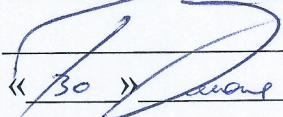




МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «КГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Директор Института цифровых
технологий и экономики

 Э.И. Беляев
« 30 » _____ 2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.12 Математика

Направление
подготовки

38.03.01 Экономика

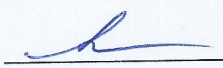
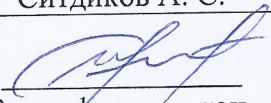
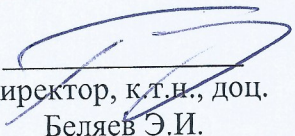
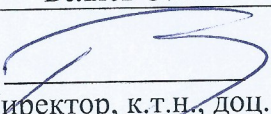
Квалификация

Бакалавр

г. Казань, 2023

Программу разработал(и):

Наименование кафедры	Должность, уч.степень, уч.звание	ФИО разработчика
Высшая математика	Проф., д.ф.-м.н.	Григорян С.А.
Высшая математика	Доцент, к. ф.-м.н.	Григорян Т.А.

Согласование	Наименование подразделения	Дата	№ протокола	Подпись
Одобрена	ВМ	15.05.23	7	 Зав.каф., д.ф.-м.н., доц. Ситдигов А. С.
Согласована	ЭОП	25.05.23	13	 Зав.каф., д.т.н., доц. Ахметова И. Г.
Согласована	Учебно- методический совет ИЦТЭ	30.05.23	7	 Директор, к.т.н., доц. Беляев Э.И.
Одобрена	Ученый совет ИЦТЭ	30.05.23	9	 Директор, к.т.н., доц. Беляев Э.И.

1. Цель, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине

Целью изучения дисциплины является теоретическое освоение обучающимися основных разделов линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики, необходимых для понимания роли математики в профессиональной деятельности; формирования культуры мышления, способности к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей её достижения; освоения основных методов дисциплины, применяемых в решении профессиональных задач и научно-исследовательской деятельности.

Задачи дисциплины:

дать представление о роли математики в профессиональной деятельности;

познакомить с необходимым понятийным аппаратом дисциплины;

сформировать умения решать типовые задачи основных разделов линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей и элементов математической статистики;

освоить типовые методы математического исследования прикладных вопросов по специальности;

сформировать умение использовать математический аппарат при изучении реальных процессов и явлений.

Компетенции и индикаторы, формируемые у обучающихся:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора
ОПК-2 – Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач	ОПК-2.1 – Обладает навыками применения математического аппарата

2. Место дисциплины в структуре ОП

Последующие дисциплины (модули), практики, НИР, др.:

- Основы статистики,
- Концепции современного естествознания,
- Введение в профессиональную деятельность,
- Экономико-математическое моделирование,
- Информационно-цифровые технологии,
- Программное обеспечение и программирование в профессиональной деятельности,
- Логистика,
- Бухгалтерский учет и анализ,
- Риск-менеджмент,
- Производственная практика.

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Структура дисциплины

Для очной формы обучения

Вид учебной работы	Всего ЗЕ	Всего часов	Семестр
			1
ОБЩАЯ ТРУДОЕМКОСТЬ ДИСЦИПЛИНЫ	7	252	252
КОНТАКТНАЯ РАБОТА*	-	139	139
АУДИТОРНАЯ РАБОТА	3,33	120	120
Лекции	1,44	52	52
Практические (семинарские) занятия	1,89	68	68
Лабораторные работы	-	-	-
САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА ОБУЧАЮЩЕГОСЯ	3,67	132	132
Проработка учебного материала	2,67	96	96
Курсовой проект	-	-	-
Курсовая работа	-	-	-
Подготовка к промежуточной аттестации	1	36	36
Промежуточная аттестация:			Э
			-

Для очно-заочной формы обучения

Вид учебной работы	Всего ЗЕ	Всего часов	Семестр
			2
ОБЩАЯ ТРУДОЕМКОСТЬ ДИСЦИПЛИНЫ	7	252	252
КОНТАКТНАЯ РАБОТА	-	79	79
АУДИТОРНАЯ РАБОТА	1,39	50	50
Лекции	0,56	20	20
Практические (семинарские) занятия	0,83	30	30
Лабораторные работы	-	-	-
САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА ОБУЧАЮЩЕГОСЯ	5,61	202	202
Проработка учебного материала	5,36	193	193
Курсовой проект	-	-	-
Курсовая работа	-	-	-
Подготовка к промежуточной аттестации	0,25	9	9
Промежуточная аттестация:			Э
			-

