



КГУУ

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «КГУУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по НР

Ахметова И.Г.

«28» октября 2020 г.



## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### Б1.В.04. Алгебра операторов и $C^*$ -алгебра

(указывается индекс и наименование дисциплины согласно учебному плану в соответствии с ФГОС ВО)

Направление  
подготовки

01.06.01 Математика и механика

(указывается код и наименование)

Направленность  
подготовки

01.01.01 Вещественный, комплексный и  
функциональный анализ

Уровень высшего  
образования

Подготовка кадров высшей квалификации

Квалификация (степень)  
выпускника

Исследователь. Преподаватель-  
исследователь

Форма обучения

Очная

г. Казань – 2020

## 1. Цель, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине

**Целью** изучения дисциплины «Алгебра операторов и  $C^*$ -алгебра» является формирование знаний, умений и навыков в области теории операторных алгебр, включая и социально-личностные качества, обеспечивающие успешность научной и педагогической деятельности, воспитание достаточно высокой математической культуры, являющейся основой для становления научно-педагогических кадров высшей квалификации для науки, образования и промышленности.

Основными **задачами** изучения дисциплины являются:

1. Углубленное изучение основных принципов и методов теории операторных алгебр.
2. Формирование умений в области применения теории  $C^*$ -алгебр к решению проблем математической физики и квантовой теории поля.
3. Получение практических навыков работы с алгебрами операторов на бесконечномерном пространстве.

Формирование навыков самостоятельной научно-исследовательской и педагогической деятельности.

Совершенствование математического образования, в том числе ориентированного на профессиональную деятельность.

В результате изучения дисциплины «Алгебра операторов и  $C^*$ -алгебра» аспирант должен овладеть следующими компетенциями:

<b>Формируемые компетенции (код и формулировка компетенции)</b>	<b>Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций</b>
<b>УК-1</b> способностью к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях	<b>З1(УК-1) Знать:</b> Основные понятия и теоремы алгебры операторов и $C^*$ -алгебр, используемые при решении исследовательских и практических задач; <b>У1 (УК-1) Уметь:</b> критически анализировать и оценивать современные научные достижения, генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях; <b>В1 (УК-1) Владеть:</b> способностью к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях.
<b>ПК-1</b> готовностью к исследованию в области теории алгебраических структур (полугрупп, групп, колец, полей, модулей)	<b>З1(ПК-1) Знать:</b> базисные понятия и теоремы теории операторных алгебр и $C^*$ -алгебр, базисные операции над основными понятиями теории операторных алгебр; <b>У1 (ПК-1) Уметь:</b>

	<p>применять базисные понятия и теоремы теории операторных алгебр и <math>C^*</math>-алгебр при исследовании различных проблем функционального анализа;</p> <p><b>В1 (ПК-3) Владеть:</b> методами построения представлений <math>C^*</math>-алгебр и методами теории операторных алгебр.</p>
<p><b>ПК-2</b> способностью к разработке и совершенствованию теоретических и методологических подходов в теории представлений, теории операторов, теории категорий и функторов</p>	<p><b>З1(ПК-2) Знать:</b> базисные понятия и теоремы теории операторных алгебр и <math>C^*</math>-алгебр;</p> <p><b>У1 (ПК-2) Уметь:</b> применять методы теории операторных алгебр и <math>C^*</math>-алгебр при исследовании различных проблем функционального анализа;</p> <p><b>В1 (ПК-2) Владеть:</b> методами построения представлений <math>C^*</math>-алгебр и методами теории операторных алгебр.</p>
<p><b>ПК-3</b> способностью различным образом представлять и адаптировать математические знания в области профессиональной деятельности с учетом уровня аудитории</p>	<p><b>З1(ПК-3) Знать:</b> базисные понятия и теоремы теории операторных алгебр и <math>C^*</math>-алгебр;</p> <p><b>У1 (ПК-3) Уметь:</b> применять методы теории операторных алгебр теории <math>C^*</math>-алгебр при исследовании различных проблем функционального анализа; анализировать полученные результаты и представлять их в виде законченных разработок (отчета, тезисов, докладов, научной статьи и т.п.);</p> <p><b>В1 (ПК-3) Владеть:</b> методами построения представлений <math>C^*</math>-алгебр и методами теории операторных алгебр.</p>

## 2 Место дисциплины в структуре ООП ВО

Дисциплина «Алгебра операторов и  $C^*$ -алгебра» относится к циклу обязательных дисциплин. Дисциплина преподается на 2 курсе. Дисциплина базируется на знаниях и умениях, приобретенных студентами при изучении следующих дисциплин ОПП подготовки магистров и специалистов:

1. Математический анализ;
2. Функциональный анализ;
3. Алгебра и топология.

