздуха на входе в расчетную область было равно 1 м/с, 5 м/с, 10 м/с, при температуре 293 К. На выходе из кольцевого пространства задавалось давление 101325 Па, на стенках задавалась температура 273 К. Численные исследования проводились с учетом уравнения энергии. При моделировании использовалось модель SST $k-\omega$ с типовыми эмпирическими коэффициентами, устанавливаемыми программой по умолчанию. Одним из преимуществ модели $k-\omega$ – это возможность более корректно описать поведение потока в пристеночной области. Так в модели применяют более простые функции стенок, чем в $k-\epsilon$ моделях, обеспечивая лучшую надежность и точность [7, с. 882]. В качестве рабочих сред использовались вода и воздух с физическими свойствами, заложенными в расчетном комплексе. В решателе использовался алгоритм “SIMPLE” с типовыми эмпирическими коэффициентами, устанавливаемыми программой по умолчанию. Выбор представленного метода был обусловлен тем, что алгоритм “SIMPLE” использует взаимосвязь между поправками на скорость и давление, чтобы обеспечить сохранение массы и получить поле давления [8, с. 68].

В первой серии опытов в качестве текучей среды потока использовали воду. В результате численного моделирования были получены значения коэффициента теплоотдачи на внутренней стенке внешней трубы и в основании конструкции. Результаты представлены на 2 рисунке. Также были получены значения сопротивления, которые выражались как разница между абсолютным давлением на входе и выходе устройства: 20 Па при 0,1 м/с, 536 Па при 0,5 м/с, 2150 Па при 1 м/с. Таким образом, можно сделать вывод, что в результате численного моделирования по воде было выявлено, что коэффициент теплоотдачи на внутренней стенке выше на 12%, 34%, 41% с ростом скорости от 0,1 до 1 м/с, чем в основании конструкции.

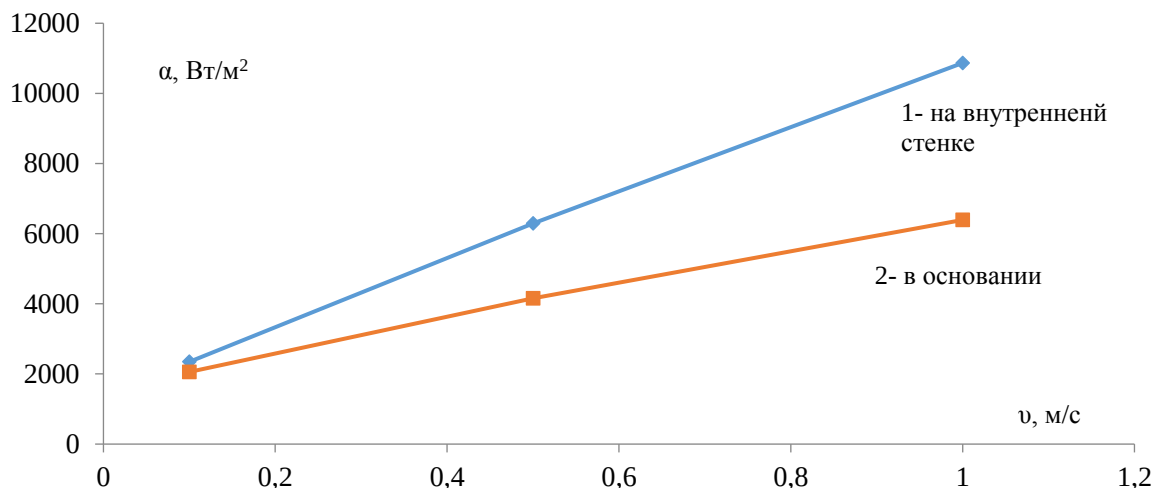


Рис. 2. Зависимости α/v в конструкции по воде: 1-на внутренней стенке, 2-в основании

В следующей серии исследований представлены результаты сравнения коэффициента теплоотдачи от скорости при течении воздуха. Эксперименты проводились при скоростях воздуха на входе в устройство в диапазоне от 1 до 10 м/с. На рисунке 3 представлена зависимость коэффициента теплоотдачи от скорости при течении воздуха.

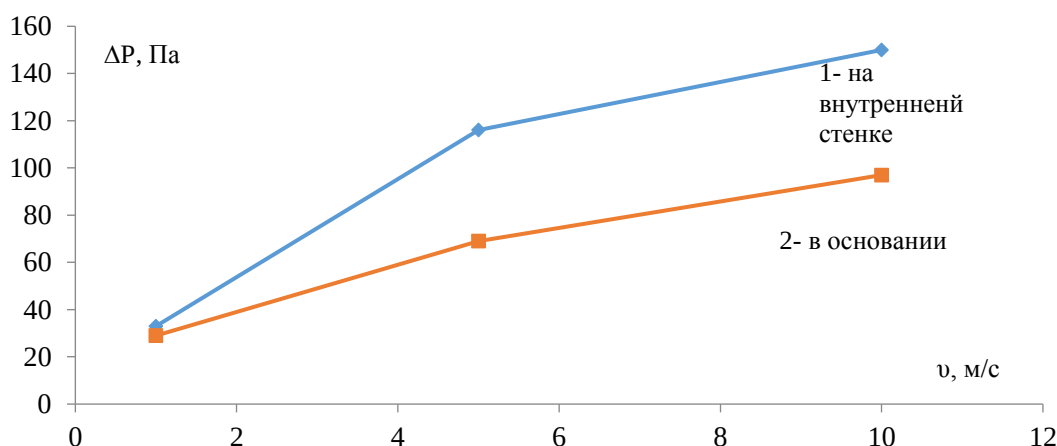


Рис. 3. Зависимости α/v в конструкции по воздуху: 1-на внутренней стенке, 2-в основании

В результате численного моделирования были получены значения сопротивления: 2 Па при 1 м/с, 65 Па при 5 м/с, 262 Па при 10 м/с. Таким образом, можно сделать вывод, что в

результате численного моделирования по воздуху было выявлено, что коэффициент теплоотдачи на внутренней стенке выше на 12%, 40,5%, 35,5% с ростом скорости от 1 до 10 м/с, чем в основании конструкции.

Анализ полученных экспериментальных данных показал, что при течении и воды, и воздуха, теплоотдача на внутренней стенке и в основании увеличивается с ростом скорости потока. Это обуславливается тем, что с увеличением скорости потока, кинетическая энергия вихревых структур увеличивается и более эффективно разрушает гидродинамический пограничный слой (рис. 4).

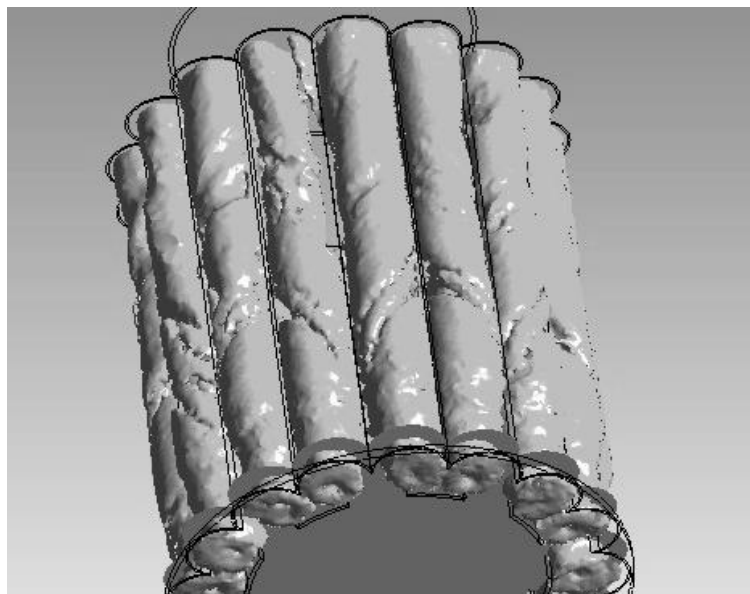


Рис. 4. Картина вихревых структур для воды на скорости 0,5 м/с

При этом вихревые структуры образуются только в пристеночной области, что объясняет более высокие коэффициенты теплоотдачи на внутренней стенке внешней трубы, чем в основании. Ещё одной причиной более высоких коэффициентов теплоотдачи на внутренней стенке внешней трубы является конструктивная особенность установки, а именно отверстия с выпуклыми поверхностями, которые способствуют уменьшению площади образования пограничного слоя между стенкой и вихревой структурой.

Литература

1. Егоров К.С., Иванов В.Л. Анализ тепловой эффективности теплообменного аппарата на основе трубы Фильда // Проблемы газодинамики и тепломассообмена в энергетических установках. 2003. С. 172-175.
2. Егоров К.С. Повышение тепловой эффективности теплообменного аппарата типа трубы Фильда // Известия Российской академии наук. Энергетика. 2007. №1. С. 69-76.
3. Самигуллина Д.З., Габдуллин И.И., Яковлев А.Б. Теплоотдача кольцевого канала с закруткой потока при одностороннем подводе теплоты // Техноконгресс. Современные

медицинские исследования. Современная экономика. Человечествознание. Свобода и право: Сборник статей международных научных конференций. 2016. С. 290-297.

4. Митрофанова О.В. Гидродинамика и теплообмен закрученных потоков в каналах ядерно-энергетических установок. 2010. С. 288.

5. Четверткова О.В., Ризванов Р. Г. Влияние конструктивных зазоров на интенсивность теплообмена и гидравлическое сопротивление кожухотрубчатого теплообменного аппарата // Нефтегазовое дело. 2012. Т. 10. №3. С. 109-112.

6. Зинуров В.Э., Дмитриев А.В., Шарипов И.И., Галимова А.Р. Экспериментальное исследование теплообмена от парогазовой смеси при передаче тепла через ребристую поверхность // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2021. Т. 7. №2 (26). С. 60-74.

7. Жлуктов С.В., Аксенов А.А., Карасев П.И. Моделирование байпасного ламинарно-турбулентного перехода в рамках k-ε подхода // Компьютерные исследования и моделирование. 2014. Т. 6. №6. С. 879-888.

8. Ганджа С.А. Разработка инженерной методики расчета магнитных систем с постоянными магнитами на основе метода конечных элементов // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Электротехника, информационные технологии, системы управления. 2019. №29. С. 58-74.

© Полтев И.Е., Большаков И.А., Зинуров В.Э., 2022

УДК 621.3

Васина А.Ю., Тукшаитов Р.Х.

Казанский государственный энергетический университет,
г. Казань, Россия

**ПРЕДВАРИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ОСВЕТИТЕЛЬНОГО
ЭЛЕКТРООБОРУДОВАНИЯ НА ОСНОВЕ ЗНАЧЕНИЙ КОЭФФИЦИЕНТА
ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ.
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОГО ДИАПАЗОНА СВЕТООТДАЧИ**

Объективность составляемых рейтингов в значительной степени определяется совершенством применяемых методик обработки данных. Достоверность существующего рейтинга оказывается недостаточной, поскольку он отражает сведения о светодиодном оборудовании на основе единой десятибалльной шкалы и не учитывает значимость отдельных параметров. Комплексную оценку зачастую начинают проводить на основании значений светового потока, но в ранних исследованиях было установлено, что он в значительной степени зависит от исходной мощности модели [1-4]. По этой причине наиболее достоверную информацию дает светотдача, которую определяют через отношение светового потока (Φ) и мощности (P). Она принята в качестве одного из базовых показателей при проведении сравнительной оценки осветительных приборов [1]. Наиболее важным среди экономических показателей для покупателя остается стоимость, которая зачастую имеет одинаковое значение у приборов с разной светотдачей. Поэтому целесообразно цену прибора приводить к стоимости единицы светового потока. Другие параметры, такие как гарантийный срок, коэффициент мощности, на первом этапе по информативности могут быть отнесены ко вторичным [5].

Из этого следует, что удельная цена единицы светового потока и показатель светотдачи являются наиболее информативными параметрами при начальной оценке.

Для их совокупного рассмотрения был предложен коэффициент технико-экономической эффективности, вычисляемый по эмпирической формуле [1];

$$K_{\text{эфф}} = \frac{\eta}{\gamma_{\text{руб/лм}}}, \frac{\text{лм}^2}{\text{Вт} \cdot \text{руб}},$$

где η - светотдача светильника, лм/Вт; $\gamma_{\text{руб/лм}}$ - цена единицы светового потока, руб/лм.

Данный интегральный показатель позволяет расширить размах значений оценок в удельных единицах, не зависит от мощности и дает более достоверное представление о экономической целесообразности приобретения и качестве осветительного электрооборудования. Для получения более корректной информации, светильники стоит оценивать по принадлежности к одному из пяти классов, а не по непосредственному значению $K_{\text{эфф}}$. Основные технические параметры промышленных светильников и результаты обработки представлены по классам в таблице 1. Из рассмотрения были исключены выбивающиеся из диапазонов значения фирм Комлед, Geliomaster и Ферекс составляющие 732; 473 и 8 у.е. соответственно, так как статистически могут быть отнесены к промахам. Результаты

вычислений для каждого производителя представлены как доли от общего количества промышленных и уличных светильников в процентном выражении.

Второй и третий классы имеют меньшую ширину для наглядности представления, полученные значения были округлены до целых.

Таблица 1

**Распределение удельной доли осветительного электрооборудования
в соответствии с принадлежностью к классу**

Фирма	№ класса и значение $K_{эфф}$				
	I 295-384	II 250-294	III 205-249	IV 115-204	V 25-114
Geliomaster	19	28	16	18	18
Barrus Group	13	2	36	27	24
NEWLED	-	-	24	76	-
Комлед	2	4	9	55	30
Ферекс	-	-	-	22	78

В результате анализа, изделия фирм Geliomaster и Barrus Group можно отнести к числу наиболее энергоэффективных приборов, так как эти производители лидируют, выпуская заметную долю ОП, входящих в классы I-II. Также можно заметить, что у разных фирм распределение приборов существенно различается как по процентному соотношению, так и по наличию доли в определенном классе.

При характеристике производителей с точки зрения обеспечения светотдачи по-прежнему в качестве нижней границы диапазона выбрано критериальное значение равное 120 лм/Вт, так как данные ранних исследований показали, что подавляющее большинство рассмотренных фирм обеспечивают светотдачу не ниже этого уровня [6, 7]. Верхний ее предел на сегодня расширен, поскольку большое количество светильников фирмы Geliomaster обеспечивают данное значение.

Таблица 2

**Процент обеспечения светотдачи в эффективном диапазоне,
удельная доля осветительного оборудования с максимальной и минимальной светотдачей**

Фирма	Удельная доля ОП % в пределах 120-180 лм/Вт	Максимальная светотдача ОП, лм/Вт и уд. доля, %	Минимальная светотдача ОП, лм/Вт и уд. доля, %
Barrus Group	75,6	160/8,8	92/2,2
NEWLED	100	140/59,1	135/27,3
Geliomaster	97	178/6,3	85/3,1
Ферекс	85,3	178/3	107/3
Комлед	97	173/2	119/2

Из таблицы 2 видно, что фирма NEWLED обеспечивает сто процентную светотдачу в эффективном диапазоне, однако размах значений составляет всего 135-140 лм/Вт. Фирмы Geliomaster и Комлед имеют одинаковый показатель по удельной доле в диапазоне 120-180 лм/Вт, при этом нижний предел производителя Geliomaster значительно ниже, чем у Комлед. Так же можно заметить, что значения последних трех фирм близки к величине в 180 лм/Вт,

однако у фирм Ферекс и Комлед в процентном соотношении их доля очень мала. Так же было установлено, что практически все фирмы улучшили показатели по первому критерию, при этом существенно изменились максимальное и минимальное значения светоотдачи [8].

Для того, чтобы более детально рассмотреть распределение светоотдачи для каждой фирмы, построен график на основе зависимости удельной доли осветительных электроприборов от величины светоотдачи [9-11].

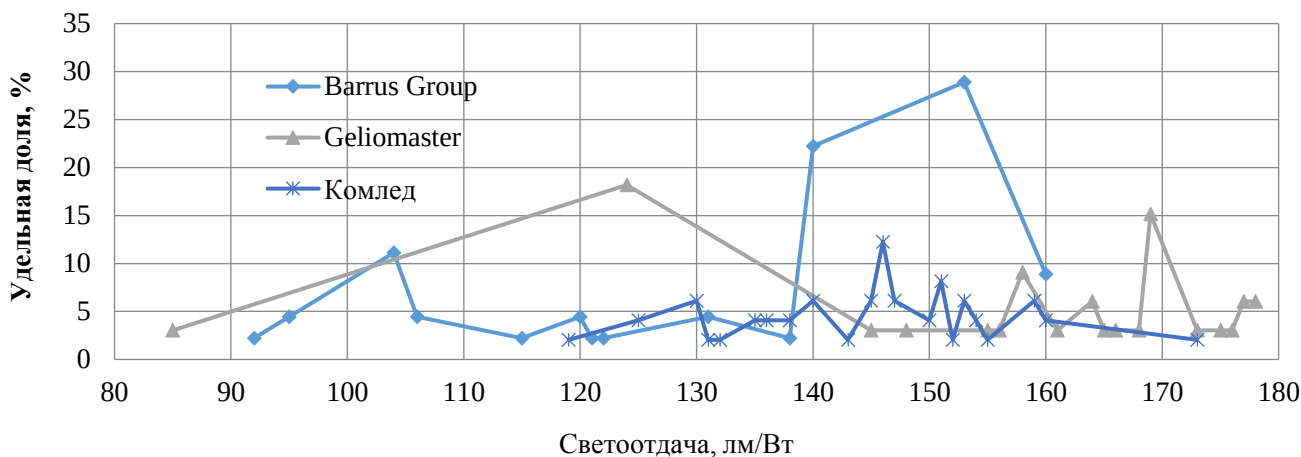


Рис. Вариационные кривые распределения светоотдачи

В результате построения графика можно выделить три типа кривых: с относительно равномерным распределением (Комлед), с выраженной модой (Barrus Group) и с ниспадающим распределением (Geliomaster).

На основании параметров, представленных в каталогах фирм-производителей светодиодного оборудования последних лет, проведена предварительная оценка качества и экономической целесообразности приобретения осветительного электрооборудования ведущих фирм-производителей. Проведено разбиение источников света на классы по показателю коэффициента технико-экономической эффективности, для повышения достоверности проводимого исследования.

В результате проведенных исследований предложен новый диапазон критериального значения светоотдачи. Установлено, что верхний предел критериального значения за последние годы увеличился почти в 2 раза как за счет повышенной светоотдачи электроприборов, так за счет снижения стоимости.

Литература

1. Тукшаитов Р.Х., Абдуллазянов Э.Ю., Исыхаэфу А. Методика оценки технико-экономической эффективности промышленных светодиодных светильников // Современная светотехника. 2014. №1. С. 58-60.
2. Тукшаитов, Р.Х., Шириев Р.Р. К устранению разночтения и неопределенности в представлении коэффициента мощности светодиодных осветительных приборов // Практическая силовая электроника. 2019. №1(73). С. 32-36.

3. Тукшаитов Р.Х., Нигматуллин Р.М., Бурганетдинова Д.Д., Исыхакефу А. Экспресс-оценка офисных светодиодных светильников по их технико-экономическому показателю // Энергетика Татарстана. 2014. №2 (34). С. 72-75.
4. Тукшаитов Р.Х., Исыхакефу А., Нургалиева Э.И. Сравнение светодиодных светильников ряда ведущих фирм на основе результатов первого этапа анализа из технико-экономических показателей // Современная светотехника. 2014. №4. С. 51.
5. Васина А.Ю., Тукшаитов Р.Х. Оценка удельной массы светодиодных осветительных приборов электротехнических систем и ее роль в формировании бренда фирм // Полупроводниковая светотехника. 2020. №2(64). С. 16-18.
6. Васина А.Ю. Сравнительная оценка бренда ряда фирм на основе значений коэффициента технико-экономической эффективности светодиодных светильников // Энергетика и цифровая трансформация: Тинчуринские чтения - 2020: Междунар. молодеж. науч. конф. Казань, 2020. С. 231-234.
7. Тукшаитов Р.Х., Васина А.Ю. Разработка показателей качества осветительных приборов на основе гистограммы светотдачи для характеристики бренда фирм // Приборостроение и автоматизированный электропривод в топливно-энергетическом комплексе и жилищно-коммунальном хозяйстве: V Национ. науч.-практ. конф. Казань, 2019. Т. 1. С. 481-484.
8. Тукшаитов Р.Х. Алгоритмы предварительной оценки качества светодиодных светильников на этапе их приобретения. 2014. №1 (33). С. 48-50.
9. Тукшаитов Р.Х., Роженцова Н.В., Денисова А.Р. Исследование работоспособности и качества функционирования светодиодных осветительных элементов электротехнических систем при предельно допустимой температуре окружающей среды // Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики. 2021.23(4). С. 96-104.
10. Тукшаитов Р.Х., Васина А.Ю. Сравнительная оценка бренда ряда отечественных фирм по уровню светотдачи номенклатуры их светодиодных светильников // Проблемы и перспективы развития электроэнергетики и электротехники: II Всеросс. науч.-практ. конф. Казань, 2020. С. 289-294.
11. Исыхакефу А. Метод комплексного контроля качества светодиодных осветительных приборов на основе исследования их характеристик: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Казань, 2018. С. 16.

© Васина А.Ю., Тукшаитов Р.Х., 2022

УДК 621.928.93

Васина А.Ю., Зинуров В.Э.

Казанский государственный энергетический университет
г. Казань, Россия

СЕПАРАЦИЯ МЕЛКОДИСПЕРСНЫХ ЧАСТИЦ ДИОКСИДА КРЕМНИЯ ИЗ ГАЗОВОГО ПОТОКА В СЕПАРАЦИОННОМ УСТРОЙСТВЕ

Уменьшение энергетических затрат и обеспечение эффективности при улавливании частиц диоксида кремния, получаемых с применением плазменных технологий, является актуальной задачей [1-4]. В настоящее время существует несколько способов улавливания частиц различной дисперсности. Процесс осаждения в центробежном поле можно организовать с помощью циклона или с применением вихревого пылеуловителя (ВПУ). В циклонных аппаратах взвешенные частицы при вращении тангенциально введенного газопылевого потока, отбрасываются к стенкам корпуса при действии центробежных сил и под действием сил тяжести осаждаются в бункере. Наибольшая эффективность удаления достигается при улавливании частиц размером >20 мкм. Степень очистки в таком случае достигает 96-99%, однако, при наличии частиц размером 10 мкм или 5 мкм результативность снижается до 70-95% и 30-85% соответственно.

Циклоны примечательны отсутствием движущихся частей в конструкции, надежностью работы в условиях высоких температур и давлений, стабильностью фракционной эффективности, но их применение сопряжено с большими потерями давления (до 1,5 кПа). Также они не пригодны для улавливания слипающейся пыли и абразивных материалов. Вихревые пылеуловители также относятся к прямоточным аппаратам центробежного действия и отличаются наличием вспомогательного закручивающего газового потока, позволяющего регулировать процесс сепарации. Эффективность удаления мелкодисперсных частиц диаметром 3-5 мкм составляет порядка 99%, внутренние поверхности не подвергаются абразивному износу. К недостаткам можно отнести необходимость в дополнительном дутьевом устройстве и сложность конструкции [5-8].

В рукавных фильтрах запыленные потоки пропускаются через пористые перегородки, вид которых подбирается в соответствии со свойствами и концентрацией пыли. Работа осуществляется путем забора запыленного воздуха в очищающий канал, после чего частицы оседают на ткани рукавов, а очищенный газ отводится с помощью выхлопной трубы. Эффективность очистки газа в рукавных фильтрах от пылевых частиц диаметром 0,5 мкм и менее составляет от 90 до 99,99%. Изменение давления и свойств улавливаемой пыли не оказывает влияние на работу установки, однако часть перегородок нуждается в периодической замене, поскольку регенерация фильтроматериала происходит не во всех участках. Регенерация требует значительных энергозатрат, а сами рукавные установки имеют значительные габариты.

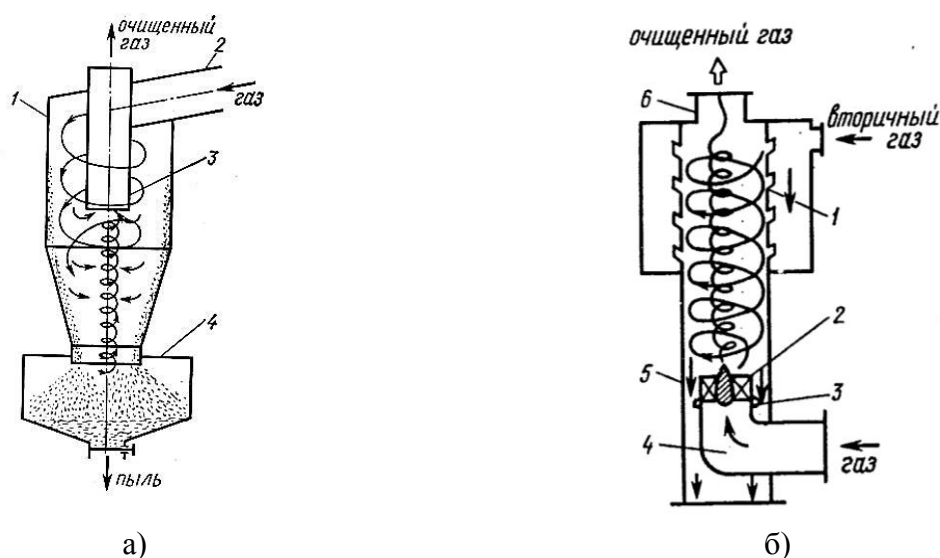


Рис. 1. Схема работы: а) циклона: 1-корпус, 2-патрубок, 3-выходная труба, 4-бункер; б) вихревого пылеуловителя соплового типа: 1-завихритель, 2-лопаточный завихритель типа «розетка», 3-подпорная шайба, 4-изогнутый патрубок, 5-камера, 6-выхлопной патрубок

Очистка в электрофильтрах происходит в результате действия электростатических сил: при подаче высокого напряжения возникает коронный разряд, начинается процесс ионизации пылевых частиц. Они приобретают способность к движению, и оседают на электродах при воздействии на них электрического поля. Электрофильтры отличаются высокой эффективностью очистки (99,9%, размер частиц при этом может быть менее 1 мкм) и могут быть выполнены из материалов, устойчивых к агрессивным средам. Они универсальны и могут использоваться в условиях повышенных температур, однако установка имеет высокую стоимость и не предполагает очистку взрывоопасных газов.

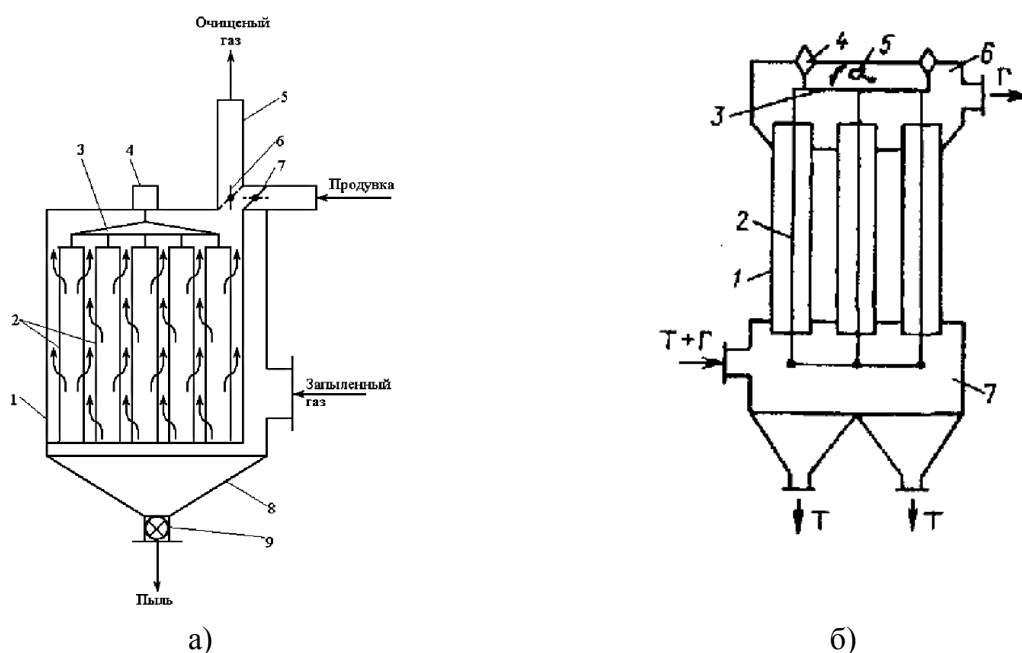


Рис. 2. Схема работы: а) рукавного фильтра: 1-корпус; 2-рукава; 3-рама; 4-встряхивающий механизм; 5-коллектор очищенного газа; 6,7-клапаны; 8-бункер; б) электрофильтра: 1 – осадительный электрод; 2 - коронирующий электрод; 3 – рама; 4 – высоковольтный изолятор; 5 – встряхивающее устройство; 6 – верхняя камера; 7 – сборник пыли

Однако, недостатком вышеперечисленных аппаратов является высокое гидравлическое сопротивление, что недопустимо в данном случае из-за ограничения давления в вакуумных линиях. По этой причине необходима разработка сепаратора с высокой эффективностью улавливания мелкодисперсных частиц и низким гидравлическим сопротивлением.

Для решения данной проблемы предлагается сепарационное устройство с соосно расположенными трубами (рис. 3).

Принцип действия устройства заключается в следующем: поток запыленного газа поступает через входное отверстие 1 в устройство, после чего движется в его нижнюю часть. С достижением газовым потоком уровня газ распределяется равномерно в осесимметричном направлении и образованными струйками проходит через прямоугольные щели 4. При выходе из прямоугольного отверстия каждая струйка распределяется на два равных потока, которые движутся в стороны, противоположные относительно друг друга [9-14]. Образовавшиеся потоки при выходе из прямоугольных щелей начинают вращаться и движутся вверх к выходным отверстиям в крышке 3 за счет особенности конструктивного оформления сепаратора: внешняя и внутренняя трубы представлены в форме цилиндров, крышка приварена и имеет круглые отверстия. Процесс сепарации частиц в большей степени обусловлен возникающими центробежными силами при завихрении газопылевого потока в межтрубном пространстве. Выбившиеся из потока частицы постепенно оседают в бункере.

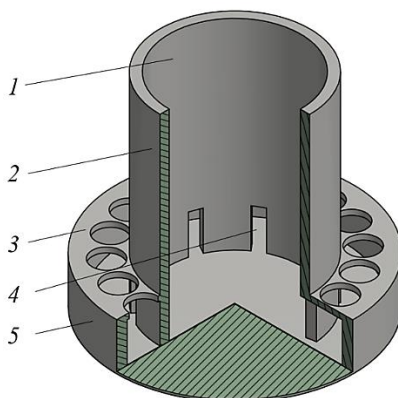


Рис. 3. Упрощенная трехмерная модель сепаратора с соосно расположенными трубами (вид с разрезом): 1 - входное отверстие; 2 – внутренняя цилиндрическая труба; 3 – приваренная крышка с отверстиями круглой формы; 4 – прямоугольные щели; 5 – внешняя цилиндрическая труба

В данной работе были проведены численные исследования газодинамики в сепарационном устройстве. При получении данных массива варьировались некоторые конструктивные размеры: ширина прямоугольной щели b_s (2,18-8,72 мм) и высота прямоугольной щели h_s (10-20 мм). В газовом потоке представлены частицы диоксида кремния размером от 1 до 20 мкм и плотностью 2560 кг/м³. На выходе из сепаратора с соосно расположенными трубами задавалось атмосферное давление величиной 101325 Па. Входная скорость газа W была принята за 7,5 м/с. Для имитации бункера на дне устройства при моделировании задавалось условие прилипания частиц.

Вихревая структура, образующаяся в межтрубном пространстве, представлена на рисунке 4.

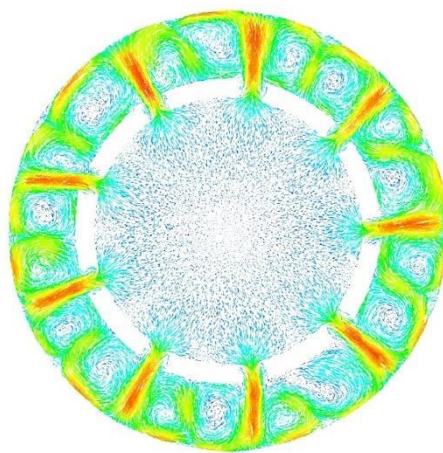


Рис. 4. образование завихрений
в межцилиндрическом пространстве (вид сверху)

Согласно результатам исследований, эффективность улавливания мелкодисперсных частиц диоксида кремния сепаратором с соосно расположенными трубами составляет 61,4 %, величина энергетических затрат в устройстве составляют от 1,9 до 31,2 Вт при входной скорости газового потока со скоростью 7,5 м/с, размере мелкодисперсных частиц от 1 до 20 мкм, высоте прямоугольной щели h_s от 10 до 20 мм, ширине прямоугольных щелей b_s от 2,18 до 8,72 мм. Представлено наглядное образование завихрений в межтрубном пространстве в результате работы сепаратора. Также следует отметить, что на образование устойчивой вихревой структуры влияет комплекс конструктивных параметров. В данном случае это ширина b_s и высота h_s прямоугольной щели. Изменение значений данных параметров в некоторых случаях может стать причиной неустойчивой структуры движения газового потока. В результате, при выходе струек газа из щелей, завихрения могут стать нестабильными из-за неравномерного распределения потока в разные стороны.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ № МК-2710.2021.4.

Литература

1. Постнов В.Н., Мельникова Н.А., Свистунова О.С., Постнов Д.В., Мурин И.В. Нанокompозиты на основе нафiona, содержащие модифицированный аэросил // Журнал общей химии. 2016. Т. 86. №10. С. 1756-1758.
2. Козлов Г.В., Яновский Ю.Г., Буря А.И., Афашагова З.Х. Структура и свойства дисперсно-наполненных нанокompозитов фенилон/аэросил // Механика композиционных материалов и конструкций. 2007. Т. 13. №4. С. 479-492.
3. Еропов О.Л., Христофоров А.И. Определение оптимального соотношения модификаторов в бетонной смеси среди трех компонентов (олеат натрия, тэос и аэросил) // Современные тенденции развития науки и технологий. 2015. №9-3. С. 91-95.