3.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам и видам занятий

Разделы дисциплины	Всего часов	Распределение трудоемкости по видам учебной работы				Формы и вид контроля	Индексы индикаторов формируемых компетенций
		лекции	лаб. раб.	пр. зан.	сам. раб.		
Раздел 1. Введение в линейную алгебру и аналитическую геометрию	74	20		22	32	ТК1	ОПК-2.1 ЗУВ
Раздел 2. Введение в математический анализ	102	24		34	44	ТК2	ОПК-2.1 ЗУВ
Раздел 3. Введение в теорию вероятностей и математическую статистику	40	8		12	20	ТК3	ОПК-2.1 ЗУВ
Экзамен	36				36	ОМ 1	ОПК-2.1 ЗУВ
Итого за 1 семестр	252	52		68	132		
ИТОГО	252	52		68	132		

3.3. Содержание дисциплины

Раздел 1. Введение в линейную алгебру и аналитическую геометрию

Тема 1.1. Матрицы и определители

Понятие матрицы. Действия над матрицами, свойства действий над матрицами. Элементарные преобразования матриц.

Определитель матрицы. Свойства определителя. Методы вычисления определителей. Формула разложения по строке (по столбцу). Ранг матрицы.

Обратная матрица. Условие существования обратной матрицы. Методы нахождения обратной матрицы.

Тема 1.2 Системы линейных алгебраических уравнений

Системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Решение систем линейных уравнений методом Крамера, матричным методом. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.

Тема 1.3 Векторы

Понятие вектора. Координаты вектора, длина вектора. Коллинеарные векторы, условие коллинеарности. Компланарные векторы. Действия над векторами в координатной форме. Проекция вектора на ось. Свойства проекции. Деление отрезка в заданном отношении, координаты точки деления.

Скалярное произведение векторов, свойства скалярного произведения. Векторное произведение векторов, свойства векторного произведения. Смешанное произведение векторов, свойства смешанного произведения.

Тема 1.4 Линейные векторные пространства

Определение линейного пространства. Линейно независимые векторы. Базис, размерность линейного пространства.

Линейные операторы. Матрица линейного оператора в разных базисах.

Собственные векторы и собственные числа линейного оператора.

Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Знакоопределенность квадратичной формы. Критерий Сильвестра, закон инерции.

Тема 1.5 Аналитическая геометрия

Декартова система координат. Преобразования системы координат. Полярная система координат.

Уравнение прямой на плоскости. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой. Уравнение плоскости в пространстве. Расстояние от точки до плоскости. Уравнение прямой в пространстве. Угол между прямыми. Угол между прямой и плоскостью. Кривые второго порядка. Канонический вид кривых второго порядка.

Раздел 2. Введение в математический анализ

Тема 2.1 Числовые множества

Понятие множества. Различные виды числовых множеств. Интервал. Окрестность точки. Мощность множества. Отображения: сюръекция, инъекция, биекция. Понятие функции, график функции. Обратная функция. Основные элементарные функции, их графики и свойства.

Тема 2.2 Теория пределов

Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Свойства предела числовой последовательности.

Предел функции в точке. Свойства предела функции. Первый замечательный предел, второй замечательный предел. Эквивалентности. Односторонние пределы.

Определение функции, непрерывной в точке. Точки разрыва функции. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

Тема 2.3 Производная функции одной переменной

Понятие производной функции в точке. Производные основных элементарных функций. Правила дифференцирования.

Производная сложной функции, логарифмическая производная. Производная функции, заданной параметрически. Производная функции, заданной неявно. Производная обратной функции. Производные высших порядков.

Тема 2.4 Приложения производной

Геометрический смысл производной.

Экстремумы функции. Интервалы монотонности функции. Необходимое условие экстремума функции, достаточное условие экстремума функции. Выпуклость, точки перегиба. Необходимое и достаточное условия. Асимптоты графика функции. Правило Лопиталя.

Тема 2.5 Неопределенный интеграл

Первообразная функции. Понятие неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Методы вычисления.

Тема 2.6. Определенный интеграл

Понятие определенного интеграла. Свойства. Форму Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле.

Приложения определенного интеграла: площадь криволинейной

трапеции, длина дуги, объем тела вращения.

Тема 2.7 Функции нескольких переменных

Понятие функции нескольких переменных (ФНП). Область определения ФНП. Линии уровня. Частные производные ФНП. Частные производные высших порядков.

Экстремумы ФНП. Необходимое и достаточное условия. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Градиент. Производная по направлению. Метод наименьших квадратов.

Тема 2.8 Дифференциальные уравнения (ДУ)

Понятие ДУ. Порядок ДУ, общее решение, частное решение. ДУ первого порядка. Линейные ДУ второго порядка с постоянными коэффициентами.

Тема 2.9 Ряды

Числовые ряды. Сходимость числового ряда. Свойства сходящихся числовых рядов. Признаки сходимости.

Степенные ряды. Радиус сходимости, интервал сходимости. Разложение функций степенной ряд.

Раздел 3. Введение в теорию вероятностей и математическую статистику

Тема 3.1 Алгебра событий

Элементы комбинаторики. Случайное событие. Пространство элементарных исходов. Действия над событиями.