Знания, полученные при изучении данной дисциплины, используются при выполнении научно-исследовательской работы аспиранта и диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук.

## 3. Структура и содержание дисциплины

### 3.1 Структура дисциплины

Объем дисциплины составляет 3 зачетных единицы, 108 часов. Практическая подготовка по виду профессиональной деятельности составляет 6 часов.

Вид учебной работы	Всего часов	семестры
		4
<b>ОБЩАЯ ТРУДОЕМКОСТЬ ДИСЦИПЛИНЫ</b>	108	108
<b>АУДИТОРНЫЕ ЗАНЯТИЯ:</b>	27	27
Лекции (Лк)	18	18
Практические (семинарские) занятия (ПЗ)	9	9
Лабораторные работы (ЛР)		
<b>САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА</b>	81	81
<b>ВИД ИТОГОВОГО КОНТРОЛЯ</b> (ЗаО – зачет с оценкой)	ЗаО	ЗаО

### 3.2. Содержание разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Раздел дисциплины	Всего часов на раздел	Семестр	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу аспирантов и трудоемкость (в часах)			Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лк	ПЗ	Самост. работа	
1	Элементарная спектральная теория	20	4	4	2	14	Устный опрос
2	C*-алгебры	15	4	2	1	12	Устный опрос
3	Положительные функционалы и идеалы	15	4	2	1	12	Устный опрос
4	Представления C*-алгебр	15	4	2	1	12	Устный опрос
5	Алгебры фон Нойманна	12	4	2	1	9	Устный опрос
6	Прямые пределы и тензорные произведения	11	4	2	1	8	Устный опрос
7	Групповые C*-алгебры	20	4	4	2	14	Устный опрос
	Промежуточная аттестация		4				Зачет с оценкой
	Итого за семестр	108		18	9	81	
	Итого за дисциплину	108		18	9	81	

### 3.3. Содержание разделов дисциплины

#### Раздел 1. Элементарная спектральная теория

Банаховы алгебры. Спектр и спектральный радиус. Спектр коммутативной банаховой алгебры. Преобразование Гельфанда. Банаховая

алгебра  $B(H)$ . Компактные и фредгольмовы операторы на гильбертовых пространствах. Алгебра Калкина.

## **Раздел 2. $C^*$ -алгебры**

Определение  $C^*$ -алгебры и ее основные свойства. Унитализация  $C^*$ -алгебры. Коммутативные  $C^*$ -алгебры (Теорема Гельфанда-Наймарка). Самосопряженные и положительные элементы  $C^*$ -алгебры, полярное разложение элемента  $C^*$ -алгебры. Полуторалинейные формы. Спектральная теорема для самосопряженных элементов.

## **Раздел 3. Положительные функционалы и идеалы**

Идеалы в  $C^*$ -алгебрах. Фактор-алгебра. Положительные линейные функционалы, состояния и чистые состояния. Понятие веса и следа на  $C^*$ -алгебре. Типы  $C^*$ -алгебр.

## **Раздел 4. Представления $C^*$ -алгебр**

Точные представления и неприводимые представления. Унитарно эквивалентные представления. Теорема о транзитивности. Левые идеалы в  $C^*$ -алгебре. Примитивные идеалы. Лиминальные и постлиминальные  $C^*$ -алгебры. Чистые состояния. ГНС конструкция  $C^*$ -алгебр. Связь неприводимых представлений и чистых состояний.

## **Раздел 5. Алгебры фон Нойманна**

Теорема о бикоммутанте. Слабая и ультраслабая топологии. Теорема Капланского о плотности. Коммутативные алгебры фон Нойманна. Нетривиальные алгебры фон Ноймана. Нормальные и волне аддитивные состояния. Факторы и типы фактор. Модулярная теория Томита-Такесаки.