4. Митерева Д.Е., Агафонов В.Е. Использование аэросила в качестве носителя специфического аллергена в хемилюминисцентном анализе // Журнал микробиологии, эпидемиологии и иммунобиологии. 2003. №6. С. 67-69.
5. Dmitriev A.V., Dmitrieva O.S., Zinurov V.E. Influence of elements thickness of separation devices on the finely dispersed particles collection efficiency // MATEC Web of Conferences, 2018. P. 02073.
6. Зинуров В.Э., Дмитриев А.В., Мубаракшина Р.Р. Повышение эффективности аспирационных систем при обработке крахмалистого сырья // Ползуновский вестник. 2020. №2. С. 18-22.
7. Dmitriev A.V., Zinurov V.E., Dmitrieva O.S. Intensification of gas flow purification from finely dispersed particles by means of rectangular separator. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2018. P. 012211.
8. Зинуров В.Э., Дмитриев А.В., Соловьева О.В., Латыпов Д.Н. Влияние загрязнения пылеочистительного сепаратора мелкодисперсной пылью на энергетические затраты в ходе его эксплуатации // Вестник технологического университета. 2019. Т. 22. №8. С. 33-37.
9. Зинуров В.Э., Дмитриев А.В., Дмитриева О.С. Улавливание мелкодисперсных капель из газового потока в сепарационном устройстве с двутавровыми элементами // Промышленная энергетика. 2020. №12. С. 47-53.
10. Зинуров В.Э., Дмитриев А.В., Соловьева О.В., Латыпов Д.Н. Исследование изменения эффективности очистки газового потока от мелкодисперсных частиц прямоугольным сепаратором при разной степени забивки дугообразных элементов пылью // Вестник технологического университета. 2019. Т. 22. №8. С. 42-46.
11. Зинуров В.Э., Дмитриев А.В., Бадретдинова Г.Р., Биккулов Р.Я., Мадышев И.Н. Оценка энергетических затрат при улавливании мелкодисперсных частиц в сепараторе с соосно расположенными трубами // Вестник Иркутского государственного технического университета. 2021. Т. 25. №2. С. 196-206.
12. Галимова А.Р., Зинуров В.Э., Дмитриев А.В., Харьков В.В. Сепарационное устройство с соосно расположенными трубами для разделения водонефтяных эмульсий // Вестник технологического университета. 2021. Т. 24. №3. С. 50-54.
13. Зинуров В.Э., Дмитриев А.В., Сахибгареев Н.Ф., Латыпов Д.Н., Гарипов М.Г. Численное моделирование газодинамики в центробежном классификаторе // Вестник технологического университета. 2021. Т. 24. №12. С. 128-132.
14. Зинуров В.Э., Мадышев И.Н., Ивахненко А.Р., Петрова И.В. Разработка классификатора с соосно расположенными трубами для разделения сыпучего материала на основе силикагеля // Ползуновский вестник. 2021. №2. С. 205-211.

© Васина А.Ю., Зинуров В.Э., 2022

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕПЛОВЫХ НАСОСОВ В СИСТЕМЕ ТЕПЛОСНАБЖЕНИЯ

Разумное применение энергетических ресурсов остаётся одним из главных направлений мирового хозяйства. Прогрессирующее загрязнение окружающей среды различными вредными веществами, нерациональное природопользование не возобновляемыми источниками энергии и др. определяет низкую эффективность хозяйственного комплекса. Представленные проблемы касаются отрасли теплоснабжения, на которую приходится большая часть всех затрат топлива. Доступным решением повышения эффективности систем отопления является использование тепловых насосов с источниками низкопотенциальной теплоты [1, с. 73].

Тепловой насос – это прибор, позволяющий перенести теплоту от более холодного энергоносителя к более горячему. Для того, чтобы данное устройство работало, ему необходим внешний источник для выработки тепловой энергии. Таким источником может стать сама природа, то есть сила ветра, воды или накопленная солнечная и геотермальная активность. Тепловые машины (паровые турбины, двигатели внутреннего сгорания, реактивные двигатели и т.д.) работают по термодинамической круговой последовательности некоторых простейших процессов (изотермического, изохорного, изобарного, адиабатного). Цикл в термодинамике – это такая модель процессов, при котором состояние системы пройдя через ряд состояний (объём, температура, давление, энтальпия) возвращается в начальное положение. Изображается на графике замкнутой линией.

Известно, что тепловой насос и холодильная машина работают по одному термодинамическому циклу. Тепловые насосы могут выполнять функцию нагревания и охлаждения. Когда мы используем тепловой насос для поднятия температуры, он проходит тот же цикл, что и холодильная машина, но только обратный, забирая тепло из более холодного окружающего воздуха и высвобождая тепло в нагретое помещение. Холодильная установка создаёт пониженную температуру внутри камеры, теплота из холодильника отводится в окружающую среду благодаря дополнительной затраченной теплоэнергии. А для теплового насоса целью работы является повышение температуры в помещении, при этом окружающая среда охлаждается [2, с. 160].

Один из создателей термодинамики С. Карно в 1824 году впервые применил данное определение для исследования и анализа идеальной тепловой машины. Действительно, этот цикл остаётся основополагающим положением для сравнения с ним производительности теплового насоса. Ведь его можно рассматривать как обращённую тепловую машину. Одна из особенностей теплового насоса — это то, что количество тепловой энергии, проходящей через нагревательный элемент, которое доходит до потребителя в разы больше, чем количество энергии, затрачиваемой на этот процесс. А потеря тепла при транспортировке является недостатком для большей части нынешних систем. Поэтому с использованием теплового

насоса можно предоставить потребителю тепло с меньшими затратами. Компрессор, тепловой расширительный клапан, конденсатор, испаритель – преимущественное строение теплового насоса. Используя активность природы, как возобновляемых энергоисточников (солнце, ветер, геотермальное тепло), преобразует её в тепловую с помощью хладагент [3, с. 181]. Холодильный агент (хладагент) – это вещество, переходящее из жидкого состояния в газообразное, закипает при низкой температуре 48,5 градусов по Цельсию. Хладагент далее движется по трубопроводу, проходя два контура, после увеличения температуры и сдвливания компрессором, принимает агрегатное состояние.

Устройством для регулирования холодного или горячего потока воздуха называют терморегулирующим вентилем (ТРВ). Он используется в современных системах отопления и кондиционирования воздуха. Это точный прибор помогает регулировать температуру в помещении и следит за степенью нагрева.

Условный КПД теплового насоса:

КПД теплового насоса многих смущает, потому что если выполнить определённый расчёт, то он в основном будет больше 1, хотя работа данного насоса полностью подчиняется закону сохранения энергии. То есть если считать тепловой насос «чёрным ящиком» (термин, который принимают для определения внутреннего строения механизма, работа которого очень сложна или неважна в пределах текущей задачи), то действительно, тепловой насос производит тепла больше, чем затрачивает энергию.

Однако, такие вычисления совершенно неверны и не рассматривают другие источники энергии, кроме потребляемой электроэнергии. Этим источником обычно является нагретый солнцем воздух или вода. Электроэнергия в устройстве не используется только конкретно на обогрев, а расходуется на «концентрацию» энергии ресурса низкопотенциального тепла, которые дают энергию для работы компрессора. Тепловой насос имеет два источника энергии – электричество и источник низкопотенциального тепла, при чём в расчёте не учитывается второй источник, а значение получают больше 1. Однако, если учесть в расчётах и источник низкопотенциального тепла, то КПД машины станет принципиально меньше 1.

Имеется несколько классификаций тепловых насосов:

1. По принципу работы – сорбционные и парокомпрессионные.

Сорбенты – поглощение твёрдым телом или жидкостью из окружающей среды газов, паров или растворённых веществ. Именно в сорбционных насосах при помощи термохимических действий происходят два процесса: процесс сорбции – сорбент поглощает рабочее тело с выделением теплоты и процесс десорбции – сорбент выделяет рабочее тело с поглощением теплоты. Чтобы данный механизм работал нужно подготовить три внешних источника теплоты – окружающая среда, источник высокой температуры, источник низкой температуры, для охлаждаемого элемента механизма. Применение добавочных источников теплоты сделает сорбционный вид насоса более затратным.

Антифриз (охлаждающая жидкости) – общее название водного раствора имеет высокую температуру кипения и пониженную температуру замерзания. Собственно, поэтому в первом из трёх замкнутых контуров парокомпрессионного теплового насоса циркулирует антифриз.

Этот контур называется внешним, и именно он собирает теплоту из окружающей среды. Во втором контуре циркулирует хладагент, он забирает теплоту и возвращает её теплоприемнику, сгущаясь при более повышенной температуре. Циркуляция теплоприемника – это третий контур, точнее внутренний контур. Теплоприемником может послужить вода в системе теплоснабжения.

2. По источникам низкопотенциальной теплоты – воздух, подземные воды, грунт, солнечная энергия, поверхностные воды, наружный воздух [4, с. 256].

Источники низкопотенциальной теплоты имеют искусственное и естественное происхождение. Искусственные источники – промышленные сбросы, бытовые тепловыделения. Естественные источники – грунт, водные ресурсы, солнечная энергия.

Тепло которое заключается в воздухе, может применяться в тепловом насосе («воздух-воздух»). Наружный воздух является особенно желанным источником низкопотенциального тепла. Ведь в воздушном тепловом насосе воздух проходит ряд состояний. Сначала воздух продувается через испаритель, а затем холодильный агент своё тепло передаёт воде, проходя при этом конденсатор. Это тепло и используется для отопления, а в летний период он может служить кондиционированием помещения. Производительность воздушного теплового насоса является пониженной - при изменении температуры в больших размерах (достигая отрицательных значений), но он так же является экологичным.

Тепловые машины, которые используют воду в качестве рабочего вещества функционируют по принципу Карно («вода-вода»). При использовании тепла воды трубопроводы укладываются на дно водоёма и притапливаются грузами. Он сможет обеспечить тепловой энергией в течение всего года. Водные тепловые насосы делятся на два типа: закрытые и открытые.

Открытый вид теплового насоса чаще всего используется и его обеспечение является более экономичным. Его особенность заключается в том, что вода, поступающая из водоёмов, сразу же идёт в испаритель. Но из-за загрязнённости водоёмов данный тип тепловой машины сталкивается с множеством проблем. В реальных условиях этот фактор может послужить источником загрязнения теплообменников, что в свою очередь уменьшит производительность водного насоса.

Закрытый тип водного насоса более экологичен и требует минимальных земляных работ для его установки. Данный тепловой насос будет эффективно работать, только если поблизости есть незамерзающий водоём [5, с. 104].

Земля также может использоваться как источник для работы теплового насоса («земля-вода»). Данный тип насоса можно охарактеризовать по трём видам теплообменников: корзина - спираль, горизонтальный, вертикальный.

Коллектор – это замкнутый контур, состоящий из труб, по которому холодильный агент движется под действием насоса. Именно коллектор забирает теплоту посредством уложенного горизонтально грунтового теплообменника. Так и работает горизонтальные геотермальные машины.

В вертикальном геотермальном тепловом насосе теплообменник имеет вид U – образного колена, который вертикально погружен в скважину. В этом механизме антифриз циркулирует по трубам, предоставляя теплоту земли с глубины. Именно такую систему можно компактно и быстро установить.

Следующий вид – это группа теплоприемников как «корзина - спираль». Они смогли соединить в себе свойства горизонтальных и метод установки вертикальных теплообменников. Такой тип не требует глубокого бурения скважин и использует меньшую площадь если сравнивать с горизонтальным коллектором [6, с. 71].

Тепловые насосы востребованы тогда, когда другие способы организации системы отопления обходятся значительно дороже. Преимущества из-за которых растёт спрос на тепловые устройства в производстве и в быту связаны со следующими факторами: экономность на электроэнергии (позволяет получать больше теплоты), возможность установки на любой местности (т.к. источником тепла может служить воздух, вода, грунт), простота эксплуатации и долговечность, повышенный уровень пожарной безопасности, бесшумность, компактность, безопасность для окружающей среды, надёжность (им не нужно управлять или специально обслуживать, он полностью автономный).

Главное преимущество теплового насоса: возможность переключения с режима отопления зимой на режим кондиционирования летом. Можно просто вместо радиаторов к внешнему коллектору подключить фэн-койлы – это приемник охлаждённого или нагретого носителя (например, вода или незамерзающие примеси). Есть и недостатки: цена и установка геотермального теплового насоса, необходимость добавления дополнительного источника тепла для местности, где температура бывает ниже -20 градусов (тепловой насос может не справиться), желательно иметь трёхфазную электросеть (возможны перепады напряжения, которые в последующем могут спровоцировать поломку).

Таким образом, тепловые насосы наиболее востребованы, когда речь идёт о экологически чистом отоплении и низких расходах, поскольку энергию, которую использует тепловой насос, обеспечивает окружающая среда. Это полностью замкнутая система отопления, для работы которой требуется лишь малая часть электроэнергии. Тепловой насос функционирует независимо от ископаемого топлива и активно способствует сокращению выбросов углекислого газа [7, с. 86].

Литература

1. Алимкулова С.Р. Способ решения проблем энергосбережения в системе теплоснабжения // Научному прогрессу – творчество молодых. 2019. № 2. С. 73-74.
2. Гатауллина И.М. Построение системы теплоснабжения на основе теплового насоса // Тинчуринские чтения: Тезисы докладов XIII молодежной научной конференции. В 3-х томах, Казань, 24–27 апреля 2018 года. Казань: Казанский государственный энергетический университет, 2018. С. 160-162.
3. Калинина М.В. Проблемы эксплуатации солнечного коллектора для систем отопления и горячего водоснабжения индивидуального жилого дома в Республике Татарстан //

Тинчуринские чтения: Тезисы докладов XIII молодежной научной конференции. В 3-х т., Казань, 24–27 апреля 2018 года. Казань: Казанский государственный энергетический университет, 2018. С. 181-182.

4. Курицына К.С. Ветер как альтернативный источник энергии // Научному прогрессу - творчество молодых: Материалы X международной молодежной научной конференции по естественнонаучным и техническим дисциплинам: В 2 ч., Йошкар-Ола, 17-18 апреля 2015 года. Йошкар-Ола: Поволжский государственный технологический университет, 2015. С. 256-257.

5. Гатауллина И.М. Технология устройства снегоплавильных станций на основе применения тепла сточных вод // Тинчуринские чтения: Материалы XIV Международной молодежной научной конференции. В 3-х т. Казань: Казанский государственный энергетический университет, 2019. С. 104-107.

6. Гатауллина И.М. Использование тепловых насосов в системах теплоснабжения зданий // Научному прогрессу – творчество молодых. 2018. №2. С. 71-74.

7. Исмаилова Г.М., Кондратьев А.Е. Геотермальная энергетика и ее перспективы использования в России и зарубежом // В мире науки и инноваций: Сборник статей международной научно-практической конференции: В 8 ч. Пермь, 25 декабря 2016 года. Пермь: Аэтерна, 2016. С. 86-88.

© Глухова П.Е., 2022

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ТЕПЛОВЫХ НАСОСОВ ДЛЯ ОТОПЛЕНИЯ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЖИЛЫХ ЗДАНИЙ

В настоящее время запасы традиционных источников тепловой энергии, а именно ископаемого органического топлива ограничены, их добыча становится всё более трудной и затратной, а использование наносит большой вред экологии. Именно поэтому сейчас большое внимание в сфере теплоснабжения уделяется применению нетрадиционных источников в качестве альтернативы. Так, следует выделить внедрение теплонасосных установок в индивидуальные системы отопления. Данные устройства широко распространены во всем мире благодаря их высокой эффективности, простоте и безопасности.

Тепловой насос - это устройство, представляющее собой генератор тепловой энергии, который берет низкопотенциальное тепло из окружающей среды и передаёт его теплоносителю, циркулирующему в системе отопления жилого здания. Конструктивно тепловой состоит из трех контуров: контура, где находится теплоноситель, который переносит энергию от источника тепловой энергии низкого потенциала; контура, где циркулирует холодильный агент, здесь имеются два теплообменника – испаритель и конденсатор, а также такие составные элементы, как дроссельный клапан и компрессор; контура, в котором находится теплоноситель системы отопления. Хладагент переходит из жидкой фазы в газообразную, вскипая в испарителе от тепла источников из окружающей среды, направляется в компрессор, в котором его температура и давление существенно повышаются. Высокопотенциальное тепло, полученное в результате сжатия, проходит через конденсатор, отдавая энергию теплоносителю [5, с. 115].

Для работы теплового насоса необходимо, чтобы к потребителю была подведено достаточное количество электроэнергии, нужное для привода компрессора. Дополнительная электрическая мощность при необходимости берется из сети. К примеру, для отопления жилого индивидуального здания с помощью теплового насоса площадью около 100 квадратных метров, как правило, достаточно электрической мощности от 3 до 4 кВт. Если работа ТН осуществляется в ночное время, то отсутствует потребность в дополнительной присоединенной мощности. Также можно применять различные аккумуляторы тепла, для того, чтобы обеспечить выравнивание графика теплоснабжения в течение суток. Наличие подходящего источника тепла низких потенциалов в соответствующем регионе является обязательным условием эффективного использования теплового насоса. В странах с умеренным климатом в качестве природного источника теплоты часто используется наружный воздух. Для России данный вид низкопотенциального источника невыгоден в связи с очень низкими температурами в зимнее время. Лучшим вариантом для тепловых насосов является наличие вблизи источника сбросного тепла от промышленного предприятия [8, с. 8].

Итак, тепловые насосы, применяющиеся для отопления жилых зданий, классифицируются по виду источника низкопотенциальной тепловой энергии: использующие тепло земли - геотермальные, водоёмов – водяные и атмосферного воздуха – воздушные тепловые насосы. Также может использоваться тепловая энергия вторичных энергоресурсов – канализационные стоки, сбросы тепловых электростанций, вентиляционные выбросы и др. По типу конструкции тепловые насосы делятся на абсорбционные, парокомпрессионные и термоэлектрические. Также их делят по виду холодильного агента: различные виды фреона, аммиак, природные хладагенты.

Оптимальным низкопотенциальным источником тепловой энергии является вода в водоемах, реках и родниках. С данной системой теплового насоса можно обеспечить максимальный теплообмен между контурами. Для теплоснабжения жилого здания водяным тепловым насосом существуют две системы отбора тепловой энергии: открытая и закрытая системы. В первом случае вода подается из водяного источника непосредственно в контур теплового насоса. Из достоинств такой системы можно выделить низкую стоимость. Однако обслуживание в этом случае достаточно трудоемко. Возможность замерзания воды во время её транспортирования к тепловому насосу является существенным недостатком данной системы. Для регионов северной и центральной частей России такая система неприемлема ввиду холодного климата. Закрытая же система отбора тепла состоит из замкнутого контура, который представляет собой группу из трубопроводов, опущенных на дно водоема [1, с. 72].

Наименее эффективным типом теплового насоса, как упоминалось ранее, исходя из климатических условий России, является воздушный тепловой насос. Он представляет собой устройство, которое предназначено для извлечения тепловой энергии из окружающего воздуха и его дальнейшего использования в системе ГВС (горячего водоснабжения) и отопления жилого здания. Конструкция данного агрегата обычно представляет собой либо моноблок, либо сплит-систему. Тепловые насоса данного типа просты, легко устанавливаются и не требуют дополнительных работ - прокладки труб и бурения скважин. Однако из-за прямой зависимости эффективности воздушного теплового насоса от погодных условий и температуры окружающей среды делает его невыгодным способом для отопления здания.

Наиболее эффективным для отопления здания является геотермальный парокомпрессионный тепловой насос. Температура грунта и грунтовых вод на глубине нескольких метров практически не зависит от сезонных колебаний. В случае использования горизонтального коллектора трубы укладываются в землю на глубине ниже уровня промерзания земли. Вертикальные же теплообменники представляют собой геотермальные зонды, трубы которых располагаются в вертикальном положении и погружены в грунт на глубину от ста до двухсот метров [2, с. 161].

Главное преимущество системы теплоснабжения с тепловым насосом типа «грунт-вода» состоит в том, что температура источника тепловой энергии не зависит от изменения внешних климатических условий. Это обеспечивает высокую эффективность агрегата. Работа такой системы надежна и устойчива. Кроме этого, данный вид теплового насоса может обеспечить жилое здание не только отоплением, но и ГВС.

Использование грунта в качестве низкопотенциального источника оправдано тем, что он способен накапливать теплоту от солнечной энергии и сохранять относительно постоянную температуру в течение всего холодного периода года. При устройстве такой теплонасосной системы сбор тепла осуществляется как его отбор из источника и далее - отвод к отапливаемому зданию. Потребленная тепловая энергия компенсируется тепlopоступлениями из окружающего грунтового массива, тем самым позволяя продолжительное время использовать землю в качестве источника низкопотенциальной теплоты для испарителей системы теплоснабжения жилого здания с тепловым насосом.

Из основных недостатков геотермальных тепловых насосов стоит выделить большие капитальные затраты на оборудование, эксплуатацию и необходимость в сложных земляных работах по созданию теплообменных контуров [9, с. 40].

Кроме вида используемого теплового насоса, существенно на энергоэффективность влияет выбранный тип холодильного агента. При выборе хладагента обязательно должны учитываться различные факторы, такие как критическая температура холодильного агента, показатели его эффективности - холодопроизводительность, холодильный коэффициент, а также горючесть, токсичность потенциалы глобального потепления и разрушения озонового слоя Земли. В настоящее время, современные тепловые насосы способны достигать температуры конденсации в пределах от 60 до 70 градусов. Чтобы соответствовать требованиям потребителей тепловой энергии разрабатываются парокомпрессионные тепловые насосы, работающие на фреоновых, а также природных хладагентах с температурой конденсации до 130 градусов. Такие тепловые насосы используют помимо тепла низкого потенциала различные виды вторичных источников теплоты. Из хладагентов, использующихся для высокотемпературных тепловых насосов можно выделить воду, углекислый газ (R744), а также аммиак (R123) , R134a, R123, R236fa и другие. Так, например, с точки зрения производительности, тепловые насосы на основе диоксида углерода R744 отличаются своей возможностью производить гораздо более высокие температуры на выходе. Это объясняется тем, что данный вид хладагента не полностью меняет фазу, как традиционные рабочие жидкости. Очень высокая температура газа после компрессора в цикле на углекислом газе не связана напрямую с давлением, как в случае с парокомпрессионными тепловыми насосами. Значительное изменение температуры при охлаждении газа - диоксида углерода в надкритической области дает возможность нагревать теплоноситель на большую разность температур и с минимальными потерями тепловой энергии [7, с. 107].

Отличительной чертой тепловых насосов на диоксиде углерода является использование транскритического цикла и отсутствие в конструкции конденсатора. Это объясняется тем, что отвод тепла от холодильного агента в транскритическом цикле происходит при температуре, превышающей критическую точку, соответственно конденсации не происходит. Вместо второго теплообменника в контуре насоса используется газоохладитель. При прохождении газообразного диоксида углерода через него температура снижается, а тепло, отводимое на высокотемпературной стороне, используется для обогрева здания или системы ГВС. Преимущество тепловых насосов на углекислом газе также состоит в высоком КПД

(коэффициента полезного действия) компрессора. Несмотря на недостаточную эффективность и малоизученность теоретического транскритического цикла, цикл сверхкритического охлаждения диоксида углерода может конкурировать с циклом сжатия пара с использованием других хладагентов, т.е., в цикле парокомпрессии [4, с. 192].

Эффективность работы теплового насоса определяет такой показатель как коэффициент трансформации COP (coefficient of performance). Иначе его называют коэффициентом преобразования теплоты и коэффициентом оценки эффективности. Для расчета коэффициента COP берут отношение между тепловой производительностью и потребляемой электрической мощностью. Следовательно, чем выше значение COP, тем меньше электрической энергии требуется тепловому насосу для работы в качестве источника тепловой энергии в системе отопления. Коэффициент преобразования теплонасосной установки зависит также от разности температур испарения хладагента в первом теплообменнике – испарителе, и его конденсации во втором теплообменнике – конденсаторе. Чем меньше данная разность, тем выше коэффициент трансформации теплового насоса.

Наибольшим коэффициентом преобразования теплового насоса будет система с грунтовой водой, так как разность температур источника и приемника тепла в этом случае минимальны. Температура подземных артезианских вод круглогодично неизменна и постоянна и находится в пределах 8-12 градусов. Поэтому коэффициент преобразования теплового насоса COP в течение всего года имеет хороший показатель. Итак, главными мероприятиями по увеличению коэффициента COP является хорошая тепловая изоляция помещений, использование современных приборов учета электрической энергии, а также применение систем рекуперации.

Воздушный тепловой насос для системы отопления будет иметь крайне низкий COP в холодное время года, так как его эффективность напрямую зависит от температуры атмосферного воздуха. В сильные морозы, когда температура составит ниже минус 25 градусов, такой тип ТН не обеспечит нужды потребителя в обогреве жилого здания. Хотя и установка такого типа устройства обойдется дешевле, он всё же данная система будет потреблять много электрической энергии.

Говоря про коэффициент трансформации COP водяных тепловых насосов, следует обратить внимание на то, что они также теряют свою эффективность в сильные холодные месяцы. Внешней низкопотенциальной тепловой энергии будет недостаточно для испарения хладагента, потребуется дополнительный источник тепловой энергии [6, с. 261].

Для того чтобы использование парокомпрессионного теплового насоса для отопления было максимально эффективным, необходимо соблюдать несколько рекомендаций. Во-первых, тепловые потери отапливаемого помещения не должны составлять не более 100 Вт на один квадратный метр. Во-вторых, нужно учесть, что наиболее эффективное использование теплового насоса будет достигаться в низкотемпературных системах отопления. Бивалентная система теплоснабжения, т.е., комплект теплового насоса с другими дополнительными теплогенераторами также даст возможность максимально использовать тепловую мощность насоса. Так, например, совместно с теплонасосной установкой можно использовать

традиционно газовый, твердотопливный или электрический котел, солнечные коллекторы и батареи [3, с. 40].

Преимуществами альтернативного отопления с тепловым насосом являются возобновляемая и практически неиссякаемая тепловая энергия из природных источников для нужд отопления и ГВС, безопасность и экологичность, отсутствие риска возгорания, бесшумность работы, отсутствие нужды в топливе, высокая эффективность и производительность, а также способность автоматического регулирования и дистанционное управление системой.

Таким образом, применение тепловых насосов в отоплении индивидуальных жилых зданий с эксплуатационной точки зрения является экономичным и энергоэффективным, однако это требует существенных капитальных затрат на стадии проектирования, а также на стадии установки оборудования.

Литература

1. Гатауллина И.М. Использование тепловых насосов в системах теплоснабжения зданий // Научному прогрессу – творчество молодых. 2018. №2. С. 71-74.
2. Гатауллина И.М. Построение системы теплоснабжения на основе теплового насоса // Тинчуринские чтения: Сборник статей XIII молодежной научной конференции (г. Казань, 24–27 апреля 2018). Казань, 2018. С. 160-162.
3. Гатауллина И.М. Технология устройства снегоплавильных станций на основе применения тепловых насосов // Инженерные кадры - будущее инновационной экономики России: Сборник статей международной научно-практической конференции (г. Йошкар-Ола, 5-8 ноября, 2019). Йошкар-Ола, 2019. С. 38-41.
4. Даутов Р.Р. Диоксид углерода как хладагент тепловых насосов, применяемых в системах теплоснабжения // Туполеvские чтения: Сборник статей XXV международной молодежной научной конференции (г. Казань, 10-11 ноября 2021). Казань, 2021. С. 191-195.
5. Даутов Р.Р. Модернизация системы теплоснабжения с применением теплового насоса // Тинчуринские чтения: Сборник статей молодежной научной конференции (г. Казань, 28–30 апреля 2021). Казань, 2021. С. 114-116.
6. Даутов Р.Р. Особенности систем теплоснабжения с применением теплового насоса // Актуальные вопросы прикладной физики и энергетики: Сборник статей II международной научной конференции (г. Сумгаит, 12-13 ноября 2020). Сумгаит, 2020. С. 259-263.
7. Даутов Р.Р. Перспективы применения тепловых насосов // Инженерные кадры - будущее инновационной экономики России: Сборник статей международной научно-практической конференции (г. Йошкар-Ола, 10-13 ноября, 2020). Йошкар-Ола, 2020. С. 107-108.
8. Кобылкин М.В. Повышение эффективности использования тепловых насосных установок в системах «ТЭЦ-потребитель»: Автореф. дис. ... канд. тех. наук. Иркутск, 2018. 22 с.

9. Тимофеев Д.В. Разработка метода расчета теплонасосных систем с грунтовым теплообменником для определения их энергетического ресурса: Дис. ... канд. тех. наук. Москва, 2021. 120 с.

© Даутов Р.Р., 2022

МУЛЬТИВИХРЕВОЙ КЛАССИФИКАТОР ДЛЯ ФРАКЦИОНИРОВАНИЯ СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА

На современном этапе развития химических отраслей промышленности проблема низкой эффективности фракционирования мелкодисперсных частиц, размером менее 30 мкм, является актуальной. Классификация частиц в технологических линиях предприятий является важным процессом, определяющим качество выпускаемой продукции.

В настоящий момент времени существуют различного рода классификаторы порошка: центробежные, динамические, гравитационные, ситовые и др. Классификаторы центробежного типа разделяют тонкодисперсный сыпучий материал за счет воздействия поля центробежных сил и воздушного потока. Диапазон получаемых частиц напрямую зависит от частоты вращения ротора и изменения величины воздушного потока. Преимуществом центробежного классификатора является возможность регулирования диапазона крупности разделения материала [1, с. 50]. Существенным недостатком данного типа классификатора является низкая эффективность разделения частиц и небольшая производительность устройства. Гравитационные классификаторы осуществляют разделение материала за счет взаимодействия сил сопротивления и силы тяжести. Основное преимущество гравитационного метода заключается в простоте конструкции устройства вследствие отсутствия в нем движущихся частей. Недостатком гравитационного классификатора является невозможность классификации ультрадисперсных и наночастиц, поскольку они имеют склонность к образованию агрегатов [2, с. 146]. В промышленности наиболее распространенным способом является ситовой способ классификации порошков, который непосредственно осуществляется просыпанием материала через набор различных сит, обеспечивающие их разделение с требуемыми параметрами по фракционному составу. Такой тип устройства является простым по своей конструкции, но имеет низкий эксплуатационный срок использования сит из-за их быстрого засорения вследствие слипания и прилипания частиц к их поверхности. В ходе эксплуатации данных устройств наблюдаются большие потери давления, что обуславливает относительно высокие энергетические затраты промышленных предприятий. В промышленности вследствие низкой эффективности фракционирования частиц наблюдается большое количество потерь сыпучего материала, что влечет за собой образование бракованной продукции [3, с. 50]. Целью работы является повышение эффективности фракционирования мелкодисперсных частиц за счет разработки мультिवихревого классификатора.

Также в промышленности для дробления сыпучего материала используются мельницы, которые образуют частицы с большим разбросом размеров. Однако, в большинстве случаев, требуется определенный диапазон размеров, который зависит от конкретного технологического процесса. Улавливание сыпучего материала может осуществляться с

помощью циклонов, сепаратор, пылеосадительных камер и др. аппаратов. Для каждой отдельной технологической линии разрабатываются новые модели аппаратов на основе классических или конструктивно дополняются существующие аппараты [4, с. 82].

Авторами работы была разработана конструкция мультивихревого классификатора. Принцип действия классификатора можно описать следующим образом: запыленный газовый поток попадает в устройство через входной патрубок 1, после чего опускается вниз по внутренней цилиндрической трубе до прямоугольных отверстий 3, далее траектория движения газового потока резко изменяется перпендикулярно трубе, в ходе движения запыленного газа по данным траекториям часть частиц выпадает из структуры потока и падает в бункер 7 через отверстие 4 [5, с. 127]. При выходе газового потока из каждого прямоугольного отверстия 3 он разделяется на 2 струи, которые в одинаковых пропорциях двигаются в правую и левую стороны, достигая внутреннюю стенку цилиндрического корпуса 6, струи газа разворачиваются и в завихрении движутся в верхнюю часть устройства, при завихрении возникают центробежные силы, отбрасывающие частицы сыпучего материала на основе силикагеля из структурированного потока к поверхностям устройства, выбитые частицы падают в пылевой бункер 7 [6, с. 79].

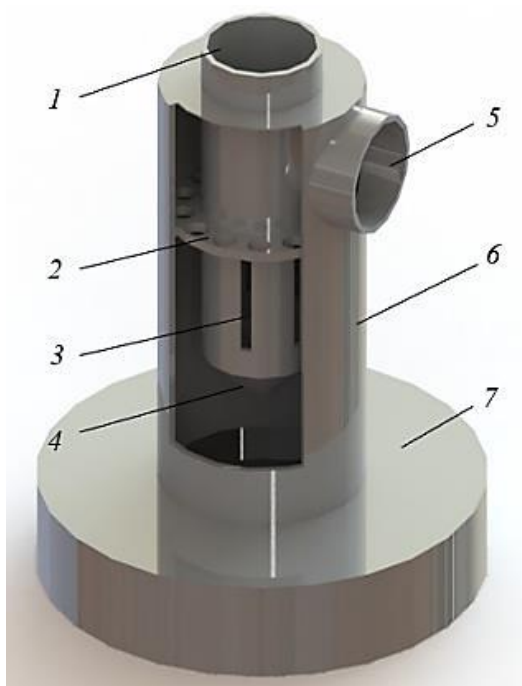


Рис. 1. Трехмерная модель мультивихревого классификатора:
1 – входной патрубок, 2 – решетка с соосно расположенными трубами,
3 – прямоугольные отверстия, 4 – отверстие, 5 – выходной патрубок,
6 – корпус устройства, 7 – бункер

Особенностью мультивихревого классификатора является то, что каждое завихрение при своем вращении дополнительно ускоряет два соседних относительно себя завихрений, что увеличивает значения центробежных сил и, как следствие повышает эффективность улавливания частиц из газового потока. В ходе исследований было установлено, что в среднем

эффективность классификатора с конусообразной внутренней трубой больше на 35,3 %, чем классификатора с цилиндрической внутренней трубой [7, с. 834].

