

На правах рукописи



Поздеев Максим Леонидович

**РАСЧЕТ СТЕН ИЗ НЕАРМИРОВАННЫХ
КАМЕННЫХ КЛАДОК ПРИ ПЛОСКОМ
НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ С УЧЕТОМ
ФИЗИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ И АНИЗОТРОПИИ**

2.1.9. Строительная механика

АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ
на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Нижний Новгород, 2025

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет».

Научный руководитель: **Лихачева Светлана Юрьевна**,
кандидат физико-математических наук, доцент, ФГБОУ ВО «Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет», профессор кафедры «Теория сооружений и техническая механика»

Официальные оппоненты: **Литвинов Степан Викторович**,
доктор технических наук, доцент, ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет», профессор кафедры «Инженерная геология, основания и фундаменты», профессор кафедры «Строительная механика и теория сооружений», г. Ростов-на-Дону

Зимин Сергей Сергеевич,
кандидат технических наук, ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого», доцент Высшей школы промышленно-гражданского и дорожного строительства Инженерно-строительного института, г. Санкт-Петербург

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Волгоградский государственный технический университет», г. Волгоград

Защита диссертации состоится 24 декабря 2025 г. в 11 ч. 00 мин. на заседании диссертационного совета 24.2.310.04, созданного на базе ФГБОУ ВО «Казанский государственный энергетический университет», по адресу: 420066, г. Казань, ул. Красносельская, д. 51, ауд. Д-224, тел.: (843)519-42-20.

Отзывы на автореферат, с указанием контактных данных и заверенные печатью учреждения, просим направлять по адресу: 420066, г. Казань, ул. Красносельская, 51, КГЭУ, Ученому секретарю диссертационного совета 24.2.310.04, haybullina.87@mail.ru.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Казанского государственного энергетического университета и на официальном сайте КГЭУ <https://kgeu.ru/struktura-vuza/dissertatsionnye-sovety/dissertatsionnyy-sovet-24-2-310-04/soiskatel-pozdeev-maksim-leonidovich/>.

Автореферат разослан «_____» 2025 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
канд. техн. наук, доцент

Хайбуллина Айгуль
Ильгизаровна

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования

Одной из характерных черт развития строительной индустрии последних десятилетий является создание новых и более совершенных кладочных изделий, связующих материалов и систем армирования. Следствием этого является высокая вариативность прочностных и деформационных свойств каменных кладок с ярко выраженным физической нелинейностью и анизотропией. Эта тенденция вызывает острую потребность в совершенствовании расчетов строительных конструкций и элементов из рассматриваемых материалов, среди которых значимую долю составляют стены из неармированных каменных кладок, в том числе перегородки, поперечные несущие стены, воспринимающие совместно вертикальные и горизонтальные (ветровые, сейсмические и др.) нагрузки, а также эффективные комбинированные системы несущих каменных заполнений в составе железобетонных и стальных каркасов зданий.

Создаваемые новые кладочные материалы зачастую имеют более высокие прочностные характеристики, что позволяет уменьшать толщины стен при проектировании, но следствием этого является преобладание в них сложного плоского напряженного состояния, которое существенно отличается от одноосного, описываемого стержневыми моделями на основе гипотезы плоских сечений. В связи с этим расчеты стен необходимо проводить на базе теорий, в которых возможно рассматривать такие сложные напряженные состояния. В работе для этого принята деформационная теория пластичности, которая применительно к каменной кладке отстает по проработанности от известных моделей для железобетонных конструкций, в частности не учитываются дилатационные эффекты и не рассматривается пост-пиковое поведение. Кроме того, анизотропия прочности каменных кладок существенно влияет на напряженно-деформированное состояние конструкций, что требует разработки соответствующих критериев прочности, основанных на современных экспериментальных методах, доступных в инженерной практике.

Таким образом, совершенствование методов и методик расчета стен из неармированных каменных кладок с учетом физической нелинейности, большой вариативности их физико-механических характеристик и анизотропии прочности является актуальной задачей строительной механики.

Степень разработанности темы исследования

Деформационная теория пластичности, называемая также теорией малых упругопластических деформаций, была разработана А. А. Ильюшиным, и при простом нагружении стала обобщением деформационной теории течения Г. Генки. Работы в области деформационной теории пластичности также проводились В. В. Новожиловым и др.

В работах Н. М. Матченко, А. А. Трещева и др. введен «потенциал деформаций», решающий проблему отсутствия «единой кривой деформирования» для разносопротивляющихся изотропных и анизотропных материалов.

В рамках деформационной теории пластичности нелинейные модели бетона и железобетона, которые в перспективе после определенных уточнений могут быть распространены и на каменную кладку, были разработаны Г. А. Гениевым, В. Н. Киссюком и Г. А. Тюпиним, А. А. Гвоздевым и Н. И. Карпенко, В. М. Кругловым, В. И. Корсуном, С. Ю. Фиалко, D. Darwin и D. Pecknold, и др.

Одни из первых экспериментальных и теоретических исследований в области расчетов каменных конструкций были проведены Л. И. Онищиком, В. А. Камейко, И. Т. Котовым, Н. И. Кравченей, С. А. Семенцовыми, А. А. Шишкиным и С. В. Поляковым. Критерии прочности каменной кладки и ортотропная деформационная модель описаны Г. А. Гениевым и Г. А. Тюпиним.

Современные исследования каменных конструкций связаны с работами О. В. Кабанцева, В. Н. Деркача, И. Е. Демчука, Р. Б. Орловича, М. К. Ищуга, Н. Н. Ласькова, Д. В. Артюшина, Г. Г. Кашеваровой, А. М. Белостоцкого, Б. С. Соколова, А. Б. Антакова, С. А. Капустина, С. Ю. Лихачевой и др. Среди зарубежных исследований плоского напряженного состояния каменных кладок известны работы A. W. Page, A. T. Vermeltfoort, T. M. J. Raijmakers, W. Mann, H. Müller, H. R. Ganz, B. Thürlimann, P. B. Lourénço, M. Weber и др.

Существующие методы расчета каменных конструкций эффективно описывают определенные аспекты их предельного состояния. В одних строятся сложные модели анизотропии прочности, но не учитывается физическая нелинейность, в других развиваются физически нелинейные модели, использующие упрощенные критерии прочности. В действующем СП 15.13330.2020 содержится методика расчета с учетом физической нелинейности только для сжатых столбов.

Цель исследования – разработать модель деформирования неармированной каменной кладки для расчета стен при плоском напряженном состоянии с учетом физической нелинейности и анизотропии прочности на основе деформационной теории пластичности.

Задачи исследования:

1. Выявить особенности напряженно-деформированного состояния и механизмы разрушения каменных стен при плоском напряженном состоянии путем анализа теоретических и экспериментальных работ других авторов.

2. Разработать критерий прочности каменных кладок с учетом анизотропии при плоском напряженном состоянии.

3. Разработать модель деформирования неармированной каменной кладки при плоском напряженном состоянии с учетом физической нелинейности и анизотропии прочности на основе деформационной теории пластичности.

4. Составить алгоритмы расчета и написать компьютерную программу, реализующую модель на базе метода конечных элементов для расчета стен.

5. Провести численные расчеты каменных стен при совместном действии вертикальных и горизонтальных сил и сравнить полученные результаты с экспериментальными данными и моделями других авторов.

Объектом исследования являются неармированные каменные стены, испытывающие плоское напряженное состояние.

Предметом исследования являются параметры напряженно-деформированного состояния каменных стен с учетом анизотропии прочности и физической нелинейности.