## **Раздел 6. Прямые пределы и тензорные произведения**

Прямые пределы  $C^*$ -алгебр. AF-алгебра. Равномерно гиперфинитные алгебры. Тензорные произведения  $C^*$ -алгебр. Ядерные  $C^*$ -алгебры. Бесконечные тензорные произведения.

## **Раздел 7. Групповые $C^*$ -алгебры**

Группы. Ковариантная динамическая система. Понятие скрещенного произведения. Групповая  $C^*$ -алгебра. Регулярное представление.  $C^*$ -алгебра, порожденная регулярным представлением. Структура  $C^*$ -алгебр, порожденных скрещенным произведением алгебры непрерывных функций на окружности и иррациональным вращением. Алгебра Бунца-Деденса.

### **3.4. Практические (семинарские) занятия**

№ п/п	Тема практических (семинарских) занятий	Семестр	Номер раздела лекционного курса	Продолжительность (часов)
-------	---	---------	---------------------------------	---------------------------

1	Алгебра $B(H)$ , топологии в ней, идеалы. Теорема Калкина.	4	1	1
2	Компактные операторы в гильбертовом пространстве.	4	1	1
3	Положительные элементы $C^*$ -алгебр.	4	2	1
4	Идеалы и фактор-алгебры.	4	3	1
5	ГНС-конструкция	4	4	1
6	Слабая и ультраслабая топологии	4	5	1
7	$C^*$ -нормы, тензорные произведения $C^*$ -алгебр	4	6	1
8	Скращенное произведение.	4	7	1
9	$C^*$ -алгебра, порожденная регулярным представлением.	4	7	1
	Итого:	–	–	9

### **3.5. Лабораторные занятия учебным планом дисциплины не предусмотрены**

### 3.6. Разделы дисциплины и связь с формируемыми компетенциями

№ п/п	Раздел дисциплины, участвующий в формировании компетенций	Часов на раздел	Компетенции				Общее количество компетенций
			ПК-1	ПК-2	ПК-3	УК-1	
1	Элементарная спектральная теория	20	З,У	З,У,В	З,У,В	З,У,В	4
2	C*-алгебры	15	З,У	З,У,В	З,У,В	З,У,В	4
3	Положительные функционалы и идеалы	15	З,У	З,У,В	З,У,В	З,У,В	4
4	Представления C*-алгебр	15	З,У	З,У,В	З,У,В	З,У,В	4
5	Алгебры фон Нойманна	12	З,У	З,У,В	З,У,В	З,У,В	4
6	Прямые пределы и тензорные произведения	11	З,У	З,У,В	З,У,В	З,У,В	4
7	Групповые C*-алгебры	20	З,У	З,У,В	З,У,В	З,У,В	4

Условные обозначения: З – знать, У – уметь, В – владеть.

### 3.7. Организация самостоятельной работы аспирантов

№ п/п	Тема самостоятельной работы	Семестр	Номер раздела лекционного курса	Продолжительность (часов)
1	Банаховы алгебры. Компактные и фредгольмовы операторы.	4	1	14
2	$C^*$ -алгебры, основные понятия.	4	2	12
3	Идеалы в $C^*$ -алгебрах. Положительные линейные функционалы.	4	3	12
4	Представления $C^*$ -алгебр.	4	4	12
5	Алгебры фон Нойманна.	4	5	9
6	Ядерные $C^*$ -алгебры.	4	6	8
7	Алгебра Бунца-Деденса.	4	7	14
	Итого:	–	–	81