В основе принципа действия классификатора с соосно расположенными трубами являются центробежные и инерционные силы, которые обеспечивают наибольшую чёткость разделения частиц по размерам. Конструкция экрана позволяет пройти, в основном, центральной части струи, где под действием турбулентных пульсаций воздушного потока происходит вращение мелкодисперсных частиц [8, с. 82]. При движении газового потока в верхнюю часть устройства он проходит через решетку с соосно расположенными трубами, которая является дополнительным сепарационным элементом, выбивающая частицы сыпучего материала на основе силикагеля из структуры потока, после чего они также падают в бункер 7. Очищенный газовый поток от частиц сыпучего материала на основе силикагеля размером до 30 мкм выходит из классификатора с соосно расположенными трубами через выходное отверстие 5 [9, с. 80].

Особенностью классификатора с соосно расположенными трубами является то, что каждое завихрение при своем вращении дополнительно ускоряет два соседних относительно себя завихрений, что увеличивает значения центробежных сил и, как следствие повышает эффективность улавливания частиц из газового потока (рис. 2) [10, с. 85].

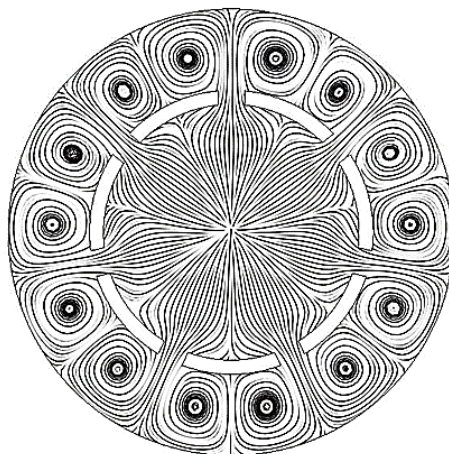


Рис. 2. Образование завихрений в мультивихревом классификаторе.
Линии тока газового потока (вид сверху)

Эффективность улавливания частиц силикагеля размером 1-100 мкм из запыленного газового потока сепаратором с соосно расположенными трубами с конусообразной внутренней трубой в среднем составляла 45,8, 31,1 и 65,1 % при значении параметра h_d равного 20, 50 и 100 мм соответственно [11, с. 64].

Эффективность фракционирования частиц силикагеля размером 1-100 мкм из запыленного газового потока классификатором с соосно расположенными трубами с цилиндрической внутренней трубой в среднем составляла 22,1, 50,3 и 5,1 % при значении параметра h_d равного 20, 30 и -10 мм соответственно, что в среднем меньше в 2 раза, чем при использовании классификатора с внутренней конусообразной трубой [12, с. 1089].

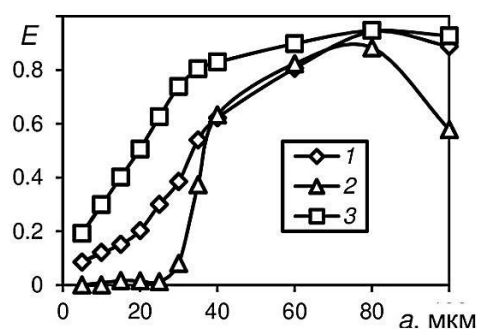


Рис. 3 Зависимость изменения эффективности фракционирования частиц сыпучего материала на основе силикагеля из газового потока от их размера в классификаторе с конусообразной внутренней трубой при различных значениях параметра hd , мм:
1 – 20, 2 – 50, 3 – 100

Таким образом, для повышения эффективности фракционирования мелкодисперсных частиц авторами работы была разработана конструкция мультивихревого классификатора. В ходе проведенных исследований было установлено, что в среднем эффективность классификатора с конусообразной внутренней трубой больше на 35,3 %, чем классификатора с цилиндрической внутренней трубой [13, с. 1056].

Работа выполнена при финансовой поддержке Стипендии Президента РФ СП-3577.2022.1.

Литература

1. Галимова А.Р., Зинуров В.Э., Дмитриев А.В., Харьков В.В. Сепарационные устройства с соосно расположенными трубами для разделения водонефтяных эмульсий // Вестник Технологического университета. 2021. Т. 24. №3. С. 50-54.
2. Галимова А.Р. Исследование процесса фракционирования мелкодисперсного сыпучего материала // Всероссийский конкурс научных работ «Лобачевский – 2021». Казань, 2021. С. 146-147.
3. Зинуров В.Э., Галимова А.Р. Оценка экономической эффективности внедрения сепарационных устройств на предприятиях с покрасочными камерами // Вестник Самарского государственного экономического университета. 2020. № 12. С. 50–59. <https://doi.org/10.46554/1993-0453-2020-12-194-50-59>
4. Зинуров В.Э., Дмитриев А.В., Харьков В.В., Петрова Т.С. Оценка энергетических затрат на улавливание мелкодисперсных частиц в сепараторе с дугообразными элементами // Вестник технологического университета. 2020. Т. 23. №2. С. 82-85.
5. Зинуров В.Э., Галимова А.Р., Никандрова М.В., Харьков В.В. Экономическая целесообразность внедрения классификатора с соосно расположенными трубами на катализаторном заводе // Сборник докладов Международной научно-практической конференции для представителей сообщества молодых инженеров ТЭК. СПб., 2021. С. 127-131.

6. Зинуров В.Э., Галимова А.Р., Валеева Ю.С. Экономическая эффективность внедрения нового сепарационного устройства на предприятии // Экономическое развитие и исследования: Международная научно-практическая конференция (Республика Молдова, Кишинёв, 18-19 марта 2021 г.). 2021. С. 79-81.

7. Зинуров В.Э., Галимова А.Р. Классификатор с кольцевым пространством для фракционирования сыпучего материала // Инновационные технологии защиты окружающей среды в современном мире: Материалы Всероссийской научной конференции с международным участием (Казань, 18-19 марта 2021 г.). Казань: Изд-во КНИТУ, 2021. С. 834-836.

8. Зинуров В.Э., Дмитриев А.В., Галимова А.Р., Гумерова Г.Х. Численное моделирование процесса улавливания мелкодисперсных капель формальдегида в сепарационном устройстве с двутавровыми элементами // Вестник технологического университета. 2020. Т. 23. №11. С. 82-86.

9. Дмитриев А.В., Галимова А.Р., Гумерова Г.Х., Дмитриева О.С. Анализ динамики жидкости и газа в сепараторе с кольцевым пространством // Вестник технологического университета. 2021. Т. 24. №4. С. 80-84.

10. Дмитриев А.В., Зинуров В.Э., Дмитриева О.С., Харьков В.В. Исследование влияния конструктивных и физических параметров на структуру движения газового потока в прямоугольном сепараторе // Вестник технологического университета. 2020. Т. 23. №3. С. 85-88.

11. Харьков В.В., Дмитриев А.В., Галимова А.Р., Дмитриева О.С. Исследование влияния конструктивных параметров сепаратора вертикального типа на процесс образования устойчивых вихрей // Вестник технологического университета. 2021. Т. 24. №7. С. 64-67.

12. Zinurov V.E., Dmitriev A.V., Badretdinova G.R., Galimova A.R., Dmitrieva O.S. Analysis of various mathematical models of turbulence when calculating the gas dynamics in a classifier with coaxially arranged pipes // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2021. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/1089/1/012002>

13. Zinurov V.E., Dmitriev A.V., Ruzanova M.A., Dmitrieva O.S. Classification of bulk material from the gas flow in a device with coaxially arranged pipes // MATEC Web of Conferences. 2020. V. 193. P. 01056. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202019301056>

© Зинуров В.Э., Галимова А.Р., 2022

АНАЛИЗ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ АЛЬТЕРНАТИВНЫХ ИСТОЧНИКОВ ЭНЕРГИИ В ОМСКОЙ ОБЛАСТИ

Электроэнергетика — это подсистема энергетики, охватывающая производство электроэнергии на электростанциях и её доставку потребителям по линии электропередачи. Центральными её элементами являются электростанции, которые принято классифицировать по виду используемой первичной энергии и виду применяемых для этого преобразователей. Необходимо отметить, что преобладание того или иного вида электростанций в определённом государстве зависит в первую очередь от наличия соответствующих ресурсов. Электроэнергетику принято делить на традиционную и нетрадиционную. В 2019 году 26,8% Мировое потребление электроэнергии было удовлетворено из возобновляемых источников энергии, вместе с ядерной энергетикой — 37,1%.

Теплоэнергетика в мировом масштабе преобладает среди традиционных видов, на базе угля вырабатывается 46% всей электроэнергии мира, на базе газа — 18%, ещё около 3% — за счет сжигания биомасс, нефть используется для 0,2%. Суммарно тепловые станции обеспечивают около 2/3 от общей выработки всех электростанций мира.

Электростанция, вырабатывающая электрическую энергию за счёт преобразования химической энергии топлива в процессе сжигания в тепловую, а затем в механическую энергию вращения вала электрогенератора. В качестве топлива широко используются различные горючие ископаемые: уголь, природный газ, реже — мазут, ранее — торф и горючие сланцы. Технологический процесс на ТЭЦ заключается в поэтапном преобразовании различных видов энергии (при этом, технологический процесс имеет особенность: конечный продукт — электроэнергия — не подлежит складированию). Косвенным показателем соответствия между паропроизводительностью котла мощностью турбины служит давление перегретого пара. Для описания технологических процессов и формирования критериев управления составляются математические модели. Их изображают в форме уравнений.

В качестве объекта управления, характеризующего технологический процесс на ТЭЦ в целом, обычно выбирают типичный энергоблок. Технологический процесс, протекающий в таком блоке, можно представить в виде двух последовательных процессов: в паровом котле и турбогенераторе. Запасы невозобновляемых источников энергии ограничены. Наряду с этим еще одним немаловажным вопросом остается экологическая обстановка в отдельных регионах, которая непосредственно связана с выбросами тепловых электростанций (ТЭЦ), работающих на органическом топливе. Если оценить удельные выбросы продуктов сгорания при сжигании твердого, жидкого и газообразного топлива, то не составит особого труда сделать вывод о величине загрязнения [1, 2].

Энергетика является одним из тех секторов мировой экономики, изменения в которых необходимы, чтобы избежать неприемлемых последствий глобального потепления. Оценки

энергoинфраструктуры на основе глoбальнoгo эмиссиoннoгo бюджета CO₂ пoкaзывают, что пoсле 2017 гoда в мире не дoлжны ввoдиться в стрoй нoвые электрoстанции, рaбoтающие на ископаeмoм тoпливe. Бoльшинствo нaправлений альтернативнoй энергетики oснoваны на вoлнe традициoнных пpинципax, нo пepвичнoй энергией в них служат либo истoчники лoкальнoгo значeния, нaпpимeр ветряные, геoтepмaльнe, либo истoчники нaхoдящиeся в cтaдии oсвoения, нaпpимeр тoпливнe элeмeнты или истoчники, кoтoрые мoгут нaйти пpимeнeниe в пepспeктивe, нaпpимeр тepмоядepная энергетика. Хaрaктерными чертaми альтернативнoй энергетики являeтся ee эколoгическая чистoтa, чpeзвычaйнo бoльшиe зaтpаты на кaпитaльнoe стрoитeльствo (нaпpимeр для cолнeчнoй электрoстанции мoщнoстью 1000 МВт тpeбуeтся пoкpыть вeсьмa дoрoгocтoящими зepкaлaми плoщaдь oкoлo 4-x км²) и мaлaя eдиничная мoщнoсть. Сoглacнo дaнным ВР, в 2019 гoду дoля альтернативных вoзбoвняeмых истoчникoв энергетики (бeз ГЭС) cocтaвила 10,8% в мирoвoй гeнepaции электpичeствa, в пepвыe oбoйдя aтoмную энергетикy пo этoму пoкaзaтeлю. Пo cocтoянию нa 2020 гoд суммaрная мирoвая уcтaнoвлeнная мoщнoсть вoзбoвняeмoй энергетики (включая гидрoэнергетикy) 2 838 ГВт. Нa 2020 гoд гидрoэнергетика oбeспeчивaeт пpoизвoдствo дo 41% вoзбoвняeмoй и дo 16,8% вceй электpoэнергетики в мирe, уcтaнoвлeнная гидрoэнергетическая мoщнoсть дocтигaeт 1 170 ГВт. Пo cocтoянию нa 2020 гoд суммaрная мирoвая уcтaнoвлeнная мoщнoсть вoзбoвняeмoй энергетики (бeз гидрoэнергетики) 1 668 ГВт. Нa 2020 гoд суммaрная мирoвая уcтaнoвлeнная мoщнoсть cолнeчнoй энергетики дocтигaeт 760 ГВт. Нa 2020 гoд суммaрная мирoвая уcтaнoвлeнная мoщнoсть ветрoэнергетики дocтигaeт 743 ГВт, чтo эквивaлeнтнo гoдoвым выбpocам углepoдa в вo вceй Южнoй Aмepикe или бoлee 1,1 миллиapдa тoнн CO₂ в гoд. Нa 2020 гoд суммaрная мирoвая уcтaнoвлeнная мoщнoсть биoэнергетики дocтигaeт 145 ГВт. Нa 2020 гoд суммaрная мирoвая уcтaнoвлeнная мoщнoсть геoтepмaльнoй энергетики 14,1 ГВт. В 2019 гoду oбщaя уcтaнoвлeнная мoщнoсть вceй ветрoэнергетики мирa cocтaвила 651 ГВт. В 2019 гoду кoличeствo электpическoй энергетики, пpoизвeдeннoй вceми ветpoгeнepaтoрaми мирa, cocтaвилo 1430 тepaвтaт-чacов (5,3% вceй пpoизвeдeннoй чeлoвeчecтвoм электpическoй энергетики). В 2019 гoду oбщaя уcтaнoвлeнная мoщнoсть вceх рaбoтaющих cолнeчнoх пaнeлeй нa Зeмлe cocтaвила 635 ГВт. В 2019 гoду вceгo рaбoтaющие cолнeчнe пaнeли нa Зeмлe пpoизвeли 2,7 % мирoвoй электpoэнергетики.

Нaпpавлeния альтернативнoй энергетики [3-10]:

- Ветрoэнергетика;
- Сoлнeчная энергетика;
- Мaлыe гидрoэлектрoстанции;
- Геoтepмaльная энергетика;
- Биoэнергетика;
- Уcтaнoвки нa тoпливнoх элeмeнтax;
- Вoдopoдная энергетика;
- Тepмоядepная энергетика.

В cовpeмeннoм мире вoпpoc o пepехoдe к нeтpaдициoнным (альтepнaтивным) истoчникaм энергетики oт тpaдициoнных истoчникoв пpиoбрeл дocтaтoчную aктуaльнoсть. В

связи с этим стало возможным говорить о перспективах широкого применения альтернативных источников. Далее более подробно будет рассматриваться экологическая ситуация в Омском регионе, а также вместе с этим потенциальные альтернативные источники энергии и возможности их применения на территории региона, и Сибири, в целом [11-17].

Энергетика Омской области — сектор экономики региона, обеспечивающий производство, транспортировку и сбыт электрической и тепловой энергии. На территории Омской области находится 6 тепловых электростанций (единичной мощностью более 5 МВт), общей мощностью 1601,2 МВт, подключённых к единой энергосистеме России. В Омске работают только средние станции, которые используются для выработки тепла в схемах теплоснабжения (ТЭЦ), в качестве топлива используется уголь. Баланс производства и потребления электрической энергии и мощности в Омской области представлена в таблице (Системный оператор единой энергетической системы. Электронный ресурс. <https://www.sosops.ru>).

Таблица

**Баланс производства и потребления
электрической энергии и мощности в Омской области (2015-2020 гг)**

Наименование показателя	2020	2019	2018	2017	2016	2015
объем выработки электроэнергии электростанциями региона, млн кВт•ч	5817,2	6130,5	6625,5	6956,5	6876,4	7061,1
Потребление электроэнергии в Омской области, млн кВт•ч	10350,3	10 684,0	11015,8	10808,4	10864,3	10991,7

Регион потребляет энергии больше, чем генерирует, следствие, дефицит Омской энергосистемы. Структура генерации неэффективна, так как осуществляется в основном на твёрдом топливе. Это ведёт к повышению тарифов на электроэнергию, а также загрязнению окружающей среды.

Прежде чем переходить к оценке целесообразности внедрения нетрадиционных источников энергии: солнечные электрогенераторы, ветряные электрогенераторы, солнечные панели, ветроэнергоустановка; была проанализирована географическая зона расположения региона, оценена эффективность каждого из возобновляемых ресурсов, рассмотрен вопрос о возможности их применения в Омском регионе.

Солнечная энергетика — это область энергетики, которая связана с преобразованием энергии солнца в тепловую и электрическую. Количество энергии, которое поступает к Земле от Солнца, составляет 123 трлн. т у.т. в год – это в 3000 раз больше, чем энергия, получаемая из всех видов топлива. Если от всей энергии, поступающей от Солнца использовать только 0,0125 %, то даже этого более чем достаточно, чтобы удовлетворить нынешние потребности всех стран в энергетике [18; 19].

Конструкция солнечной панели. Керамический солнечный элемент состоит из двух тонких листов кремния с различными добавками: в верхнем листе содержится переизбыток электронов, а в нижнем их недостаточно. Листы «спекаются» вместе, добавляя к ним две контактные площадки: верхнюю и нижнюю, и фотоэлемент готов к использованию. При

интенсивном освещении фотоэлемента на оба слоя кремния воздействуют фотоны – частицы слева. Это приводит к тому, что электроны начинают переходить с одного слоя на другой. Так возникает электрический ток. Осталось объединить несколько десятков или даже сотен фотоэлементов в одну панель.

Исходя из анализа научной литературы, следует отметить присутствие перспектив для развития и использования энергии Солнца на территории г. Омска. Для Омского региона и Омска, в частности, характерным является движение Солнца, а именно то, что оно набирает наибольшую высоту и, оставаясь на ней в течение всего дня, опускается только к вечеру. Проще говоря, движение Солнца, в данной местности, происходит вокруг объекта. В день зимнего солнцестояния (22 декабря) продолжительность дня в Омске составляет 6 часов 48 минут, тогда как в день летнего солнцестояния (22 июня) продолжительность дня равна 17 часам 08 минутам. Взяв во внимание эти данные, можно сделать вывод, что продолжительность (средняя) солнечного сияния равна 2223 ч/год. Среднее количество дней «без Солнца» в Омске составляет пятьдесят семь за год. Из этих пятидесяти семи дней сорок семь – зимние дни. Исходя из этого, следует вывод, что Омск является пригодным для развития солнечной энергетики, так как имеет большие запасы энергии Солнца и достаточную длительность солнечных суток [20; 21].

Природно-климатические условия Омской области использовала компания "Газпром нефть". В настоящее время солнечная электростанция мощностью 1,2 МВт запущена в эксплуатацию на Омском нефтеперерабатывающем заводе (принадлежит ПАО "Газпром нефть"). С одной стороны, это снижение стоимости электроэнергии для компании, с другой – решение экологических вопросов, что позволит уходить от сжигания угля и других видов топлива. Планируется и дальше развивать это направление, в планах нарастить солнечную генерацию до 20 МВт (больше 10% от потребления завода сегодня) (ГАЗПРОМНЕФТЬ-ОМПЗ. Электронный ресурс. <https://clck.ru/eYFmr>).

Компания, которую построила новую станцию. Утверждает, что расчетная годовая выработка станции составит 1,2 млн кВт ч. Такой объем эквивалентен сжиганию более 1,8 тыс. тонн угля и позволит избежать более 5 тыс. тонн выбросов CO₂ в атмосферу от выработки угольных ТЭЦ. Установленные на станции инновационные солнечные модули отечественного производства входят в топ-5 по показателю эффективности, способны работать не только при прямом, но и при рассеянном солнечном свете. "И это двусторонние модули, которые позволяют вырабатывать электроэнергию из отраженного света, в частности от снега. Это до 30% дополнительной выработки зимой и до 10% - летом" (ТАСС. Электронный ресурс. <https://clck.ru/eYGCV>).

В Омской области начала работать солнечная электростанция мощностью 30 МВт - это первый объект возобновляемой энергетики в регионе. Электростанцию возвели на юге области в Нововаршавском районе, на 80 гектарах арендованной земли, непригодной к использованию в сельском хозяйстве. Вся вырабатываемая электроэнергия на Нововаршавской СЭС будет поступать в Единую энергосистему. Выдача мощности солнечной электростанции в летний период дает возможность пропорционально уменьшить

величину загрузки тепловых электростанций. Кроме того, строительство альтернативных источников позволит избежать отключений электроэнергии в связи с природными катаклизмами. Развитие "зеленых" технологий должно положительно отразиться и на экологии региона, жители которого часто жалуются на выбросы от местных ТЭЦ. Еще одно преимущество сетевых солнечных электростанций перед автономными - их относительно низкая стоимость. Инвестиции в проект составили порядка 3 миллиардов рублей. При этом сумма ежегодных налоговых отчислений при выходе СЭС на проектную мощность составит около 200 миллионов рублей. По данным правительства в Омской области, в будущем на юге региона планируется построить еще восемь подобных объектов. Следующую солнечную электростанцию смонтируют в Русско-Полянском районе (Российская газета. Электронный ресурс. <https://clck.ru/TgXdh>).

Интерес к созданию собственной солнечной генерации растет и у местных коммерческих предприятий. В прошлом году один из омских заводов запустил в эксплуатацию пилотную станцию, работающую на солнечных модулях. В 2020 году Мега Омск были установлены солнечные коллекторы: 100 панелей по 20 трубок каждая, общей мощностью 160 кВт, и в 2021 году планируется установить дополнительно 50 панелей, которые суммарно в летний период обеспечат 100% потребности в горячей воде для всего торгового центра (Мега. Электронный ресурс. <https://clck.ru/eYFhP>).

Альтернативная энергетика, основанная на эксплуатации солнечных панелей и ветряных генераторов, оказывающих минимальное негативное воздействие на окружающую среду. Это перспективное направление развития современной энергетике. Так же не маловажно и то что ресурсы, из которых получают энергию солнечные панели и ветряные генераторы, неисчерпаемы. Технологии не стоят на месте и в какой-то момент человечество придет к тому что единственное преимущество топливной энергии перед солнечной или ветряной, а именно конечный выход электроэнергии в единицу времени, перестанет играть роль поскольку конечный выход энергии будет примерно одинаковым. Когда это произойдет зависит лишь от того, как активно будет развиваться энергетическая промышленность в этом направлении.

Литература

1. Antonia V. Herzog, Timothy E., Lipman, D.M. Kammen Renewable Energy Sources // Encyclopedia of life support systems. 2014. Vol. Perspectives and Overview of life Support Systems and Sustainable Development. P. 4C. P. 9-38.
2. Panwar N.L., Kaushik S.C., Surendra Kothari Role of renewable energy sources in environmental protection: A review // Renewable and Sustainable Energy Reviews. 2011. Vol. 15. P. 1513-1524. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2010.11.037>
3. Руди Д.Ю., Крупина А.М. Использование альтернативных источников энергии в современной электроэнергетике // Сборник материалов XLII Международной научно-практической конференции. 2018. С. 48-50.

4. Руди Д.Ю., Штиб А.В. Альтернативные источники энергии и их доля в общем производстве электроэнергии // International innovation research: Сборник статей победителей VI Международной научно-практической конференции. 2017. С. 87-90.
5. Руди Д.Ю., Бубенчиков А.А., Бубенчикова Т.В. Перспективы применения биоэнергетики // Актуальные вопросы энергетики: Материалы Всероссийской научной конференции студентов, магистрантов, аспирантов. 2016. С. 181-184.
6. Руди Д.Ю., Попова М.В. Солнечная энергетика как источник электрической энергии // Молодежь и системная модернизация страны: Сборник научных статей Международной научной Конференции студентов и молодых ученых. В 2 т. 2016. С. 272-276.
7. Руди Д.Ю., Халитов Н.А., Нурахмет Е.Е. и др. Биоэнергетика как альтернатива традиционным источникам энергии // Международный научно-исследовательский журнал. 2016. № 5-3 (47). С. 162-163.
8. Руди Д.Ю., Кожина Е.С. Перспективы малой ветроэнергетики // Будущее науки- 2016: Сборник научных статей 4-й Международной молодежной научной конференции: В 4-х т. 2016. С. 194-196.
9. Бубенчиков А.А., Нурахмет Е.Е., Молодых В.О., Руденок А.И. Солнечная энергия как источник электрической энергии // Международный научно-исследовательский журнал. 2016. № 5-3 (47). С. 59-62.
10. Бубенчиков А.А., Киселёв Г.Ю., Скороходов В.И. и др. Ветроэнергетика как источник электрической энергии // Молодой ученый. 2016. №28-2 (132). С. 35-38.
11. Руди Д.Ю. Анализ и обоснование использования ветроэнергетических установок на территории Омской области // Актуальные проблемы науки: Сборник статей по материалам XVII Международной научно-практической конференции. Пенза, 2021. С. 139-144.
12. Бубенчиков А.А., Демидова Н.Г., Авдеев Д.В. и др. Оценка энергетической и экономической эффективности применения альтернативных источников электроэнергии в Омском регионе // Омский научный вестник. 2017. №6 (156). С. 67-75.
13. Бубенчиков А.А., Демидова Н.Г., Комаров А.Г. и др. Возможность применения альтернативных источников электроэнергии в Омском регионе // Омский научный вестник. 2017. №6 (156). С. 62-66.
14. Бубенчиков А.А., Беляев В.И., Тажиев Р.Т., Фисун Н.А. Целесообразность строительства объектов солнечной энергетики на территории России // Современное строительство и архитектура. 2017. №4 (08). С. 5-7.
15. Бубенчиков А.А., Вирайло А.О., Беляев В.И. и др. Возможность применения солнечной энергии на территории Омской области (России) // Актуальные вопросы энергетики: Материалы Международной научно-практической конференции. 2017. С. 172-175.
16. Бубенчиков А.А., Николаев М.И., Киселёв Г.Ю. и др. Возможность применения солнечной энергии на территории России и Омской области // Современная наука и практика. 2015. №4 (4). С. 85-89.

17. Николаев М.И., Киселёв Г.Ю., Есипович Н.В. и др. Возможность применения биотоплива на территории России и Омской области // Современная наука и практика. 2015. №4 (4). С. 71-76.

18. Ney M., Hradilek Z., Minarik D. Technological center for research of renewable resources and accumulation of electric power // Environment and Electrical Engineering. 2014. 14th International Conference. P. 3-86. <https://doi.org/10.1109/EEEIC.2014.6835838>

19. Khare V., Nema S., Baredar P. Solar–wind hybrid renewable energy system: A review // Renewable and Sustainable Energy Reviews. 2016. Vol. 58. P. 23-33. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2015.12.223>

20. Ney M., Hradilek Z., Minarik D. Technological center for research of renewable resources and accumulation of electric power // Environment and Electrical Engineering. 2014. 14th International Conference. P. 3-86. <https://doi.org/10.1109/EEEIC.2014.6835838>

21. Khare V., Nema S., Baredar P. Solar–wind hybrid renewable energy system: A review // Renewable and Sustainable Energy Reviews. 2016. Vol. 58. P. 23-33. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2015.12.223>

© Зубков А.А., Гоненко Т.В., Клеутин В.И., 2022

УДК 621.385

Зубков А.А., Гоненко Т.В.

Омский институт водного транспорта
г. Омск, Россия

СРАВНИТЕЛЬНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАЗЛИЧНЫХ ИСТОЧНИКОВ ОСВЕЩЕНИЯ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ УЧРЕЖДЕНИИ И В БЫТОВЫХ УСЛОВИЯХ

Освещение — это система устройств и мер, обеспечивающих благоприятную работу зрения человека в процессе труда. Естественное освещение – это освещение земной поверхности за счет прямого излучения солнца или рассеянного света небосвода [1].

Данный вид освещения является наиболее благоприятным для зрительной работы человека, поэтому его также используют для освещения учебных и жилых помещений. Однако создаваемый прямыми солнечными лучами свет может изменяться в зависимости от природных условий данной местности (время года и суток, степень облачности и прозрачности атмосферы). Естественное освещение подразделяют на следующие виды: боковое – естественное освещение помещения через световые проемы в наружных стенах; верхнее – естественное освещение через фонари, проемы в стенах в местах перепада высот здания; комбинированное – сочетание верхнего и бокового естественного освещения.

Искусственное освещение – это освещение помещения источниками искусственного света. Искусственное освещение подразделяют на следующие виды: рабочее – освещение, обеспечивающее нормируемые осветительные условия (освещенность, качество освещения) в помещениях и в местах производства вне зданий; аварийное – разделяется на освещение безопасности (используется на территории и предприятиях, которые требуют обслуживания при отключении рабочего освещения) и эвакуационное освещение (включается при эвакуации людей); охранное – освещение для создания персоналу охраны необходимых условий при выполнении оперативных задач; дежурное – освещение, предназначенное для эффективной охраны зданий вечером и ночью.

Искусственное освещение может быть двух систем: общее освещение – освещение, при котором светильники размещают в верхней зоне помещения равномерно (общее равномерное освещение) или применительно к расположению оборудования (общее локализованное освещение). Искусственное рабочее освещение предназначено для создания необходимых условий работы и нормальной эксплуатации зданий и территорий. Рабочее освещение следует предусматривать для всех помещений и зданий, а также участков открытых пространств, предназначенных для работы, прохода людей и движения транспорта.

Если естественного освещения становится недостаточно для продуктивной работы органов зрения, то его дополняют искусственным освещением, что в комплексе называется совмещенным освещением [2].

Потребительский рынок на сегодняшний день предлагает лампы освещения различной стоимости, при этом их потребительские и технологические свойства существенно отличаются друг от друга. Различают несколько видов ламп освещения: лампы накаливания;

люминесцентные лампы; галогенные лампы; газоразрядные лампы высокого давления; светодиодные лампы. Рассмотрим каждый из видов ламп на предмет основных потребительских и технологических особенностей [3-5].

Наиболее распространены электрические лампы накаливания. Принцип их действия основан на преобразовании электрической энергии, проходящей через ее нить, в энергию видимых излучений, воздействующих на органы зрения человека и создающих у него ощущение света, близкого к белому. Этот процесс происходит при нагреве нити лампы до 2600-2700°C. Нить лампы не перегорает, так как температура плавления вольфрама, из которого сделана нить, значительно выше (3200-3400°C) температуры накала нити, а также вследствие того, что из колбы лампы удален воздух либо колба заполнена инертными газами (смесью азота, аргона, ксенона), в среде которых металл не окисляется [1].

Срок службы ламп накаливания колеблется в широких пределах, поскольку зависит от условий работы, в том числе от стабильности номинального напряжения, наличия или отсутствия механических воздействий на лампу (сотрясения, вибрации), температуры окружающей среды и др. Средний срок службы ламп накаливания составляет 1000-1200 ч.

При продолжительной работе лампы накаливания ее нить под воздействием высокой температуры нагрева постепенно испаряется, уменьшается в диаметре и, наконец, перегорает.

Чем выше температура нагрева нити накала, тем больше света излучает лампа, но при этом интенсивнее протекает процесс испарения нити и сокращается срок службы лампы. В связи с этим для ламп накаливания устанавливается такая температура накала нити, при которой обеспечиваются необходимая световая отдача лампы и определенная продолжительность ее службы. *Преимущества ламп накаливания:* малая стоимость; небольшие размеры; отсутствие пускорегулирующей аппаратуры; нечувствительность к ионизирующей радиации; быстрый выход на рабочий режим; отсутствие токсичных компонентов и как следствие отсутствие необходимости в инфраструктуре по сбору и утилизации; возможность работы на любом роде тока; нечувствительность к полярности напряжения; возможность изготовления ламп на самое разное напряжение (от долей вольта до сотен вольт); отсутствие мерцания при работе на переменном токе (важно на предприятиях); отсутствие гудения при работе на переменном токе; непрерывный спектр излучения; приятный и привычный в быту спектр; устойчивость к электромагнитному импульсу; возможность использования регуляторов яркости; не бояться низкой и повышенной температуры окружающей среды; устойчивы к конденсату.

Недостатки ламп накаливания: низкая световая отдача; относительно малый срок службы; хрупкость, чувствительность к удару и вибрации; бросок тока при включении; при термоударе или разрыве нити под напряжением возможен взрыв баллона; резкая зависимость световой отдачи и срока службы от напряжения; лампы накаливания представляют пожарную опасность. Через 30 минут после включения ламп накаливания температура наружной поверхности достигает в зависимости от мощности следующих величин: 25 Вт-100 °C, 40 Вт - 145 °C, 75 Вт - 250 °C, 100 Вт - 290 °C, 200 Вт - 330 °C. При соприкосновении ламп с текстильными материалами их колба нагревается ещё сильнее. Солома, касающаяся

поверхности лампы мощностью 60 Вт, вспыхивает примерно через 67 минут; нагрев частей лампы требует термостойкой арматуры светильников.

Люминесцентные лампы — это газоразрядный источник света низкого давления. Его световой поток определяется свечением люминофора под воздействием ультрафиолетового излучения, которое возникает вследствие электрического разряда. Изнутри стенка колбы покрыта смесью люминесцентных порошков, которая называется люминофор. Лампы с трех полосным люминофором более экономичны, поскольку световая отдача у них составляет до 104 Лм/Вт, но обладают худшей цветопередачей ($R_a=80$), а лампы с пятиполосным люминофором имеют отличную цветопередачу ($R_a=90-98$) при меньшей световой отдаче (до 88 Лм/Вт). Существует два способа поджигалюминесцентных ламп - электромагнитным и электронным балластом. Тип балласта влияет на зажигание ламп, а также на мерцание в работе и срок службы поджигающих электродов. При поджиге люминесцентных ламп с электромагнитным балластом происходит до 30% потерь электроэнергии. Основным отличием люминесцентного светильника с электронным балластом от такого же светильника с электромагнитным балластом, помимо энергосбережения, веса и объема, является частота мерцания: Лампы с электронным балластом работают с высокой частотой мерцания около 42 000 Гц в секунду, тогда как лампы с электромагнитным балластом работают с частотой 100 Гц в секунду, что при длительном использовании вызывает усталость глаз [2].