Научная гипотеза заключается в том, что поставленная цель диссертации может быть достигнута с применением инвариантной формы деформационной теории пластичности путем задания определяющих соотношений в виде нелинейных функций, зависящих от вида напряженного состояния и угла ориентации главных напряжений относительно осей анизотропии.

Научная новизна и положения, выносимые на защиту:

1. Разработан критерий прочности каменных кладок с учетом анизотропии при плоском напряженном состоянии. Критерий записан в инвариантной форме, позволяющей применять его в физически нелинейных моделях деформационного типа. Минимальный набор из пяти стандартных испытаний на одноосные нагрузления: сжатие и растяжение вдоль и поперек горизонтальных швов, а также сжатие под углом 45° к горизонтальным швам кладки, позволяет применять его для широкого класса неармированных каменных конструкций.

2. Разработана модель деформирования неармированной каменной кладки при плоском напряженном состоянии с учетом физической нелинейности и анизотропии прочности на основе деформационной теории пластичности. Комбинация известных соотношений для бетона совместно с критерием прочности и введенными гипотезами о виде аппроксимационных поверхностей энергии разрушения и предельного параметра пластичности позволила учесть в данной модели эффекты дилатации и разупрочнение при появлении и развитии трещин.

3. На базе метода конечных элементов, авторской модели каменной кладки и метода переменных параметров упругости разработаны алгоритмы расчета, по которым на языке программирования Python написана программа. Выявлена картина распределения трещин и механизмы разрушения стен, численно получена их полная диаграмма деформирования, соответствующая экспериментальным данным и результатам моделей других авторов. Дисперсионный анализ чувствительности модели показал большое влияние на предельное состояние стен и характеристики пластичности разрушения таких параметров, как пределы прочности кладки на растяжение и сдвиг.

Теоретическая значимость работы:

1. Показана значимость учета физической нелинейности и анизотропии прочности в расчетах неармированных каменных стен для изучения эффектов перераспределения напряжений внутри конструкции стены и выявления резервов ее несущей способности.

2. Выявленные по результатам расчетов картина распределения трещин и механизмов разрушения, а также проведенный анализ чувствительности предложенной расчетной модели показали значительное влияние на предел прочности каменных стен характеристик прочности кладки на растяжение и сдвиг.

3. Коэффициент вариации, превышающий 10%, приведенный в известных экспериментальных работах других авторов, для значений пределов прочности на растяжение и сдвиг совместно с п. 2 указывает на важность развития науки о силовом сопротивлении каменной кладки в направлении совершенствования методик по экспериментальному определению этих характеристик, в частности, необходимость в стандартизации испытаний на диагональное раскалывание.

Практическая значимость работы:

1. Разработанный критерий прочности каменных кладок с учетом анизотропии определяется на основе минимального набора из пяти стандартных испытаний, методики которых присутствуют в отечественных или зарубежных нормативных документах.

2. С использованием предложенной модели деформирования каменной кладки составлены расчетные алгоритмы и написана компьютерная программа на языке Python, реализующая метод конечных элементов, которые позволяют выполнять физически нелинейный расчет каменных стен при плоском напряженном состоянии.

Методология и методы исследования

Исследование опирается на общепризнанные фундаментальные допущения и гипотезы теории упругости и пластичности, основанные на базовых принципах механики деформируемого твердого тела с элементами механики разрушения в рамках гипотезы размазанных трещин. Реализация физически нелинейных моделей выполнена с использованием шагово-итерационных алгоритмов. Статистическая обработка имеющихся экспериментальных данных проведена с использованием известных моделей s- и t-распределений.

Для решения задач механики деформируемого твердого тела использован метод конечных элементов. Численные методы реализованы с использованием языка программирования Python и открытых библиотек: NumPy и SciPy для выполнения расчетов и Matplotlib для визуализации данных. Решение систем уравнений выполнено с применением библиотеки символьных вычислений SymPy, анализ чувствительности модели – с применением библиотеки SALib.

Достоверность результатов и выводов подтверждается получением теоретических результатов строгими математическими методами. Результаты работы основаны на фундаментальных законах теории упругости и пластичности, базирующихся на принципах механики деформируемого твердого тела с элементами механики разрушения в рамках гипотезы размазанных трещин. Численные расчеты валидированы на известных экспериментальных данных, напряженно-деформированное состояние сравнивалось с аналогичным, полученным в других программных комплексах и на основе моделей других авторов.

Апробация результатов проводилась путем обсуждения основных положений и результатов диссертационного исследования на международных и всероссийских конференциях:

- VIII и IX Международный симпозиум «Актуальные проблемы компьютерного моделирования конструкций и сооружений», г. Тамбов, 17–21 мая 2023 года, г. Пенза, 21–24 мая 2025 года;
- Международная научно-техническая конференция «Строительство и архитектура: теория и практика развития отрасли» (CATPID–2024), г. Нальчик, 30 сентября – 03 октября 2024 года;
- XI и XII Международная научная конференция «Задачи и методы компьютерного моделирования конструкций и сооружений» («Золотовские чтения»), г. Москва, 19–20 сентября 2024 года, 21–22 сентября 2023 года;
- I конференция по каменным конструкциям «Онициковские чтения», г. Москва, 16–17 мая 2024 года;
- XXVII International Scientific conference on Advance in Civil Engineering «Construction the Formation of Living Environment», г. Ереван, Армения, 25–27 апреля 2024 года;
- XXV, XXVI и XXIX Нижегородская сессия молодых ученых, г. Нижний Новгород, 10–13 ноября 2020 года, 25–28 мая 2021 года, 12–15 ноября 2024 года;
- X, XI и XII Всероссийский Фестиваль науки, г. Нижний Новгород, 14–15 октября 2020 года, 20–21 октября 2021 года, 18–19 октября 2022 года.

В полном объеме диссертация докладывалась 26 сентября 2025 года на расширенном заседании кафедры «Теория сооружений и техническая механика» ННГАСУ под председательством Б. Б. Лампси, канд. техн. наук, доцента, зав. кафедрой «Теория сооружений и техническая механика» ННГАСУ.

Внедрение результатов исследований

Результаты диссертационного исследования использованы в деятельности ООО НПФ «СКАД СОФТ» при разработке и внедрении пакета плагинов КладК к SCAD++, а также использованы при публичном обсуждении проекта Свода правил «Каменные конструкции и армокаменные конструкции. Основные положения».

Результаты исследований приняты к использованию при разработке систем мониторинга конструкций в рамках проекта «Техноплатформа 2035» в ННГАСУ, а также в учебном процессе ННГАСУ для студентов строительных специальностей.

Публикации

Ключевые положения диссертационного исследования опубликованы в 19 работах, в том числе 6 в рецензируемых научных изданиях, рекомендуемых ВАК Минобрнауки России и приравненных к ним, из которых 2 в виде публикаций в научных журналах, 1 работа в сборнике трудов конференции, индексируемом базой «Scopus», 3 в виде свидетельств о государственной регистрации программ для ЭВМ. Опубликованы 3 статьи в сборниках, рекомендуемых ВАК Минобрнауки России по смежной специальности. Опубликовано 10 работ в журналах и сборниках трудов конференций.

Личный вклад автора диссертации

Автор диссертации самостоятельно выявил проблемы, поставил цель, сформулировал задачи для их решения. Все результаты, представленные в диссертации (исследования, доказательства, расчетные формулы, методики вычислений, программы для ЭВМ, графики), получены автором лично в процессе его научной деятельности.