### 4. Образовательные технологии

Раздел дисциплины	Компетенции	Образовательные технологии	Оценочные средства
Элементарная спектральная теория	ПК-1 зу, ПК-2 зув, ПК-3 зув, УК-1 зув	Традиционная лекция – 4 часа. Практическое занятие – разбор примеров – 2 часа.	Устный опрос
$C^*$ -алгебры	ПК-1 зу, ПК-2 зув, ПК-3 зув, УК-1 зув	Традиционная лекция – 2 часа. Практическое занятие – разбор примеров – 1 час.	Устный опрос
Положительные функционалы и идеалы	ПК-1 зу, ПК-2 зув, ПК-3 зув, УК-1 зув	Традиционная лекция – 2 часа. Практическое занятие – разбор примеров – 1 час.	Устный опрос
Представления $C^*$ -алгебр	ПК-1 зу, ПК-2 зув, ПК-3 зув, УК-1 зув	Традиционная лекция – 2 часа. Практическое занятие – разбор примеров – 1 час.	Устный опрос
Алгебры фон Нойманна	ПК-1 зу, ПК-2 зув, ПК-3 зув, УК-1 зув	Традиционная лекция – 2 часа. Практическое занятие – разбор примеров – 1 час.	Устный опрос
Прямые пределы и тензорные произведения	ПК-1 зу, ПК-2 зув, ПК-3 зув, УК-1 зув	Традиционная лекция – 2 часа. Практическое занятие – разбор примеров – 1 час.	Устный опрос
Групповые $C^*$ -алгебры	ПК-1 зу, ПК-2 зув, ПК-3 зув, УК-1 зув	Традиционная лекция – 4 час. Практическое занятие – разбор примеров – 2 часа.	Устный опрос



Используются электронные образовательные ресурсы (ЭОР), размещенные в личных кабинетах студентов Электронного университета КГЭУ, URL: <http://e.kgeu.ru/>.

## **5. Оценочные средства для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

### **5.1. Виды и формы контроля по дисциплине**

Контроль уровня усвоенных знаний, освоенных умений и приобретенных навыков (владений) осуществляется в рамках текущего и промежуточного контроля в соответствии с Положением о текущем контроле и промежуточной аттестации обучающихся в КГЭУ.

Текущий контроль освоения компетенций по дисциплине проводится при изучении теоретического материала, выполнении индивидуальных заданий в форме устного опроса. Текущему контролю подлежит посещаемость аспирантами аудиторных занятий и работа на занятиях.

Итоговой оценкой освоения дисциплинарных компетенций (результатов обучения по дисциплине «Алгебра операторов и  $C^*$ -алгебра») является промежуточная аттестация в форме зачета с оценкой, проводимая с учетом результатов текущего контроля в 4 семестре.

### **5.2. Типовые задания и материалы для оценки сформированности компетенций в процессе освоения дисциплины**

Примерный перечень вопросов для устного опроса

Вопросы к разделу 1.

1. Дайте определение топологической алгебры. Приведите примеры алгебр.
2. Определите спектр алгебры и докажите, что спектр алгебры всех непрерывных функций на компакте изоморфен компактному.
3. Установите связь между спектром элемента и спектром алгебры. Покажите, что если алгебра коммутативна, то спектр алгебры есть локально компактное подмножество спектра любого ненулевого элемента этой алгебры.
4. Приведите пример простой, полупростой и радикальной банаховой алгебры.
5. Покажите, что спектр компактного оператора есть дискретное множество.
6. Дайте определение индекса и приведите его свойства.
7. Докажите теорему Актинсон для фредгольмовых операторов.

Вопросы к разделу 2.

1. Могут ли существовать две различные нормы на алгебре относительно которых данная алгебра есть  $C^*$ -алгебра. Если нет, то почему?

2. Докажите, что из любого положительного элемента можно извлечь квадратный корень. В частности, покажите, что из самосопряженного элемента можно извлечь кубический корень.
3. Дайте определение нормального элемента и докажите спектральную теорему для нормального элемента.
4. Дайте определения унитарного элемента и частичной изометрии. Покажите, что группа унитарных операторов в  $B(H)$  компактна тогда и только тогда, когда  $H$ -конечномерно.
5. Дайте определение спектральной меры, приведите примеры.
6. Докажите теорему Вейля-фон Неймана-Берга о представлении нормальных операторов в гильбертовом пространстве.

#### Вопросы к разделу 3.

1. Докажите, что фактор-алгебра  $C^*$  алгебры по идеалу также является  $C^*$ -алгеброй.
2. Введите понятие вещественного функционала. Покажите, что каждый непрерывный вещественный функционал есть разность двух положительных функционалов.
3. Приведите пример  $C^*$ -алгебры со следовым состоянием.
4. Покажите, что пространство состояний является выпуклым компактным множеством в слабой  $*$ -топологии, а пространство следовых состояний - выпуклым компактным подмножеством этого множества.
5. Перечислите типы  $C^*$ -алгебр. Приведите примеры.