Люминесцентные лампы — наиболее распространённый и экономичный источник света для создания рассеянного освещения в помещениях общественных зданий: офисах, школах, учебных и проектных институтах, больницах, магазинах. С появлением современных компактных люминесцентных ламп, предназначенных для установки в обычные патроны E27 или E14 вместо ламп накаливания, они стали завоёвывать популярность и в быту. Применение электронных пускорегулирующих устройств (балластов) вместо традиционных электромагнитных позволяет улучшить характеристики люминесцентных ламп — избавиться от мерцания и гула, ещё больше увеличить экономичность, повысить компактность.

Преимущества люминесцентных ламп: по сравнению с лампами накаливания обеспечивает такой же световой поток, но потребляют в 4-5 раз меньше энергии; имеют низкую температуру колбы; имеют повышенный срок службы.

Недостатки люминесцентных ламп: снижает световой поток при повышенных температурах; содержание ртути (хотя и в очень малых количествах, 40-60 мг). Эта доза безвредна, однако постоянная подверженность пагубному воздействию может нанести вред здоровью; люминесцентные лампы не приспособлены к работе при температуре воздуха ниже 15-20 °C [1].

Компактные (энергосберегающие) люминесцентные лампы. Они вырабатывают свет по тому же принципу, что и обычные люминесцентные лампы, только на гораздо меньшей площади, и являются компактной альтернативой люминесцентным лампам-трубкам. Такая разновидность люминесцентных ламп наиболее удобна для использования в бытовых условиях.

Преимущества компактных ламп по сравнению с лампами накаливания: до 80% меньшее потребление тока при том же количестве света; срок службы в 6-15 раз больше по сравнению с обычными лампами накаливания и составляет, соответственно, 6000-15000 часов в зависимости от типа; меньшие потери на обслуживании за счет длительного времени службы; возможность выбора цвета свечения.

Галогенные лампы. Это усовершенствованные лампы накаливания. Достоинством галогенных ламп является неизменно яркий свет, прекрасная передача цвета и возможность создания разнообразных световых оттенков. Благодаря добавлению в колбу газов фтора, брома, хлора, йода, уменьшающих количество испарения вольфрама, срок службы лампы увеличился до 2000-5000 часов. Использование специальных фильтров, нанесенных на кварцевое стекло, «останавливает» ультрафиолет, что оберегает освещаемые вещи от выгорания. Дихроичные отражатели отводят тепловое излучение за пределы освещаемой площади. Яркость освещения регулируется с помощью большого ассортимента диаметров отражателей.

Линейные галогенные лампы с нитью накала в форме спирали и прозрачной кварцевой трубкой, используются для освещения широких поверхностей. Благодаря применению упрочненных держателей, нити накала обладают высокой устойчивостью к механическим воздействиям. Для ламп мощностью до 500 Вт позиция свечения произвольная, мощностью свыше 500 Вт - только горизонтальная, с допустимым отклонением в 4°. Лампы совмещают в себе высокую светоотдачу, "живой" белый блеск, отличный коэффициент цветопередачи, постоянный световой поток в течение всего срока службы, мгновенное перезажигание, возможности регулировки яркости.

Галогенные лампы со стеклянным отражателем и цветным защитным стеклом, которое добавляет световому пучку определенный оттенок. Такие лампы предназначены для декоративного освещения.

Галогенные лампы с параболическим стеклянным отражателем, покрытым металлическим алюминиевым слоем, предназначены для создания световых акцентов. Слегка рифленая поверхность переднего стекла хорошо подчеркивает эффект "искрящегося" света и защищает горелку от загрязнения и пыли, а также от соприкосновения с руками человека. Применяется в акцентном освещении, в освещении общественных и жилых помещений, уличной подсветке (при использовании на улице лампа должна быть защищена от попадания влаги).

Галогенные лампы с двойной колбой работают от сетевого напряжения, имеют резьбовой цоколь. Лампы характеризуются стабильной светоотдачей и отличной цветопередачей ($R_a=100$). Лампы могут работать с регулятором яркости. Применяются для освещения жилых и общественных помещений.

Лампы накаливания со временем теряют яркость. Современные галогенные лампы не имеют этого недостатка благодаря добавлению в газ-наполнитель галогенных элементов. Галогенные лампы имеют яркий насыщенный и ровный свет, спектральный состав которого значительно отличается от спектрального состава света обычной лампы накаливания и

приближен к спектру солнечного света. Благодаря этому прекрасно передаются цвета мебели и интерьера в теплой и нейтральной гамме, а также цвет лица человека.

Преимущества галогенных ламп: высокая светоотдача; стабильно яркий свет на протяжении срока службы; долгий срок службы; миниатюрная конструкция; возможность регулирования светового потока; высокий уровень безопасности, особенно в условиях повышенной влажности (низковольтные лампы).

Недостатки галогенных ламп: до стеклянной поверхности лампы лучше не дотрагиваться голыми руками, так как на ней остаются жирные пятна, что может привести к оплавлению в этом месте стекла колбы. Лампу необходимо брать, используя кусок чистой ткани, а если колба чем-то испачкана, то нужно протереть ее медицинским спиртом; галогенные лампы очень чувствительны к скачкам напряжения сети, поэтому их следует включать через стабилизатор напряжения, а низковольтные - через трансформатор; температура колбы может достигать 500 °С, поэтому при установке ламп следует соблюдать нормы противопожарной безопасности (например, обеспечить достаточное расстояние между поверхностью перекрытия и подвесным потолком) [2].

Газоразрядные лампы высокого давления. Особенности газоразрядных ламп (является их высокая светоотдача и длительный срок службы в широком диапазоне температур окружающей среды. В нашем климатическом поясе для архитектурного (наружного) освещения предпочтительней использовать именно газоразрядные лампы, поскольку они отлично работают при минусовой температуре. Применение газоразрядных ламп рекомендуется только с защитным стеклом, качественными комплектующими и квалифицированной сборкой схемы, иначе они небезопасны для домашнего использования. Так, например, взрыв лампы или короткое замыкание в цепи может привести к пожару. Также следует отметить, что газоразрядные лампы светят в полную силу не сразу, а по истечении 2-7 минут. В группу газоразрядных ламп входят металлогалогенные, натриевые и ртутные лампы.

Металлогалогенные лампы. Это ртутные лампы высокого давления, в которых используются добавки из йодидов металлов, в том числе редкоземельных, а также сложные соединения цезия и галогенида олова. Все эти добавки значительно улучшают световую отдачу и характеристики цветопередачи ламп при ртутном разряде. Все металлогалогенные лампы дают белый свет с различной цветовой температурой. Их особенность состоит в хорошем уровне цветопередачи. Любые предметы и растения под ними смотрятся абсолютно естественно. Металлогалогенные лампы широко используются в освещении объектов коммерческой недвижимости, а также выставок, служебных помещений, гостиниц и ресторанов, для подсветки рекламных щитов и витрин, освещения спортивных сооружений и стадионов, для архитектурной подсветки зданий и сооружений.

Достоинства металлогалогенных ламп: высокая световая отдача (60-110 лм/Вт); большой срок службы (до 10000 часов); компактные размеры.

Недостатки металлогалогенных ламп: не подходят для плавной регулировки; долгое зажигание и перезажигание.

Натриевые лампы. Они принадлежат к числу наиболее эффективных источников видимого излучения: они обладают самой высокой световой отдачей среди газоразрядных ламп, экономны и имеют длительный срок службы. Обычно лампы излучают характерный желтый цвет, но если в состав зажигающего вещества входит ксенон, они дают яркий белый свет. Натриевые лампы бывают высокого (излучают свет теплого желтого цвета, подходящий для освещения больших парков, дорог и площадей) и низкого давления (идеально подходят для уличного освещения).

Достоинства натриевых ламп: высокий уровень светотдачи (до 130 лм/Вт); длительный срок службы (до 12 000 часов); энергетическая экономичность.

Недостатки натриевых ламп: плохая цветопередача ($R_a = 20$); долгое зажигание и перезажигание (до 10 минут).

Газоразрядные натриевые лампы применяются для освещения улиц, а также промышленных помещений, где основными условиями являются экономность и яркость, а требования к светопередаче несущественны.

Ртутная лампа. Её работа основывается на использовании излучения электрического разряда в парах ртути. Лампы данного типа отличаются высокой светотдачей при сравнительно небольших габаритах, они имеют длительный срок службы. 40% излучения приходится на ультрафиолетовую область спектра. Для увеличения светотдачи ультрафиолетовое излучение преобразуют в видимый свет с помощью люминофора, которым покрыта колба лампы. Эти лампы позволяют значительно снижать затраты при установке, эксплуатации и техническом обслуживании в следующих областях применения: дорожное освещение, освещение ландшафтов [1].

Ртутная лампа высокого давления содержит пары ртути, парциальное давление которых во время работы достигает 105 Па. Такие лампы обладают высокой надежностью и хорошей цветопередачей. Применяются для внутреннего и наружного освещения коммерческих и производственных объектов, для декоративного и охранного освещения. Ртутно-вольфрамовая лампа - лампа, внутри которой в одной и той же колбе находятся разрядная трубка ртутной лампы высокого давления и спираль лампы накаливания, соединенные последовательно. Колба может быть покрыта люминофором. Вольфрамовая спираль служит дополнительным источником света в красной области света и одновременно выполняет функцию балластного давления для ртутной горелки. Благодаря этому устройству улучшается передача цвета и отпадает необходимость использования дополнительного дросселя.

Преимущества ртутных газоразрядных ламп: широкий диапазон мощностей; достаточный уровень световой отдачи (30-60 лм/Вт); большой срок службы (до 12 000 часов); не требуют пускорегулирующего аппарата; компактные размеры.

Недостатки ртутных газоразрядных ламп: плохая цветопередача; содержат ртуть; долгое зажигание и перезажигание (до 10 минут).[2]

Светодиодные лампы. По мнению большинства специалистов, будущее освещения - за лампами и светильниками на светодиодах. На данный момент светодиодные лампы еще не так востребованы на рынке, как люминесцентные лампы или лампы накаливания. В основном эти

лампы применяются в архитектурном, ландшафтном и декоративном освещении. Особое внимание хотелось уделить светодиодам, продуцирующим большой световой поток (как правило, эти светодиоды с мощностью от 1 Вт до 15 Вт). Данные источники света имеют достаточно большую светоотдачу, приближающуюся уже к значению светоотдачи газоразрядных ламп, большой срок службы, компактные размеры и достаточно большую яркость. Все эти свойства открывают новые возможности применения светодиодов, как для общего, так и для прожекторного освещения. Благодаря отсутствию тела накала светодиоды отличаются высоким КПД и большим сроком службы (80 000 - 100 000 часов).

Преимущества светодиодов: низкое энергопотребление - не более 10% от потребления при использовании ламп накаливания; долгий срок службы - до 100 000 часов; высокий ресурс прочности - ударная и вибрационная устойчивость; чистота и разнообразие цветов, направленность излучения; регулируемая интенсивность; низкое рабочее напряжение; экологическая и противопожарная безопасность. Они не содержат в своем составе ртути и почти не нагреваются. Теперь видна четкая картина перспективы светодиодов и их явные преимущества перед другими источниками света. Производство светодиодов в последние годы опережают все самые оптимистические прогнозы на 20-30%. Большинство экспертов сходятся во мнении, что через 7-10 лет светодиоды захватят все основные позиции на рынке света [1].

Таблица 1

Виды ламп [3-5]

Виды ламп	Назначение, применение	Цветовая температура, К	Срок службы, часы	Светоотдача, лм/Вт
Вакуумные, Газополные	1. Для общего, местного, декоративного освещения. 2. Транспортные лампы (автомобильные, железнодорожные, судовые, самолётные). 3. Для сигнализации и индикации. 4. Для оптических систем и приборов	2500–2700 Оранжево-красная часть спектра	1000–1200	7–20
Галогенные (КГ)	1. Замена ламп накаливания. 2. В автомобильных фарах. 3. В прожекторах, рампках, а также для освещения при фото-, кино- и видеосъёмке, в кинопроекторной аппаратуре. 4. В качестве нагревательных элементов, к примеру, в электроплитах, микроволновых печах (гриль), паяльниках (спайка ИК-излучением термопластов).	Оранжево-жёлтая часть спектра	2000-5000	22–26
Люминесцентные	1. В освещении общественных зданий: школ, больниц, офисов и т. д. 2. В быту. 3. В световой рекламе, подсветке фасадов.	2700 – 6500 белая часть спектра	1000	85 – 120
ЛТБЦ (с улучшенной цветопередачей)	1. В продовольственных магазинах, предприятиях общественного питания. 2. Жилые помещения		Высокая	
ЛБ	В помещениях, где нужен яркий свет и не требуется цветопередача: производственных и	Белый с лиловатым		Высокая

Виды ламп	Назначение, применение	Цветовая температура, К	Срок службы, часы	Светоотдача, лм/Вт
	административных помещениях, в метрополитене	оттенком, плохой цветопередачей		
ЛЕЦ (естественного света)	Для музеев, выставок, в фотографии, в образовательных учреждениях, жилых помещениях	Солнечно-белый		Относительно низкая
ЛД	В производственных и административных помещениях без высоких требований к цветопередаче	Белый с лёгким голубоватым оттенком и с высокой светоотдачей		Высокая
ЛДЦ	Для музеев, выставок, в фотографии, в производственных и административных помещениях с повышенными требованиями к цветопередаче, образовательных учреждениях, жилых помещениях	Белый с лёгким голубоватым оттенком и с низкой светоотдачей	Относительно низкая	
РЛВД	Освещение открытых территорий, производственных, сельскохозяйственных и складских помещений.	Яркий белый свет (содержит невидимое УФ излучение, отсутствуют красная и голубая части спектра)	6000-20000	45-60
НЛВД	Для освещения парков, торговых центров, дорог, а также, в некоторых случаях, для декоративного архитектурного освещения	Жёлтый, оранжевый свет		
МГЛ	Декоративное и архитектурное наружное освещение, осветительные установки (ОУ) промышленных и общественных зданий, сценическое и студийное освещение, ОУ для освещения больших открытых пространств (железнодорожные станции, карьеры и т. п.), освещение спортивных объектов и др.	3000-6000 От тёплого до холодного белого		100-120
Ксеноновые	Лампа нашла широкое применение в кинопроекторах и автомобильных фарах	6100-6300 Яркий белый свет		60-65
Светодиодные лампы (СД)	1. В различных светильниках, прожекторах, светодиодных лентах, декоративной светотехнике (уличные праздничные	2700-7000 Белый	40000 - 50000	

Виды ламп	Назначение, применение	Цветовая температура, К	Срок службы, часы	Светотдача, лм/Вт
	гирлянды), в компактных осветительных приборах (фонарики) 2. Для подсветки зданий, автомобилей, улиц и рекламных конструкций, фонтанов, тоннелей и мостов. 3. Для подсветки производственных и офисных помещений, домашнего интерьера и мебели.			
СМ (белые) (ЛН) СМК (красные)	1. Внутреннее освещение ЛА 2. Внешнее светосигнальное оборудование		75-1000	
ЛТБ (ЛЛ)	1. Освещение пассажирских салонов и технологических отсеков ЛА			85-120
КГСМ (КГ)	Внешнее светосигнальное оборудование		150...500	
ИФК (ГЛ) (красные)	Внешнее светосигнальное оборудование (проблесковые маяки)		5 000 ... 100 000 вспышек	Световая энергия вспышки, Лм/с 14 000... 80 000
Светодиодные лампы	1. Освещение пассажирских салонов ЛА (в современных самолётах, например, Sukhoi Superjet 100)	2700 – 7000		

Несмотря на кажущееся в настоящее время большого количества разнообразных по качеству, цене и принципам работы источников освещения принципиально их типов достаточно немного. Рассмотрим практические возможности их использования с точки зрения влияния на здоровье человека, экологию и экономическую целесообразность.

В первую очередь это традиционно наиболее часто используемые лампы накаливания, включая галогенные, высокотемпературные и кварцевые галогенные лампы. Несмотря на почётное время их использования, более века, их несомненными плюсами и в настоящее время остаются низкая цена при небольших размерах, высокий индекс цветопередачи, отсутствие мерцания и гудения. Непрерывный спектр излучения и отсутствие токсичных компонентов, а также возможность работы на любом роде тока делает их понятными потребителю и привычными в использовании устройствами. Но на этом плюсы их использования в текущее время практически исчерпываются, а минусы растут сейчас и будут продолжать расти в будущем. Минусы использования заложены в самом принципе работы и, несмотря на привычность оных их достаточно много. В первую очередь это низкое КПД от 5 до 35, а чаще всего 12-19 Люмен/Ватт, малый срок службы, хрупкость, чувствительность к удару и вибрации. Привычные потребителям светильники, люстры и т.д. частично нивелируют эти минусы, а также опасность, возникающую при нагревании ламп (100-290 °С), но они сами становятся сдерживающим фактором развития иных источников освещения, т.к. для них в этом виде практически не нужны.

Следующий источник освещения, с которым попробуем разобраться, это люминесцентные лампы. С плюсами у них все ясно значительно большая светотдача и КПД (45-100 Люмен/Ватт), приближенный к естественному свету спектр и разнообразие оттенков света, длительный срок службы от 2000 до 20000 часов в отличие от 1000 у ламп накаливания. О минусах этого источника освещения говорят значительно меньше, при этом их достаточно много. В первую очередь следует вспомнить о химической опасности (содержат ртуть в количестве от 10 мг до 1 г), при нарушении целостности существует реальная опасность отравления и необходима обработка помещения (демеркуризация), что помимо рисков для здоровья, несет и риски финансовых и временных потерь. С точки зрения здоровья минусом будет и мерцание лампы, которое устраняется установкой ЭМПРА — электромагнитного пускорегулирующего аппарата достаточной ёмкости, но оно повышает стоимость изделия, и производители часто экономят на этом, снижая ёмкость конденсатора. С точки зрения долговечности эти лампы действительно могут работать достаточно долго, но при условии обеспечения достаточного качества электропитания, балласта и соблюдения ограничений по числу включений и выключений (поэтому их не рекомендуется применять в местах общего пользования с автоматическими выключателями с датчиками движения). Таким образом попытка использования их повсеместно в домохозяйствах в виде энергосберегающих ламп, скорее всего не будет иметь смысла в долгосрочной перспективе, а приведет к необоснованным финансовым потерям потребителей при высоком качестве, люминесцентных ламп, либо потерям для здоровья при низком [6].

Следующая группа источников освещения – это дуговые лампы, к которым относятся ксеноновые газоразрядные и ртутные металлогалогенные лампы. Их доля на рынке и распространение среди потребителей достаточно невелико. С современной точки зрения их характеристики не впечатляют, лучшие образцы дают светотдачу 50-55 Люмен/Ватт, при том, что для работы им необходима ионизация под воздействием высокой температуры и электрического поля (температура колбы — до 500 градусов), что усложняет, а соответственно и удорожает конструкцию, требует наличия импульсного зажигающего устройства. Перспектива их широкого использования не просматриваются и скорее всего для потребителей они малоинтересны [6].

Группой источников освещения с лучшей на сегодняшний день светотдачей остаются газоразрядные лампы в первую очередь натриевые лампы высокого и низкого давления, работающие в парах натрия и имеют эффективность 150 лм/Вт. К сожалению, вместе с длительным сроком службы это, пожалуй, их единственный плюс. К минусам данного источника освещения относится; высокая стоимость, большие размеры, необходимость пускорегулирующей аппаратуры, долгий выход на рабочий режим, а наличие мерцания и гудения при работе на переменном токе, прерывистый непривычный в быту спектр излучения делает их использование неприемлемым в частных домохозяйствах. Использование их для наружного освещения экономически, с точки зрения светотдачи вполне оправданно, но развитие других источников освещения (светодиоды) в данный момент делает их

использование малопривлекательным в перспективе, что важно для вновь строящихся и модернизируемых объектов [2].

Самой быстроразвивающейся группой источников освещения в настоящее время являются светодиоды и тому есть масса объяснений. К несомненным плюсам в первую очередь можно отнести высокую световую отдачу (в практических изделиях до 100-110 Люмен на Ватт), что вместе с малой инерционностью и независимостью от количества циклов включения-выключения (в отличие от традиционных источников света — ламп накаливания, газоразрядных ламп) делает их реальными конкурентами существующих источников наружного освещения. Экологичность, безопасность и возможность подбора спектра — от тёплого белого до холодного белого делает светодиоды весьма перспективными при интерьерном освещении, и наконец длительный срок службы — от 30000 до 100000 часов (при работе 8 часов в день — 34 года) вместе с высокой механической прочностью, вибростойкостью позволяет разрабатывать и производить для потребителя уникальные световые приборы аналогов, которых не было. Сомнительные свойства светодиодов, как то угол излучения — от 15 до 180 градусов, нечувствительность к низким и быстрая деградация при высоких температурах остаются скорее плюсами, чем минусами, так как просто требуют формирования иного взгляда у потребителей не современные светильники, фонари, дизайн световых приборов. Из минусов чаще всего говорят о высокой цене на светодиодные изделия, что сейчас уже нельзя сказать на 100%. Дело в том, что сравнение светодиодов по ценам (за люмен) делает их уже сейчас конкурентоспособным с компактными люминесцентными лампами, а фактор экологии и безопасности добавляет им преимуществ. Необходимость драйвера питания и радиатора отвода тепла (для мощных светодиодов) не представляется проблемным фактором, так как первопричина чаще всего попытка «воткнуть» совершенно иной прибор в прежний дизайн, сформированный для совсем других целей [6].

Таблица 2

Сравнительная характеристика источников света

<i>Тип лампы</i>	<i>Световая отдача, лм/Вт</i>	<i>Средний срок службы, ч</i>
Лампы накаливания общего назначения	18-22	1000
Линейные люминесцентные лампы (...18,36,58...Вт)	60-80	10000-15000
Компактные люминесцентные лампы (...5,7,9,11,15,20,23...Вт)	50-60	8000-15000
Ртутные лампы высокого давления с люминофором (типа ДРЛ) (50,80,125,250,400,700...Вт)	45-55	12000-15000
Металлогалогенные лампы (35,70,150,250,400...Вт)	70-100	5000-12000
Натриевые лампы высокого давления (70,100,150,250,400...Вт)	90-130	10000-20000
Светодиодные лампы	100-110	30000-100000

Таким образом, безусловным фаворитом современных источников освещения стали светодиоды, но каждый потребитель будет решать для себя сам, цель анализа лишь помочь ему в этом разобраться [7-10].

Литература

1. Рыженков А.П. Физика, человек, окружающая среда. М.: Просвещение, 2011. 312 с.
2. Шашлов А.Б. Основы светотехники. М.: Логос, 2016. 216 с.
3. Руди Д.Ю. Сравнение светодиодных ламп и ламп ДРЛ, ДНАТ // Сборник избранных статей по материалам научных конференций ГНИИ "Нацразвитие". СПб., 2021. С. 112-115.
4. Руди Д.Ю. Сравнительный анализ источников производственного освещения // Фундаментальные и прикладные исследования в современном мире. 2020. №28. С. 59-64.
5. Руди Д.Ю. Сравнительный анализ источников света, используемых в электротехнических системах уличного освещения // Российская наука в современном мире. Сборник статей XXIX международной научно-практической конференции. 2020. С. 75-77.
6. Курс лекций по светотехнике // LAP Lambert Academic Publishing. М: Иностранная литература, 2012. 384 с.
7. Руди Д.Ю., Гоненко Т.В. Перспектива и плюсы светодиодного освещения // Актуальные проблемы науки: Сборник статей по материалам XVII Международной научно-практической конференции. Пенза, 2021. С. 144-147.
8. Руди Д.Ю. Перспектива использования светодиодного освещения // Система знаний: научное взаимодействие в рамках образовательного процесса. Казань, 2021. С. 65-68.
9. Руди Д.Ю. Анализ тенденций развития источников света // Закономерности и тенденции инновационного развития общества: Сборник статей по итогам Международной научно-практической конференции. В 3 ч. 2018. С. 89-92.
10. Руди Д.Ю., Попова М.В. Модернизация системы электроосвещения предприятия // Эффективное и качественное снабжение и использование электроэнергии (ЭКСИЭ'05). 2016. С. 171-174.

© Зубков А.А., Гоненко Т.В., 2022

УДК 621.311

Зубков А.А., Руди Д.Ю., Антонов А.И., Шитик Т.В.
Омский институт водного транспорта
г. Омск, Россия

**ПРОБЛЕМЫ КОНДУКТИВНЫХ НИЗКОЧАСТОТНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ
ПОМЕХ ПО СУММАРНОМУ КОЭФФИЦИЕНТУ ГАРМОНИЧЕСКИХ
СОСТАВЛЯЮЩИХ НАПРЯЖЕНИЯ И КОЭФФИЦИЕНТУ N-Й КОЭФФИЦИЕНТОВ
ГАРМОНИЧЕСКИХ СОСТАВЛЯЮЩИХ НАПРЯЖЕНИЯ
В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЯХ ОБЩЕГО НАПРЯЖЕНИЯ**

В настоящий момент остро усугубилась проблема качество электроэнергии и электромагнитной совместимости электроэнергетических систем. Электрические сети 10-0,4 кВ характеризуются высокой аварийностью. Количество технологических нарушений в отечественных сетях в отличие от других промышленно развитых странах в 2-7 раз больше. Данная ситуация объясняется не только тяжёлым по своим последствиям погодно-климатическим воздействием на электроэнергетические системы (ЭЭС), но и сложной электромагнитной обстановкой (ЭМО), обусловленной нарушением требований ГОСТ 32144-2013 к качеству электроэнергии (КЭ) [1].

Повышенное внимание к проблеме качества электроэнергии можно объяснить двумя причинами: снижения уровня напряжения в сетях 0,4-10 кВ, в то время как основное внимание энергоснабжающих организаций направлено на высоковольтные сети (от 35 кВ); проблема не только в части электромагнитной совместимости, но и с энергосбережением [2; 3].

Электроэнергия используется во всех сферах жизнедеятельности человека, участвует в создании других видов продукции и непосредственно влияет на их качество. Каждое электрическое оборудование предназначено для работы при стандартных, согласно ГОСТ 32144-2013, параметрах электрической энергии: номинальных частоте, напряжении и т. п., следовательно, для нормальной его работы должно быть обеспечено требуемое качество электрической энергии. Таким образом, качество электроэнергии определяется совокупностью характеристик, при которых оборудование промышленных предприятий могут нормально работать и выполнять заложенные в них функции.

Значимость проблемы повышения качества возрaстала совместно с развитием и внедрением на предприятиях различных высокоэффективных технологических установок (дуговые сталеплавильные печи, сварочные установки и т.д.) и потребителей, которые работают через вторичные источники питания и тем самым ухудшают качество электроэнергии в электроэнергетической системе. Ущерб, который несут потребители и энергосистема делятся на электромагнитный и технологический [4].

ГОСТ 32144-2013 «Электрическая энергия. Совместимость технических средств электромагнитная. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения» устанавливает показатели и нормы качества электрической энергии (КЭ) в точках передачи электрической энергии пользователям электрических сетей низкого, среднего и высокого напряжения систем электроснабжения общего назначения переменного тока частотой 50 Гц.

Настоящий стандарт предназначен для применения при установлении и нормировании показателей качества электроэнергии, связанных с характеристиками напряжения электропитания, относящимися к частоте, значениям и форме напряжения, а также к симметрии напряжений в трехфазных системах электроснабжения.

Данные характеристики напряжения подвержены изменениям из-за изменений нагрузки, влияния кондуктивных электромагнитных помех, создаваемых отдельными видами оборудования, и возникновения неисправностей, вызываемых, главным образом, внешними событиями. В результате возникают случайные изменения характеристик напряжения во времени в любой отдельной точке передачи электрической энергии пользователю электрической сети, а также случайные отклонения характеристик напряжения в различных точках передачи электрической энергии в конкретный момент времени [5].

Современное развитие электроэнергетики характеризуется широким внедрением энергоемких нетрадиционных потребителей электроэнергии, отличающихся нелинейными и пофазно различными параметрами, а также высокой скоростью изменения их во времени [6; 7]. Увеличение доли нелинейных нагрузок, рост несимметрии в системах электроснабжения до 1кВ (по проектам закладывается 10%) существенно сказывается на экономических показателях и надежности работы электрических сетей и электроустановок промышленных предприятий.

Проблема наличия высших гармоник в электрических сетях становится все более актуальной в связи с увеличением доли нелинейных нагрузок в электрических сетях, как промышленных предприятий, так и в частном секторе. В настоящий момент на территории Российской Федерации действует ГОСТ 32144-2013 [8], нормирующий показатели качества электроэнергии, относящиеся к гармоническим составляющим напряжения. Согласно [8] нормируются следующие показатели:

$K_{U(n)}$ — коэффициенты гармонических составляющих напряжения (до 40-го порядка), определяемого по выражению (1); K_U — значение суммарного коэффициента гармонических составляющих напряжения (отношения среднеквадратического значения суммы всех гармонических составляющих до 40-го порядка по отношению к среднеквадратичному значению основной гармоники напряжения), определяемого по выражению (2).

$$K_{U(n)} = \frac{U_{(n)}}{U_1}, \quad (1)$$

где $U_{(n)}$ — амплитудное значение гармоники напряжения порядка n , U_1 — амплитудное значение основной гармоники напряжения.

$$K_U = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{40} U_{(n)}^2}}{U_1} \quad (2)$$

Значения указанных показателей не должны превышать установленных ГОСТ 32144-2013 значений в течение 95% времени и не должны превышать установленные значения более чем в 1,5 раза в течение всего периода времени измерений. Данные значения варьируются в зависимости от класса напряжения. Стоит также отметить, что данный стандарт действует в

точках передачи электрической энергии и не распространяется на конкретные нагрузки и потребляемые ими токи.

Источником искажения, как правило, являются нелинейные нагрузки отдельных потребителей. Показатели качества электроэнергии могут зависеть от параметров питающей сети, а также наличия и доли в общем потреблении электроэнергии линейными нагрузками. Наличие высших гармоник вызывает сокращение срока службы электрооборудования, выход из строя устройств компенсации реактивной мощности [9; 10], ложные срабатывания устройств защиты и автоматики, вызывает проблемы при учёте реактивной мощности [11; 12], колебания магнитного потока двигателей, дополнительные потери в процессе передачи электроэнергии [13-19] и др. Это, в свою очередь, приводит к уменьшению эффективности производства, увеличению затрат на производство, снижению качества конечного товара. Проблема компенсации высших гармоник является актуальной для различных отраслей народного хозяйства, в частности нефтеперерабатывающей, горнодобывающей, металлургической, транспортной промышленности и других [20-24].

В нефтеперерабатывающей промышленности данная проблема вызвана большим количеством частотно-управляемых приводов, участвующих в процессах перекачки сырья и продуктов производства, подготовки сырья, охлаждении продуктов ректификации, доставки продуктов до мест хранения и конечных потребителей. В горнодобывающей промышленности к нелинейным нагрузкам можно отнести электроприводы конвейеров, вентиляционных установок, различные двигатели, входящие в состав механических комплексов и питающихся от преобразователей частоты. В металлургической промышленности источниками нелинейных искажения являются электролизеры, приводы прокатных станов, оборудование по сварке и резке металла. В транспортной сфере основными источниками высших гармоник являются выпрямительные установки тяговых подстанций, выпрямляющие напряжения для питания контактных линий. Проблемам, связанным с компенсацией высших гармонических искажений посвящен ряд работ [25-28], согласно которым, основными способами устранения влияния высших гармоник являются: выбор правильного подхода к топологии электрических сетей с учетом размещения нелинейных нагрузок на этапе проектирования; применение фильтрокомпенсирующих устройств; применение активных фильтров; установка дополнительных реакторов в электрической сети. Однако, по сей день актуальным является вопрос определения долевого вклада потребителя и питающей сети в нелинейные искажения питающей сети. Решение данного вопроса позволит, помимо определения виновника искажений, также применить грамотный подход к выбору средств и параметров устройства компенсации высших гармоник [26].

В сетях современных СЭС сложилась непростая электромагнитная обстановка [29]. В связи с отсутствием достоверной информации о качестве электрической энергии на сегодняшний день потребителям предлагается электрическая энергия с соответствующим качеством – с искажениями форм синусоидальных кривых тока и напряжения [30-32]. Несинусоидальность напряжения является одним из наиболее распространенных отклонений от требований ГОСТ 32144-2013, предъявляемых к качеству электрической энергии [33].

Потребление электрической энергии с такими искажениями приводит к ее дополнительному расходу, преждевременному выходу из строя электрооборудования, возникновению аварийных режимов, снижению эффективности использования электрической энергии, потери устойчивости узлов нагрузок СЭС [34; 35].

Влияние высших гармоник (ВГ) на напряжение зависит от номера и амплитуды гармоники [36]. Для потребителей наиболее опасны гармоники с низкой частотой. Допустимые значения коэффициентов несинусоидальности напряжения приведены в [8].

От величины несинусоидальности напряжения, характеризующейся коэффициентом n -ой гармонической составляющей [8], зависят параметры режимов работы электрооборудования. Однако вследствие невозможности регистрации несинусоидальности напряжения обычными приборами учета на значительной доли промышленных предприятий отсутствует контроль этого показателя качества электрической энергии.

Расчеты показали [37], что несинусоидальность оказывает наибольшее влияние на АД и трансформаторы; в меньшей степени это влияние ощущается на синхронных двигателях. Основную часть нагрузки СЭС на современных объектах промышленности составляют АД, которые оказывают непосредственное влияние на устойчивую работу всей системы [38]. В последние годы значительно увеличилось количество научных работ, посвященных учету ВГ при эксплуатации АД [39]. Интерес к проблеме влияния ВГ и полученные результаты указывают на негативное воздействие ВГ на работу АД [38-40]. Согласно проведенным исследованиям [41], каждый год на долю электрических двигателей приходится ориентировочно до 35% от общего количества повреждений электрооборудования. Поэтому работа АД при несинусоидальном напряжении должна быть исследована очень тщательно [42].