Классическое и геометрическое определения вероятности. Свойства вероятности.

Теорема сложения. Условная вероятность. Теорема умножения. Формула полной вероятности, формула Байеса, формула Бернулли. Наивероятнейшее число успехов. Приближенные формулы: формула Пуассона, локальная формула Муавра-Лапласа, интегральная формула Муавра-Лапласа.

Тема 3.2 Случайные величины

Дискретная случайная величина, непрерывная случайная величина. Закон распределения случайной величины. Функция распределения. Плотность вероятностей непрерывной случайной величины. Числовые характеристики случайных величин.

Основные законы распределения дискретных и непрерывных случайных величин и их числовые характеристики. Нормальное распределение.

Тема 3.3 Введение в математическую статистику

Основные задачи математической статистики. Генеральная совокупность и выборка. Статистический закон распределения. Графическое представление выборки. Точечные оценки неизвестных параметров распределения.

3.4. Тематический план практических занятий

Раздел 1. Введение в линейную алгебру и аналитическую геометрию

1. Действия над матрицами. Свойства действий над матрицами.

2. Понятие определителя, методы вычисления. Нахождение ранга матрицы.
3. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Крамера. Нахождение обратной матрицы. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.
4. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
5. Вычисление длины и направления вектора. Вычисление проекции. Скалярное произведение векторов.
6. Векторное и смешанное произведения векторов.
7. Базис линейного пространства. Координаты вектора в новом базисе. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора.
8. Матрица квадратичной формы. Исследование квадратичной формы на знакоопределенность. Приведение к каноническому виду.
9. Различные виды уравнения прямой линии на плоскости.
10. Уравнение плоскости в пространстве. Уравнения прямой линии в пространстве.

11. Кривые второго порядка.

Раздел 2. Введение в математический анализ

12. Вычисление пределов функций на бесконечности и в конечной точке. Раскрытие неопределенностей.
13. Первый и второй замечательный пределы и их следствия.
14. Правила дифференцирования. Производная сложной функции. Логарифмическая производная. Приближенные вычисления.
15. Производные высших порядков. Вычисление пределов с помощью правила Лопиталя.
16. Вычисление экстремумов функций. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на множестве. Применение производных к исследованию функций и построению графиков.
17. Основные методы интегрирования (непосредственное интегрирование, замена переменной, интегрирование по частям).
18. Интегрирование дробно-рациональных функций.
19. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование иррациональных функций.
20. Методы вычисления определенного интеграла. Приложения определенного интеграла к вычислению площадей, объёмов, длины дуги кривой.
21. Область определения ФНП. Линии уровня. Частные производные функции нескольких переменных. Производная функции, заданной неявно.
22. Производные высших порядков. Полный дифференциал первого и второго порядков. Уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности. Производная по направлению. Градиент.
23. Экстремум функции многих переменных. Задачи нахождения наибольшего и наименьшего значений в ограниченной области.
24. Дифференциальные уравнения первого порядка (дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, однородные, линейные неоднородные, уравнения Бернулли, в полных

дифференциалах).

25. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Метод неопределенных коэффициентов. Метод вариации постоянных.

26. Признаки сходимости положительных рядов. Знакопеременные ряды.

27. Степенные ряды. Радиус сходимости степенного ряда.

28. Разложение функции в степенной ряд. Применение степенных рядов к приближенным вычислениям.

Раздел 3. Введение в теорию вероятностей и математическую статистику

29. Элементы комбинаторики. Случайные события. Операции над событиями. Классическое и геометрическое определение вероятности. Теоремы сложения и умножения вероятностей.

30. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема испытаний Бернулли. Формула Бернулли. Предельные теоремы в схеме Бернулли.

31. Случайные величины. Функция распределения случайных величин и ее свойства. Виды случайных величин. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины и ее свойства.

32. Числовые характеристики случайных величин и их свойства. Примеры основных распределений случайных величин. Нормальное распределение.

33. Генеральная совокупность и выборка. Статистический ряд распределения. Графическое представление выборки: гистограмма, полигон частот.

34. Обработка результатов эксперимента, определение точечных оценок числовых характеристик и параметров распределения генеральной совокупности.

3.5. Тематический план лабораторных работ

Данный вид работы не предусмотрен учебным планом

3.6. Курсовой проект /курсовая работа

Данный вид работы не предусмотрен учебным планом

4. Оценивание результатов обучения

Оценивание результатов обучения по дисциплине осуществляется в рамках текущего контроля и промежуточной аттестации, проводимых по балльно-рейтинговой системе (БРС).