#### Вопросы к разделу 4.

1. Докажите, что все точные неприводимые представления алгебры  $B(H)$  унитарно эквивалентны.
2. Докажите, что ГНС конструкция по чистому состоянию порождает неприводимое представление, а по нечистому приводимо. Опишите связь неприводимых подпространств со структурой состояния.
3. Опишите неприводимые представления алгебры компактных операторов. Покажите, что все они унитарно эквивалентны.
4. Докажите, что если  $C^*$ -подалгебра  $A$  алгебры компактных операторов  $K(H)$  неприводима на  $H$ , то  $A=K(H)$ .
5. Опишите неприводимые представления коммутативных  $C^*$ -алгебр.

#### Вопросы к разделу 5.

1. Дайте эквивалентные определения алгебры фон Неймана.
2. Перечислите топологии на алгебре фон Неймана.

3. Дайте определения нормального состояния, приведите примеры нормальных состояний на коммутативных алгебрах фон Неймана. Каждое ли аддитивное состояние является нормальным?
4. Дайте определение центрально-значного условного ожидания. Докажите, что на алгебре фон Неймана всегда существует центрально-значное условное ожидание.
5. Постройте алгебру фон Неймана с помощью ГНС конструкции.
6. Сформулируйте теорему Томита-Такесаки.

Вопросы к разделу 6.

1. Может ли алгебра всех непрерывных функций на связном компакте быть AF- алгеброй? Ответ обосновать.
2. Сформулируйте и докажите теорему Глимма о классификации гиперфинитных алгебр.
3. Покажите, что алгебра компактных операторов ядерна.
4. Докажите, что коммутативная  $C^*$ -алгебра ядерна.
5. Приведите примеры неядерных  $C^*$ -алгебр, и обоснуйте, почему они неядерны.
6. Определите тензорные произведения  $C^*$ -алгебр (максимальное и минимальное).

Вопросы к разделу 7.

1. Опишите  $C^*$ -алгебры, порожденные регулярным представлением конечных групп. Дайте критерий неприводимости таких представлений.
2. Покажите, что скрещенное произведение  $C^*$ -алгебры и конечной группы можно представить как тензорное произведение.
3. Дайте определение инвариантного идеала. Сформулируйте теорему о простоте скрещенного произведения коммутативной алгебры с дискретной группой.

### 5.3. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

Примерный перечень вопросов к зачету

1. Банаховы алгебры.
2. Спектр и спектральный радиус. Спектр коммутативной банаховой алгебры.
3. Преобразование Гельфанда.
4. Компактные и фредгольмовы операторы на гильбертовых пространствах.
5. Алгебра Калкина.
6.  $C^*$ -алгебра, ее свойства. Унитализация  $C^*$ -алгебры.
7. Коммутативные  $C^*$ -алгебры. Теорема Гельфанда-Наймарка.

8. Самосопряженные и положительные элементы  $C^*$ -алгебры, полярное разложение элемента  $C^*$ -алгебры.
9. Спектральная теорема для самосопряженных элементов.
10. Идеалы в  $C^*$ -алгебрах. Фактор-алгебра.
11. Положительные линейные функционалы, состояния и чистые состояния.
12. Типы  $C^*$ -алгебр.
13. Точные представления и неприводимые представления. Унитарно эквивалентные представления.
14. Лиминальные и постлиминальные  $C^*$ -алгебры.
15. Чистые состояния. ГНС конструкция  $C^*$ -алгебр.
16. Теорема о бикоммутанте.
17. Слабая и ультраслабая топологии.
18. Теорема Капланского о плотности.
19. Коммутативные алгебры фон Неймана.
20. Нормальные и волне аддитивные состояния.
21. Модулярная теория Томита-Такесаки.
22. Прямые пределы  $C^*$ -алгебр.
23. AF-алгебра.
24. Тензорные произведения  $C^*$ -алгебр. Бесконечные тензорные произведения.
25. Ядерные  $C^*$ -алгебры.
26. Группы. Ковариантная динамическая система.
27. Понятие скрещенного произведения.
28. Групповая  $C^*$ -алгебра.
29. Регулярное представление.  $C^*$ -алгебра, порожденная регулярным представлением.
30. Структура  $C^*$ -алгебр, порожденных скрещенным произведением алгебры непрерывных функций на окружности и иррациональным вращением.
31. Алгебра Бунца-Деденса.