Соответствие диссертации паспорту научной специальности

Содержание диссертации соответствует пунктам 2, 4 Паспорта научной специальности 2.1.9. Строительная механика:

п. 2. Линейная и нелинейная механика конструкций, зданий и сооружений, разработка физико-математических моделей их расчета.

п. 4. Численные и численно-аналитические методы расчета зданий, сооружений и их элементов на прочность, жесткость, устойчивость при статических, динамических, температурных нагрузках и других воздействиях.

Структура и объем работы

Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения, списка литературы и 3 приложений. Работа изложена на 117 страницах и содержит 41 рисунок, 13 таблиц, список литературы включает 115 наименований.

Благодарности

Автор выражает благодарность В. В. Ходыкину, канд. техн. наук, научному руководителю ООО НПФ «СКАД СОФТ», главному эксперту ГАУ НО «Управление госэкспертизы», А. В. Теплых, зам. генерального директора по маркетингу ООО НПФ «СКАД СОФТ», В. В. Резяпкину, ведущему инженеру-программисту ООО НПФ «СКАД СОФТ». Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта правительства Нижегородской области для молодых ученых из областного бюджета в форме субсидии (договор № 316-06-16-13а/24), а также стипендии имени академика Г. А. Разуваева для аспирантов образовательных организаций высшего образования и научных учреждений.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность темы исследования, степень ее разработанности, формулируются цели и задачи исследования, описывается научная новизна, теоретическая и практическая значимость работы. Далее характеризуется методология и методы исследования, обозначаются положения, выносимые на защиту, а также обосновывается достоверность и апробация полученных результатов. Даётся общая информация о структуре диссертации.

В первой главе диссертации на основании обзора известных экспериментальных и теоретических работ рассматриваются особенности работы каменных стен под статической нагрузкой, которые должны быть отражены в разрабатываемой модели: физическая нелинейность, разносопротивляемость, анизотропия прочности, анизотропия пост-пикового разупрочнения, дилатация, зависимость механизмов разрушения каменных стен от соотношения сторон и уровня предварительного обжатия. Описывается область применения разрабатываемой модели.

Выполнен обзор известных методов физически нелинейного расчета каменных кладок от наиболее простых, связанных со стержневыми моделями в рамках гипотезы плоских сечений, до наиболее сложных макро- и микромоделей, связанных с теориями пластичности типа течения. Рассматриваются также численные методы их реализации от метода конечных элементов до метода дискретных элементов. Отмечается перспективность использования деформационной теории пластичности совместно с методом конечных элементов. Ввиду ограниченного объема работ по деформационным теориям пластичности каменных кладок проведен также обзор известных деформационных теорий для бетона и железобетона.

Во второй главе описаны механизмы разрушения каменных стен при плоском напряженном состоянии, которые также рассматриваются в нормах по проектированию каменных конструкций СП 15.13330.2020. Выделяются механизмы разрушения: нормального сцепления при растяжении, касательного сцепления при сдвиге, скальвания по косой штрабе при действии главных растягивающих напряжений и раздробления кладки при сжатии. Отмечается необходимость перехода от описания предельного состояния на уровне конструкции к описанию его на уровне представительного фрагмента кладки для разработки физически нелинейных моделей.

Для осуществления данного перехода разработан критерий прочности неармированных каменных кладок, учитывающий анизотропию. Критерий является объединенным и рассматривает четыре механизма наступления предельного состояния в зависимости от вида напряженного состояния $\xi = \sigma_{oct} / \tau_{oct}$ и угла α между главными напряжениями и осями ортотропии кладки, где σ_{oct} и τ_{oct} нормальное и касательное напряжения на октаэдрической площадке.

При двухосном сжатии, когда $-2 \leq \xi\sqrt{2} \leq -1$, принята квадратичная аппроксимация по типу Цая-Хилла (С-критерий) без учета влияния сдвига с переменными параметрами прочности на одноосное сжатие в осях главных напряжений r_{c1} и r_{c2} .

При двухосном растяжении, когда $+1 \leq \xi\sqrt{2} \leq +2$, принята квадратичная аппроксимация по типу Норриса-МакКиннона (Т-критерий) без учета влияния сдвига с переменными параметрами прочности на одноосное растяжение в осях главных напряжений r_{t1} и r_{t2} .

В области сдвига, когда $-1 \leq \xi\sqrt{2} \leq +1$ ($\xi = 0$ соответствует чистый сдвиг), рассматривается два механизма разрушения. Первый, St-критерий, связан с действием главных напряжений разных знаков и не зависит от угла α . Данный критерий соответствует критерию Кулона-Мора, в котором предельная прямая касается двух предельных окружностей в системе координат $\sigma_1 - \tau_{12}$ и полностью определяется значениями пределов прочности на одноосное сжатие и растяжение. Второй, Sc-критерий, связан с действием касательных напряжений на площадке, параллельной горизонтальным швам кладки, и является модификацией критерия Манна-Мюллера, который предлагается параметризовать относительно одноосного предела прочности на растяжение (нормальное сцепление) и предела прочности при сжатии под углом 45° к горизонтальным швам кладки R_{c45} или предела прочности на диагональное раскалывание (действие главных растягивающих напряжений) R_{tw} .

В Таблицу 1 сведены определяющие зависимости описанного критерия прочности. В диссертационном исследовании они преобразованы к виду $\tau_{oct} = f(\xi)$ для использования в деформационной модели пластичности.

Таблица 1 – Зависимости в составе критерия прочности каменной кладки

Обозн.	Формула	Обозн.	Формула
C	$\left(\frac{\sigma_1}{r_{c1}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{r_{c2}}\right)^2 - \frac{\sigma_1\sigma_2}{r_{c1}r_{c2}} \leq 1,$ $r_{c1} = R_{cn} \sin^2 \alpha + R_{ct} \cos^2 \alpha,$ $r_{c2} = R_{cn} \cos^2 \alpha + R_{ct} \sin^2 \alpha.$	T	$\left(\frac{\sigma_1}{r_{t1}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{r_{t2}}\right)^2 \leq 1,$ $r_{t1} = R_{tn} \sin^2 \alpha + R_{tt} \cos^2 \alpha,$ $r_{t2} = R_{tn} \cos^2 \alpha + R_{tt} \sin^2 \alpha.$
Sc	$\tau_n \leq \frac{R_{tw}}{R_{tn}} \sqrt{R_{tn}(R_{tn} - \sigma_n)}$	St	$\sigma_1 \leq \frac{r_{t1}}{r_{c2}} (\sigma_2 + r_{c2})$

Примечание:

R_{cn} , R_{ct} – пределы прочности при одноосном сжатии перпендикулярно и параллельно горизонтальным растворным швам соответственно;