Шкала оценки результатов обучения по дисциплине:

Код компетенции	Код индикатора компетенции	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Уровень сформированности индикатора компетенции			
			Высокий	Средний	Ниже среднего	Низкий
			от 85 до 100	от 70 до 84	от 55 до 69	от 0 до 54
			Шкала оценивания			

			отлично	хорошо	удовлет- ворительно	неудов- летвори- тельно
			зачтено			не зачтено
ОПК-2	ОПК-2.1	знать:				
		понятие матрицы, определение обратной матрицы, понятие ранга матрицы; понятие об определителе матрицы, свойства определителей; общий вид СЛАУ; правило Крамера для решения СЛАУ; матричный метод решения СЛАУ; критерий совместности СЛАУ; метод Гаусса; понятие вектора, векторного пространства; базис и размерность векторного пространства; понятие линейного оператора, собственного числа и вектора линейного оператора; понятие квадратичной формы; различные виды уравнений прямых на плоскости; различные виды уравнений плоскости в пространстве; способы задания прямой в пространстве; уравнения линий второго порядка; понятие предела последовательности и функции в точке; понятие непрерывности функции в точке и на множестве; понятие производной, её геометрический смысл; понятие неопределённого и определённого интегралов, их свойства; понятие функции нескольких переменных, частных производных функции нескольких	свобод- но и в полном объеме знает	достаточно полно знает	плохо описывает , много ошибок	не знает

		переменных; понятие дифференциального уравнения, основные типы дифференциальных уравнений первого порядка; понятие числового и степенного ряда; основные признаки сходимости числовых рядов; основные понятия и определения теории вероятностей и математической статистики: классическое и геометрическое определения вероятности, основные формулы; понятия дискретной и непрерывной случайных величин, генеральной и выборочной совокупностей, точечные оценки параметров распределения.				
		уметь: выполнять действия над матрицами; находить матрицу, обратную данной; находить ранг матрицы; записывать в матричной форме систему линейных уравнений; применять различные методы решения СЛАУ; вычислять скалярное, векторное, смешанное произведение векторов; находить собственные числа и собственные векторы линейного оператора; исследовать квадратичную форму на знакоопределенность; строить уравнения прямой линии на плоскости и пространстве, уравнения плоскости в пространстве,	умеет выполнять без ошибок	выполняет с незначительными ошибками	выполняет с большим количеством ошибок	не умеет

		кривые второго порядка; находить угол между прямыми, плоскостями, расстояние от точки до прямой и плоскости; находить область определения функции, исследовать функцию на симметричность; вычислять предел последовательности и функции в точке; вычислять производные элементарных функций; находить экстремумы функции, наибольшее и наименьшее значение функции на множестве; вычислять первообразные функции (в простейших случаях); вычислять определенные интегралы; применять интегралы к решению простых прикладных задач; находить частные производные ФНП, частные производные высших порядков, экстремумы ФНП; исследовать на сходимость числовые ряды; находить радиус сходимости степенного ряда; записывать математическую постановку типовых текстовых задач; составлять математические модели простых задач реальных процессов и проводить их анализ; выбирать метод решения типовой задачи; решать стандартные задачи с использованием формул теории вероятностей и математической статистики.				
--	--	--	--	--	--	--

		владеть:				
		навыками употребления математической символики для выражения количественных и качественных отношений объектов; навыками символьных преобразований математических выражений; записывать математическую постановку типовой текстовой задачи; навыками построения графиков элементарных функций; навыками использования графиков, таблиц при решении задачи и проведении анализа найденного решения; основными аналитическими методами решения алгебраических уравнений и систем алгебраических уравнений; основными методами дифференцирования, интегрирования функций; основными методами поиска экстремума функций одной и нескольких переменных; методами статистической обработки результатов экспериментов; методами анализа и представления статистических данных.	владеет в полном объеме	владеет в достаточном объеме	владеет слабо, допускает много ошибок	не владеет

Оценочные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации приведены в Приложении к рабочей программе дисциплины.

Полный комплект заданий и материалов, необходимых для оценивания результатов обучения по дисциплине, хранится на кафедре разработчика.

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1. Учебно-методическое обеспечение

5.1.1. Основная литература

1. Булдык, Г. М. Сборник задач и упражнений по высшей математике: учебное пособие для вузов / Г. М. Булдык. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 332 с. — ISBN 978-5-8114-9473-6. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/195479>;

2. Ганичева, А. В. Теория вероятностей: учебное пособие / А. В. Ганичева. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 144 с. — ISBN 978-5-8114-2380-4. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/209762>;

3. Гателюк, О. В. Практикум по теории вероятностей и математической статистике / О. В. Гателюк, Н. В. Манюкова. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 132 с. — ISBN 978-5-8114-9842-0. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/238706>;

4. Горлач, Б. А. Математический анализ: учебное пособие / Б. А. Горлач. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 608 с. — ISBN 978-5-8114-1428-4. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/211079>;

5. Горлач, Б. А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебник для вузов / Б. А. Горлач. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 300 с. — ISBN 978-5-507-44063-4. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/208664>;