#### **5.4. Критерии оценивания уровня сформированности компетенций**

Оценка результатов обучения по дисциплине «Алгебра операторов и  $C^*$ -алгебра» в форме уровня сформированности компонентов знать, уметь, владеть заявленных дисциплинарных компетенций проводится по 4-х балльной шкале оценивания путем выборочного контроля во время зачета.

При оценке уровня сформированности дисциплинарных компетенций в рамках выборочного контроля при зачете считается, что полученная оценка за компонент проверяемой в билете дисциплинарной компетенции обобщается на соответствующий компонент всех дисциплинарных компетенций, формируемых в рамках данной дисциплины.

Оценка	Критерии
«отлично»	Наличие глубоких и исчерпывающих знаний в объеме пройденного программного материала, правильные и уверенные действия по применению полученных знаний на практике, грамотное и стройное изложение материала при ответе, знание дополнительно рекомендованной литературы
«хорошо»	Наличие твердых и достаточно полных знаний программного материала, незначительные ошибки при освещении заданных вопросов, правильные действия по применению знаний на практике, четкое изложение материала
«удовлетворительно»	Наличие твердых знаний пройденного материала, изложение ответов с ошибками, необходимость дополнительных вопросов, правильные действия по применению знаний на практике
«неудовлетворительно»	Наличие грубых ошибок в ответе, непонимание сущности излагаемого вопроса, неумение применять знания на практике, неточность ответов на дополнительные вопросы.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 6.1. Основная литература:

1. Александров, П. С. Введение в теорию множеств и общую топологию: учебное пособие / П. С. Александров. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2010. — 368 с. — ISBN 978-5-8114-0981-5. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/530> — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Власова, Е. А. Элементы функционального анализа: учебное пособие / Е. А. Власова, И. К. Марчевский. — Санкт-Петербург: Лань, 2015. — 400 с. — ISBN 978-5-8114-1958-6. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/67481> — Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Каргаполов, М. И. Основы теории групп: учебное пособие / М. И. Каргаполов, Ю. И. Мерзляков. — 5-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2009. — 288 с. — ISBN 978-5-8114-0894-8. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/177> — Режим доступа: для авториз. пользователей.

4. Подран, В. Е. Элементы топологии: учебное пособие / В. Е. Подран. — 2-е изд. — Санкт-Петербург: Лань, 2008. — 192 с. — ISBN 978-5-8114-0763-7. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. —

URL: <https://e.lanbook.com/book/315>— Режим доступа: для авториз. пользователей.

5. Спивак, М. Математический анализ на многообразиях: учебное пособие / М. Спивак. — 2-е изд. — Санкт-Петербург: Лань, 2005. — 160 с. — ISBN 5-8114-0646-0. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/377>— Режим доступа: для авториз. пользователей.

6. Филимоненкова, Н. В. Сборник задач по функциональному анализу: учебное пособие / Н. В. Филимоненкова. — Санкт-Петербург: Лань, 2015. — 240 с. — ISBN 978-5-8114-1822-0. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/65041>— Режим доступа: для авториз. пользователей

## **6.2.Дополнительная литература:**

1. Гуревич, А. П. Сборник задач по функциональному анализу: учебное пособие / А. П. Гуревич, В. В. Корнев, А. П. Хромов. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург: Лань, 2012. — 192 с. — ISBN 978-5-8114-1274-7. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/3175>— Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Курош, А. Г. Теория групп: справочник / А. Г. Курош. — 4-е изд. — Санкт-Петербург: Лань, 2005. — 648 с. — ISBN 5-8114-0616-9. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/562>— Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Ляпин, Е. С. Упражнения по теории групп: учебное пособие / Е. С. Ляпин, А. Я. Айзенштат, М. М. Лесохин. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2010. — 272 с. — ISBN 978-5-8114-1015-6. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/528>— Режим доступа: для авториз. пользователей.

4. Люстерник, Л. А. Краткий курс функционального анализа: учебное пособие / Л. А. Люстерник, В. И. Соболев. — 2-е изд.,стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2009. — 272 с. — ISBN 978-5-8114-0976-1. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/245>— Режим доступа: для авториз. пользователей.