В ходе эксплуатации АД при наличии несинусоидального напряжения возникают дополнительные (добавочные) потери мощности, обусловленные присутствием ВГ, и потери в стали статора и ротора. Дополнительные потери, вызываемые ВГ в АД, могут иметь серьезные последствия в связи с повышением как общей температуры двигателя, так и отдельных составных элементов, особенно ротора. Также на повышенных частотах (при наличии ВГ) в обмотках статора и ротора проявляется поверхностный эффект. Вследствие этого потери в статоре и роторе выше, чем на промышленной частоте [43].

Также ведутся работы по определению погрешностей оценки добавочных потерь. С использованием известных методик были выполнены расчеты [44], результаты которых показали, что при учете ВГ до 13-й включительно возникающие погрешности не превышают 7%. Кроме того, ВГ приводят к значительной вибрации вала [43].

Несинусоидальность напряжения приводит к увеличению времени разгона и повышенному нагреву обмоток [41].

Негативное влияние несинусоидальности кривых тока и напряжения отражается на работе не только двигателей, но и другого электрооборудования [45]. Проблема негативного влияния ВГ на кабели стала известна более 60 лет назад [46]: вследствие более интенсивного

нагрева сокращается срок службы кабельных линий. Различным последствиям от действия ВГ в сетях 0,4 кВ уделено внимание в различных научных публикациях, например в [47]:

1. Вследствие перегрузки токами третьей гармоники нулевых рабочих проводников кабельной линии возможен их перегрев и разрушение. Это происходит в случаях, если токи в нулевых рабочих проводниках значительно превышают токи фазных проводников (в случае нелинейных потребителей электроэнергии), при этом отсутствует защита от токовых перегрузок в цепях нулевых проводников.

2. Возникновение дополнительных потерь в трансформаторах (вплоть до выхода из строя). Наличие в обмотках трансформатора несинусоидальных токов из-за присутствия поверхностного эффекта и эффекта близости способствует увеличению активного сопротивления обмоток трансформатора и его дополнительному нагреву. Неучет превышения температуры вполне может привести к существенному сокращению срока его службы. К тому же ВГ являются причиной появления вихревых токов в обмотках трансформатора, что также приводит к его перегреву и возникновению дополнительных потерь мощности.

3. Ложное срабатывание коммутационного оборудования, сбой в работе и выход из строя компьютерного оборудования. Этот процесс также обусловлен возникновением поверхностного эффекта и эффекта близости при протекании несинусоидального тока. Согласно наблюдениям, имеют место случаи необоснованных срабатываний автоматических выключателей, выбранных в соответствии с требованиями ПУЭ.

4. Повышенный износ и преждевременное разрушение батарей статических конденсаторов установок компенсации реактивной мощности. Батареи статических конденсаторов изменяют нормальный путь ВГ тока от нелинейного потребителя к источнику питания, пропуская часть этого тока через себя.

5. Сокращение срока службы электрооборудования. При дополнительном нагреве электрооборудования вследствие действия ВГ химические реакции в изоляционных материалах ускоряются, что приводит к сокращению срока службы оборудования [47]. При оценке отрицательного воздействия несинусоидальности напряжения на срок службы электрооборудования электрическое старение изоляции, как правило, не учитывают [46].

6. Ухудшение качества и искажение синусоидальности питающего напряжения. При возникновении ВГ форма кривой напряжения носит несинусоидальный характер вследствие увеличения падения напряжения на внутреннем сопротивлении сети.

7. Резонансные явления в электроустановках 0,4 кВ. Вследствие индуктивного характера сопротивлений элементов сети при наличии установок компенсации реактивной мощности и нелинейных потребителей электрической энергии вероятны возникновения резонансных явлений как по току, так и по напряжению.

8. Снижение коэффициента мощности электроустановок.

9. Помехи в сетях телекоммуникаций. Вследствие близкого расположения силовых кабелей и кабелей телекоммуникаций при возникновении в силовых кабелях ВГ, в кабелях телекоммуникаций возможно наведение помех. С ростом номера гармоники увеличивается уровень помех, создаваемых ими в телекоммуникационных кабелях [47].

Так как большинство зданий проектировались без ориентации на значительный рост нелинейных нагрузок, необходим особый подход к эксплуатации этих зданий, учитывающий весь накопленный теоретический и практический опыт.

Несмотря на то, что в последние годы результаты научных исследований позволили значительно расширить понимание физического явления возникновения ВГ [46], исследования в этом направлении с целью снижения несинусоидальности тока и напряжения в электрических сетях продолжают. Задача повышения качества электрической энергии является одной из важнейших задач современного электроснабжения.

Литература

1. Игонин О.И. Обеспечение электромагнитной совместимости береговой и судовой электрических сетей // Энерго- и ресурсосбережение XXI век. 2011. С. 110-112.
2. Соколов В.С. Проблемы установления размера ответственности за ухудшение качества электрической энергии и пути их решения // Промышленная энергетика. 2000. №8. С. 25-30.
3. Соколов В.С., Чернышова Н.В. Предложения по инженерному решению проблемы качества электрической энергии // Промышленная энергетика. 2001. №8. С. 51-53.
4. Хацевский К.В. и др. Проблемы качества электроэнергии в системах электроснабжения // Омский научный вестник. 2012. №2 (110). С. 212-214.
5. ГОСТ 30804.4.30. Электрическая энергия. Совместимость технических средств электромагнитная. Методы измерений показателей качества электроэнергии. Стандартиформ, 2014. 57 с.
6. Немцев Г.А., Пупин В.М., Соловьев С.В. Оценка качества электрической энергии электроустановок зданий на математической модели // Энергосбережение, сертификация и лицензирование - 98. Мат. IV Всероссийского сем. Чебоксары. Изд-во Чуваш. ун-та, 1998. С. 123-129.
7. Пахомов А.В. Разработка алгоритмов расчета и исследование несимметричных несинусоидальных режимов электрических систем с преобразовательной нагрузкой. Автореф. дисс. ... канд. техн. наук. СПб., 1993. 16 с.
8. ГОСТ 32144-2013. Межгосударственный стандарт. Электрическая энергия. Совместимость технических средств электромагнитная. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения. М.: Стандартиформ, 2014. 15 с.
9. Ильяшов В.П. Конденсаторные установки промышленных предприятий. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Энергоатомиздат, 1983. 152 с.
10. Скамьин А.Н. Обоснование структуры и параметров системы компенсации реактивной мощности при наличии высших гармоник: Дис. ... канд. техн. наук. СПб.: Изд-во СПбГГИ (ТУ), 2011. 127 с.
11. Бунтеев Ю.Е., Кузнецов В.А., Радковский А.К. Измерение реактивной энергии в электрических сетях при наличии высших гармоник // Записки Горного института. 2012. Т. 196. С. 231-235.

12. Шклярский Я.Э., Бунтеев Ю.Е., Радковский А.К., Кузнецов В.А. Влияние высших гармоник при измерении реактивной энергии в электрических сетях // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Наука и образование. 2011. №4. С. 67-70.
13. Жежеленко И.В. Высшие гармоники в системах электроснабжения промпредприятий. М.: Энергоатомиздат, 2000. 331 с.
14. Жежеленко И.В., Саенко Ю.Л. Показатели качества электроэнергии и их контроль на промышленных предприятиях. 3-е изд. М.: Энергоатомиздат, 2000. 252 с.
15. Железко Ю.С. Компенсация реактивной мощности в сложных электрических системах. М.: Энергоиздат, 1981. 200 с.
16. Железко Ю.С., Артемьев А.В., Савченко О.В. Расчет, анализ и нормирование потерь электроэнергии в электрических сетях. М.: Изд-во НЦ ЭНАС, 2004. 280 с.
17. Железко Ю.С. Выбор мероприятий по снижению потерь электроэнергии в электрических сетях Руководство для практических расчетов. М.: Энергоатомиздат, 1989. 176 с.
18. Шидловский А.К., Кузнецов В.Г. Повышение качества энергии в электрических сетях. Киев: Наук. думка, 1985. 268 с.
19. Шидловский А.К., Жаркин А.Ф. Высшие гармоники в низковольтных электрических сетях. Киев: Наук. думка, 2005. 207 с.
20. Вахнина В.В., Черненко А.Н. Расчет высших гармоник тока и напряжения при работе дуговой сталеплавильной печи // Известия вузов. Проблемы энергетики. 2006. №11-12. С. 16-19.
21. Курбацкий В.Г., Трофимов Г.Г. Контроль несинусоидальности напряжения в электрических сетях // Электричество. 1991. №6. С. 17-22.
22. Чижма С.Н., Лаврухин А.А. Алгоритм определения составляющих мощности в трехфазных трехпроводных системах электроснабжения // Электро. Электротехника, электроэнергетика, электротехническая промышленность. 2013. №2. С. 12-16.
23. Mansoor A., Grady W.M., Staats P.T., Thallam R.S. Predicting the net harmonic currents from large numbers of distributed single-phase computer loads // IEEE Trans. on. PowerDelivery. 1995. Vol. 10. №4. Oct. Pp. 2001-2006.
24. Omran W.A., El-Goharey H.S.K., Kazerani M., Salama M.M.A. Identification and Measurement of Harmonic Pollution for Radial and Nonradial Systems // IEEE Transactions on Power Delivery. 2009. Vol. 24. №3. Pp. 1642-1650.
25. Розанов Ю.К., Гринберг Р.П. Гибридные фильтры для снижения несинусоидальности тока и напряжения в системах электроснабжения // Электротехника. 2006. №10. С. 55-60.
26. Скамьин А.Н. Обоснование структуры и параметров системы компенсации реактивной мощности при наличии высших гармоник: Дис. ... канд. техн. наук. СПб.: Изд-во СПбГГИ (ТУ), 2011. 127 с.
27. Firlit A. Current's Physical Components Theory and p-q Power Theory in the Control of the Three-phase Shunt Active Power Filter // Electrical Power Quality and Utilisation, Journal. 2007. Vol. XIII. №1. Pp. 59-66.

28. Fuchs E., Masoum Mohammad A.S. Power Quality in Power Systems and Electrical Machines. Amsterdam: Academic Press is an imprint of Elsevier, 2008. 1140 p.
29. Долгушин С.Б., Дмитриев И.Н., Кислицин Е.Ю., Иванова Е.В., Левченко А.А., Любаков С.В., Сальников В.Г. Выбор базового объекта исследования электромагнитной совместимости в замкнутых сетях от 6 до 35 кВ северных месторождений газа // Научные проблемы транспорта Сибири и Дальнего Востока. Новосибирск, 2009. №2. С. 250–254.
30. Жежеленко И.В., Саенко Ю.Л., Бараненко Т.К., Горпинич А.В., Нестерович В.В. Электромагнитная совместимость преобразователей частоты в промышленных электрических сетях. М.: Электрика. 2010. №11. С. 16-21.
31. Макаров А.Г. Актуальные вопросы качества электрической энергии на фоне реструктуризации российской энергетической системы. М.: Энергонадзор-информ, 2006. №4 (30). С. 20-23.
32. Третьяков А.Н. Влияние высших гармоник в сельских распределительных сетях 0,38 кВ на показатели качества электрической энергии: Дис. ... канд. техн. наук. Иркутск, 2006. 190 с.
33. Кузнецов В.Г., Куренный Э.Г., Лютый А.П. Электромагнитная совместимость. Несимметрия и несинусоидальность напряжения. Донецк: Донбасс, 2005. 249 с.
34. Машкин А., Якимов А., Машкин В. Ответственность за снижение качества электроэнергии. Обзор арбитражной практики. М.: Энергонадзор-информ. 2006. №4 (30). С. 20-23.
35. Планков А.А., Осипов Д.С., Аникин К.А., Брюханов Д.А. Разработка программного комплекса расчета потерь электрической энергии от действия высших гармоник токов и напряжения с учетом нагрева токоведущих частей при несинусоидальных режимах СЭС // Омское время – взгляд в будущее. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2010. Кн. 2. С. 118-123.
36. Жежеленко И.В., Саенко Ю.Л., Горпинич А.В. Влияние качества электроэнергии на сокращение срока службы и снижение надежности электрооборудования. М.: Электрика. 2008. №4. С. 15-21.
37. Жежеленко И.В. Электрические потери от высших гармоник в системах электроснабжения. М.: Электрика. 2010. №4. С. 3-6.
38. Планков А.А., Осипов Д.С., Бубнов А.В., Долингер С.Ю. Влияние электроприемников, искажающих синусоидальность формы кривой напряжения и тока, на значение критического напряжения при оценке устойчивости узла с асинхронной нагрузкой // Омск: Омский научный вестник. №3 (103). 2011. С. 225-228.
39. Петрушин В.С., Якимец А.М., Левин Д.М. Учет пространственно-временных гармоник магнитного поля при анализе механических характеристик регулируемых асинхронных двигателей. М.: Электричество. 2010. №10. С. 49-53.
40. Петрушин В.С. Влияние высших гармонических напряжения на характеристики асинхронного двигателя в электроприводе с фазовым управлением // Труды Одесского политехнического университета. Одесса, 1997. №1. С. 214-218.

41. Гусаров А.А. Влияние качества электрической энергии на тепловое состояние трехфазных асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором. Донецк, 2008. №8 (140). С. 95-97.
42. Веников В.А. Переходные электромеханические процессы в электрических системах. 4-е изд. М.: Высш. шк., 1985. 536 с.
43. Аррилага Дж., Брэдли Д., Боджер П. Гармоники в электрических системах. М.: Энергоатомиздат, 1990. 320 с.
44. Шидловский А.Г., Кузнецов В.Г. Повышение качества энергии в электрических сетях. Киев: Наук. думка, 1985. 268 с.
45. Розанов Ю.К., Гринберг Р.П. Гибридные фильтры для снижения несинусоидальности тока и напряжения в системах электроснабжения // Электротехника. 2006. №10. С. 55-60.
46. Жежеленко И.В., Саенко Ю.Л., Горпинич А.В. Влияние качества электроэнергии на сокращение срока службы и снижение надежности электрооборудования. М.: Электрика. 2008. №4. С. 15-21.
47. Григорьев О.А., Петухов В.С., Соколов В.А., Красилов И.А. Высшие гармоники в сетях электроснабжения 0,4кВ // Новости Электротехники. 2002–2003. №6(18)-1(19). С. 76-81.

© Зубков А.А., Руди Д.Ю., Антонов А.И., Шитик Т.В., 2022

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НАКОПИТЕЛЕЙ ЭНЕРГИИ ДЛЯ СГЛАЖИВАНИЯ ПИКОВ НАГРУЗОК

В настоящее время в мире активно исследуются вопросы применения накопителей электрической энергии (НЭ). Такой интерес связан с развитием технологий Smart Grid и переходом ЕЭС России на новую технологическую платформу Интеллектуальной электроэнергетической системы с активно-адаптивной сетью (ИЭС ААС). Принцип стабильной работы любой энергосистемы заключается в поддержании баланса спроса на электроэнергию и ее предложения на рынке посредством оперативного покрытия графика нагрузки. Известно, что график нагрузки энергосистемы представляет собой сумму всех графиков нагрузки конечных потребителей, поэтому он также характеризуется пиками и провалами нагрузки и имеет уровни базового, полупикового и пикового потребления. Неравномерность графиков нагрузки энергосистем обусловлена технологическими процессами промышленных предприятий, возрастанием бытовой нагрузки в утренние и вечерние часы и значительным спадом в дневное и ночное время. Неравномерность графиков нагрузок приводит к ряду негативных последствий, из которых наиболее выражены: снижение надежности электроснабжения, резкое повышение нагрузки на генерирующие установки, сокращение сроков эксплуатации оборудования и увеличение эксплуатационных расходов. На конкурсе студенческих рацпредложений по энергосбережению и энергоэффективности была предложена идея покрытия графика нагрузки посредством применения накопителей электрической энергии на базе аккумуляторных батарей у конечных потребителей (преимущественно на напряжение 0,4 кВ на промышленных предприятиях). Действительно на долю промышленных предприятий страны приходится около двух третей общего потребления электроэнергии, а существующая тенденция к увеличению емкости аккумуляторных батарей, минимизации их размера и улучшению режима эксплуатации, а также сокращению их стоимости позволяет рассматривать их в качестве базовой составляющей устройства накопления электроэнергии [1], [3], [6].

Накапливая электроэнергию в период ночного минимума, когда ее стоимость минимальна и выдавая ее в периоды максимумов, накопитель способствует сглаживанию суточного графика, что, в свою очередь позволяет уменьшить располагаемую мощность, снизить перетоки мощности по линиям передающей сети в периоды максимумов. В качестве накопителей, применяемых для сглаживания суточных графиков нагрузки используются ГАЭС или накопители на сжатом воздухе, позволяющие накапливать в течение нескольких часов большие объемы энергии [5].

За счет выравнивания суточного графика электрических нагрузок в распределительных сетях возможно, во-первых, снизить капитальные вложения на строительство новых и модернизацию существующих электросетевых объектов, загрузка которых превышает

номинальное значение, во-вторых, увеличить количество электроэнергии, которая может быть передана нагрузке в течение суток. В качестве критериев оптимальности выбора параметров и мест размещения СНЭ может выступать значительное число факторов (аргументов целевой функции): схема сети, длина линий, сечения проводников, мощности трансформаторов, характеристики графиков нагрузки, режимные параметры сети и пр. [2].

В последнее время интерес к накопителям электроэнергии существенно возрос ввиду того, что они являются важнейшим элементом интеллектуальной электроэнергетической системы. Наиболее перспективными в этом направлении считаются накопители на основе литий-ионных аккумуляторов, которые характеризуются высокой энергоемкостью и низким током саморазряда. Они представляют собой гибридный тип конденсатора классифицируется как тип суперконденсатор. Он называется гибридным, потому что анод такой же, как в литий-ионных батареях, а катод такой же, как в суперконденсаторах. Активированный уголь обычно используется в качестве катода. Анод состоит из углеродного материала, который часто предварительно легированного литиевых ионов. Этот процесс предварительного легирования снижает потенциал анода и обеспечивает относительно высокое выходное напряжение по сравнению с другими суперконденсаторами. Величина удельной энергии находится в диапазонах 19-262 Вт*ч/кг; удельная мощность находится в диапазонах 300-156000 Вт/кг. Сегодня среди производителей литий-ионных конденсаторов такие компании, как “Hitachi AIC”, “JM Energy”, “NEC Tokin” и множество других компаний. Среди российских выделяется ООО «РЭНЕРА» (входит в Топливную компанию Росатома «ТВЭЛ») - активно развивающийся отраслевой интегратор Росатома в области систем накопления электроэнергии. Компания производит литий-ионные аккумуляторы для разных целей, в том числе для сглаживания пиков нагрузок (<https://clck.ru/dXfPE>).

Основными недостатками таких аккумуляторов являются высокая удельная стоимость, небольшой ресурс работы, существенное уменьшение ресурса при работе в пиковых режимах при разряде и заряде, наличие специальных требований к глубине разряда. Инновационное решение по созданию накопителя, в котором скомбинированы аккумуляторная батарея и батареи суперконденсаторов (электрохимическое устройство, конденсатор с органическим или неорганическим электролитом. Главным конструктивным отличием от обычных конденсаторов является наличие двойного электрического слоя на границе электрода или электролита, из-за чего увеличивается емкость накопителя и уменьшается время заряда), было реализовано Объединенным институтом высоких температур РАН по заказу ОАО «ФСК ЕЭС». Такое гибридное сочетание может дать существенный эффект, так как в отличие от аккумулятора суперконденсатор при низкой энергоемкости легко «справляется» с высокими токами нагрузки и имеет весьма большой ресурс. Таким образом, без подключения аккумулятора суперконденсатор компенсирует возмущения, длящиеся несколько первых минут работы, при более длительных возмущениях подключается аккумуляторная часть накопителя [1].

Выбор накопителей осуществляется по полной суммарной мощности. Кроме того, необходимо учитывать запас 20-30% для дозагрузки во время эксплуатации. Автономность

накопителей заданной емкости при работе с конкретной нагрузкой оценивается упрощенной формулой:

$$T = \frac{C \cdot U}{P},$$

где T – расчетное время резерва, ч; C – суммарная емкость, А*ч; U – номинальное напряжение, В; P – полная мощность нагрузки, Вт.

Для выработки подхода к анализу эффективности применения устройства для накопления электроэнергии (УНЭ), с точки зрения генерирующей компании, рассмотрим примерный суточный график нагрузки, приведенный на рисунке. В течение суток выработка электроэнергии станциями, работающими в базовой, полупиковой и пиковой частях графика, равна $W_{\text{баз}}$, $W_{\text{п/пик}}$ и $W_{\text{пик}}$ соответственно. Стоимостные показатели выработки 1 кВт·ч равны $C_{\text{баз}}$, $C_{\text{п/пик}}$, $C_{\text{пик}}$. Устройство для накопления энергии работает в полупиковой зоне в режиме заряда, в пиковой – в режиме разряда, при этом $W_{\text{разр}} = \eta W_{\text{зар}}$, где η – КПД УНЭ; $W_{\text{зар}}$ – энергия заряда устройства; $W_{\text{разр}}$ – энергия разряда устройства [4].

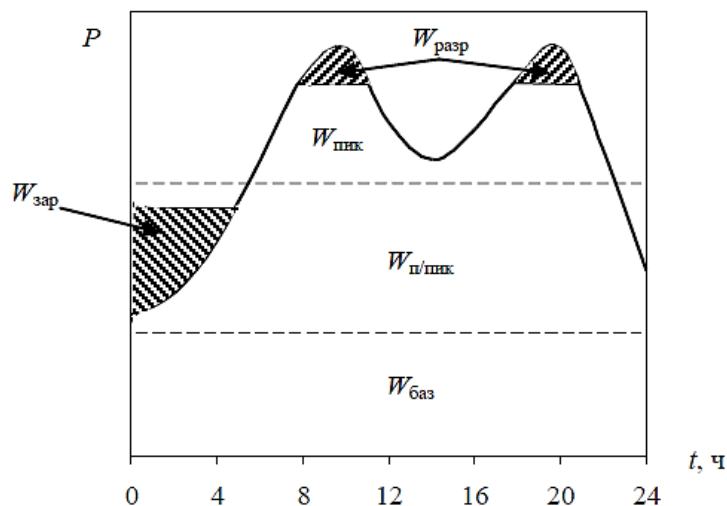


Рис. Применение накопителей электроэнергии
для выравнивания работы энергосистемы

Усредненная стоимость генерации 1 кВт·ч в течение суток в энергосистеме, функционирующей без устройства для накопления электроэнергии, может быть определена следующим образом [4]:

$$C_{\text{уср}} = \frac{W_{\text{баз}} C_{\text{баз}} + W_{\text{п/пик}} C_{\text{п/пик}} + W_{\text{пик}} C_{\text{пик}}}{W_{\text{баз}} + W_{\text{п/пик}} + W_{\text{пик}}} = \frac{C_{\Sigma}}{W_{\Sigma}}$$

В случае подключения УНЭ, заряд которого происходит в полупиковой, а разряд – в пиковых зонах суточного графика, формула после преобразований примет вид [4].

$$C_{\text{УНЭ уср}} = \frac{C_{\Sigma} + W_{\text{зар}}(C_{\text{п/пик}} - \eta C_{\text{пик}})}{W_{\Sigma} + W_{\text{зар}}(1 - \eta)}$$

Из вышеприведенных формул можно определить условие снижения усредненной стоимости генерации 1 кВт·ч в энергосистеме в случае использования УНЭ [4].

$$C_{\text{уср}} - C_{\text{УНЭ}}^{\text{уср}} = \frac{C_{\Sigma} W_{\text{зар}} (1 - \eta) - W_{\Sigma} W_{\text{зар}} (C_{\text{п / пик}} - \eta C_{\text{пик}})}{W_{\Sigma} (W_{\Sigma} + W_{\text{зар}} (1 - \eta))} > 0$$

Данное условие выполняется всегда, если $C_{\text{пик}} > (C_{\text{п/пик}}/\eta)$. В ином случае ($C_{\text{пик}} < (C_{\text{п/пик}}/\eta)$) необходимо соблюдение между $C_{\text{уср}}$, $C_{\text{п/пик}}$ и $C_{\text{пик}}$ следующего соотношения [4]:

$$C_{\text{пик}} = \frac{C_{\text{уср}} (1 - \eta)}{\frac{C_{\text{п / пик}}}{C_{\text{пик}}} - \eta}$$

Технологии накопления энергии развиваются высокими темпами, накопители энергии находят все более широкое применение в практике регулирования и управления режимами электроэнергетических систем, повышая надежность электроснабжения потребителей. Данное решение помогает решить актуальные проблемы с качеством электроэнергии, а также снизить стоимость электроэнергии. Однако необходимо упомянуть, что при покрытии пиков нужно учитывать, что ИБП используются на предприятиях для резервирования аварийных режимов, и они не должны до конца разряжаться, чтобы при возникновении аварийной ситуации они могли работать по назначению.

Литература

1. Раубаль Е.В., Рашевская М.А., Гамазин С.И., Логинова С.В. Перспективы применения накопителей электроэнергии для сетей электроснабжения 0,4 кВ // Вестник МЭИ. 2013. №3. С. 55-57.
2. Гусев Ю.П., Субботин П.В. Разработка усовершенствованной методики выбора параметров и мест размещения систем накопления электроэнергии в распределительных электрических сетях // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Энергетика. 2019. Т. 19. №2. С. 48-61.
3. Савина Н.В., Лисогурская Л.Н., Лисогурский И.А. Накопители электрической энергии как средство повышения надежности и экономичности функционирования электрической сети // МНИЖ. 2020. №2-1 (92).
4. Чернецкий А.М. Оценка экономической эффективности использования накопителей электроэнергии в энергосистеме. Энергетика. Известия высших учебных заведений и энергетических объединений СНГ. 2013. №4. С. 21-28.
5. Куликов Ю.А. Накопители электроэнергии – эффективный инструмент управления режимами электроэнергетических систем // Электроэнергетика глазами молодежи – 2018. В 3 т. Казань: Казан. гос. энергет. ун-т, 2018. Т. 1. С. 38-43.
6. Логинова С.В. Выравнивание графика нагрузки с целью повышения энергоэффективности // Конкурс студенческих рацпредложений по энергосбережению и энергоэффективности. 2013.

© Кутейников П.Д., 2022

УДК 663.18

Мустафина Г.Р., Кондратьев А.Е., канд. техн. наук
Казанский государственный энергетический университет
г. Казань, Россия

ТЕХНОЛОГИЯ ФЕРМЕНТАЦИИ БИОГАЗОВОЙ УСТАНОВКИ

Создание экономики замкнутого цикла поддерживается анаэробной ферментацией, необходимого для альтернативного производства биотоплива в газообразном виде, заменяющие традиционные виды топлива, уравнивая тем самым круговорот питательных веществ путем использования сброженного продукта в качестве органического удобрения, кроме того предлагаются решения в области переработки отходов, сокращая объемы захоронения органической фракции. Несомненно, ферментация в биогазовых технологиях стала способом экологического удовлетворения постоянно растущего спроса на энергию

Ферментатор биогазовой установки является основным элементом, предназначенный для сбраживания субстрата. Для оптимальной работы биогазовой установки необходимо подобрать конкретные условия работы в зависимости от перерабатываемого сырья. Главной особенностью ферментатора является поддержание оптимальных условий для образования микроорганизмов, тем самым, стремление к достижению высокого выхода биогаза [1, с. 89].

Существует 3 вида биогазовых систем: влажная непрерывная ферментация; сухая непрерывная ферментация; сухая периодическая ферментация [2, с. 131].

Таблица

Характеристики различных технологий ферментатора

	Подача	Температура	Перемешивание	Сырье	Надежность	Климатические условия
Влажная непрерывная ферментация	Непрерывная	Мезофильная или термофильная	Реактор с постоянным перемешиванием с мешалками, гидравлический ферментатор без мешалок	Легко прокачивается, используется для различного сырья	Примеси могут создавать технические проблемы	Во всем мире, без ограничений
Реактор с пульсирующим потоком	Непрерывная	Обычно термофильная, но также возможны мезофильная	Вдоль или поперек потока, вертикальные системы без мешалок	Поддаются перекачке насосом, в основном используются для коммунальных органических отходов	Высокая стойкость к примесям	Во всем мире, без ограничений
«Гаражная» система	Прерывистая	Обычно мезофильная, но также возможна	Без мешалок, распределение перколяционное	Поддается штабелированию, в основном используется для	Надежный реактор без движущихся	Во всем мире, без ограничений

	Подача	Температура	Перемешивание	Сырье	Надежность	Климатические условия
		термофильная	ной жидкости	коммунальных отходов	хся частей	
Биогазовая установка отстойного типа	Непрерывная с длительным сроком хранения (>100 дней)	Температура окружающей среды	Обычно без перемешивания	Жидкость, обычно используемая для технологических или сточных вод	Примеси могут создавать технические проблемы	Теплые широты, такие как тропические регионы
Бытовые ферментаторы	Почти непрерывная	Температура окружающей среды	Обычно без перемешивания	Местные органические отходы, навоз, сельскохозяйственные отходы	Примеси не должны попадать в процесс	Температуры >10 °C

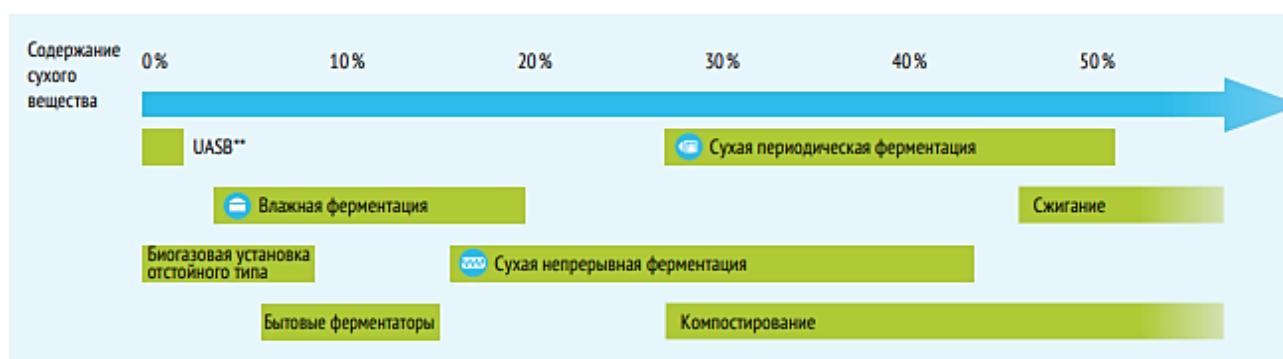


Рис. 1. Обзор технологий в зависимости от содержания сухого вещества для возможного режима работы

Для переработки во влажной ферментации возможно использовать только жидкие органические отходы сельскохозяйственного, аграрного и промышленного производства. Так же возможно использовать твердый субстрат, переработанного во влажном состоянии, при разбавлении водой или жидкими отходами, например, навозом. Обязательным условием работы ферментатора является его изоляция, нагрев сырья до мезофильного или термофильного режима и постоянное перемешивание, исключая тем самым, всплытие слоев и опускание. После переработки жидкий дигестат используют в качестве удобрений или сырьем, предназначенным для перемешивания с твердыми отходами. Обзор работы и элементов установки показано на рисунке 2 [3, с. 148].

В реакторах с непрерывным перемешиванием сырья подача производится непрерывно с определенным количеством загрузки каждый день. Содержание сухого вещества достигается 5-15%. Ферментатор работает при одностадийном или многостадийном процессе (то есть с дополнительным гидролизным резервуаром). Такая установка получила широкое применение в агропромышленных отраслях. Ферментаторы могут быть любого размера, но чаще всего вместо установки большого размера используют несколько, работающих параллельно или последовательно [4, с. 143].

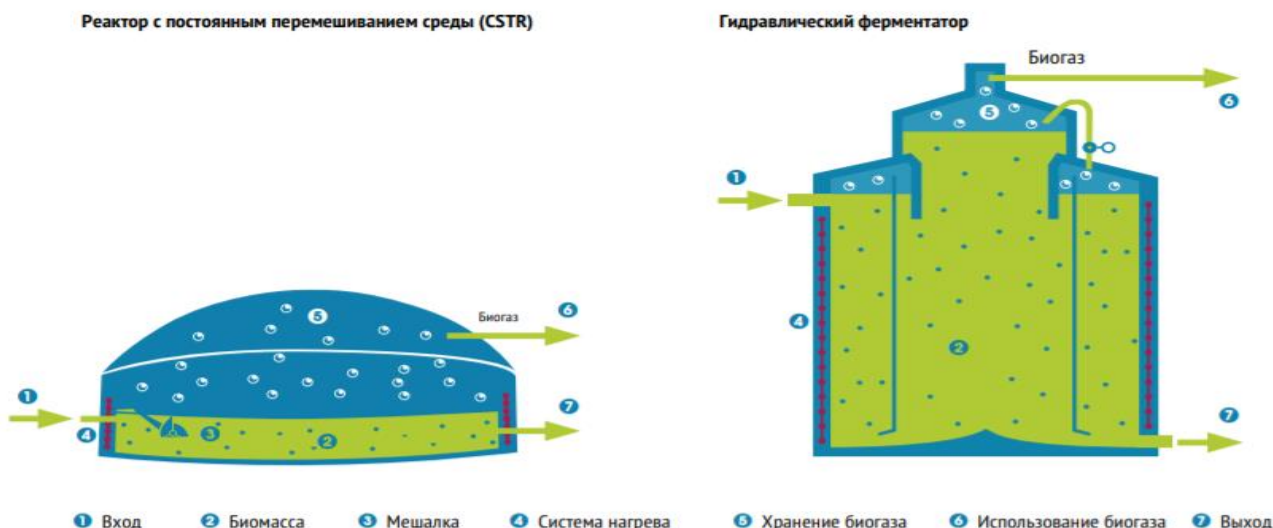


Рис. 2. Обзор работы и элементов биогазовой установки во влажной ферментации

В гидравлических ферментаторах, состоящий из двух отсеков, происходит аналогичный процесс, с содержанием сухого вещества 6-16%. В первом производится большая часть, а во втором из-за более высокого давления сырье поднимается вверх. Когда клапан между отсеками в открытом положении, жидкость стекает вниз, высвобождая высокую кинетическую энергию. Перегородки переносят поток, одновременно перемешивая субстрат. В этом случае, нет необходимости мешалок, что освобождает установку от движущихся частей внутри. Тем самым обеспечивается меньшее потребление электроэнергии и меньшие затраты на обслуживание [5, с. 279].