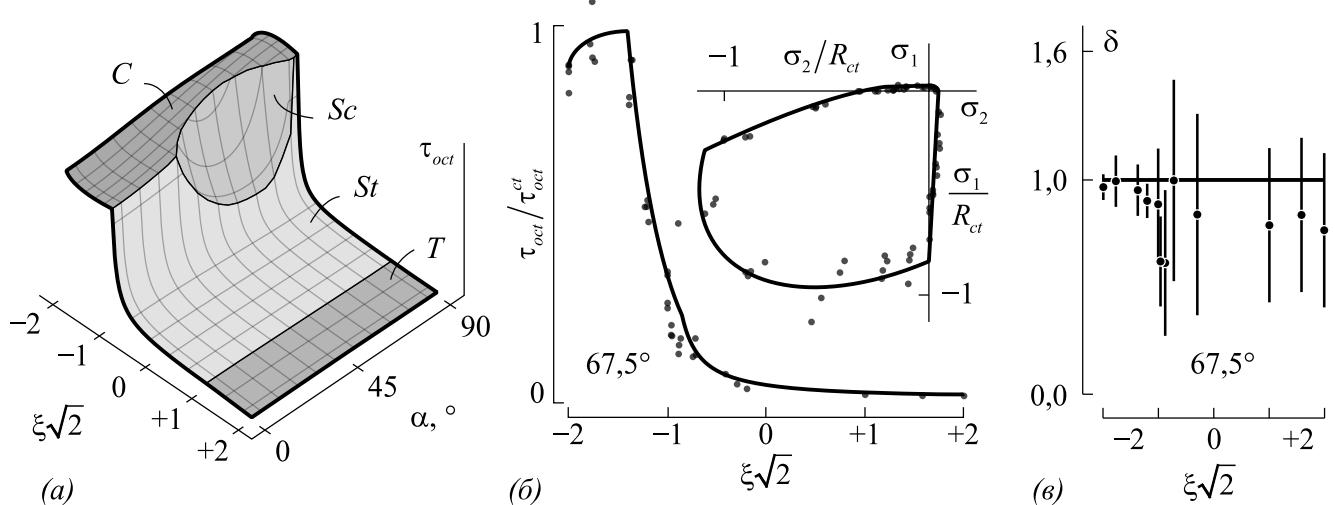
R_{tn} , R_{tt} – пределы прочности при одноосном растяжении перпендикулярно (нормальное сцепление) и параллельно горизонтальным растворным швам соответственно;

R_{tw} – предел прочности на диагональное раскалывание.

Критерий прочности представляет собой поверхность пиковых октаэдрических касательных напряжений $\tau_{oct,u}$ над плоскостью $\xi - \alpha$ (Рисунок 1, *a, б*) и формулируется в виде кусочно-заданной функции.

Валидация предложенного критерия прочности проведена на экспериментальных данных Пейджа (A. W. Page). На Рисунке 1, *в*, показан фрагмент (для $\alpha = 67,5^\circ$) относительных отклонений δ средних значений экспериментальных данных от аналитической кривой и обозначены 95% двусторонние доверительные интервалы для оценки средних значений.

Введение критерия прочности, соответствующего механизму разрушения по сдвигу вдоль швов кладки, позволило спрогнозировать разрушение кладки при сжатии под углом, близким к углу внутреннего трения. В области двухосного сжатия и сжатия-растяжения пересечение большего числа 95% доверительных интервалов показало хорошее качество модели.



а – поверхность $\tau_{oct,u} = f(\xi, \alpha)$; *б* – срез поверхности при $\alpha = 67,5^\circ$;
в – относительные отклонения при $\alpha = 67,5^\circ$

Рисунок 1 – Критерий прочности

Далее описаны зависимости для эталонной кривой деформирования, а также обоснование выбора, исходя из требуемой степени параметризации для использования в разрабатываемой модели каменной кладки с учетом анизотропии прочности.

Принятые основные физические соотношения деформационной теории пластичности и ее модификации для каменных кладок основаны на моделях бетона В. М. Круглова, В. И. Корсуня, С. Ф. Клованича, С. Ю. Фиалко и др.

Вектор относительных деформаций $\boldsymbol{\varepsilon}$ (согласно нотации Фойгта) может быть разложен на сумму объемной и сдвиговой составляющей:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{\Phi}{3K_0} \sigma_{oct} \boldsymbol{\delta} + \frac{\Psi}{2G_0} \mathbf{R}\mathbf{s}, \quad (1)$$

где $\boldsymbol{\delta}$ – векторное представление единичного тензора;

\mathbf{s} – векторное представление девиатора напряжений;

\mathbf{R} – диагональная матрица Рейтера;

K_0, G_0 – начальные упругие характеристики;

φ, ψ – параметры пластичности.

Для определения параметров пластичности выдвигается ряд гипотез.

Гипотеза 1. Октаэдрическое касательное напряжение является непрерывной нелинейной функцией вида: $\tau_{oct} = f(\gamma_{oct}, \xi, \alpha)$ (Рисунок 2, а):

$$\tau_{oct} = \frac{G_0}{\psi} \gamma_{oct}, \quad \psi = \begin{cases} \frac{1 + (\lambda - 2)\eta}{1 - \eta/\lambda}, & \gamma_{oct} \leq \gamma_u \\ \eta\lambda \exp\left[\left(\gamma_u(\eta-1)/\gamma_s\right)^\lambda\right], & \gamma_{oct} > \gamma_u \end{cases} \quad (2)$$

где $\eta = \gamma_{oct} / \gamma_u, \gamma_u = \lambda \tau_u / G_0, \tau_u = f(\xi, \alpha)$ – из предлагаемого критерия прочности, $\lambda = f(\xi, \alpha)$ – предельное значение параметра пластичности (*Гипотеза 3*), γ_s – параметр, определяемый исходя из удельной энергии разрушения G_c в рамках гипотезы размазанных трещин, описанной для МКЭ в модели пояса трещин Z. Bazant и B. Oh, и вычисляемый по формуле:

$$\gamma_s = \frac{\lambda}{\tau_u \Gamma(1/\lambda)} \left(\frac{G_c}{l_{el}} - \frac{\tau_u \gamma_u}{2} \right), \quad (3)$$

где $\Gamma(1/\lambda) = (1/\lambda - 1)!$ – значение гамма-функции для аргумента $1/\lambda$,

l_{el} – характеристический размер конечного элемента.

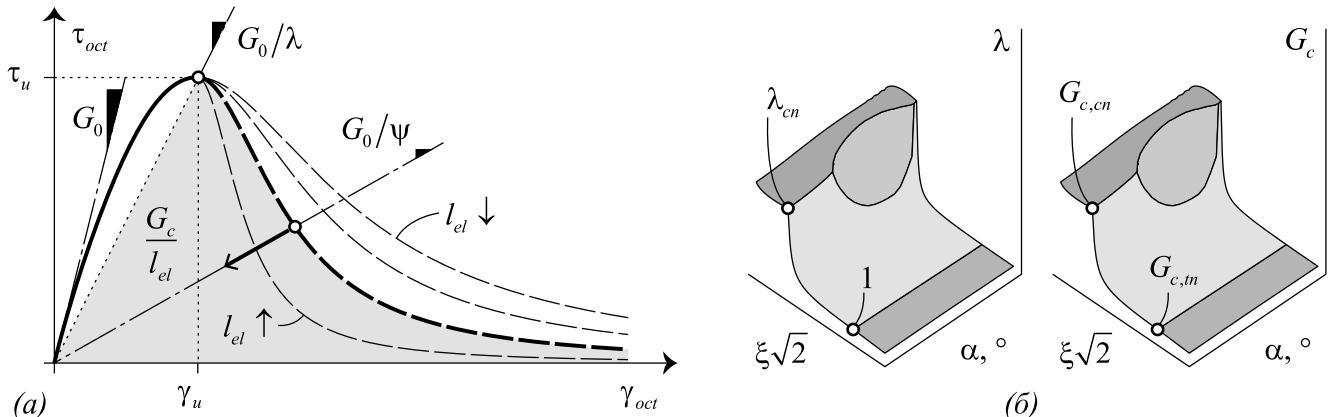


Рисунок 2 – Зависимость $\tau_{oct} \sim \gamma_{oct}$ (а)
и аффинные преобразования критерия прочности (б)

Гипотеза 2. Удельная энергия разрушения является функцией вида: $G_c = f(\xi, \alpha)$ (причем $G_{c,min} \leq G_c \leq G_{c,max}$, где $G_{c,min}$ соответствует области растяжения, а $G_{c,max}$ – сжатия) и может быть получена путем аффинного преобразования функции критерия прочности (Рисунок 2, б):

$$G_c(\xi, \alpha) = \left[\frac{\tau_u(\xi, \alpha) - \tau_{tn}}{\tau_{cn}} \right] (G_{c,cn} - G_{c,tn}) + G_{c,tn}, \quad (4)$$

где $G_{c,cn}$, $G_{c,tn}$ – удельная энергия разрушения при одноосном сжатии и растяжении перпендикулярно горизонтальным растворным швам соответственно.