5.Филимоненкова, Н. В. Конспект лекций по функциональному анализу: учебное пособие / Н. В. Филимоненкова. — Санкт-Петербург: Лань, 2015. — 176 с. — ISBN 978-5-8114-1821-3. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/64343>— Режим доступа: для авториз. пользователей.

## **6.3. Электронно-библиотечные системы**

1. [ibooks.ru](http://ibooks.ru);

2.[e.lanbook.com](http://e.lanbook.com).

#### 6.4. Программное обеспечение дисциплины

№ п/п	Наименование программного обеспечения	Описание	Реквизиты подтверждающих документов
1	Windows 7 Профессиональная (сертифицированная ФСТЭК)	Пользовательская операционная система	"ЗАО "ТаксНет-Сервис" №ПО-ЛИЦ 0000/2014 от 27.05.2014 Неискл. право. Бессрочно
2	Windows 10	Пользовательская операционная система	договор № Tr096148 от 29.09.2020, лицензиар - ООО "Софтлайн трейд", тип (вид) лицензии - неискл. право, срок действия лицензии - до 14.09.2021
3	Office Professional Plus 2007	Пакет программных продуктов, содержащий в себе необходимые офисные программы	Договор № 225/ 10, лицензиар - ЗАО «Софт Лайн Трейд», тип (вид) лицензии - неискл. право, срок действия лицензии - бессрочно
4	Office Standard 2007 Russian OLP NL AcademicEdition+	Пакет программных продуктов, содержащий в себе необходимые офисные программы	договор №21/2010 от 04.05.2010, лицензиар - ЗАО «Софт Лайн Трейд», тип (вид) лицензии - неискл. право, срок действия лицензии – бессрочно
5	Браузер Chrome	Система поиска и просмотра информации в сети интернет	Свободная лицензия Неискл. право. Бессрочно

#### 6.5. Интернет-ресурсы

№п/п	Наименование профессиональных баз данных	Адрес
1	Российская национальная библиотека	<a href="http://nlr.ru/">http://nlr.ru/</a>
2	Общероссийский математический портал	<a href="http://www.mathnet.ru/">http://www.mathnet.ru/</a>
3	Национальная электронная библиотека (НЭБ)	<a href="https://rusneb.ru/">https://rusneb.ru/</a>
4	КиберЛенинка	<a href="https://cyberleninka.ru/">https://cyberleninka.ru/</a>
5	Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU	<a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a>
6	Электронная библиотека диссертаций (РГБ)	<a href="http://diss.rsl.ru">diss.rsl.ru</a>

7	Springer	www.springer.com
8	American Mathematical Society	www.ams.org
9	Russian Science Citation Index (RSCI)	clarivate.ru
10	Scopus	www.scopus.com
11	Web of Science	https://webofknowledge.com/
12	zbMATH	www.zbmath.org

## 6.6. Профессиональные базы данных

№ п/п	Наименование профессиональных баз данных	Адрес	Режим доступа
1.	Российская национальная библиотека	http://nlr.ru/	Свободный
2.	Единое окно доступа к образовательным ресурсам	http://window.edu.ru/	Свободный
3.	Президентская библиотека имени Бориса Николаевича Ельцина	В http://prlib.ru	Свободный
4.	Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU	http://elibrary.ru	Свободный
5.	Высшая аттестационная комиссия при Министерстве науки и высшего образования Российской Федерации	https://vak.minobrnauki.gov.ru/main	Свободный
6.	Президент России — молодым ученым - Science-ID	https://scienceid.net/president/	Свободный
7.	МБД Scopus	https://www.scopus.com/search/form.uri?display=basic#basic	Свободный с компьютеров университета
8.	МБД Web of Science	https://apps.webofknowledge.com/WOS_GeneralSearch_input.do?product=WOS&search_mode=GeneralSearch&SID=D6cTknVCLV7j48sfzSo&preferencesSaved=	Свободный с компьютеров университета
9.	Портал РФФИ	https://www.rfbr.ru/rffi/ru/	Свободный

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

№ п./п.	Вид учебной работы	Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы



№ п./п.	Вид учебной работы	Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы
1	Лекции	Помещение для проведения занятий лекционного типа	ноутбук переносной, комплект специализированной мебели
2	Практические занятия	Помещение для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	ноутбук переносной, комплект специализированной мебели
3	Самостоятельная работа обучающихся	Помещение для самостоятельной работы В-600а	моноблок (30 шт.), система видеонаблюдения (6 видеокамер), проектор, экран, комплект специализированной мебели
		Помещение для самостоятельной работы Читальный зал	проектор, переносной экран, компьютеры (5 шт.), тонкие клиенты (13 шт.), комплект специализированной мебели

## 8. Особенности организации образовательной деятельности для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Лица с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) и инвалиды имеют возможность беспрепятственно перемещаться из одного учебно-лабораторного корпуса в другой, подняться на все этажи учебно-лабораторных корпусов, заниматься в учебных и иных помещениях с учетом особенностей психофизического развития и состояния здоровья.