6. Горлач, Б. А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Практикум для студентов технических и экономических специальностей вузов: учебное пособие для вузов / Б. А. Горлач, Е. П. Ростова. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 144 с. — ISBN 978-5-8114-6737-2. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/162373>;

7. Кремер, Н.Ш.. Математика для экономистов и менеджеров. Практикум (для бакалавров): Учебное пособие / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин, М.Н. Фридман — Москва: КноРус, 2017. — 479 с. — (для бакалавров). — ISBN 978-5-406-03462-0-М-2018. — URL: <https://book.ru/book/927668> — Текст: электронный;

8. Путко, Б. А., Математика для экономистов и менеджеров.: учебник / Б. А. Путко, И. М. Тришин, М. Н. Фридман; под общ. ред. Н. Ш. Кремера. — Москва: КноРус, 2022. — 479 с. — ISBN 978-5-406-09054-1. — URL: <https://book.ru/book/942128> — Текст: электронный.

5.1.2. Дополнительная литература

1. Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник для вузов / Д. В. Беклемишев. — 19-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 448 с. — ISBN 978-5-8114-9223-7. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/189312>;

2. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре: учебное пособие для вузов / Л. А. Беклемишева, Д. В. Беклемишев, А. Ю. Петрович, И. А. Чубаров. — 9-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 496 с. — ISBN 978-5-8114-9224-4. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/190976>;

3. Высшая математика. Стандартные задачи с основами теории: учебное пособие для вузов / А. Ю. Вдовин, Л. В. Михалева, В. М. Мухина [и др.]. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 188 с. — ISBN 978-5-8114-9437-8. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/195419>;

4. Горлач, Б. А. Теория вероятностей и математическая статистика: учебно-методическое пособие / Б. А. Горлач. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 320 с. — ISBN 978-5-8114-1429-1. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/211082>;

5. Горлач, Б. А. Дифференцирование: учебник / Б. А. Горлач. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 348 с. — ISBN 978-5-8114-2715-4. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210074>;

6. Икрянников, В. И., Высшая математика. Практикум: учебное пособие / В. И. Икрянников, Э. Б. Шварц; под ред. В. Н. Максименко. — Москва: КноРус, 2023. — 436 с. — ISBN 978-5-406-10962-5. — URL: <https://book.ru/book/947632>. — Текст: электронный;

7. Татарников, О. В., Теория вероятностей и математическая статистика для экономистов.: учебник / О. В. Татарников, Е. В. Швед. — Москва: КноРус, 2022. — 206 с. — ISBN 978-5-406-09490-7. — URL: <https://book.ru/book/943149>. — Текст: электронный;

8. Хуснутдинов, Р. Ш. Сборник задач по курсу теории вероятностей и математической статистики: учебное пособие / Р. Ш. Хуснутдинов. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 320 с. — ISBN 978-5-8114-1668-4. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/211733>.

5.2. Информационное обеспечение

5.2.1. Электронные и интернет-ресурсы

1. Портал «Открытое образование», <http://npoad.ru>;

2. Электронный учебный курс «Математика Эк»,

**БИБЛИОТЕКА
КГЭУ**

<https://lms.kgeu.ru/course/view.php?id=1093>

3. Электронный учебный курс «Математика (ЗФО)»,
<https://lms.kgeu.ru/course/view.php?id=4665>;

4. ЭБС BOOK.RU, <http://book.ru>

5.2.2. Профессиональные базы данных/Информационно-справочные системы

1. Российская национальная библиотека, <http://nlr.ru/>;

2. Единое окно доступа к образовательным ресурсам,
<http://window.edu.ru/>;

3. Национальная электронная библиотека, <https://rusneb.ru/>.

5.2.3. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение дисциплины

№ п/п	Наименование программного обеспечения	Описание	Реквизиты подтверждающих документов
1	"ИРБИС 64 (модульная поставка): АРМ "Читатель", АРМ "Книговыдача"	Система автоматизации библиотек, отвечающая всем международным требованиям, предъявляемым к современным библиотечным системам	ГУ здравоохранения "Республиканский медицинский библиотечно-информационный центр" №61/2008 от 17.06.2008 Неискл. право. Бессрочно
2	Windows 7 Профессиональная (сертифицированная ФСТЭК)	Пользовательская операционная система	"ЗАО ""ТаксНет-Сервис"" №ПО-ЛИЦ 0000/2014 от 27.05.2014 Неискл. право. Бессрочно
3	Браузер Chrome	Система поиска информации в сети интернет	Свободная лицензия Неискл. право. Бессрочно
4	LMS Moodle	ПО для эффективного онлайн-взаимодействия преподавателя и студента	Свободная лицензия Неискл. право. Бессрочно
5	Adobe Flash Player	Подключаемый модуль для браузера и среды выполнения веб -приложений	Свободная лицензия Неискл. право. Бессрочно
6	Office Professional Plus 2007 Windows32 Russian DiskKit MVL CD	Пакет программных продуктов содержащий в себе необходимые офисные программы	ЗАО "СофтЛайнТрейд" №225/10 от 28.01.2010 Неискл. право. Бессрочно
7	Office Standard 2007 Russian OLP NL AcademicEdition+	Пакет программных продуктов содержащий в себе необходимые офисные программы	ЗАО "СофтЛайнТрейд" №21/2010 от 04.05.2010 Неискл. право. Бессрочно

6. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Наименование вида учебной работы	Наименование учебной аудитории, специализированной лаборатории	Перечень необходимого оборудования и технических средств обучения
Лекции	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа	Специализированная учебная мебель, технические средства обучения, служащие для представления учебной информации большой аудитории (мультимедийный проектор, компьютер (ноутбук), экран), демонстрационное оборудование, учебно-наглядные пособия
Практические занятия	Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Специализированная учебная мебель, технические средства обучения (мультимедийный проектор, компьютер (ноутбук), экран) и др.
Самостоятельная работа	Компьютерный класс с выходом в Интернет В-600а	Специализированная учебная мебель на 30 посадочных мест, 30 компьютеров, технические средства обучения (мультимедийный проектор, компьютер (ноутбук), экран), видеокамеры, программное обеспечение
	Читальный зал библиотеки	Специализированная мебель, компьютерная техника с возможностью выхода в Интернет и обеспечением доступа в ЭИОС, экран, мультимедийный проектор, программное обеспечение

7. Особенности организации образовательной деятельности для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Лица с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) и инвалиды имеют возможность беспрепятственно перемещаться из одного учебно-лабораторного корпуса в другой, подняться на все этажи учебно-лабораторных корпусов, заниматься в учебных и иных помещениях с учетом особенностей психофизического развития и состояния здоровья.

Для обучения лиц с ОВЗ и инвалидов, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, обеспечены условия беспрепятственного доступа во все учебные помещения. Информация о специальных условиях, созданных для обучающихся с ОВЗ и инвалидов, размещена на сайте университета www//kgeu.ru. Имеется возможность оказания технической помощи ассистентом, а также услуг сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков.

Для адаптации к восприятию лицами с ОВЗ и инвалидами с

нарушенным слухом справочного, учебного материала по дисциплине обеспечиваются следующие условия:

- для лучшей ориентации в аудитории, применяются сигналы оповещения о начале и конце занятия (слово «звонок» пишется на доске);
- внимание слабослышащего обучающегося привлекается педагогом жестом (на плечо кладется рука, осуществляется нерезкое похлопывание);
- разговаривая с обучающимся, педагогический работник смотрит на него, говорит ясно, короткими предложениями, обеспечивая возможность чтения по губам.

Компенсация затруднений речевого и интеллектуального развития слабослышащих обучающихся проводится путем:

- использования схем, диаграмм, рисунков, компьютерных презентаций с гиперссылками, комментирующими отдельные компоненты изображения;
- регулярного применения упражнений на графическое выделение существенных признаков предметов и явлений;
- обеспечения возможности для обучающегося получить адресную консультацию по электронной почте по мере необходимости.

Для адаптации к восприятию лицами с ОВЗ и инвалидами с нарушениями зрения справочного, учебного, просветительского материала, предусмотренного образовательной программой по выбранному направлению подготовки, обеспечиваются следующие условия:

- ведется адаптация официального сайта в сети Интернет с учетом особых потребностей инвалидов по зрению, обеспечивается наличие крупношрифтовой справочной информации о расписании учебных занятий;
- педагогический работник, его собеседник (при необходимости), присутствующие на занятии, представляются обучающимся, при этом каждый раз называется тот, к кому педагогический работник обращается;
- действия, жесты, перемещения педагогического работника коротко и ясно комментируются;
- печатная информация предоставляется крупным шрифтом (от 18 пунктов), тотально озвучивается;
- обеспечивается необходимый уровень освещенности помещений;
- предоставляется возможность использовать компьютеры во время занятий и право записи объяснений на диктофон (по желанию обучающихся).

Форма проведения текущей и промежуточной аттестации для обучающихся с ОВЗ и инвалидов определяется педагогическим работником в соответствии с учебным планом. При необходимости обучающемуся с ОВЗ, инвалиду с учетом их индивидуальных психофизических особенностей дается возможность пройти промежуточную аттестацию устно, письменно на бумаге, письменно на компьютере, в форме тестирования и т.п., либо предоставляется дополнительное время для подготовки ответа.

8. Методические рекомендации для преподавателей по организации воспитательной работы с обучающимися.

Методическое обеспечение процесса воспитания обучающихся выступает одним из определяющих факторов высокого качества образования. Преподаватель вуза, демонстрируя высокий профессионализм, эрудицию, четкую гражданскую позицию, самодисциплину, творческий подход в решении профессиональных задач, в ходе образовательного процесса способствует формированию гармоничной личности.