Гипотеза 3. Предельное значение параметра пластичности является функцией вида: $\lambda = f(\xi, \alpha)$ (причем $1 \leq \lambda \leq \lambda_{max}$, где $\lambda = 1$ соответствует области растяжения, а $\lambda = \lambda_{max}$ – сжатия) и может быть получено путем аффинного преобразования функции критерия прочности (Рисунок 2, б):

$$\lambda(\xi, \alpha) = \left[\frac{\tau_u(\xi, \alpha) - \tau_{tn}}{\tau_{cn}} \right] (\lambda_{cn} - 1) + 1, \quad (5)$$

где λ_{cn} – значение коэффициента пластичности при одноосном сжатии перпендикулярно растворным швам, определяемое экспериментально или исходя из нормативной зависимости Л. И. Онищика $\lambda_{cn} = -1,1 \ln(1/11) \approx 2,638$.

Гипотеза 4. Нормальное октаэдрическое напряжение является непрерывной нелинейной функцией вида: $\sigma_{oct} = f(\varepsilon_{oct}, \gamma_{oct}, \xi, \alpha)$:

$$\sigma_{oct} = \frac{3K_0}{\varphi} \varepsilon_{oct}, \quad \varphi = \varphi_1(\varepsilon_{oct}) \varphi_2(\gamma_{oct}) \quad (6)$$

где $\varphi_1(\varepsilon_{oct})$ – определяет нелинейность объемного деформирования и принят аналогично (2), за исключением: $\eta = \varepsilon_{oct} / \varepsilon_u$, $\varepsilon_u = \lambda \sigma_u / 3K_0$, $\sigma_u = \xi \tau_u$;
 $\varphi_2(\gamma_{oct})$ – определяет дилатацию и принят по модели С. Ф. Клованича:

$$\varphi_2(\gamma_{oct}) = \exp\left(-\frac{\omega\eta}{1-\eta}\right) \quad (7)$$

где η – то же, что в (2),

ω – коэффициент нарастания объемных деформаций.

На основании определенных параметров пластичности могут быть вычислены компоненты матрицы жесткости с секущими модулями, а именно секущий модуль деформаций E и коэффициент поперечной деформации кладки v :

$$E = \frac{3E_0}{2(1+v_0)\psi + (1-2v_0)\varphi}; \quad v = \left(1 - \frac{\varphi}{\psi} \cdot \frac{1-2v_0}{1+v_0}\right) \left(2 + \frac{\varphi}{\psi} \cdot \frac{1-2v_0}{1+v_0}\right)^{-1} \quad (8)$$

Вопросы разгрузки в диссертационном исследовании подробно не рассматриваются. Разгрузка происходит линейно с секущим модулем деформаций (Рисунок 2, а).

В третьей главе диссертации описана методика и алгоритмы для расчетов методом конечных элементов разработанной деформационной модели. Для решения задачи моделируемый объект аппроксимируется четырехугольными и/или треугольными изопараметрическими конечными элементами для случая плоского напряженного состояния (Рисунок 3).

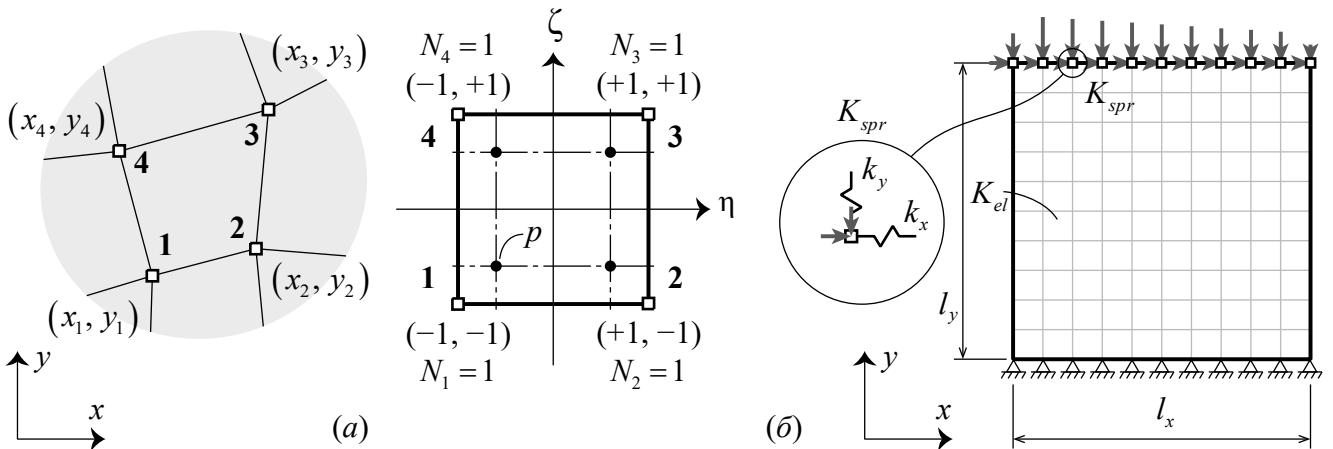


Рисунок 3 – Четырехугольный изопараметрический конечный элемент (а)
в составе общей расчетной модели стены (б)

Для получения ниспадающего участка на кривой зависимости горизонтальной нагрузки от смещения в верхние узлы расчетной модели стены введены двухузловые специальные конечные элементы, обеспечивающие перераспределение усилий внутри системы.

Согласно принципу виртуальных перемещений, задача линейной упругости сведена к решению матриочно-векторного уравнения метода конечных элементов:

$$\left[\sum_{el} \left(t_{el} \frac{1}{2} \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B} J + t_{el} \sum_p \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B} J + \mathbf{K}_{spr} \right) \right] \mathbf{u} = \mathbf{f} \text{ или } \mathbf{Ku} = \mathbf{f}, \quad (9)$$

где \mathbf{B} – матрица градиента функции формы,

\mathbf{C} – матрица жесткости материала,

$J = \det \mathbf{J}$ – Якобиан,

\mathbf{u} – искомый вектор узловых перемещений,

\mathbf{f} – вектор узловых нагрузок.

Вид матриц описан в диссертационном исследовании.

Матрицы жесткости всех треугольных $\mathbf{K}_{el\Delta}$ и/или четырехугольных $\mathbf{K}_{el\square}$ конечных элементов, а также специальных конечных элементов \mathbf{K}_{spr} объединяются в глобальную матрицу жесткости системы \mathbf{K} . Тогда искомый вектор узловых перемещений находится из выражения:

$$\mathbf{u} = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{f}, \quad (10)$$

Далее в работе рассматриваются методы решения физически нелинейных задач: итерационные, шаговые и шагово-итерационные алгоритмы. Для решения задач предложенной модели кладки разработан шагово-итерационный алгоритм метода переменных параметров упругости при простом нагружении (Рисунок 4, а), а также его модификация на приращениях для решения задач при сложном нагружении (Рисунок 4, б).