Для обучения лиц с ОВЗ и инвалидов, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, обеспечены условия беспрепятственного доступа во все учебные помещения. Информация о специальных условиях, созданных для обучающихся с ОВЗ и инвалидов, размещена на сайте университета [www/kgeu.ru](http://www/kgeu.ru). Имеется возможность оказания технической помощи ассистентом, а также услуг сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков.

Для адаптации к восприятию лицами с ОВЗ и инвалидами с нарушенным слухом справочного, учебного материала по дисциплине обеспечиваются следующие условия:

- для лучшей ориентации в аудитории, применяются сигналы оповещения о начале и конце занятия (слово «звонок» пишется на доске);
- внимание слабослышащего обучающегося привлекается педагогом жестом (на плечо кладется рука, осуществляется нерезкое похлопывание);
- разговаривая с обучающимся, педагогический работник смотрит на него, говорит ясно, короткими предложениями, обеспечивая возможность чтения по губам.

Компенсация затруднений речевого и интеллектуального развития слабослышащих обучающихся проводится путем:



- использования схем, диаграмм, рисунков, компьютерных презентаций с гиперссылками, комментирующими отдельные компоненты изображения;
- регулярного применения упражнений на графическое выделение существенных признаков предметов и явлений;
- обеспечения возможности для обучающегося получить адресную консультацию по электронной почте по мере необходимости.

Для адаптации к восприятию лицами с ОВЗ и инвалидами с нарушениями зрения справочного, учебного, просветительского материала, предусмотренного образовательной программой по выбранному направлению подготовки, обеспечиваются следующие условия:

- ведется адаптация официального сайта в сети Интернет с учетом особых потребностей инвалидов по зрению, обеспечивается наличие крупношрифтовой справочной информации о расписании учебных занятий;
  - педагогический работник, его собеседник (при необходимости), присутствующие на занятии, представляются обучающимся, при этом каждый раз называется тот, к кому педагогический работник обращается;
  - действия, жесты, перемещения педагогического работника коротко и ясно комментируются;
  - печатная информация предоставляется крупным шрифтом (от 18 пунктов), тотально озвучивается;
  - обеспечивается необходимый уровень освещенности помещений;
  - предоставляется возможность использовать компьютеры во время занятий и право записи объяснений на диктофон (по желанию обучающихся).
- Форма проведения текущей и промежуточной аттестации для обучающихся с ОВЗ и инвалидов определяется педагогическим работником в соответствии с учебным планом. При необходимости обучающемуся с ОВЗ, инвалиду с учетом их индивидуальных психофизических особенностей дается возможность пройти промежуточную аттестацию устно, письменно на бумаге, письменно на компьютере, в форме тестирования и т.п., либо предоставляется дополнительное время для подготовки ответа.

Рабочая программа дисциплины Б1.В.04 «Алгебра операторов и С\*-алгебра» разработана в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки аспирантов 01.06.01 «Математика и механика» (уровень подготовки кадров высшей квалификации), утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 30 июля 2014 г. №866.

Автор

  
\_\_\_\_\_  


д-р физ.-мат. н., проф. С.А. Григорян

к.ф.-м.н., Т.Н. Панкратьева

Программа обсуждена и одобрена на заседании кафедры ВМ от 14.10.2020 г., протокол № 18.

Зав. кафедрой ВМ

  
\_\_\_\_\_

д-р физ.-мат. н., проф. С.А. Григорян

На заседании методического совета ИЦТЭ от 26.10.2020 г., протокол №2 программа рекомендована к утверждению.

Директор ИЦТЭ

  
\_\_\_\_\_

д. пед.н., доцент Ю.В. Торкунова