При реализации дисциплины преподаватель может использовать следующие методы воспитательной работы:

- методы формирования сознания личности (беседа, диспут, внушение, инструктаж, контроль, объяснение, пример, самоконтроль, рассказ, совет, убеждение и др.);
- методы организации деятельности и формирования опыта поведения (задание, общественное мнение, педагогическое требование, поручение, приучение, создание воспитывающих ситуаций, тренинг, упражнение, и др.);
- методы мотивации деятельности и поведения (одобрение, поощрение социальной активности, порицание, создание ситуаций успеха, создание ситуаций для эмоционально-нравственных переживаний, соревнование и др.)

При реализации дисциплины преподаватель должен учитывать следующие направления воспитательной деятельности:

Гражданское и патриотическое воспитание:

- формирование у обучающихся целостного мировоззрения, российской идентичности, уважения к своей семье, обществу, государству, принятым в семье и обществе духовно-нравственным и социокультурным ценностям, к национальному, культурному и историческому наследию, формирование стремления к его сохранению и развитию;
- формирование у обучающихся активной гражданской позиции, основанной на традиционных культурных, духовных и нравственных ценностях российского общества, для повышения способности ответственно реализовывать свои конституционные права и обязанности;
- развитие правовой и политической культуры обучающихся, расширение конструктивного участия в принятии решений, затрагивающих их права и интересы, в том числе в различных формах самоорганизации, самоуправления, общественно-значимой деятельности;
- формирование мотивов, нравственных и смысловых установок личности, позволяющих противостоять экстремизму, ксенофобии, дискриминации по социальным, религиозным, расовым, национальным признакам, межэтнической и межконфессиональной нетерпимости, другим негативным социальным явлениям.

Духовно-нравственное воспитание:

- воспитание чувства достоинства, чести и честности, совестливости, уважения к родителям, учителям, людям старшего поколения;
- формирование принципов коллективизма и солидарности, духа милосердия и сострадания, привычки заботиться о людях, находящихся в трудной жизненной ситуации;
- формирование солидарности и чувства социальной ответственности

по отношению к людям с ограниченными возможностями здоровья, преодоление психологических барьеров по отношению к людям с ограниченными возможностями;

- формирование эмоционально насыщенного и духовно возвышенного отношения к миру, способности и умения передавать другим свой эстетический опыт.

Культурно-просветительское воспитание:

- формирование эстетической картины мира;

- формирование уважения к культурным ценностям родного города, края, страны;

- повышение познавательной активности обучающихся.

Научно-образовательное воспитание:

- формирование у обучающихся научного мировоззрения;

- формирование умения получать знания;

- формирование навыков анализа и синтеза информации, в том числе в профессиональной области.

Вносимые изменения и утверждения на новый учебный год

№ п/п	№ раздела внесения изменений	Дата внесения изменений	Содержание изменений	«Согласовано» Зав. каф. реализующей дисциплину	«Согласовано» председатель УМК института (факультета), в состав которого входит выпускающая
1	2	3	4	5	6
1					
2					
3					

*Приложение к рабочей
программе дисциплины*



КГУ

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «КГУ»)**

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ
по дисциплине**

Б1.О.12 Математика

(Наименование дисциплины в соответствии с учебным планом)

г. Казань, 2023

Оценочные материалы по дисциплине, предназначенны для оценивания результатов обучения на соответствие индикаторам достижения компетенций.

Оценивание результатов обучения по дисциплине осуществляется в рамках текущего контроля (ТК) и промежуточной аттестации, проводимых по балльно-рейтинговой системе (БРС).

1. Технологическая карта

Семестр 1

Наименование раздела	Формы и вид контроля	Рейтинговые показатели							Промежуточная аттестация
		I текущий контроль	Дополнительные баллы к ТК1	II текущий контроль	Дополнительные баллы к ТК2	III текущий контроль	Дополнительные баллы к ТК3	Итого	
Раздел 1. Введение в линейную алгебру	ТК1	15	0-15					15-30	15-30
Тест		5	0						
Контрольная работа		10	0						
Раздел 2. Введение в математический анализ	ТК2			15	0-15			15-30	15-30
Тест				5	0				
Контрольная работа				10	0				
Раздел 3. Введение в теорию вероятностей и математическую статистику	ТК3					25	0-15	25-40	25-40
Тест						5	0		
Контрольная работа						10	0		
Коллоквиум						10	0		
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен, КП, КР)	ОМ								0-45
Задание промежуточной аттестации									0-15
В письменной форме по билетам									0-30

2. Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации

Шкала оценки результатов обучения по дисциплине:

Код компетенции	Код индикатора компетенции	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Уровень сформированности индикатора компетенции			
			Высокий	Средний	Ниже среднего	Низкий
			от 85 до 100	от 70 до 84	от 55 до 69	от 0 до 54