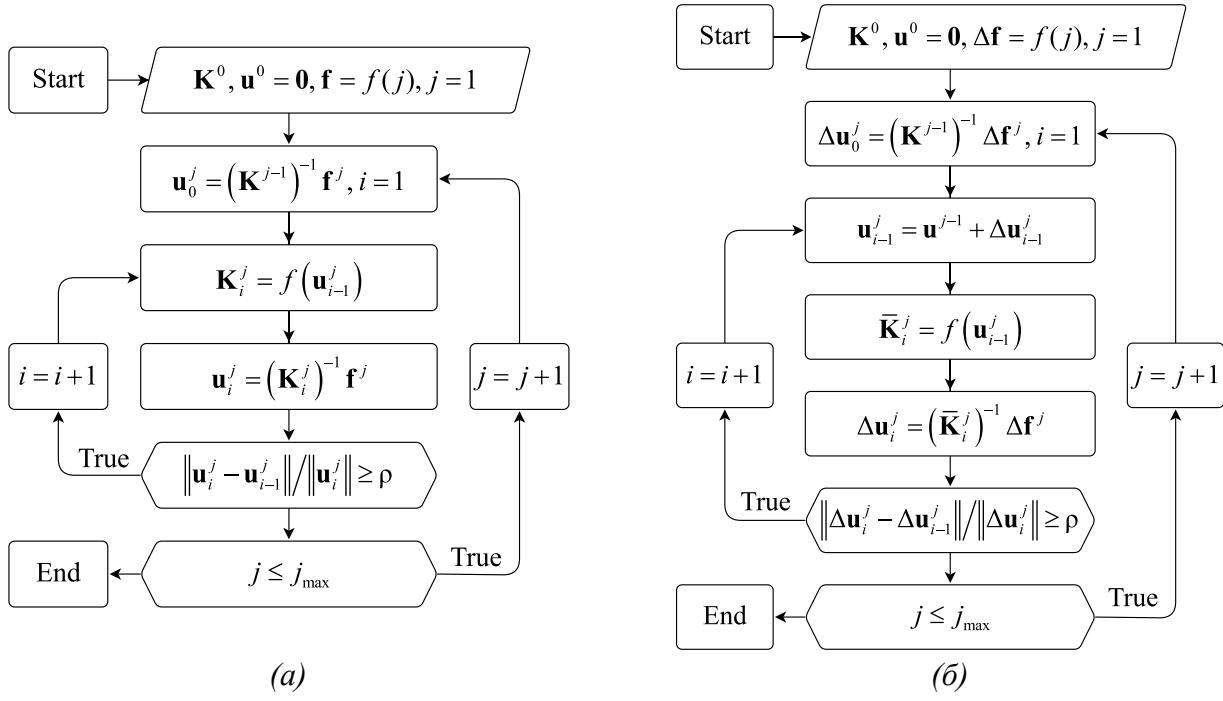


Рисунок 4 – Шагово-итерационные алгоритмы метода переменных параметров упругости при простом нагружении (a) и сложном на приращениях (b)

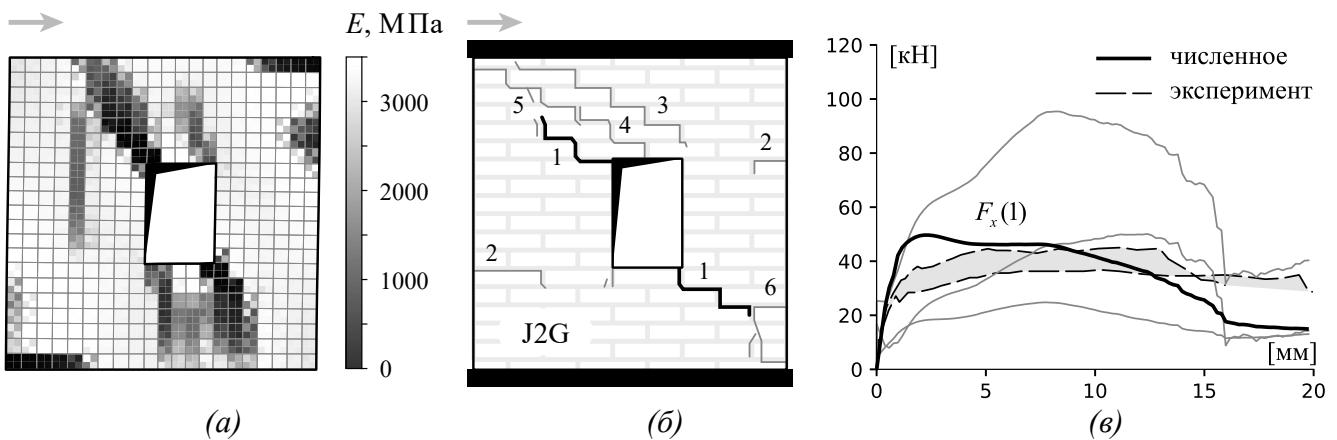
Согласно парадигме объектно-ориентированного программирования написана программа на языке Python.

Вычисление матрицы жесткости с секущими модулями на каждой итерации расчета реализовано внутри отдельного блока. Процесс разбит на четыре основных этапа: на первом на основании узловых перемещений вычисляется НДС конечного элемента; на втором на основании вида напряженного состояния ξ и угла α по критерию прочности определяются пиковые значения октаэдрических напряжений τ_u и σ_u , предельное значение параметра пластичности λ и удельная энергия разрушения G_c , которые на третьем этапе используются для расчета значения параметров пластичности ψ , φ и построения матрицы жесткости с секущими модулями. Последний этап не отличается от упругого расчета и формирует новую матрицу жесткости КЭ с использованием вычисленной матрицы жесткости с секущими модулями.

В четвертой главе проведена валидация разработанной модели на экспериментальных данных A. T. Vermeltoort, C. F. P. Naninck, T. M. J. Raijmakers. Испытания проведены на каменных стенах размером $98 \times 990 \times 1000$ мм. Принципиальная схема расчетной модели показана на Рисунке 3, б. Испытания проводились при различных уровнях предварительного обжатия.

На Рисунке 5, а, показано распределение секущего модуля деформаций при достижении максимальной сдвигающей силы, на Рисунке 5, б, – экспериментальная схема трещинообразования, на Рисунке 5, в, – численные и экспериментальные кривые зависимости горизонтальной сдвигающей силы от смещения.

Численная модель демонстрирует хорошее соответствие распределения секущих жесткостей схемам трещинообразования, а также качественно характеризует тенденцию к разрушению образцов стен при малом уровне обжатия от сдвига в приопорных участках и появление диагональных трещин при больших уровнях обжатия. Также имеется хорошее соответствие кривых зависимости горизонтальной сдвигающей силы от смещения, в том числе отклонение максимального значения горизонтальной сдвигающей силы от экспериментального не превосходит 10%.



a – поле распределения секущего модуля деформаций; б – экспериментальная схема трещинообразования; в – диаграммы деформирования

Рисунок 5 – Результаты валидации модели

Выполнено сравнение с результатами численных моделей других авторов (Lourenco, G. Milani, Pela, Petracca, Abdulla, Fu, Bilko, Pulatsu, D’Altri, Teschemacher и др.). Большинство моделей демонстрируют плавную ветвь разупрочнения, лишь в модели Т. Teschemacher и др. наблюдался схожий скачок. Аналогично предположению авторов, такое поведение можно обосновать внедрением в модель критерия разрушения при сдвиге вдоль швов кладки.