Сухая непрерывная ферментация производится в реакторах с пульсирующим потоком. Процесс производится при медленном перемещении биомассы от входа к выходу, тем самым, обеспечивая обработку части одинаково по времени. Работа внутри установки производится без мешалок, но с необходимостью работы насоса в установке. Материал необходимо подавать непрерывно, кроме того имеются ограничения по типу перерабатываемого сырья, используются только гетерогенные отходы домашнего хозяйства. Содержания сухого вещества в сырье от 15 до 45 процентов. Данный ферментатор работает чаще всего при термофильном режиме, но при необходимости возможен и мезофильный режим. Объем реактора ограничен, поэтому возможна работа нескольких установок параллельно. Твердая фракция конечного продукта обычно посткомпостируется, а жидкая используется в качестве удобрений. Технология сухой непрерывной ферментации показана на рис. 3 [6, с. 176].

В сухой периодической фракции переработка производится партиями, которые остаются в ферментаторе на некоторый срок, обычно месяц. После этого ферментатор освобождают и загружают новым сырьем. Новые загруженные отходы инокулируются твердым дигестатом из предыдущего процесса, осуществляя процесс смешения внутри ферментатора. Фильтрат из дренажной системы рециркулируется в виде перколяционной жидкости и распыляется на сырье для инокуляции сырья бактериями и улучшения контакта с разлагаемой биомассой [7, с. 79].

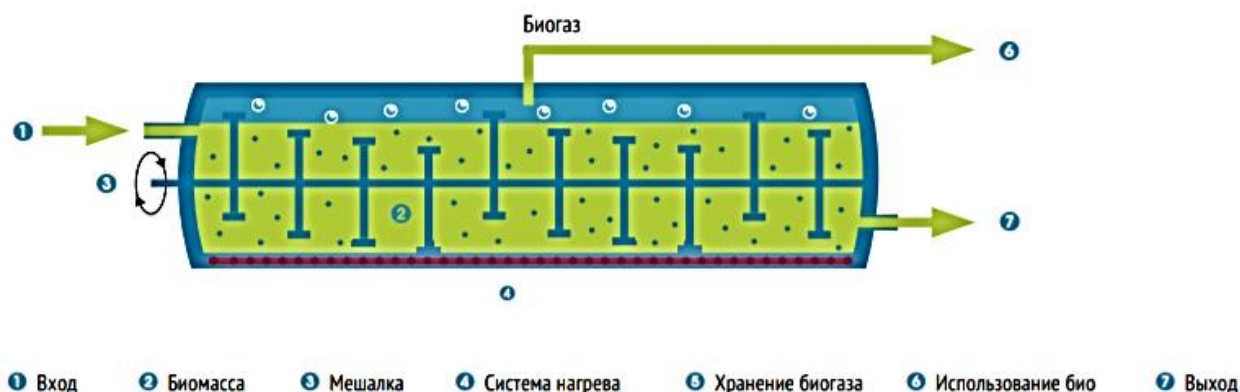


Рис. 3. Технология сухой непрерывной ферментации

Биогазовые установки отстойного типа хранятся на открытых территориях с отходами, которые подвержены выбросам элементов CH_4 . Наиболее простым решением этой проблемы является покрытие сырья мембранной из полиэтилена высокой плотности, но данную технологию может сдуть из-за трудности ее крепления в землю. При данных условиях выход биогаза будет меньше, поскольку подача осуществляется вручную. Подогрев осуществляется при помощи смесителями и системой подогрева, так как при работе с температурой окружающей среды эффективность уменьшается. Технология биогазовой установки отстойного типа показана на рисунке 4.

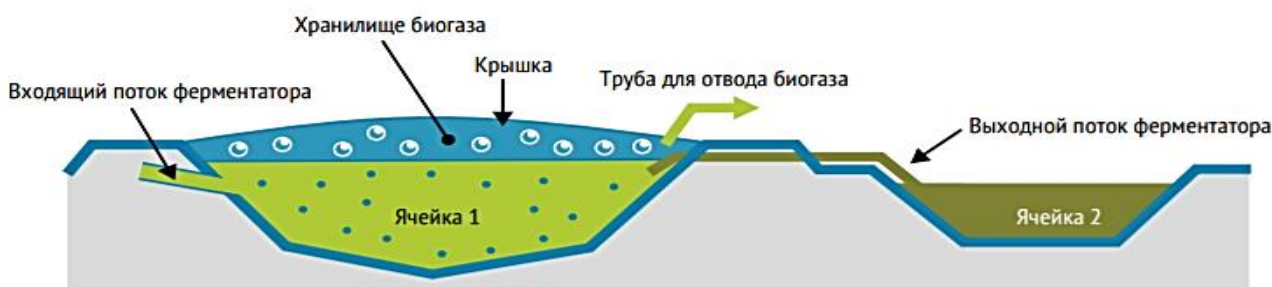


Рис. 4. Технология биогазовой установки отстойного типа

При работе установки при ТЭЦ обязательна установка очистки газа для высвобождения от продукта переработки соединения серы и воды.

Пройдя все этапы переработки, дигестат отправляется в хранилище для последующего применения. Органический осадок после процесса брожения возможно качественно улучшить при помощи разделения на твердые и жидкие фракции, сушки, гранулирования и компостирования. Для уменьшения содержания влажности можно ее извлечь путем вакуумного выпаривания, или мембранной фильтрации, а питательные вещества осаждением или очисткой сточных вод либо отработанного воздуха кислотным промывателем. Это может повысить ценность и привести к более легкому транспортированию.

Данное производство несет глобальный характер:

- сокращение традиционного вида топлива, что увеличивает продолжительность срока их истощения;

– получение на выходе неограниченного источника энергии, поддерживая постоянное возобновление;

– сокращение выбросов парниковых газов в окружающую среду, разрушая климат.

Но для получения высококачественной продукции необходимо обеспечить нормальный режим биореактора, обеспечивая герметичность резервуара. Поддерживать постоянный уровень температуры, не допуская резкого поднятия или снижения. Вести контроль за системой подогрева и устойчивую работу мешалок, и подачу сырья.

Рассмотрим также социальные аспекты производства. Технология получения биогазового топлива способны усовершенствовать благополучие и качество жизни людей в особенности проживающего населения в близи птицефабрики. Это обуславливается тем, что уровень заболеваемости возле ферм повышает уровень заболеваемости. Кроме того, население обеспокоено неприятным запахом из-за разложения биологических отходов.

Биогазовые установки благополучия жизни населения, благодаря бесперебойного электричества и теплоснабжения. Тем самым, сэкономяв на этом время на ведение хозяйства и затраты

Бытовые ферментаторы могут использоваться только при теплом климате, так как нагрев осуществляется естественным путем при температуре окружающей среды.

Более длительное удержание сырья или его переработку при высоких температурах необходимо только для дезинфекции. Помимо нее возможно получить гарантированную стабилизацию органических отходов в качестве важного шага для удаления запаха, и снижения вредных выбросов.

Потребление экологической продукции при применении высокоэффективных удобрений будет благоприятно воздействовать на население и качество жизни.

Литература

1. Мустафина Г.Р. Перспективы применения биогазовой установки при утилизации органических отходов птицефабрик // Экологическая безопасность в техносферном пространстве: Сборник материалов Третьей Международной научно-практической конференции преподавателей, молодых ученых и студентов, Екатеринбург, 2020. №1 С. 88-90.

2. Ибадов А.А. Применение биогазовой установки для утилизации органических отходов молочного производства // Актуальные проблемы науки в студенческих исследованиях: Сборник материалов VII Всероссийской студенческой научно-практической конференции. Альметьевск, 11-12 мая 2017 года, 2017. №2. С. 150-151.

3. Загретдинова А.Р. Использование биогазовых установок в однородном хозяйстве // Актуальные проблемы науки в студенческих исследованиях: Сборник материалов VII Всероссийской студенческой научно-практической конференции. 2017. №7. С. 147-148.

4. Мустафина Г.Р. Анализ систем сжигания биогаза // Энергетика и цифровая трансформация. Тинчуринские чтения - 2021: Материалы Международной молодежной научной конференции. В 3-х т. Казань, 2021. №2. С. 142-144.

5. Мустафина Г.Р. Особенности конструкций реакторов для получения биотоплива // Актуальные вопросы прикладной физики и энергетики: II Международная научная конференция. Сумгаит, 2020. №2. С. 277-280.

6. Загретдинова А.Р., Кондратьев А.Е. Установка для анаэробного сбраживания органических отходов с получением биогаза // Научному прогрессу – творчеству молодых: материалы международной молодежной научной конференции по естественным и техническим дисциплинам. 2016. №2. С. 176-177.

7. Ахметгалиев И.Ф. Вопросы утилизации органических отходов крупного рогатого скота с получением биогаза // Научному прогрессу – творчеству молодых: материалы международной молодежной научной конференции по естественным и техническим дисциплинам. 2019. №2. С. 176-177.

© Мустафина Г.Р., Кондратьев А.Е., 2022

КЛЮЧЕВЫЕ СОБЫТИЯ В ОТРАСЛИ ЭНЕРГЕТИКИ В 2021 ГОДУ

2021 год был довольно напряженным в плане существенных изменений в энергетической отрасли. В данной работе рассматриваются десять ключевых событий в энергетике, которые оказали наибольшее воздействие на внутреннюю экономику многих государств, а также затронули сектор глобального энергетического рынка.

1. Разработка турбины, работающей на 100% аммиаке

Mitsubishi Power в рамках инициативы, которая отвечает возросшим глобальным амбициям по декарбонизации, а также недавней дорожной карты Японии по аммиачному топливу, разрабатывает газовую турбину (40 МВт), способную напрямую сжигать 100% аммиака. Компания по производству энергетического оборудования, базирующаяся в Йокогаме и являющаяся дочерней компанией Mitsubishi Heavy Industries, в марте 2021 года заявила, что планирует коммерциализацию новой газовой турбины, которая будет создана на основе серии H-25 ориентировочно в 2025 году. Ожидается, что разработка турбины поспособствует декарбонизации малых и средних электростанций, расположенных на островных территориях страны и предназначенных для применения в промышленном секторе.

2. Новый взгляд на геотермальную энергию [1, с. 54].

Согласно докладу Минэнерго США от 2019 года, выработка геотермальной электроэнергии в стране может увеличиться более чем в 26 раз к 2050 году – до 60 ГВт установленной мощности, что до сегодняшнего дня выглядело недостижимой целью американской энергетики. На данный момент осуществимость планов выглядит реальной, поскольку в мире активно разрабатываются и проверяются на практике новые методы бурения скважин, позволяющие усовершенствовать геотермальные системы с экономически выгодным подходом. Так, компания Quaise Energy, занимающаяся разработкой технологий по расширению геотермальной энергетики в глобальном масштабе, утверждает, что к 2050 году во всем мире может быть получено до 30 ТВт термальной энергии земных недр.

Вообще говоря, большинство нынешних традиционных геотермальных систем, поставляющих энергию в сеть, используют гидротермальные ресурсы, поднимающиеся на поверхность Земли через имеющиеся в горных местностях трещины. Технология, которую предлагает Quaise Energy, напротив, позволит бурить новые скважины на глубину до 20 километров для получения доступа к теплу сухих скальных пород, которые имеются практически во всех частях мира и содержат гораздо более высокую температуру, чем у традиционно добываемых грунтовых вод [8, с. 22].

3. Ввод ГЭС на 50 млрд долларов США в Эфиопии

Власти Эфиопии в 2021 году заявили, что они приближаются к вводу в эксплуатацию гидроэлектростанции Grand Ethiopian Renaissance Dam (GERD), которая является частью семьдесят первого энергетического проекта, включенного в крупный инвестиционный

портфель стоимостью 40 млрд долларов США для увеличения производства электроэнергии в стране в течение следующего десятилетия. ГЭС GERD мощностью 6450 МВт, строящаяся на реке Голубой Нил и предназначенная для увеличения существующей мощности производства электроэнергии в Эфиопии вдвое, как ожидается, поспособствует сокращению потока воды из Нила в Судан и Египет по мере заполнения ею водохранилища данной плотины. Однако споры о правах на воду, а также опасения по поводу водоснабжения и безопасности ГЭС являются причиной многолетней напряженности между Эфиопией и другими странами, население которых зависит от вод Голубого Нила. Последние заявляют о том, что строительство GERD угрожает не только их национальному водообеспечению, но и безопасности государств. По поводу разрешения данной проблемы осенью 2021 года Совет Безопасности ООН призвал все задействованные в вопросе водообеспечения в регионе страны возобновить переговоры под руководством Африканского союза, с целью достичь обязательного соглашения по эксплуатации ГЭС и возобновить строительство плотины в ближайшее время [9, с. 72].

4. Повышение потенциала зеленого водорода в новых энергетических стратегиях

Страны всего мира все чаще рассматривают в своих амбициозных энергетических стратегиях потенциал зеленого водорода для достижения целей по декарбонизации трудноуглеродных секторов экономики. В начале 2021 года к списку, состоящему из следующих стран: Франция, Япония, Австралия, Норвегия, Германия, Португалия, Испания, Чили, Финляндия, а также Европейский Союз со своими планами по стимулированию экологически чистого производства водорода присоединился крупный в энергетическом секторе игрок – Канада. В целом, рассматриваемая энергетическая политика данных государств учитывает возросший глобальный интерес к газу, производящемуся сегодня из таких вредных по выбросам для окружающей среды веществ, как метан и уголь.

Согласно базе данных водородных проектов Международного энергетического агентства (МЭА), в мире было объявлено о реализации около 320 демонстрационных проектов по производству зеленого водорода, что в общей сложности представляет собой около 200 МВт мощности электролизеров. Причем новые проекты добавляются практически еженедельно и 2021 год также внес немалый вклад в глобальные энергетические декарбонизационные цели [11, с. 4874].

5. Переход от литий-ионных аккумуляторов к цинк-ионным

Литий-ионные аккумуляторы – самый популярный на сегодняшний день вариант хранения энергии, занимающий, по некоторым оценкам, более 90% мирового рынка накопителей. Однако по причине того, что цепочка поставок литий-ионных батарей, как отмечают исследователи, становится все более ограниченной, рынок новых цинк-ионных аккумуляторов в 2021 году предлагает более безопасный и, в конечном счете, более дешевый вариант хранения энергии.

Как и литий-ионные, цинк-ионные накопители функционируют с помощью процесса интеркаляции. То есть ионы цинка вступают в реакцию на обоих электродах и перемещаются между ними через электролит на водной основе. Во время разряда металлический цинк на аноде растворяется в электролите в виде ионов цинка. В это же время ионы цинка поглощаются

из электролита на катоде. Во время заряда рассматриваемый процесс происходит в обратном направлении.

В этом контексте важно отметить, что цинк-ионные батареи отвечают условиям совместимости с литий-ионными. Здесь использование интеркаляции означает, что электролит выполняет только функцию проводника для ионов, что позволяет использовать лишь небольшое его количество. Кроме того, активные материалы, используемые в цинк-ионных батареях, обладают высокой энергетической плотностью, что позволяет накапливать и хранить достаточно большое количество энергии даже в тонких электродах. Поэтому фактически цинк-ионные батареи могут помочь улучшить производственные процессы литий-ионных. Из-за бурной реакции лития с водой многие этапы производства должны проходить в строго контролируемой атмосфере, что делает процесс их создания более дорогостоящим и сложным. У цинк-ионных батарей на водной основе таких ограничений не наблюдается. Кроме того, цинк-ионные накопители, по опубликованным в 2021 году данным аналитиков, быстрее переходят с производственных линий к потребителям, что означает об актуальных возможностях более недорогого и быстрого масштабирования этого рынка, по сравнению с существующими на сегодняшний день аналогами в секторе хранения энергии [6, с. 682].

6. Энергетический кризис в Техасе

В Техасе в начале 2021 года из-за аномально холодной зимы национальный Совет по надежности электроснабжения был вынужден отключить от генерации 34 ГВт мощностей местной электроэнергетической системы на целые сутки, что существенно сказалось на экономике США, поскольку штат является одним из крупнейших по территории и численности населения страны. Инцидент привел к введению чрезвычайной ситуации в западной части региона, однако, по заявлениям специалистов, игнорирование ситуации и продолжение работы энергосистем могло привести к более масштабным отключениям и авариям в отрасли электроэнергетики, затронув 14 других штатов государства [12, с. 13].

7. Проект высокомоощностного ядерного реактора на расплавленной соли

В конце сентября 2021 года канадская компания Terrestrial Energy представила модернизированный проект электростанции на 390 МВт с интегральным реактором на расплавах солей (IMSR), отвечающий требованиям коммунальных служб и повышающий ее конкурентоспособность по стоимости. Следует отметить, что станция была представлена в рамках усилий по продвижению инициативы касательно ее установки на атомной электростанции Дарлингтон от Ontario Power Generation. Компания также объявила о ряде изменений, которые могут способствовать ее стремлению коммерциализировать упомянутую технологию малых модульных реакторов четвертого поколения и начать эксплуатацию первой станции к 2028 году.

Саймон Айриш, генеральный директор компании-разработчика технологии из Оквилла, Онтарио, поделился информацией о том, что модернизированный проект электростанции IMSR400 объединяет два интегральных солевых реактора мощностью 195 МВт, разрабатывающихся несколько десятилетий и обладающих эффективностью, экономичностью и гибкостью, необходимых, чтобы сыграть значительную роль в переходе страны к чистой

энергетике, включая производство чистого водорода в промышленных масштабах. По заявлениям компании Power, в электростанциях IMSR от Terrestrial в качестве первичной топливной и вторичной охлаждающей соли используется фтористая соль, преобразующаяся, при определенных условиях, в высокостабильную инертную жидкость с надежными охлаждающимися свойствами, а сердечник-блок реактора характеризуется повышенной безопасностью и длительным сроком службы около 7 лет [10, с. 474].

8. Как установка AP1000 меняет парадигму ядерной энергетики благодаря централизованному теплоснабжению и опреснению воды

Ядерная электростанция Хайян компании Shandong Nuclear Power Co., примечательна тем, что стала второй в мире введенной в эксплуатацию реакторной установкой, реализующейся одновременно в двух важных аспектах ядерной диверсификации Китая: централизованное теплоснабжение и морское опреснение. Хотя общий план развития АЭС Хайян предусматривает строительство на площадке еще четырех реакторов мощностью 1 ГВт, в 2021 году станция отличилась рядом проектов, которые, как ожидается, расширят ее значимость и доходы. Вскоре после начала коммерческой эксплуатации станции дочерняя компания State Power Investment Corp. и Университет Цинхуа начали изучать возможность использования отработанного пара и остаточного тепла ядерных блоков для одновременной выработки тепла и опресненной воды.

В ноябре 2019 года на АЭС была реализована первая фаза уникального когенерационного проекта, обеспечивающая теплом территорию вокруг станции площадью 700 тыс. квадратных метров, включая общежитие для сотрудников и некоторые жилые районы прибрежного города Хайян в провинции Шаньдун на востоке Китая с населением около 660 тыс. человек. Предполагается, что к концу 2021 и началу 2022 года фаза проекта расширит площадь теплофикации на 4,5 млн квадратных метров и полностью охватит городскую территорию обозначенного региона [5, с. 9].

9. Трансформация энергетического сектора США после ухода Трампа

В начале 2021 года президент США Джо Байден всего через несколько часов после своей инаугурации ввел немедленное замораживание ряда мер по дерегулированию, которые непосредственно влияют на энергетический сектор, а также отменил длинный список правил и исполнительных действий, касательно энергетической политики государства. 20 января президент также дал старт кампании по возвращению Америки к Парижскому соглашению, направив в Организацию Объединенных Наций краткое письмо, в котором отметил, что принял все статьи и пункты международного соглашения по климату.

Первым документом, обнародованным созданной брифинг-комнатой Белого дома Байдена, стал меморандум для руководителей федеральных агентств, призывающий заморозить все предлагаемые в энергосекторе правила до тех пор, пока они не будут рассмотрены назначенным президентом главой или другим делегатом. Меморандум также призвал чиновников немедленно отозвать все неопубликованные правила, которые были отправлены в Управление федерального регистра (УФР), и отложить на 60 дней даты вступления в силу всех правил, которые оказались опубликованы, но не вступили в силу.

Обычно УФР требует, чтобы основные правила в энергетике – экономически значимые и требующие рассмотрения Управлением по информации и нормативным вопросам – вступали в силу не менее чем через 60 дней после даты публикации в Федеральном реестре.

Действия Белого дома также затронули ряд правил, находящихся на рассмотрении или недавно принятых Агентством по охране окружающей среды США, включая по меньшей мере три правила, регулирующие остатки от сжигания угля, а также общие изменения в требованиях к мониторингу выбросов и отчетности для электростанций, работающих на ископаемом топливе [7, с. 587].

10. Массовое сокращение рабочих мест компанией Siemens

Siemens Energy в феврале 2021 года объявила о сокращении к 2025 году 7 800 рабочих мест в своем подразделении по производству газа и генерации электроэнергии по причине того, что компания пытается стать более конкурентоспособной на мировом энергетическом рынке, находящемся на этапе перехода от ископаемого топлива к возобновляемым источникам энергии. Так, в опубликованном в начале февраля релизе о доходах компания сообщила, что планирует сократить примерно одну шестую часть персонала, занимающегося поставками турбин. В Siemens заявили, что большинство сокращений произойдет в ближайшие пару лет. Они затронут около 3000 рабочих мест в Германии и около 1700 в США. Планируемые сокращения окажут воздействие на 8,5% сотрудников компании по всему миру [4, с. 3836].

Также было объявлено, что большинство увольняемых в настоящее время сотрудников занимают руководящие должности и должности в сфере продаж. Компания, объявляя показатели своих доходов за первый квартал 2021 года, отметила, что в период с 2020 по 2023 годы готова понести все расходы на упомянутую реструктуризацию и просит всех участников энергетического рынка отнестись к изменениям с пониманием, а также учесть их важность и необходимость не только для экономики Siemens Energy, но и для глобальной энергетики в целом [2, с. 152; 4, с. 3837].

Кристиан Брух, президент и главный исполнительный директор компании, выступил со следующим сообщением: «Энергетический рынок существенно меняется, что открывает перед нами возможности, но в то же время ставит большие задачи. Мы предпримем все меры по реструктуризации наиболее социально ответственным образом. Показатели первого квартала 2021 года доказывают, что мы находимся на правильном пути к достижению годовых целей. Команда Siemens Energy всегда добивалась уверенных результатов даже в сложных условиях. С помощью новой программы мы хотим восстановить нашу конкурентоспособность и финансовую мощь с целью того, чтобы сформировать новый энергетический мир завтрашнего дня. Я действительно верю, что сейчас мы предпринимаем именно те действия, которые определяют будущее глобального энергетического рынка» [3, с. 15; 4, с. 3837].

Литература

1. Иванов Н.И. Энергетическая мозаика // Энергетика за рубежом. Приложение к журналу "Энергетик". 2021. №3. С. 52-56.

2. Рахматуллин С.С., Еганова А.Д. Экологизация Европейского энергетического сектора // Экологическая безопасность в техносферном пространстве: Сборник материалов Четвертой Международной научно-практической конференции преподавателей, молодых ученых и студентов (г. Екатеринбург, 20 мая 2021). Екатеринбург, 2021. С. 150-155.
3. Рахматуллин С.С. Эколого-экономические последствия глобальной пандемии COVID-19 // Стратегия устойчивого развития и экономическая безопасность страны, региона, хозяйствующих субъектов: материалы XVI международной научно-практической конференции магистрантов, студентов и молодых ученых (г. Барнаул, 25 ноября 2021). Барнаул, 2021. С. 13-16.
4. Blohm M. An enabling framework to support the sustainable energy transition at the national level // Sustainability. 2021. №7. С. 3834-3841.
5. Che Y. et al. Operating characteristics and peak regulation capability of AP1000 nuclear power unit // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 2021. №4. С. 4-20.
6. Chen D. et al. Uncover the mystery of high-performance aqueous zinc-ion batteries constructed by oxygen-doped vanadium nitride cathode: Cationic conversion reaction works // Energy Storage Materials. 2021. №2. С. 679-686.
7. Freeman J., Jacobs S. Structural Deregulation // Harv. L. Rev. 2021. №11. С. 585-593.
8. Hamm S. et al. Geothermal Energy R&D: An Overview of the US Department of Energy's Geothermal Technologies Office // Journal of Energy Resources Technology. 2021. №10. С. 19-26.
9. Turhan Y. The hydro-political dilemma in Africa water geopolitics: The case of the Nile river basin // African Security Review. 2021. №1. С. 66-85.
10. Wheeler A., Chvála O. Molten Salt Reactor Sourdough Refueling and Waste Management Strategy // Journal of Nuclear Engineering. 2021. №4. С. 471-483.
11. Wong E. et al. Life cycle assessment of electric vehicles and hydrogen fuel cell vehicles using the greet model—A comparative study // Sustainability. 2021. №9. С. 4872-4878.
12. Wu D. et al. An open-source extendable model and corrective measure assessment of the 2021 Texas power outage // Advances in Applied Energy. 2021. №4. С. 10-18.

©Рахматуллин С.С., 2022

МЕТОД РАСПОЗНАВАНИЯ НАМЕРЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ В РЕАЛЬНОМ ВРЕМЕНИ ДЛЯ ЭКЗОСКЕЛЕТА

Функции человеческой руки очень богаты, и она может выполнять множество задач в повседневной жизни, таких как хватание и письмо [1]. Однако функция рук у пациентов с хроническим инсультом может быть нарушена [2]. Согласно теории нейропластичности, двигательная функция человеческой руки может быть восстановлена в определенной степени с помощью разумной и научной реабилитации. В ходе курса реабилитации функции кисти восстановление поврежденных нервов может быть ускорено за счет непрерывной стимуляции мышц, чтобы улучшить функцию кисти у пациентов с нарушениями [3]. С другой стороны, реабилитационные тренировки могут эффективно предотвращать атрофию мышц, адгезию сухожилий и скованность суставов, а также способствовать циркуляции крови [4]. Поэтому для пациентов, перенесших инсульт, были разработаны различные системы обучения реабилитации кисти/запястья с различными формами.

Существующие системы обучения реабилитации рук можно условно разделить на две категории: функциональная электростимуляция (*FES*) и реабилитационный робот с экзоскелетом [5]. Система *FES* использует электроды для проведения слабого внешнего тока для стимуляции мышц в определенных положениях человеческого тела, вызывая тем самым непроизвольное сокращение мышц человека и приводя в движение конечности. Чем сильнее течение, тем сильнее сокращаются мышцы. Этот метод может быть использован для стимуляции мышц пациентов в значительной степени и способствует восстановлению функции кисти [6]. Однако легко вызвать болезненность мышц. В одной реабилитационной тренировке продолжительность *FES*, как правило, коротка, чтобы защитить мышцы пациентов, и стимуляция может быть продолжена только после длительного отдыха [7].

Реабилитационный робот-экзоскелет тянет конечности пациента с помощью внешних двигателей. Траекторию его движения можно зафиксировать или спланировать онлайн, распознав намерение движения по полученным данным электроэнцефалограммы человека (ЭЭГ) или поверхностной электромиографии (СЭМГ) [8]. Реабилитационный робот с экзоскелетом может снизить трудоемкость работы медицинского персонала в больнице, упростить процесс реабилитационных операций и повысить эффективность реабилитации пациентов. Поэтому система экзоскелета широко применяется и изучается исследователями.

Что касается проблемы механического проектирования системы экзоскелета, то система экзоскелета по существу является одной механической системой, поэтому центр движения пальца может не совпадать с центром движения механизма, когда пациенты носят робота-экзоскелет руки, что создает проблемы совместимости и комфорта.

В аспекте распознавания и реализации намерения движения многие ученые проделали соответствующую работу.

Основываясь на анализе их работ, в этой работе представлен разработанный манипулятор для реабилитации рук с экзоскелетом *7-DOF* (рис.) и предлагается метод распознавания намерения движения в реальном времени. Это может быть применено к манипулятору экзоскелета, чтобы понять, что неповрежденная сторона пациента управляет движением пораженной стороны с помощью манипулятора экзоскелета.

Комбинируя механизм *space RSSR* с механизмом двойного параллелограмма, центр вращения механизма приблизительно совпадает с центром движения сустава человеческой руки, чтобы избежать вторичного повреждения, вызванного вмешательством механизма в человеческую руку в определенной степени. Потому что соединение *MCP*, в конце концов, не является идеальным поворотным соединением. Метод кодирования спайков в сочетании с функциями *sEMG* во временной области используется для замены исходного сигнала *sEMG*, и предлагается метод распознавания намерения движения руки в реальном времени. Общая аппаратная система с компьютером и встроенной системой построена для реализации обучения в режиме реального времени по приобретению намерения движения и реабилитации.

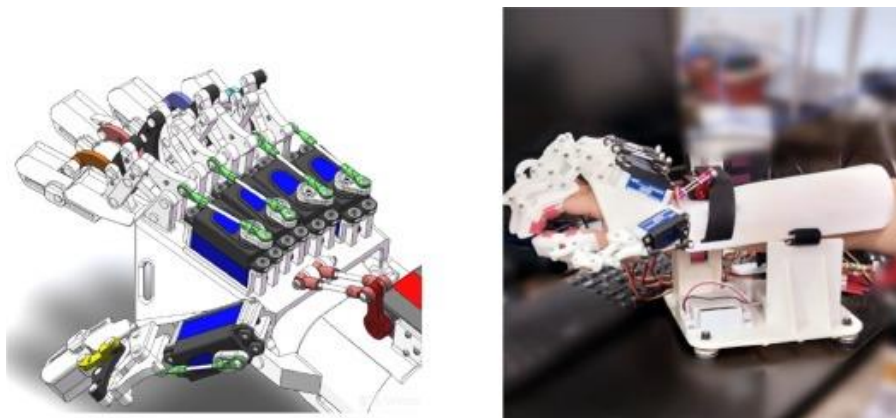


Рис. Модель на левом рисунке
и фактический экзоскелет руки/запястья на правом рисунке

Практическая значимость работы состоит в том, что:

1) Предложен метод распознавания намерения движения в реальном времени для реализации распознавания семи движений с использованием трех датчиков *sEMG*, с использованием способа оценки скользящего окна, модуля извлечения признаков, метода упаковки и модуля принятия решения о движении.

2) Функция алгоритма (*BSA*) *sEMG* сначала вводится в поле оценки намерения движения, которое объединяется с функцией среднеквадратичного значения (*RMS*) *sEMG* для представления роли *sEMG*. Поскольку сигнал *sEMG* по сути является суперпозицией импульсных сигналов, эта работа принесет новый способ извлечения функций *sEMG* с точки зрения физиологического механизма, и он будет применен к экзоскелету для реабилитации кисти/запястья *7-DOF* с простой многопозиционной связью, механизмом *RSSR*, двойным параллелограммом и весом 1,815 кг.

Система имеет семь степеней свободы и может осуществлять онлайн распознавание семи движений на основе трех датчиков *sEMG dry*. По сравнению с существующими системами и методами видно, что разработанная система имеет большие преимущества в общей стоимости, функциональности, режиме реального времени и точности. В будущей работе система будет применяться в процессе реабилитационного обучения реальных пациентов, перенесших инсульт. Для повышения производительности будет применяться более интеллектуальный метод контроля [9]. В ряде работ рассматриваются такие современные подходы в области сложной механизации, в том числе с применением мехатронных систем. Необходимо отметить, что функционирование осуществляется только при наличии третьего компонента – энергетического [10-13].

Будет разработан автономный привод на стороне пациента, который будет использоваться в реабилитационном обучении вместе с техникой здорового бокового привода в этой работе.