Проведенный дисперсионный анализ чувствительности показал существенное влияние характеристик прочности на растяжение и сдвиг на предельное состояние стен при данных граничных условиях. Калибровка модели показала необходимость завышения пределов прочности сцепления, полученных на малых образцах. Для получения большего соответствия данным экспериментального исследования потребовалось увеличение удельной энергии разрушения нормального сцепления, что при преобладании сдвигового механизма разрушения может говорить о необходимости корректировки аппроксимирующей поверхности путем введения независимого параметра, характеризующего удельную энергию разрушения при сдвиге. Такое заключение, совместно с выявленным большим значением коэффициента вариации, указывает на важность развития исследований по экспериментальному определению этих характеристик, в частности, стандартизацию испытаний на диагональное раскалывание.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты и выводы:

1. Анализ теоретических и экспериментальных работ отечественных и зарубежных ученых позволил определить особенности работы каменных стен под статической нагрузкой: физическая нелинейность, разносопротивляемость, анизотропия прочности, анизотропия пост-пикового разупрочнения, дилатация, зависимость механизмов разрушения каменных стен от соотношения сторон и уровня предварительного обжатия. Анализ существующих методов расчета каменных конструкций показал существенный разрыв между нормативными методиками расчета, основанными на анализе стержневых моделей, и устоявшейся практикой инженерных расчетов в программных комплексах на пространственных моделях из плоских типов конечных элементов. Показано, что моделирование кладки как однородной сплошной среды и применение метода конечных элементов являются наиболее эффективным для анализа напряженно-деформированного состояния на уровне несущих конструкций зданий и сооружений. При этом применение деформационной теории пластичности в отличие от теории пластичности типа течения позволяет использовать более сложные анизотропные критерии прочности с множественными сингулярными ребрами и вершинами.

2. Разработан критерий прочности каменных кладок с учетом анизотропии прочности при плоском напряженном состоянии. Инвариантная форма записи предельной поверхности позволяет применять критерий в физически нелинейных моделях деформационного типа. Минимальный набор из пяти стандартных испытаний на одноосные нагрузления: сжатие и растяжение вдоль и поперек горизонтальных швов, а также сжатие под углом 45° к горизонтальным швам кладки, позволяет применять его для широкого класса неармированных каменных конструкций. Формулирование критерия в виде кусочно-заданной функции на основе четырех механизмов разрушения: нормального сцепления при растяжении, касательного сцепления при сдвиге, скальвания по косой штрабе при действии главных растягивающих напряжений и раздробления кладки при сжатии, позволяет прогнозировать изменение несущей способности кладки в зависимости от угла ориентации главных напряжений. Достоверность предложенного критерия прочности подтверждена пересечением предельной кривой критерия прочности с 95% доверительными интервалами экспериментальных значений других авторов.

3. Разработана модель деформирования неармированной каменной кладки при плоском напряженном состоянии с учетом физической нелинейности и анизотропии прочности на основе деформационной теории пластичности. Модель расширена на случай ортотропного материала в сравнении с моделями бетона Г. А. Гениева, В. М. Круглова, С. Ю. Фиалко и учитывает дилатационные эффекты в отличие от модели кладки Г. А. Тюпина, согласно подходу модели бетона С. Ф. Клованича. Напряжения, соответствующие пределу прочности,

зависят не только от вида напряженного состояния, как это реализовано в описанных ранее моделях бетона, но и от угла ориентации главных напряжений относительно осей ортотропии кладки. Деформации, соответствующие пределу прочности, определяются согласно подходу модели бетона В. И. Корсуня с использованием предельного параметра пластичности, который в отличие от этой модели представляется в виде функции, полученной аффинным преобразованием функции предельной поверхности разработанного критерия прочности. Вид ниспадающего участка кривой деформирования определяется путем задания энергии разрушения кладки при одноосном сжатии и растяжении, а промежуточные значения определяются интерполяционной функцией, которая, как и для предельного параметра пластичности, получается аффинным преобразованием функции критерия прочности. Это позволяет, согласно подходу Z. Bazant и B. Oh, в рамках гипотезы размазанных трещин избежать чувствительности модели к размеру сетки конечных элементов в момент появления и развития трещин, что было подтверждено валидационным расчетом. Для численной реализации по предложенной модели физические соотношения каменной кладки записаны в форме секущих характеристик матрицы жесткости.

4. Предложена процедура нелинейного расчета при сложном нагружении методом переменных параметров упругости. Подход описан также в работе Н. И. Карпенко, В. М. Круглова, Л. Ю. Соловьева и основан на выделении мгновенных поверхностей нагружения в каждой рассматриваемой точке конструкции. При этом нелинейная задача переменных параметров упругости в полных перемещениях заменяется на аналогичную в конечных приращениях, а в матрице жесткости используются обобщенные модули деформаций. В отличие от работы авторов, в разработанной модели параметры, отвечающие за положение мгновенной поверхности нагружения, заданы как функции деформаций, а не напряжений, что позволяет учесть полную кривую деформирования с ниспадающим участком.

5. На базе метода конечных элементов, авторской модели каменной кладки и метода переменных параметров упругости разработаны алгоритмы расчета, по которым на языке программирования Python написана программа. Программа выполнена согласно современным подходам к объектно-ориентированному программированию. На модуль, отвечающий за формирование критерия прочности кладки и выбор параметров эталонных диаграмм деформирования, получено свидетельство о регистрации программы для ЭВМ № 2021618016. Алгоритм определения переменных параметров упругости кладки реализован в пакете плагинов «КладК» (Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2024613626, Сертификат соответствия № РОСС RU.04ПЛК0.OC01.H00046) к ПВК «SCAD++».

6. Проведены численные расчеты каменных стен по исходным данным известных экспериментальных исследований A. T. Vermeltfoort, C. F. P. Naninck,

T. M. J. Raijmakers. Расчеты выполнялись для стен с центральным отверстием, моделирующим оконный проем, и для сплошных стен при трех уровнях обжатия вертикальной силой. Результаты сопоставлены как с экспериментом, так и с известными моделями других авторов, в частности, Lourenco, G. Milani, Pela, Petracca, Abdulla, Fu, Bilko, Pulatsu, D'Altri, Teschemacher и др. Показано хорошее соответствие модели как численным, так и экспериментальным данным: отклонение максимального значения горизонтальной сдвигающей силы от экспериментального не превышает 10%, также наблюдается качественное соответствие кривых деформирования и анализируемых реактивных усилий в связях. При малом уровне предварительного обжатия наблюдается большая в сравнении с экспериментом жесткость, т.е. разрушающая величина горизонтальной силы достигается при меньшем смещении. Численные модели других авторов демонстрируют более плавную ветвь разупрочнения, лишь в модели Teschemacher и др. наблюдается схожий скачок, что может быть обосновано внедрением в модель критерия разрушения при сдвиге.

7. Дисперсионный анализ чувствительности модели показал большое влияние пределов прочности кладки на растяжение и сдвиг на предельное состояние стен и характеристик пластичности разрушения. Даны практические рекомендации по расчету конструкций с использованием разработанной модели, в частности, требуется завышение пределов прочности сцепления, полученных на малых образцах, что отмечается также в работах Г. А. Гениева и других авторов. Для получения большего соответствия данным экспериментального исследования потребовалось увеличение удельной энергии разрушения нормального сцепления, что при преобладании сдвигового механизма разрушения может говорить о необходимости корректировки аппроксимационной поверхности энергии разрушения путем введения независимого параметра, характеризующего удельную энергию разрушения при сдвиге.

Рекомендации и перспективы дальнейшей разработки темы:

Модель может быть усовершенствована для учета продольного изгиба стен и изгибающих моментов в конструкциях каменных сводов. Интерес представляет развитие теории расчета армированных каменных кладок, в том числе усиленных внешним армированием, а также вопросы учета циклических нагрузок на такие конструкции при строительстве и реконструкции в сейсмоактивных районах.

СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ АВТОРОМ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

**Публикации в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных ВАК
Минобрнауки РФ по специальности 2.1.9 и приравненных к ним:**

1. Поздеев, М. Л. Ортотропный критерий прочности неармированной каменной кладки для моделей нелинейно-упругого тела / М. Л. Поздеев, С. Ю. Лихачева // Вестник Евразийской науки. – 2025. – Т 17. – № 2.
2. Поздеев, М. Л. Моделирование и расчет каменных зданий с жесткой конструктивной схемой методом конечных элементов / М. Л. Поздеев, В. В. Резяпкин, А. В. Теплых // Промышленное и гражданское строительство. – 2023. – № 5. – С. 25-31.
3. Method of Experimentally Obtaining a Complete Stress-Strain Curve of Masonry Structures / M. L. Pozdeev, I. V. Smagin, D. M. Lobov, S. Yu. Likhacheva // II International Scientific Conference “Recent Advances in Architecture and Construction” 2024 / eds. S. V. Klyuev [et al.]. – Cham: Springer Nature Switzerland, 2025. – P. 87-93.

в том числе Свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ:

4. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2024613626 Российская Федерация. «Пакет плагинов КладК к вычислительному комплексу SCAD++ для расчета кирпичных или каменных зданий» : № 2024611933 : заявл. 01.02.2024 : опубл. 14.02.2024 / М. Л. Поздеев, В. В. Резяпкин, А. В. Теплых, В. В. Ходыкин ; заявитель Общество с ограниченной ответственностью Научно-проектная фирма «СКАД СОФТ».
5. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2021619002 Российская Федерация. Расчет прочности каменной кладки при плоском напряженном состоянии : № 2021618016 : заявл. 26.05.2021 : опубл. 03.06.2021 / С. Ю. Лихачева, М. Л. Поздеев ; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет».
6. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2024691048 Российская Федерация. «Ортотропная сдвиговая модель прочности каменной кладки» : № 2024689883 : заявл. 06.12.2024 : опубл. 19.12.2024 / И. В. Смагин, С. Ю. Лихачева, М. Л. Поздеев ; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет».

**Публикации в рецензируемых научных изданиях, рекомендуемых ВАК
Минобрнауки РФ по смежной специальности 2.1.1:**

7. Стадии напряженно-деформированного состояния каменной кладки при одноосном сжатии / М. Л. Поздеев, И. В. Смагин, Д. М. Лобов С. Ю. Лихачева // Приволжский научный журнал. – 2025. – № 1(73). – С. 43-50.
8. Поздеев, М. Л. Квазиортотропная деформационная теория пластичности каменных кладок при плоском напряженном состоянии / М. Л. Поздеев, С. Ю. Лихачева, И. В. Смагин // Вестник НИЦ «Строительство». – 2024. – № 43(4). – С. 218-231.
9. Поздеев, М. Л. Подбор параметров аппроксимирующей кривой диаграммы сжатия каменной кладки / М. Л. Поздеев, С. Ю. Лихачева // Приволжский научный журнал. – 2023. – № 3(67). – С. 34-41.

Публикации в изданиях, входящих в РИНЦ

10. Расчет каменных стен с использованием деформационной теории пластичности / М. Л. Поздеев, С. Ю. Лихачева, И. В. Смагин, О. В. Радайкин // Вестник Казанского государственного энергетического университета. – 2023. – Т. 15. – № 3(59). – С. 163-174.

Публикации трудов конференции, входящих в РИНЦ:

11. Поздеев М. Л. Разработка деформационных моделей пластичности каменных кладок для плагина «КЛАДК» к SCAD++ / М. Л. Поздеев // Актуальные проблемы компьютерного моделирования конструкций и сооружений : тезисы докладов IX Международного симпозиума, Пенза, 21–24 мая 2025 года. – Пенза: Изд-во ПГУ, 2025. – С. 169-170.
12. Стадии разрушения каменной кладки при одноосном сжатии / М. Л. Поздеев, И. В. Смагин, Д. М. Лобов, С. Ю. Лихачева // XXIX Нижегородская сессия молодых ученых (гуманитарные, технические, естественные науки) : Материалы сессии, Нижний Новгород, 12–15 ноября 2024 года. – Нижний Новгород: ООО «Издательство «Перо», 2024. – С. 196-199.
13. Поздеев, М. Л. Расчет каменных зданий методом конечных элементов при плоском напряженном состоянии в программных комплексах с использованием деформационной теории пластичности / М. Л. Поздеев // Сборник тезисов Онищиковских чтений : Материалы I конференции по каменным конструкциям, Москва, 16–17 мая 2024 года. – Москва: Акционерное общество "Научно-исследовательский центр "Строительство", 2024. – С. 59-63.
14. Поздеев, М. Л. Моделирование НДС и разрушения каменной кладки в расчетном комплексе SCAD Office с использованием деформационной теории пластичности / М. Л. Поздеев, С. Ю. Лихачева, И. В. Смагин. –

Текст : электронный // Актуальные проблемы компьютерного моделирования конструкций и сооружений: Тезисы докладов VIII-го международного симпозиума, Тамбов, 17–21 мая 2023 года. – Тамбов : ИП Чеснокова А.В., 2023. – С. 202-204.

15. Поздеев, М. Л. Зависимость модуля деформации каменных кладок от возникающих напряжений / М. Л. Поздеев. – Текст : электронный // XII Всероссийский Фестиваль науки : Сборник докладов, Нижний Новгород, 18–19 октября 2022 года. – Нижний Новгород : Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет, 2022. – С. 1217-1219.
16. Поздеев, М. Л. Сравнение критериев прочности неармированной каменной кладки в области двусного сжатия / М. Л. Поздеев, И. В. Смагин. – Текст : электронный // XI Всероссийский Фестиваль науки : Сборник докладов, Нижний Новгород, 20–21 октября 2021 года. – Нижний Новгород : Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет, 2021. – С. 200-204.
17. Поздеев, М. Л. Критерий прочности каменной кладки при плоском напряженном состоянии / М. Л. Поздеев. – Текст : электронный // XXVI Нижегородская сессия молодых ученых (технические, естественные науки) : Материалы конференции, Нижний Новгород, 25–28 мая 2021 года. – Нижний Новгород : Перо, 2021. – С. 154-158.
18. Поздеев, М. Л. Расчет каменных конструкций по прочности на косое внецентренное сжатие диаграммным методом на основе нелинейной деформационной модели / М. Л. Поздеев, В. В. Ходыкин. – Текст : электронный // XXV Нижегородская сессия молодых ученых (технические, естественные, гуманитарные науки) : материалы тезисов и докладов, Нижний Новгород, 10–13 ноября 2020 года. – Нижний Новгород : Государственное бюджетное учреждение дополнительного профессионального образования «Нижегородский научно-информационный центр», 2020. – С. 123-125.
19. Поздеев, М. Л. Разработка методики расчета строительных каменных конструкций диаграммным методом на основе нелинейной деформационной модели / М. Л. Поздеев. – Текст : электронный // X Всероссийский фестиваль науки : Сборник докладов, Нижний Новгород, 14–15 октября 2020 года. – Нижний Новгород : Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет, 2020. – С. 252-256.

Подписано в печать 23.10.2025. Тираж 100 экз.

Отпечатано в типографии «Амплитуда»
г. Нижний Новгород, ул. Гоголя, д. 2