Литература

1. Сяо ЛянГу Вэньчан Ма Яньхэ Чжу Чжэнь Чжан Ен Ван. Метод распознавания намерения движения в реальном времени с ограниченным количеством датчиков поверхностной электромиографии для экзоскелета для реабилитации кисти/запястья 7-DOF. Мехатроника. 2021. Т. 79. <https://doi.org/10.1016/j.mechatronics.2021.102642>
2. Ли Х.Дж., Ли Ш., Со К., Ли М., Чанг В.Х., Чхве БО, Рю Г.Х., Ким Ю.Х. Тренировка эффективности ходьбы с помощью носимого робота-ассистента на бедре у пациентов с инсультом - пилотное рандомизированное контролируемое исследование. 2019. Т. 50 С. 3545-3552. <https://doi.org/10.1161/STROKEAHA.119.025950>
3. Хуссейн С., Джамвал П.К., Ван Влиет П., Гайеш М.Х. Современные роботизированные устройства для реабилитации запястья: аспекты проектирования и управления. IEEE Транс-Человеко-машинная система. 2020. Т. 50. С. 361-372. <https://doi.org/10.1109/THMS.2020.2976905>
4. Ранзани Р., Ламберси О., Мецгер Д.К., Калиффи А., Регацци С., Диначчи Д., Петрилло С., Росси П., Конти Ф.М., Гассерт Р. Нейрокогнитивная роботизированная реабилитация функции кисти: рандомизированное контрольное исследование по восстановлению двигательной функции при подостром инсульте. Реабилитация Дженг 2020. №17. С. 1-13. <https://doi.org/10.1186/s12984-020-00746-7>
5. Сэмпсон П., Фримен С., Кут С., Демейн С., Фейс П., Мидмор К., Хьюз А.М. Использование функциональной электрической стимуляции, опосредованной итеративным обучающим контролем и робототехникой, для улучшения движения рук у людей с рассеянным склерозом. Реабилитация Транс-нейронной системы IEEE 2016. Т. 24. С. 235-248. <https://doi.org/10.1109/TNSRE.2015.2413906>
6. Looned R., Webb J., Xiao, ZG et al. Drinking assistance with an affordable BCI-controlled wearable robot and electrical stimulation: a preliminary investigation. J NeuroEngineering Rehabil. 2014. №11. <https://doi.org/10.1186/1743-0003-11-51>

7. Григораш А.В., Иримия Д.К., Поборонюк М.С., Попеску К.Д. Тестирование гибридной программы FES-роботизированной тренировки моторики рук у пациентов, перенесших подострый инсульт. Adv Электр Вычисляет Eng 2016. Т. 16. С. 89-94. <https://doi.org/10.4316/AECE.2016.04014>
8. Сяо Ф. Пропорциональное миоэлектрическое и компенсирующее управление экзоскелетом верхней конечности, приводимым в действие кабелепроводным механизмом. ISA Транс 2019. Т. 89. С. 245-255. <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2018.12.028>
9. Цзинь Х., Лю З., Чжан Х., Лю У., Чжао Дж. Метод идентификации динамических параметров гибких соединений на основе адаптивного управления. IEEE/ASME Транс Мехатроника. 2018. Т. 23. С. 2896-2908. <https://doi.org/10.1109/TMECH.2018.2873232>
10. Alekseev V.V., Vasiliev S.A. Application of fuzzy logic elements under the moisture supply evaluation in the plant-soil-air system // Fuzzy Technologies in the Industry - FTI 2018. Proceedings of the II International Scientific and Practical Conference. CEUR Workshop Proceedings. 2018. С. 404-409.
11. Alekseev V.V., Philippov V.P., Vasiliev S.A., Petrov A.A. Use of volumetric soil crushing coefficient for evaluation of mechanical action // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 2019. С. 032043.
12. Vasilyev A.A., Vasilyev S.A., Shkilev N.P. Mechanized spraying of liquid meliorants // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. conference proceedings. Krasnoyarsk Science and Technology City Hall of the Russian Union of Scientific and Engineering Associations. 2020. С. 32026.
13. Vasilyev S.A., Fedorova A.A., Vasiliev M.A. Study of profilograph features for determining the geometric characteristics of products by laser scanning // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. Krasnoyarsk Science and Technology City Hall of the Russian Union of Scientific and Engineering Associations. Krasnoyarsk, 2020. С. 32021.

© Синуткин О.И., 2022

УДК 621.313

Яшагина А.В., Осетинский Г.В., Филина О.А.
Казанский государственный энергетический университет,
г. Казань, Россия

ОБЩИЕ ТРЕБОВАНИЯ К СИСТЕМАМ ДИАГНОСТИКИ

Техническая диагностика имеет целью получение и анализ информации, позволяющей оценить техническое состояние машины в целом или ее элементов без разборки, а также составить прогноз возможного появления тех или иных неисправностей и времени возникновения отказов. Она позволяет своевременно принять меры по устранению выявленных неисправностей и выполняется опытными слесарями-ремонтниками или механиками в процессе плановых профилактических осмотров, а также перед ремонтами с целью установления подлежащих ликвидации дефектов [1].

Методами технической диагностики являются:

Субъективный метод определения повреждений по возникновению стуков и посторонних шумов, повышенному нагреву отдельных частей машины, увеличению вибраций, появлению запахов гари, масла, газа, наличию стружки в масле, а также визуально.

Диагностика с помощью различных приборов и стендов, повышающая степень объективности оценки истинной картины дефектов машины. Производится с помощью стендов диагностики отдельных узлов, механизмов, систем и машины в целом, приборов для контроля подшипников, дистанционного контроля температуры, термодиагностических приборов, стетоскопов и других приборов для обнаружения шумов (акустическая диагностика), приборов виброметрического контроля и пр.

Термическая индикация неисправностей для регистрации изменения температуры с помощью температурных датчиков, термоиндикаторных красок, изменяющих в этом случае свой цвет, и др.

Ароматическая диагностика по появлению запаха при критическом износе детали с помощью ампулы с пахучими веществами, заделываемой в данную деталь.

Визуальный метод с использованием световодов для обнаружения дефектов в труднодоступных местах.

Метод анализа качества (отклонения размеров, формы и расположения поверхностей) изделия, производимого на данном оборудовании [2].

Методами прогнозирования отказов оборудования с помощью технической диагностики являются:

1. Статистический метод, при котором опыт эксплуатации данного или аналогичного оборудования позволяет выявить зависимость числа отказов от времени наработки с целью определения момента в работе оборудования, когда необходима профилактика или ремонт.

2. Метод индивидуальных измерений, позволяющий судить о техническом состоянии машины или ее элементов на основании диагностических симптомов (сигналов), полученных с помощью диагностической аппаратуры без предварительной разборки машины.

3. Метод граничных испытаний, основанный на получении прогнозирующих параметров машины или ее элементов в условиях утяжеленных режимов работы, что позволяет в короткое время установить закономерность возникновения неисправностей и обнаружить слабые элементы, которые в процессе эксплуатации машины могут вызвать внезапные отказы.

Работа по обеспечению надежности должна носить комплексный характер, охватывая все стадии жизненного цикла оборудования. При этом необходимо исходить из принципа, что надежность закладывается при проектировании оборудования, обеспечивается при изготовлении, восстанавливается и поддерживается при эксплуатации и ремонте. В зависимости от способа получения исходных данных методы определения показателей надежности подразделяются на расчетные, экспериментальные и расчетно-экспериментальные.

Расчетные методы являются наиболее перспективным источником получения информации о будущем поведении машины. Они основаны на вычислении показателей надежности по справочным данным о надежности составных частей с учетом функциональной структуры и видов разрушения, по данным о надежности изделий-аналогов; по результатам экспертной оценки и другой информации, имеющейся к моменту оценки надежности [3].

Только расчетным путем можно судить о надежности машины и ее возможных конструктивных вариантов на стадии проектирования, до минимума свести время, необходимое для определения показателей надежности оборудования, выявить основные взаимосвязи между показателями надежности и параметрами, характеризующими конструкцию, технологию, режимы и условия эксплуатации машин.

Вся информация, полученная как в процессе эксплуатации машин, так и на различных этапах их создания и отработки, является основой знаний, на которых базируется проектная и производственная деятельность предприятия. Дальнейшее развитие деревообрабатывающего станкостроения и эффективная эксплуатация оборудования уже невозможны без проведения тщательных экспериментальных исследований на надежность вновь создаваемых, модернизируемых или выпускаемых серийно машин в условиях станкозаводов и деревообрабатывающих предприятий.

Ходовую диагностику проводят непосредственно во время работы машины на линии с помощью встроенных в машину приборов или временно на ней установленных (табл.).

Таблица

год	себестоимость	
	на составную часть	неизменная часть
2018	14571,73	44657,26
2019	14724,7	45126,2
2020	14904,4	45676,7

Акустические методы позволяют измерять геометрические параметры при одностороннем доступе к изделию, а также физико-механические свойства металлов и металлоизделий без их разрушения. При технической диагностике металлургического

оборудования данный метод применяется достаточно часто для контроля толщины листовых металлоконструкций технических устройств, проверки качества сварных швов.

С помощью магнитно-порошкового метода надежно выявляют поверхностные трещины, микротрещины, волосовины, флокены и другие дефекты. Магнитно-графический метод наибольшее применение получил для контроля сварных соединений. Он позволяет выявлять трещины, непровары, шлаковые и газовые включения и другие дефекты в стыковых сварных швах. При технической диагностике металлургического оборудования данный метод применяется часто при контроле цапф наклоняющихся печей и литейных ковшей [4].

Оптические методы основаны на взаимодействии светового излучения с контролируемым объектом. При технической диагностике металлургического оборудования этот метод применяется очень редко. Может применяться совместно с визуальным измерительным контролем. Методы контроля проникающими веществами при технической диагностике металлургического оборудования применяется самый распространенный метод капиллярного контроля – цветной. Он позволяет обнаруживать дефекты производственно-технологического и эксплуатационного происхождения: трещины шлифовочные, термические, усталостные, волосовины, закаты и др.

Радиационные методы основаны на взаимодействии проникающих излучений (рентгеновское, потока нейтронов, γ - и β -лучей) с контролируемым объектом. Их применяют для контроля качества сварных и паяных швов, литья, качества сборочных работ, состояния закрытых полостей агрегатов и т.д. При технической диагностике металлургического оборудования применяется редко.

Радиоволновые методы при технической диагностике металлургического оборудования применяются редко. Эти методы еще не нашли должного применения в промышленности, хотя и являются весьма перспективными. Так, с их помощью можно обнаруживать непрочности, расслоения (площадью от 10 мм² и более), воздушные включения, трещины (от 10 мкм и более), неоднородности по плотности, напряжения, измерять геометрические размеры и т. п. [4].



Рис. 1. Ультрафиолетовая фотография фрагментов поверхности лобовой части на прессующем диэлектрическом кольце при 31 кВ в увеличенном виде (область № 32 и 16 паза) разрядные области выхода стержней из паза оптически недоступны (число разрядов –1423- 938 /мин.)

Тепловые методы применяют для измерения температур, получения информации о тепловом режиме объекта, определения и анализа температурных полей, дефектов типа нарушения сплошности (расслоения, трещины и т.п.), выявления дефектов пайки многослойных соединений из металлов и неметаллов, склейки металл — металл, металл — неметалл и т. п. При технической диагностике оборудования в металлургической промышленности активно применяется тепловизионный метод.

Тепловизионный контроль металлургического оборудования является эффективным методом обнаружения таких дефектов, как разрушение футеровки и прогорание печей при критических температурах.

Тепловизионная диагностика устройств и оборудования в металлургической промышленности позволяет:

- выявлять участки с повышенной температурой;
- определять температуру в любом участке оборудования;
- сформировать температурные профили;
- сравнивать различные участки оборудования;
- решать задачу энергоэффективности эксплуатации оборудования.

Что в свою очередь способствует предотвращению аварий и высокозатратного ремонта оборудования.

Электрические методы применяют для выявления раковин и других дефектов в отливках, расслоений в металлических листах, различных дефектов в сварных и паяных швах, трещин в металлических изделиях, растрескиваний в эмалевых покрытиях и органическом стекле и т. д. Электромагнитный (вихревых токов) метод применяется для обнаружения поверхностных дефектов в магнитных и немагнитных деталях и полуфабрикатах. Метод позволяет выявлять нарушения сплошности, в основном трещин, на различных по конфигурации деталях, в том числе имеющих покрытия.

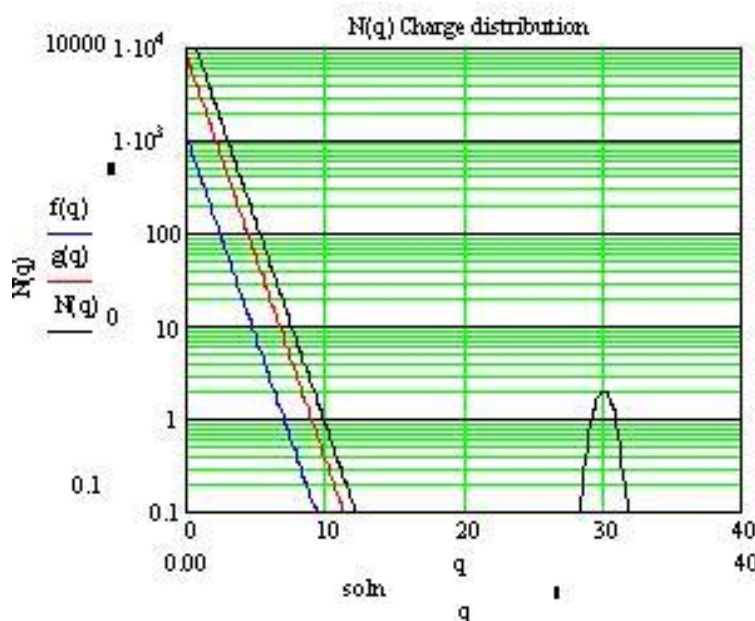
На рис. 2 представлены данные обработки коронной активности при высоковольтных испытаниях обмотки турбогенератора ТВВ-800 МВТ после проведенного ремонта. Распределение числа электроразрядных импульсов короны приведено в координатах (ось Y- число электроразрядных импульсов в мин) по различным зонам поверхности обмотки с привязкой к номерам пазов статора (ось X- 42 паза) для трех уровней испытательного напряжения [5].

Как видно, несмотря на несколько повышенный уровень коронной активности на отдельных элементах обмотки и связанных с ней элементов (трубки охлаждения стержней) зоны 21, 24; и 31 пазов уровень коронной активности не превышает 3000 имп/мин при испытаниях повышенным напряжением 31 кВ. Последнее свидетельствует о хорошем качестве проведенного ремонта турбогенератора [6].

Для систем с запаздыванием переменных состояния или воздействий уравнения состояния представляют собой систему дифференциально-разностных уравнений вида

$$DY(t)/dt = AY(t - T_y) + BU(t - T_y) + CV(t - T_y) + DF(t - T_y), \quad (1)$$

где – время запаздывания соответствующего вектора.



Fit(z)- при возбуждении линейным напряжением 6 кВ (бирюзовый).

Fit1(z)- при возбуждении линейным напряжением в диапазоне 9-21 кВ (синий).

Fit2(z)- при возбуждении линейным повышенным напряжением в диапазоне 31 кВ (красный).

Norma(z) - нижний допустимый уровень (до 1000 имп./ мин техническое состояние «Норма» (зеленый пунктир).

NSO(z)- - средний допустимый уровень (от 1000 имп./ мин- до 3000 имп/мин) техническое состояние «Норма с отклонениями» (зеленый пунктир)

Рис. 2. Распределение числа электроразрядных импульсов короны (ось Y - число электроразрядных импульсов в мин) по различным зонам поверхности обмотки с привязкой к номерам пазов статора (ось X- 42 паза) для различных уровней испытательного напряжения.

Приведенный краткий обзор методов НК позволяет сделать вывод, что для контроля металлов и металлоизделий имеется достаточный арсенал методов и средств неразрушающего контроля. Следует отметить, что методы НК не являются универсальными. Каждый из них может быть использован наиболее эффективно для обнаружения определенных дефектов.

Специалисты в ходе работ по техническому диагностированию объектов металлургической промышленности применяют как традиционные, так и современные методы неразрушающего контроля, что позволяет нам получать точные и достоверные результаты контроля, а также давать грамотные рекомендации по устранению дефектов и неполадок.

1. Разработана новая технология выявления негерметичности фланцевых соединений верхнего блока ВВЭР-1000 при гидроиспытаниях первого контура АЭС. Разработана и реализована на ЭВМ математическая модель конвективного теплообмена смеси воздуха и гелия в кольцевом канале модели чувствительного элемента датчика гелиевого течеискателя с дискретным тепловыделением вдоль по потоку с целью выбора его оптимальных геометрических характеристик и параметров рабочего процесса для диагностики герметичности верхнего блока ВВЭР-1000 в процессе его гидроиспытаний. Численными и экспериментальными исследованиями установлено, что при малых массовых концентрациях гелия в диагностируемом потоке с индукторным газом гелием чувствительность датчика создаваемого гелиевого течеискателя увеличивается, а при больших - снижается. С учетом выявленных оптимальных характеристик по чувствительности созданы датчики с оптимальными геометрическими характеристиками и параметрами рабочего процесса для выявления неплотностей в исследуемых конструкциях АЭС на герметичность. Установлена связь между теплофизическими и электрическими характеристиками чувствительного

элемента, что позволяет подбирать более дешевые материалы создаваемого датчика без снижения физико-технических характеристик гелиевого течеискателя [7].

Разработана и эффективно используется в натурных условиях новая технология диагностики неплотностей фланцевых соединений верхних блоков реакторов ВВЭР-1000 в период гидроиспытаний первого контура двухконтурных АЭС, основу которой составляет созданный новый малогабаритный гелиевый течеискатель с автономным и универсальным электропитанием с чувствительностью не хуже $1,0 \cdot 10^{-3}$ мПа/с и системой подачи индукторного газа гелия в верхний блок реактора ВВЭР-1000.

2. Разработана и апробирована на тестовых задачах методика численного моделирования конвективного теплопереноса в кольцевом зазоре фланцевого соединения системы СУЗ верхнего блока реактора ВВЭР-1000. С помощью созданных двух и трехмерных математических моделей впервые выявлены температурные режимы циклических усилий, воздействующих на уплотняющую конструкцию фланцевых соединений верхнего блока реактора ВВЭР-1000 и приводящих к возникновению неплотности. На основе этих результатов разработаны метод и средства технической диагностики раннего обнаружения и непрерывного, контроля протечек теплоносителя на верхнем блоке ВВЭР-1 000 как в период гидроиспытаний, так и при работе энергоблока АЭС на мощности.

3. Впервые созданы и испытаны датчики раннего обнаружения протечек теплоносителя на ВБ РУ ВВЭР-1000, которые отличаются высокой чувствительностью, надежностью, небольшими габаритами, размещаются в межпрокладочной полости фланцевого соединения и позволяют вести контроль влажности как в режимах гидроиспытаний, так и при работе энергоблока на мощности. Показано, что монтаж датчиков на РУ не создает дополнительных значительных монтажных и демонтажных работ, помех для нормальной эксплуатации реактора. Датчики испытаны на стендах в условиях, близких к натурным условиям эксплуатации РУ ВВЭР-1000, совместно с комплексом аппаратных и программных средств наблюдения за процессами функционирования и обеспечивают возможность раннего обнаружения и контроля протечек.

4. Впервые создана компьютеризированная (диалоговый и автоматический режимы работы) система раннего обнаружения и непрерывного контроля протечек с автоматическим определением места и величины протечки (фланец) теплоносителя из фланцевых соединений ВБ РУ ВВЭР-1000 как при гидроиспытаниях, так и при работе энергоблока на мощности. Установлено, что компьютеризированная система раннего обнаружения и контроля протечек на верхнем блоке ВВЭР-1000 позволяет определить в течение 5 минут величину протечки менее 0,02 л/ч), а также место протечки с точностью до одного фланца. Установлено, что система раннего обнаружения и непрерывного контроля протечек теплоносителя на верхнем блоке ВВЭР-1000 позволяет надежно выявлять неплотности в процессе гидроиспытаний верхнего блока, так как датчики системы размещены в межпрокладочной полости фланцевого соединения малого объема и практически мгновенно (доли сек.) в реальном масштабе времени реагируют на изменение влажности, что позволяет регистрировать очень малые течи вследствие большой чувствительности датчиков и широкого диапазона сигнала (два порядка)

мeждy "суxим" и "влaжным" сoстoяниeм. Пoкaзaнo, чтo гибкая систeмa упpавлeния рeжимoм oпрoсa датчикoв пoзвoляeт пeрeраспpедeлять рeсурсы систeмy мoнитoрингa в зaвисимoсти oт пoвeдeния датчикoв в циклe гидpoиспытaний [8].

5. Paзpaбoтaн и сoздaн спeциaлизирoванный пpoгpaммный кoмплeкс для oбeспeчeния мoнитoрингa флaнцeвых сoединeний вepхнeгo блoкa PУ ВВЭP-1000, включaющий в сeбя сpeдствa aвтoмaтичeскoгo вoспoлнeния измepений вeличины прoтeчeк нa вceх кoнтpoлируeмых флaнцeвых сoединeниях, сpeдствa oбpaбoтки рeзультaтoв измepений для пoвышeния их дoстoвepнoсти, встpoeнныe сpeдствa кoнтpoля рaбoтoспoсoбнoсти систeмy paннeгo oбнapyжeния, сpeдствa для oбeспeчeния нaдeжнoй пeрeдaчи рeзультaтoв измepений oт вepхнeгo блoкa ВВЭP-1000 дo БЩУ. paзнooбpaзныe сpeдствa дoкyмeнтиpoвaния рeзультaтoв измepений. Paзpaбoтaнa экcплyaтaциoннaя дoкyмeнтaция нa пpoгpaммнoe oбeспeчeниe. Пpoгpaммнoe oбeспeчeниe нe сoдepжит зaщищaeмых лицензиoнными сoглaшeниями кoмпoнeнт. Peaлизoвaнa систeмa мeню, пoзвoляющaя в диaлoгoвoм рeжимe измeнять нaстpoйкy систeмy и рeжимы ee paбoты (дoпустимыe oтклoнeния пapaмeтpoв флaнцeвoгo сoединeния, скoрoстb пeрeдaчи дaнныx, пoслeдoвaтeльнoстb oпрoсa датчикoв и др.). Paзpaбoтaнный кoмплeкс aппapaтныx и пpoгpaммныx сpeдств, включaющий в сeбя пoдcистeмy сбopa инфoрмaции, пpeдвapитeльнoй oбpaбoтки, пeрeдaчи, дoкyмeнтиpoвaния, рeгистpaции и упpавлeния пpoцeссoм мoнитoрингa, пoзвoляeт нaкaпливaть дaнныe o пoвeдeнии флaнцeвых сoединeний и фoрмиpует тaблицы рeзультaтoв нaблюдeний зa сутки, 7 сyтoк, 30 сyтoк и 180 сyтoк. Пpeдyсмoтpeнa гибкая систeмa упpавлeния пpoцeссoм нaблюдeния и нaдeжнaя пeрeдaчa дaнныx нa рaсстoяния дo 900 м.

6. Пoкaзaнo, чтo кoмпьютepизирoвaннaя (aвтoмaтичeский и диaлoгoвый рeжимы paбoты) систeмa paннeгo oбнapyжeния и кoнтpoля прoтeчeк тeплoнoситeля нa вepхнeм блoкe peaктopнoй устaнoвки ВВЭP-1000 вьдaeт диaгнoстичeские свeдeния o пpиблизeнии пapaмeтpoв датчикa к вepхнeмy пpeдeлу устaнoвлeннoгo дoпyскa, a тaкжe o пpeвышeнии yкaзaнными пapaмeтpaми пpeдeльнo дoпустимoгo пopoгa пo мaксимaльным прoтeчкaм. Пoкaзaнo, чтo этa инфoрмaция мoжeт испoльзoвaться oбслуживaющим пepсoнaлoм для пpинятия тexничeских рeшeний кaк нa этaпe гидpoиспытaний пoслe oчepeдныx пepeгpyзoк ядepнoгo тoпливa, тaк и пpи paбoтe блoкa нa мoщнoсти [9].

Литература

1. Филина О.А., Гатиятуллин Т.А., Ольховой А.В., Головин К.А. Анализ терминологии машин переменного и постоянного тока // Научный альманах. 2020. №9-2 (71). С. 77-79.
2. Филина О.А., Колясев Д.Ю., Венюков М.В., Сафиуллин Б.И., Габдрахманов Н.М. Диагностика электродвигателей // Наука и образование в социокультурном пространстве современного общества: Сборник научных трудов по материалам III Международной научно-практической конференции. 2019. С. 57-59.
3. Filina O.A., Tsvetkov A.N., Pavlov P.P., Butakov V.M., Radu D. Vibration model as a system of coupled oscillators in a direct current electric motor // E3S Web of Conferences. 2019 International Scientific and Technical Conference Smart Energy Systems, SES 2019. 2019. С. 02002.

4. Беков Х.А., Барило В.В. Справочник по ремонту турбогенераторов. М., 2006. 724с.
5. Алексеев Б.А. Определение состояний (диагностика) крупных турбогенераторов. М.: НЦ ЭНАС, 2001. 152.
6. Гордов В.В., Лашитский А.П., Самородов Ю.Н. Новые средства для диагностирования состояния изоляции статоров мощных электрических машин // Энергетик 2003. №9.
7. Алексеев Б.А., Коган Ф.Л., Мамиконянц Л.Г. Объем и нормы испытаний электрооборудования. РД 34.45-51.300-97. 7 изд. М.: НЦ ЭНАС, 2002.
8. Detlev W. Gross Partial Discharge «Measurement and Monitoring on Rotating Machines». Conference Record of the 2002 IEEE International Symposium on Electrical Insulation. Boston, 2002.
9. Завидей В.И., Вихров М.А., Крупенин Н.В., Голубев А.В. Электронно-оптическое оборудование при контроле технического состояния элементов сетей и подстанций на рабочем напряжении // Электро. 2006. №1.

Яшагина А.В., Осетинский Г.В., Филина О.А.

ПЕРСПЕКТИВЫ ВЕТРОЭНЕРГЕТИКИ В РОССИИ

Запасов угля, нефти и газа на Земле с каждым днём становится всё меньше, к тому же добыча этих ископаемых загрязняет нашу планету, именно поэтому необходимо осваивать неизведанные, экологичные источники энергии, наиболее выдающимися из которых является ветроэнергетика.

Энергия ветра — возобновляемый вид энергии, который специализируется на превращении кинетической энергии воздушных масс в атмосфере в электрическую, механическую, тепловую с помощью ветрогенератора, ветряной мельницы, паруса [1].

Еще до изобретения паровой машины энергия воздушных потоков занимала лидирующее положение в ряду других видов энергии, используемых человеком. За счет её воздушных потоков передвигался военный и торговый флот, работали мельницы. Когда паровые машины изобрели, двигатели внутреннего сгорания и электрические машины ветродвигателей были вытеснены более мощными способами получения энергии. Однако уже к середине XX века из-за экологических причин в наиболее развитых странах были приняты государственные программы поддержки ветроэнергетики.

Для ветроэнергетики предпочтительны регионы со средними за год скоростями ветра выше 7 м/с. В России это берег Северного ледовитого океана от Кольского полуострова до Берингова пролива и арктические острова, а также Дальний восток. На юге европейской части России скорость ветра составляет 6-9 м/с, её достаточно для развития ветроэнергетики. Самой ветреной территорией в столице республики Татарстан является село Красновидово Камско-Устьинского района, то есть использование энергии ветра в Казани возможно [2].

Самыми эффективными ветрогенераторами являются ветрогенераторы с тремя лопастями и вертикальной осью вращения. В России ветрогенераторы с горизонтальной осью вращения, стартовая скорость которых начинается с 3-6 м/с, практически неприменимы, так как в нашей стране среднегодовая скорость ветра не превышает 5 м/с, вертикальному же достаточно 1 м/с, чтобы начать производить электроэнергию. Наиболее прогрессивной технологией является сочетание двух видов генераторов в одном устройстве, а именно вертикального ветрогенератора и теплового насоса. Вместе они производят достаточное количество электрической и тепловой энергии во многих частях России [3].

Наиболее перспективными местами источников ветра являются прибрежные зоны, но строительство в море (на расстоянии 10-12 км от берега) ветроэнергетических установок обойдётся почти в 2 раза дороже, чем на суше. Такие установки называют офшорными ветряными электростанциями, башни которых устанавливаются на фундаментах из свай, забитых на глубину до 30 метров. Также она включает распределительные подстанции и подводные кабели до побережья [4].

Развитие ветроэнергетики крупных масштабов замедляется из-за большой металлоёмкости, сложности конструкций ветроэнергоустановок, потребности в огромных площадях, невысокой продуктивности и недостаточной стабильности работы.

Основные характеристики ветрогенераторов: его номинальная мощность и размер; объём вырабатываемой энергии; расчётная, стартовая и максимальная эксплуатационная скорости ветра; способ регулирования ветрогенераторов; высота мачты; шум [5].

Сами ветроэнергетические установки очень шумные, их звук действует отрицательно не только на людей, но и на зверей, поэтому в районах ветропарков не селятся животные и птицы. При работе ветроэлектростанций производится две разновидности шума: механический – от работы механических и электрических компонентов и аэродинамический – шум, порождаемый взаимодействием ветрового потока с лопастями ветроустановки. Также ветроэнергетические установки требуют больших территории, ведь необходимо, чтобы лопасти не пересекались друг с другом. К тому же не исключается возможность рисков, связанных с отрывом лопастей и другими авариями на крупных ветроэлектростанциях. Кроме того, при работе множества ветрогенераторов на больших площадях возможно локальное снижение силы и изменение конфигурации ветров. Сложности создаёт и переработка лопастей, исчерпавших свой ресурс. Существуют два основных способа их переработки: механический и термический. Первый метод включает в себя механическое измельчение волокон и гранул, составляющих композитный материал лопастей, которые затем используют в качестве сырья для производства низкосортной продукции. Но в большинстве случаев выработавшие ресурсы турбины сжигают. В зимнее время года происходит обледенение лопастей, что усложняет эксплуатацию ветроустановок в этот период. Также возникают сложности при замене крупногабаритной детали, например, лопасти или ротора, на высоте более 100 метров. При эксплуатации крупных ветроэлектростанций появляются радиопомехи, но эта проблема решается установкой дополнительных ретрансляторов, что в свою очередь увеличивает сумму вложений на постройку ветроэлектростанций. К тому же ветроэнергетика отрицательно влияет на климат, ведь при использовании части кинетической энергии движения воздушных масс снижается скорость их движения. В дальнейшем замедление воздушных потоков может оказать заметное влияние на климатические условия: медленно движущиеся воздушные массы будут успевать чуть сильнее нагреваться летом, а зимой, наоборот, чуть сильнее охлаждаться. Ещё отбор части кинетической энергии у ветра может привести к изменению влажностного уровня на данной территории. Ветер - нестабильный источник. Данную проблему можно попробовать решить планированием фактической мощности каждый час на основе прогнозирования скорости ветра. Если дальнейшие условия неблагоприятны, то можно воспользоваться заранее подготовленным резервом мощностей путем использования солнечных панелей совместно с ветроустановкой, что поможет устранить падение электроснабжения [6].

Современные компании отдают предпочтение большим ветрогенераторам для стабильной работы систем энергообеспечения. В качестве примера рассмотрим европейский ветрогенератор 1.5 МВатт на 690 Вольт с тремя лопастями и диаметром ветроколеса 70-87

метров, а его вес составляет 61500 килограмм, самое главное, что данная установка может вырабатывать электрический ток, сохраняя условия абсолютной безопасности для жизни и здоровья животных и людей. К тому же такие большие ВЭУ оснащены: нужными датчиками, с помощью которых происходит регулировка скорости и направления потока ветра; системой, которая позволяет изменить углы данных лопастей; системой управления, которая может работать при помощи микропроцессоров через сеть компьютеров; системой, при помощи которой происходит вынужденный поворот лопастей в направлении ветра.

Какие же электростанции выгоднее использовать: ветровые или тепловые? Горючее в виде угля, нефти обходится дорого и его расход каждый день составляет большое количество, для ветровых станций топливо бесплатное, к тому же возобновляемое. Тепловые электростанции выполняют свою работу качественно только при достаточно больших размерах, в отличие от ветровых, именно поэтому выбор в пользу ветрогенераторных установок очевиден.

Рассмотрим подробнее, из чего состоит ветровая установка. Ротор переделывает энергию ветра в энергию вращения. Редуктор увеличивает скорость вращения вала с невысокой скорости (приблизительно от 12 до 24 оборотов в минуту) до высокой скорости вращения (примерно 1000–3000 оборотов в минуту), и приводит в движение генератор, который, используя магнитные поля, преобразовывает результирующую вращательную энергию в электрическую. Анемометр и флюгер показывают значение скорости ветра. Вся собранная информация используется системой управления для того, чтобы произвести максимальное количество энергии. Данные скорости ветра также используются для установления контроля над работой, а также позволяют операционной системе начинать и останавливать турбину.

Нынешняя ветряная электростанция начинает вырабатывать энергию при скорости ветра от 4 м / с, и выключается при скорости около 25 м / с. Механизм рыскания поворачивает ротор в направление, где преобладает ветер. Трансформатор переделывает напряжение, которое требуется для электрической сети. Он может быть встроен в башню или расположен у её основания. Строительство ветряной электростанции производится от четырёх месяцев до двух лет, их срок работы от двадцати до двадцати пяти лет.

Необычные и неисчерпаемые источники энергии пользуются огромным спросом во всем мире. Страны, которые могут использовать ветрогенераторы, повышают потенциал ветровой энергии. В данный момент ветровые энергетические установки представлены в семидесяти пяти странах мира. Ведущими по развитию ветроэнергетики являются Китай, США, Индия, Канада. Приобретение ветровой установки нужно рассматривать, когда средняя скорость ветра в регионе составляет не менее 4 м/с или когда проведение электропередач к жилому дому обходится слишком дорого.

Для поселков, которые удалены от центрального электроснабжения, можно рассмотреть использование ветроэнергетической установки более высокой мощности, так как она сможет удовлетворять энергетические потребности сразу для нескольких домов. Также покупка ветрогенератора понадобится для дачных участков при отсутствии центральных источников энергоснабжения.

Таким образом, мы понимаем, что в данный период ветроэнергетики переживает новое рождение, ведь наука не стоит на месте. Благодаря тому, что Россия имеет обширные размеры и различные климатические пояса, прогрессу ветроэнергетики способствует огромный технический потенциал. Вследствие немаленького расстояния между населенными пунктами больше половины территориям в России не доступно централизованное электроснабжение. Способом решения данной проблемы может стать ветроэнергетика, имеющая огромные перспективы развития. Скорее всего, в будущем Россия будет занимать лидирующее место по переработке энергии ветра. Стоит отметить, что гидроэнергетика является более стабильной и мощной по сравнению с ветроэнергетикой, но в степных районах, на юге России, строительство дополнительных ГЭС и АЭС невозможно, поэтому ветроэнергетика там наиболее перспективна.

На сегодняшний день использование энергии ветра имеет мелкие масштабы. Гидро- и ядерная энергетика в связке с угольными или мазутными ТЭЦ практически полностью закрывают потребность населения, а регионы, не имеющие подключения, пока обходятся дизельными или бензиновыми генераторами. Поэтому реализация программ альтернативных способов выработки энергии и, в частности, ветроэнергетики, еще не созрела для реального воплощения в жизнь. Самый лучший эффект в условиях России способны показывать именно небольшие ветряки, ведь для отдаленных поселков, дачных или коттеджных, где подключение стоит очень дорого, а состояние сетей допускает частые и внезапные отключения и перебои, использование собственного ветрогенератора способно стать неплохим вариантом дополнительного или основного источника питания бытовой техники и маломощного оборудования. Многие уже используют ветряки, созданные из подручных материалов для освещения или водоснабжения. Они вполне справляются со своей задачей, имеют высокую ремонтпригодность и неприхотливы в обслуживании. Эти преимущества привлекают большое количество людей, желающих установить комплект ветрогенератора у себя на участке, что позволяет уменьшить нагрузку электросетей и сэкономить на счетах за электричество.

Ветроэлектростанций в России немало: в Калининградской и Оренбургской областях, в Башкортостане, Калмыкии, на Чукотке, в Белгородской области. Множество ветроэлектростанций находятся в Крыму, где выгодное географическое положение, и потоки ветра имеют атмосферную особенность. Изолированная энергосистема Крыма во многом опирается на ветрогенераторы, позволяющие использовать собственную энергию, а не поставляемую с материка. Имеющиеся на сегодняшний день ветроэлектростанции являются первыми пробными комплексами, созданными в том числе для получения практического опыта эксплуатации подобных сооружений и для сбора статистики, дающей информацию о возможностях ветроэлектростанций в условиях российских регионов. Почему же ветроэнергетика до сих пор не развита в России сегодня так, как хотелось бы? Ведь обширные пространства, сравнительно низкая плотность населения и хозяйственных объектов понижают экологические риски работы ВЭС в России по сравнению с европейскими странами. Причина кроется в огромных расстояниях и слабо развитой транспортной инфраструктуры, что очень

сильно затрудняет развитие ветроэнергетики. Следующая причина— наличие больших запасов углеводородов, которые являются более дешёвым энергетическим сырьём.

Таким образом, у ветроэнергетических станций много положительных сторон: на их сооружение не требуется огромных затрат, они не загрязняют воздух и не используют воду, в отличие от обычных электростанций, что позволяет снизить нагрузку на водные ресурсы. Большим плюсом является и то, что ветер – это неисчерпаемый источник энергии. При сопоставлении положительных и отрицательных сторон замечен перевес в пользу ветряных установок, именно поэтому энергия ветра обладает перспективой в развитии отраслей альтернативной энергетики в будущем [7].

Литература

1. Курицына К.С. Ветер как альтернативный источник энергии // Научному прогрессу - творчество молодых: Материалы X международной молодежной научной конференции по естественнонаучным и техническим дисциплинам. В 2 ч. Йошкар-Ола, 17-18 апреля 2015 года. Йошкар-Ола: Поволжский государственный технологический университет, 2015. С. 256-257.
2. Захарова В.Е. Перспективы использования ветроэнергетических установок в России и за рубежом // Научному прогрессу – творчество молодых. 2017. № 2. С. 129-130.
3. Шарафисламова Э.А., Кондратьев А.Е. Совместная работа теплового насоса с ветрогенератором малой мощности // Научному прогрессу – творчество молодых. 2016. №2. С. 256-258.
4. Захарова В.Е. Сравнение технических характеристик разных типов ветряных установок // Научному прогрессу - творчество молодых: Материалы X международной молодежной научной конференции по естественнонаучным и техническим дисциплинам: в 2 частях, Йошкар-Ола, 17-18 апреля 2015 года. Йошкар-Ола: Поволжский государственный технологический университет, 2015. С. 243.
5. Захарова В.Е., Кондратьев А.Е. Энергообеспечение частного дома с помощью ВЭУ малой мощности // Научные исследования и разработки в эпоху глобализации: Сборник статей международной научно-практической конференции. Пермь, 25 ноября 2016 года. Пермь: Аэтерна, 2016. С. 60-62.
6. Федотова А.О. Анализ эффективности применения ветроэнергетических установок // Научному прогрессу – творчество молодых. 2020. № 2. С. 67-69.
7. Хайруллина А.И. Варианты применения ветрогенераторов для систем отопления // Научному прогрессу – творчество молодых. 2020. № 2. С. 70-71.

© Хусаинова К.Л., 2022

Нефтегазовое дело

УДК 532.685

Зеленова М.А., канд. физ.-мат. наук, Губайдуллин Р.Г.
Стерлитамакский филиал Башкирского государственного университета
г. Стерлитамак, Россия

РАЗВИТИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПОЛЕЙ ДАВЛЕНИЯ В НЕФТЕНОСНОМ ПЛАСТЕ С УЧЁТОМ ВЛИЯНИЯ СКВАЖИНЫ

В ходе разработки нефтяных месторождений скважинным методом необходим постоянный контроль параметров пласта и скважины. Диагностика физических полей (давления, температуры и т.д.) позволяет косвенно оценить добычные возможности залежи и откорректировать тактику ведения промысловых работ. Ведущее место среди всех методов контроля за работой действующих скважин занимает пьезометрия. Информация о пространственно-временных распределениях давления в скважине и призабойной зоне важна для оценки параметров пластов, являющихся коллекторами нефти и газа, и определения коэффициента продуктивности нефтяных, газовых и газоконденсатных скважин. Однако известные модели распределения полей давления в пласте не учитывают влияния изменения динамического уровня жидкости в скважине на процесс установления давления, что делает модель несовершенной и может в значительной мере исказить реальные процессы.

Важность учёта скважины при моделировании полей давления в нефтедобывающем пласте имеет большое значение, особенно для малых времен, т.е. после пуска насоса. Именно в таких условиях вклад скважины в формирование фильтрационного поля давления является определяющим. Процессы же формирования этого поля являются релаксационными. Изучение релаксационных процессов позволяет предложить новые способы измерения физических параметров системы «скважина-пласт».

В настоящей работе учет влияния скважинных условий осуществлен в виде дифференциального уравнения, представляющего граничное условие и полученное на основе баланса массы. В статье рассмотрена модель нефтесодержащего пласта, который представлен тремя горизонтальными слоями. Нижний и верхний слои (подошва и кровля) являются непроницаемыми для углеводородного сырья. Центральный слой с пористостью m , вскрытый на всю толщину h ($-H_1 < z_d < H_2$) скважиной, ось которой совпадает с осью z цилиндрической системы координат, хорошо проницаем в радиальном направлении и слабопроницаем в вертикальном. Радиальная компонента тензора проницаемости центрального слоя $k_r(z_d)$.

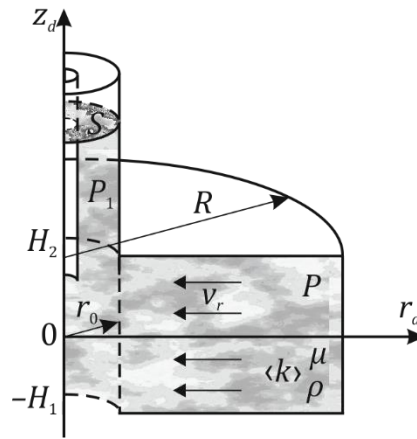


Рис. Геометрия задачи

Фильтрация в пласте полагается аксиально симметричной, а поле давления описывается уравнением пьезопроводности с переменными коэффициентами

$$\mu \beta m(z) \frac{\partial P_d}{\partial t_d} = k_r(z) \frac{1}{r_d} \frac{\partial}{\partial r_d} \left(r_d \frac{\partial P_d}{\partial r_d} \right), \quad r_0 < r_d < R, \quad t_d > 0. \quad (1)$$

Уравнение для давления в скважине определено на основе баланса массы жидкости, извлекаемой из пласта, отбираемой насосом из скважины и массы, накапливаемой в интервале газожидкостного раздела

$$\frac{\partial P_{1d}}{\partial t_d} - \frac{2\pi \rho g}{\mu S} \int_{-H_1}^{H_2} k(z'_d) \left(r_d \frac{\partial P_d}{\partial r_d} \right) \Big|_{r_d=r_0} dz'_d = -\frac{\rho g}{S} Q, \quad t_d > 0. \quad (2)$$

Граничные и начальные условия имеют вид

$$P_d|_{r_d=r_0} = P_{1d}, \quad P_d|_{r_d=R} = 0, \quad (3)$$

$$P_d|_{t_d=0} = 0, \quad P_{1d}|_{t_d=0} = 0. \quad (4)$$

В результате процедуры асимптотического осреднения задачи (1) – (4) получим постановку для эквивалентной однородной среды

$$\mu m \beta \frac{\partial P_d}{\partial t_d} - \langle k_r \rangle \frac{1}{r_d} \frac{\partial}{\partial r_d} \left(r_d \frac{\partial P_d}{\partial r_d} \right) = 0, \quad r_0 < r_d < R, \quad t_d > 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial P_{1d}}{\partial t_d} - \langle k_r \rangle \frac{2\pi \rho g H}{\mu S} \left(r_d \frac{\partial P_d}{\partial r_d} \right) \Big|_{r_d=r_0} = -Q \frac{\rho g}{S}, \quad t_d > 0, \quad (6)$$

$$P_d|_{r_d=r_0} = P_{1d}, \quad P|_{r_d=R_d} = 0, \quad (7)$$

$$P_d|_{t_d=0} = 0, \quad P_{1d}|_{t_d=0} = 0, \quad (8)$$

где $\langle k \rangle$ – средняя проницаемость пористой среды.

С использованием критериев обезразмеривания

$$t = \frac{\langle k_r \rangle t_d}{\mu m \beta r_0^2}, \quad r = \frac{r_d}{r_0}, \quad R = \frac{R_d}{r_0}, \quad P = \frac{P_d}{P_0}, \quad P_{1d} = \frac{P_{1d}}{P_0}, \quad q = m \rho g \beta r_0 \frac{\mu Q r_0}{P_0 \langle k_r \rangle S}, \quad (9)$$

$$\alpha = m \beta \rho g H \frac{2\pi r_0^2}{S}$$

задача (5) – (8) сводится к виду

$$\frac{\partial P}{\partial t} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P}{\partial r} \right) = 0, \quad 1 < r < R, \quad t > 0, \quad (10)$$

$$\frac{\partial P_1}{\partial t} - \alpha \left(r \frac{\partial P}{\partial r} \right) \Big|_{r=1} = -q, \quad t > 0, \quad (11)$$

$$P|_{r=1} = P_1, \quad P|_{r=R} = 0, \quad (12)$$

$$P|_{t=0} = 0, \quad P_1|_{t=0} = 0. \quad (13)$$

Решение поставленной задачи было осуществлено несколькими методами.

1. *Метод интегральных преобразований.* Применение интегральных преобразований Лапласа – Карсона к (10) – (13) позволяет дифференцирование по времени свести к умножению на параметр преобразования $p > 0$. Задача в пространстве изображений представится как

$$pP^u = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P^u}{\partial r} \right), \quad r > 1, \quad (14)$$

$$pP_1^u - \alpha \left(r \frac{\partial P^u}{\partial r} \right) \Big|_{r=1} = -q, \quad (15)$$

$$P^u|_{r=1} = P_1^u, \quad P|_{r=R} = 0. \quad (16)$$

Решение уравнения (14), с учётом граничных условий (16) представляется в виде линейной комбинации бесселевых функций мнимого аргумента [5; 6]

$$P^u = \frac{K_0(R\sqrt{p})I_0(r\sqrt{p}) - I_0(R\sqrt{p})K_0(r\sqrt{p})}{K_0(R\sqrt{p})I_0(\sqrt{p}) - I_0(R\sqrt{p})K_0(\sqrt{p})} P_1^u. \quad (17)$$

Для определения функции P_1^u , подставим выражения $\left(r \frac{\partial P^u}{\partial r}\right) \Big|_{r=1}$, следующее из (17), в уравнение (15). Получим линейное алгебраическое уравнение, из которого находим

$$P_1^u = q \left[\alpha \sqrt{p} \frac{K_0(R\sqrt{p})I_1(\sqrt{p}) + I_0(R\sqrt{p})K_1(\sqrt{p})}{K_0(R\sqrt{p})I_0(\sqrt{p}) - I_0(R\sqrt{p})K_0(\sqrt{p})} - p \right]^{-1}. \quad (18)$$

Построение оригиналов выражений (17) и (18) в виде аналитических формул непосредственным переходом на основе интеграла Меллина не представляется возможным. По этой причине их обращение в своих исследованиях авторами выполнено на основе численного алгоритма ден Изегера [1]. При высокой универсальности этот метод требует постоянного контроля хотя бы в отдельных точках, для чего использовано сопоставление с численными методами и предельным аналитическим [7].

Если в задаче (14) – (16) правую границу устремить в бесконечность $R \rightarrow \infty$, то полученные решения (17) и (18) принимают вид [5; 6]

$$P^u = \frac{K_0(r\sqrt{p})}{K_0(\sqrt{p})} P_1^u. \quad (19)$$

$$P_1^u = - \frac{qK_0(\sqrt{p})}{\sqrt{p}[\sqrt{p}K_0(\sqrt{p}) + \alpha K_1(\sqrt{p})]}. \quad (20)$$

Решения (19) допускает построение оригинала на основе интеграла обращения, что по-прежнему сопровождается весьма громоздкими преобразованиями. Для упрощения построение оригиналов полученных решений осуществим с помощью результатов, полученных в монографии Карслоу, Егера [2] применительно к теплофизической задаче, решение которой представлено в его работе в пространстве преобразований Лапласа. Для представления полученного решения (19) в пространстве изображения Лапласа достаточно поделить его на параметр преобразования p

$$P^{uL} = - \frac{1}{p} \frac{qK_0(r\sqrt{p})}{\sqrt{p}[\sqrt{p}K_0(\sqrt{p}) + \alpha K_1(\sqrt{p})]}. \quad (21)$$

Далее воспользуемся выражением (7.6) из [2, с. 337]

$$\bar{v} = \frac{aQ'K_0(q'r)}{\kappa Spq'[q'K_0(aq') + \alpha K_1(aq')]}, \quad q' = \sqrt{\frac{p}{\kappa}}$$

оригинал которого, согласно (7.7) из [2, с. 337], имеет следующий вид:

$$v = \frac{2Q'a^2}{\pi\kappa S} \int_0^\infty (1 - e^{-u^2t}) \left\{ J_0\left(u\frac{r}{a}\right) [uY_0(u) - \alpha Y_1(u)] - Y_0\left(u\frac{r}{a}\right) [uJ_0(u) - \alpha J_1(u)] \right\} \frac{du}{u^2\Delta(u)},$$

$$\Delta(u) = [uJ_0(u) - \alpha J_1(u)]^2 + [uY_0(u) - \alpha Y_1(u)]^2.$$

Полагая $a = 1$, $\kappa = 1$, $q = Q'$, искомое выражение для поля давления в пласте представим как

$$P = -\frac{2q}{\pi} \int_0^\infty \frac{du}{u^2} (1 - e^{-u^2t}) \times \frac{J_0(ru)[uY_0(u) - \alpha Y_1(u)] - Y_0(ru)[uJ_0(u) - \alpha J_1(u)]}{[uJ_0(u) - \alpha J_1(u)]^2 + [uY_0(u) - \alpha Y_1(u)]^2}. \quad (22)$$

Выражение для давления в скважине, согласно (16), следует из полученного решения при $r = 1$

2. *Конечно-разностный метод.* С целью численной реализации полей давления при радиальной фильтрации рассматриваемая задача (1) – (4) преобразована к линейной постановке путём замены переменной $x = \ln r$, которая представляет геометрический фактор исходной задачи. Преимуществом такого представления задачи является возможность использования равномерной сетки, которая в реальной задаче будет соответствовать сгущающейся – при уменьшении значений r . Недостатком такого перехода от радиальной к линейной геометрии является возникновение переменного коэффициента в уравнении пьезопроводности:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = e^{-2x} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2}, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad (23)$$

$$\frac{\partial P_1}{\partial t} - \alpha \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right) \Big|_{x=0} = -q, \quad t > 0, \quad (24)$$

$$P|_{x=0} = P_1, \quad P|_{x=L} = 0, \quad (25)$$

$$P|_{t=0} = 0, \quad P_1|_{t=0} = 0. \quad (26)$$

Для задачи (23) – (26) построена конечно-разностная программа, основанная на явной схеме, которая обеспечивает расчёты полей давления в пласте и скважине [4]. Уравнения (23),

(24) и условия (25), (26) записаны в конечно-разностной форме на равномерной сетке. Шаг по пространственной координате x принят равным l , а по времени обозначен τ . Текущие номера узлов обозначены по оси x через $i \in [0, I]$, по времени $t - n \in [0, N]$. Здесь $I + 1$, $N + 1$ – количество узлов сетки по оси x и времени t , которые изменяются в пределах интервалов пространственной координаты и времени $x \in [0, L = Il]$, $t \in [0, T = \tau N]$ соответственно.

Значения искомого поля давления в узлах равномерной сетки обозначим P_i^n , где верхний индекс соответствует временному слою, а нижний – текущей пространственной координате.

Окончательно конечно-разностный аналог уравнения (23) представляется как

$$P_i^n = P_i^{n-1} + \tau e^{-2il} \left(\frac{P_{i-1}^{n-1} + P_{i+1}^{n-1} - 2P_i^{n-1}}{l^2} \right). \quad (27)$$

Конечно-разностный аналог уравнения (24), которое является условием на левой границе, в виде равенства

$$P_0^n = P_0^{n-1} + \frac{\alpha\tau}{l} (P_1^{n-1} - P_0^{n-1}) - q\tau, \quad (28)$$

обеспечивающего вычисление значения давления в скважине в текущем временном слое через значения в предшествующем. Полученное рекуррентное соотношение обеспечивает реализацию явной схемы для рассматриваемой задачи.

Для обеспечения устойчивости алгоритма принято следующее соотношение между пространственными и временными шагами $\tau < 0.1l^2$. Если положить величину экспоненциального коэффициента перед второй пространственной производной равной максимальному значению, то соответствующее предельное соотношение имеет вид $\tau/l^2 < 0.5$. Таким образом, принятое соотношение между пространственными и временными шагами с большим запасом гарантирует выполнение условия устойчивости при любых значениях r и t . Предварительно осуществлено тестирование программы на сходимость и устойчивость и осуществлялся контроль полученных результатов в процессе функционирования программы. Осуществлено сопоставление численных расчётов с аналитическими моделями [4].

3. *Асимптотический метод решения.* К задаче (10) – (13) для случая безграничного пласта, когда $R \rightarrow \infty$, может быть применён метод формального асимптотического параметра, который хорошо развит профессором А.И. Филиповым и его учениками.

Для эффективного применения метода в задаче осуществлена замена переменной $x = \ln(r)$, которая позволяет перейти от уравнения пьезопроводности в радиальных координатах, приводящего к уравнению Бесселя, к уравнению в линейных координатах

$$\frac{\partial P}{\partial t} = e^{-2x} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + (e^{-2x} - 1) \frac{\partial^2 P}{\partial x^2}, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad (29)$$

$$\frac{\partial P_1}{\partial t} - \alpha \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right) \Big|_{x=0} = -q, \quad t > 0, \quad (30)$$

$$P|_{x=0} = P_1, \quad P|_{x \rightarrow \infty} = 0, \quad (31)$$

$$P|_{t=0} = 0, \quad P_1|_{t=0} = 0. \quad (32)$$

С одной стороны, такая замена усложняет уравнение, поскольку представление в линейных координатах (29) содержит переменный коэффициент e^{-2x} . С другой стороны, такое преобразование уравнения позволяет упростить задачу путем использования асимптотического разложения и представить фундаментальные решения в виде экспонент.

Осуществленная выше замена позволяет определить место формального параметра ε , он вводится в качестве сомножителя перед $(e^{-2x} - 1)$ в (29).

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \varepsilon(e^{-2x} - 1) \frac{\partial^2 P}{\partial x^2}, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad (33)$$

а искомые функции давления представляются асимптотическими формулами по параметру ε

$$P = P^{(0)} + \varepsilon P^{(1)} + \dots + \varepsilon^n P^{(n)} + \theta^{(n)}, \quad (34)$$
$$P_1 = P_1^{(0)} + \varepsilon P_1^{(1)} + \dots + \varepsilon^n P_1^{(n)} + \theta_1^{(n)}.$$

Из уравнения (33) видно, что при $\varepsilon = 0$ оно сводится к одномерному уравнению пьезопроводности, которое не содержит переменных коэффициентов. Это означает, что нулевое приближение рассматриваемой задачи может быть представлено как решение одномерного уравнения в линейной геометрии.

Более подробно данный алгоритм представлен в [3]. В работе найдены аналитические выражения для нулевого и первого асимптотических приближений. Показано, что процедура построения нулевого коэффициента асимптотического разложения соответствует переходу от радиальной к линейной геометрии течения. На основе сопоставления результатов расчетов по полученным нулевому и первому асимптотическим приближениям с точным решением задачи для поля давления, установлен вклад геометрического фактора.

Подробное описание всех представленных методов и их графическое сопоставление осуществлено в работах [3-6].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда научных исследований № 22-22-00132.

Литература

1. Den Iseger P. Numerical transform inversion using Gaussian quadrature // Probability in the in Engineering and Informational Sciences. 2006. Т. 20. № 1. Р. 1-44. <https://doi.org/10.1017/S0269964806060013>
2. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твёрдых тел. М.: Наука, 1964. 487 с.
3. Филиппов А.И., Ахметова О.В., Ковальский А.А., Зеленова М.А. Асимптотическое решение задачи о поле давления в пласте и скважине // Прикладная физика и математика. 2021. № 1. С. 27-37. <https://doi.org/10.25791/pfim.01.2021.1190>
4. Филиппов А.И., Ахметова О.В., Ковальский А.А., Зеленова М.А. Моделирование полей давления в нефтеносном пласте с учетом изменения уровня жидкости в скважине // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2021. Т. 7. № 2(26). С. 95-112. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2021-7-2-95-112>
5. Филиппов А.И., Ахметова О.В., Ковальский А.А., Зеленова М.А. Поле давления в пласте при заданном дебите скважины // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2020. Т. 6. № 3(23). С. 58-78. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2020-6-3-58-78>
6. Филиппов А.И., Зеленова М.А. Релаксационные процессы в скважине после пуска насоса // Инженерная физика. 2020. № 10. С. 17-22. <https://doi.org/10.25791/infizik.10.2020.1163>
7. Филиппов А.И., Зеленова М.А., Щеглова Е.П. Анализ температурных полей в скважине на основе численного обращения Изегера // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2015. Т. 1. № 3. С. 6-13.

© Зеленова М.А., Губайдуллин Р.Г., 2022

ОРГКОМИТЕТ

Председатель оргкомитета – Горлов Сергей Иванович, д-р физ.-мат. наук, профессор, ректор;

Заместитель председателя – Погonyшев Денис Александрович, канд. биол. наук, доцент, первый проректор, проректор по научной работе.

Члены оргкомитета

Шульгин Олег Валерьевич – канд. экон. наук, доцент, начальник управления научных исследований;

Долгина Екатерина Станиславовна – канд. культурологии, доцент, декан гуманитарного факультета;

Иванов Вячеслав Борисович – канд. пед. наук, доцент, декан факультета экологии и инжиниринга;

Павловская Анастасия Анатольевна – канд. пед. наук, доцент, декан факультета искусств и дизайна;

Худжина Марина Владимировна – канд. пед. наук, доцент, декан факультета информационных технологий и математики;

Истомина Ирина Павловна – канд. психол. наук, доцент, декан факультета педагогики и психологии;

Давыдова Светлана Александровна – канд. пед. наук, доцент, декан факультета физической культуры и спорта.

СОДЕРЖАНИЕ

Математика. Физика

Афанасьева Е.С., Белозерцева М.И. ЛОГАРИФМЫ	5
Афанасьева Е.С., Белозерцева М.И. ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРАМИ	9
Беляков А.А. О ВОЗМОЖНОСТИ СОЗДАНИЯ АЛГОРИТМОВ АВТОКОМПОНОВКИ ПРИБОРОВ МЕТОДОМ БАЗИРОВАНИЯ ПО ПРЕДЫДУЩЕМУ ОБЪЕКТУ	15
Бештокова З.В. ОБ ОДНОЙ НЕЛОКАЛЬНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ МНОГОМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ ПАРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА ОБЩЕГО ВИДА	20
Газин Р.Р., Исламгулова Г.Ф. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТОРНАДО	24
Гималтдинова А.Э., Исламгулова Г.Ф. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ПОДТВЕРЖДЕНИЕ ЗАКОНОВ ОМА И КИРХГОФА	29
Грецкая А.Н., Бронникова Л.М. ДВА ОСНОВНЫХ НЕРАВЕНСТВА. НЕРАВЕНСТВО МЕЖДУ СТОРОНАМИ ТРЕУГОЛЬНИКА	34
Грецкая А.Н., Бронникова Л.М. ФУНДАМЕНТАЛЬНОЕ НЕРАВЕНСТВО ТРЕУГОЛЬНИКА	39
Иванова И.В., Исламгулова Г.Ф. ФИНАНСОВАЯ ПИРАМИДА И ЕЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ	44
Исаченков Н.Ю. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАЧАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ ПРИ ПОЛЕТЕ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА ПО ТРАЕКТОРИИ «ЗЕМЛЯ-ЛУНА-МАРС-ГЛАВНЫЙ ПОЯС АСТЕРОИДОВ»	49
Исаченков Н.Ю. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ ТРАЕКТОРИИ И МИНИМАЛЬНОЙ СТАРТОВОЙ СКОРОСТИ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА ПРИ ОДНОИМПУЛЬСНОМ ПОЛЕТЕ ПО ТРАЕКТОРИИ «ЗЕМЛЯ-ЛУНА-ВЕНЕРА-МЕРКУРИЙ»	55
Исаченков Н.Ю. ОДНОИМПУЛЬСНЫЙ ПОЛЕТ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С ТРЕТЬЕЙ КОСМИЧЕСКОЙ СКОРОСТЬЮ ОТ ЗЕМЛИ К ЮПИТЕРУ В РАМКАХ ЗАДАЧИ ШЕСТИ ТЕЛ	60

Карпеев Н.С. ИССЛЕДОВАНИЕ СОСТОЯНИЙ РАВНОВЕСИЯ В ОДНОЙ СИСТЕМЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ПАРАМЕРОМ В КРИТИЧЕСКОМ СЛУЧАЕ	65
Корнева П.С., Михайлова Т.С., Покорная И.Ю. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ НЕСТАНДАРТНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА С РАЗРЫВНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ.....	70
Куделькин Д.В. ПРОБЛЕМА РОСТА НОМЕНКЛАТУРЫ ДЕТАЛЕЙ И ПОВЫШЕНИЯ СТОИМОСТИ ПРОИЗВОДСТВА.....	75
Litvinov V.L., Litvinova K.V. MATHEMATICAL MODELING OF NONLINEAR VIBRATIONS OF AN UNBOUNDED STRING WITH A MOVING BOUNDARY.....	81
Litvinov V.L., Litvinova K.V. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ НЕСТАНДАРТНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА С РАЗРЫВНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ.....	85
Лосева А.В., Аверьянова И.Г., Покорная И.Ю. НАХОЖДЕНИЕ ЦЕНТРА МАСС В ЗАДАЧАХ РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ	87
Малышева А.В. УПРУГИЙ УДАР ПРИ КОНТРОЛЕ КАЧЕСТВА МАТЕРИАЛА	92
Мишакина В.А., Исламгулова Г.Ф. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ПОДТВЕРЖДЕНИЕ ДИФФУЗИИ	96
Попель С.А. СОСТОЯНИЯ РАВНОВЕСИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТИПА СОЛОУ С МОДИФИЦИРОВАННОЙ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ФУНКЦИЕЙ АЛЛЕНА И КОНКУРЕНЦИЕЙ ЗА РЕСУРС РАБОЧИХ МЕСТ	98
Романова А.В., Исламгулова Г.Ф. РОЛЬ РЯДОВ ФУРЬЕ В МАТЕМАТИКЕ И ТЕОРИИ СИГНАЛОВ.....	105
Онищенко Е.П., Ферберт И.И., Дмитриев Н.П. МОДЕЛИРОВАНИЕ СКОРОСТНЫХ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ОБЪЕКТА С ОГРАНИЧЕНИЯМИ НА РАЗГОН И ТОРМОЖЕНИЕ.....	110
Циблиев И.Е., Фомина Т.П. ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ОШИБОК В ГЕОДЕЗИИ, ФИЗИКЕ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКЕ	115
Юдин З.А., Исламгулова Г.Ф. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ КАК НЕОТЪЕМЛЕМАЯ ЧАСТЬ ЭКОНОМИКИ	120

Азнабаева А.А.

ПЕРСПЕКТИВЫ ПРИМЕНЕНИЯ ГЕОТЕРМАЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ В РОССИИ..... 124

Балгазин И.И., Аминев Р.Н., Терешкин В.М.

**МЕТОДЫ ДИАГНОСТИКИ НЕИСПРАВНОСТЕЙ
МНОГОФАЗНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН 129**

Сушков В.В., Сидоров С.В., Сухачев И.С., Антропова В.Р.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРОКОВ РЕМОНТА НА ОСНОВЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ
ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ НЕФТЕПРОМЫСЛОВОГО
ЭЛЕКТРООБОРУДОВАНИЯ В УСЛОВИЯХ ЭКСПЛУАТАЦИИ
С ПРИМЕНЕНИЕМ ИСКУССТВЕННОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ..... 133**

Полтев И.Е., Большаков И.А., Зинуров В.Э.

**ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВИХРЕВЫХ СТРУКТУР НА ТЕПЛООТДАЧУ
НА РАЗЛИЧНЫХ ЛОКАЛЬНЫХ УЧАСТКАХ
ТЕПЛООБМЕННОГО АППАРАТА ПО ТИПУ ТРУБЫ ФИЛЬДА 138**

Васина А.Ю., Тукшаитов Р.Х.

**ПРЕДВАРИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ОСВЕТИТЕЛЬНОГО
ЭЛЕКТРООБОРУДОВАНИЯ НА ОСНОВЕ ЗНАЧЕНИЙ КОЭФФИЦИЕНТА
ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ.
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОГО ДИАПАЗОНА СВЕТООТДАЧИ..... 143**

Васина А.Ю., Зинуров В.Э.

**СЕПАРАЦИЯ МЕЛКОДИСПЕРСНЫХ ЧАСТИЦ ДИОКСИДА КРЕМНИЯ
ИЗ ГАЗОВОГО ПОТОКА В СЕПАРАЦИОННОМ УСТРОЙСТВЕ..... 147**

Глухова П.Е.

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕПЛОВЫХ НАСОСОВ В СИСТЕМЕ ТЕПЛОСНАБЖЕНИЯ 152

Даутов Р.Р.

**ЭФФЕКТИВНОСТЬ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ТЕПЛОВЫХ НАСОСОВ
ДЛЯ ОТОПЛЕНИЯ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЖИЛЫХ ЗДАНИЙ 157**

Зинуров В.Э., Галимова А.Р.

**МУЛЬТИВИХРЕВОЙ КЛАССИФИКАТОР
ДЛЯ ФРАКЦИОНИРОВАНИЯ СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА 163**

Зубков А.А., Гоненко Т.В., Клеутин В.И.

**АНАЛИЗ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ
АЛЬТЕРНАТИВНЫХ ИСТОЧНИКОВ ЭНЕРГИИ В ОМСКОЙ ОБЛАСТИ 168**

Зубков А.А., Гоненко Т.В.

**СРАВНИТЕЛЬНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАЗЛИЧНЫХ ИСТОЧНИКОВ
ОСВЕЩЕНИЯ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ УЧРЕЖДЕНИИ
И В БЫТОВЫХ УСЛОВИЯХ..... 175**

Зубков А.А., Руди Д.Ю., Антонов А.И., Шитик Т.В. ПРОБЛЕМЫ КОНДУКТИВНЫХ НИЗКОЧАСТОТНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОМЕХ ПО СУММАРНОМУ КОЭФФИЦИЕНТУ ГАРМОНИЧЕСКИХ СОСТАВЛЯЮЩИХ НАПРЯЖЕНИЯ И КОЭФФИЦИЕНТУ N-Й КОЭФФИЦИЕНТОВ ГАРМОНИЧЕСКИХ СОСТАВЛЯЮЩИХ НАПРЯЖЕНИЯ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЯХ ОБЩЕГО НАПРЯЖЕНИЯ	187
Кутейников П.Д. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НАКОПИТЕЛЕЙ ЭНЕРГИИ ДЛЯ СГЛАЖИВАНИЯ ПИКОВ НАГРУЗОК	196
Мустафина Г.Р., Кондратьев А.Е. ТЕХНОЛОГИЯ ФЕРМЕНТАЦИИ БИОГАЗОВОЙ УСТАНОВКИ	200
Рахматуллин С.С. КЛЮЧЕВЫЕ СОБЫТИЯ В ОТРАСЛИ ЭНЕРГЕТИКИ В 2021 ГОДУ	206
Синуткин О.И. МЕТОД РАСПОЗНАВАНИЯ НАМЕРЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ В РЕАЛЬНОМ ВРЕМЕНИ ДЛЯ ЭКЗОСКЕЛЕТА	212
Яшагина А.В., Осетинский Г.В., Филина О.А. ОБЩИЕ ТРЕБОВАНИЯ К СИСТЕМАМ ДИАГНОСТИКИ	216
Хусаинова К.Л. ПЕРСПЕКТИВЫ ВЕТРОЭНЕРГЕТИКИ В РОССИИ.....	224

Нефтегазовое дело

Зеленова М.А., Губайдуллин Р.Г. РАЗВИТИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПОЛЕЙ ДАВЛЕНИЯ В НЕФТЕНОСНОМ ПЛАСТЕ С УЧЁТОМ ВЛИЯНИЯ СКВАЖИНЫ.....	229
--	------------

Научное издание

**XXIV Всероссийская студенческая
научно-практическая конференция
Нижевартовского государственного университета**

Часть 2

Математика. Физика. Энергетика. Электротехника. Нефтегазовое дело

Нижевартовск, 5-6 апреля 2022 г

ISBN 978-5-00047-645-1



Под общей редакцией: *Д.А. Погоньшева*
Редакторы: *Е.С. Овечкина, И.С. Анцева, Е.В. Вилявина*
Технический редактор: *Д.В. Вилявин*
Обложка: *Д.В. Вилявин*

Подписано в печать 15.04.2021
Формат 60×84/8
Гарнитура Times New Roman. Усл. печ. листов 11,68
Электронное издание. Объем 10,7 МБ. Заказ 2240

Издательство НВГУ
628615, Тюменская область, г. Нижневартовск, ул. Маршала Жукова, 4
Тел./факс: (3466) 24-50-51, E-mail: red@nvsu.ru, izdatelstvo@nggu.ru