			Шкала оценивания			
			отлично	хорошо	удовлетворительно	неудовлетворительно
			зачтено			не зачтено
ОПК-2	ОПК-2.1	знать:				
		понятие матрицы, определение обратной матрицы, понятие ранга матрицы; понятие об определителе матрицы, свойства определителей; общий вид СЛАУ; правило Крамера для решения СЛАУ; матричный метод решения СЛАУ; критерий совместности СЛАУ; метод Гаусса; понятие вектора, векторного пространства; базис и размерность векторного пространства; понятие линейного оператора, собственного числа и вектора линейного оператора; понятие квадратичной формы; различные виды уравнений прямых на плоскости; различные виды уравнений плоскости в пространстве; способы задания прямой в пространстве; уравнения линий второго порядка; понятие предела последовательности и функции в точке; понятие непрерывности функции в точке и на множестве; понятие производной, её геометрический смысл; понятие неопределённого и определённого интегралов, их свойства; понятие функции нескольких переменных, частных производных функции	свободно и в полном объеме знает	достаточно полно знает	плохо описывает, много ошибок	не знает

		нескольких переменных; понятие дифференциального уравнения, основные типы дифференциальных уравнений первого порядка; понятие числового и степенного ряда; основные признаки сходимости числовых рядов; основные понятия и определения теории вероятностей и математической статистики: классическое и геометрическое определения вероятности, основные формулы; понятия дискретной и непрерывной случайных величин, генеральной и выборочной совокупностей, точечные оценки параметров распределения.				
		уметь: выполнять действия над матрицами; находить матрицу, обратную данной; находить ранг матрицы; записывать в матричной форме систему линейных уравнений; применять различные методы решения СЛАУ; вычислять скалярное, векторное, смешанное произведение векторов; находить собственные числа и собственные векторы линейного оператора; исследовать квадратичную форму на знакоопределенность; строить уравнения прямой линии на плоскости и пространстве, уравнения плоскости	умеет выполнять без ошибок	выполняет с незначительными ошибками	выполняет с большим количеством ошибок	не умеет

		в пространстве, кривые второго порядка; находить угол между прямыми, плоскостями, расстояние от точки до прямой и плоскости; находить область определения функции, исследовать функцию на симметричность; вычислять предел последовательности и функции в точке; вычислять производные элементарных функций; находить экстремумы функции, наибольшее и наименьшее значение функции на множестве; вычислять первообразные функции (в простейших случаях); вычислять определенные интегралы; применять интегралы к решению простых прикладных задач; находить частные производные ФНП, частные производные высших порядков, экстремумы ФНП; исследовать на сходимость числовые ряды; находить радиус сходимости степенного ряда; записывать математическую постановку типовых текстовых задач; составлять математические модели простых задач реальных процессов и проводить их анализ; выбирать метод решения типовой задачи; решать стандартные задачи с использованием формул теории вероятностей и математической				
--	--	--	--	--	--	--

		статистики.				
		владеть:				
		навыками употребления математической символики для выражения количественных и качественных отношений объектов; навыками символьных преобразований математических выражений; записывать математическую постановку типовой текстовой задачи; навыками построения графиков элементарных функций; навыками использования графиков, таблиц при решении задачи и проведении анализа найденного решения; основными аналитическими методами решения алгебраических уравнений и систем алгебраических уравнений; основными методами дифференцирования, интегрирования функций; основными методами поиска экстремума функций одной и нескольких переменных; методами статистической обработки результатов экспериментов; методами анализа и представления статистических данных.	владеет в полном объеме	владеет в достаточно м объеме	владеет слабо, допускает много ошибок	не владеет

Оценка **«отлично»** выставляется, если обучающийся выполняет контрольные работы в семестре, тестовые задания, выполняет задания коллоквиума, полно и аргументированно отвечает на вопросы билета; обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, самостоятельно решить предложенные

задания, требующие дополнительного анализа и поиска нужных свойств и правил; излагает материал последовательно и правильно;

Оценка **«хорошо»** выставляется, если обучающийся выполняет контрольные работы в семестре, тестовые задания, выполняет задания коллоквиума, полно и аргументированно отвечает на вопросы билета; обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, самостоятельно решить предложенные задания, требующие дополнительного анализа и поиска нужных свойств и правил; излагает материал последовательно и правильно, но допускает 1-2 ошибки, которые сам же исправляет;

Оценка **«удовлетворительно»** выставляется, если обучающийся выполняет контрольные работы в семестре, тестовые задания, выполняет задания коллоквиума;

Оценка **«неудовлетворительно»** выставляется за слабое и неполное выполнение контрольных работ в семестре, тестовых заданий и коллоквиума.

3. Перечень оценочных средств

Краткая характеристика оценочных средств, используемых при текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающегося по дисциплине:

Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Описание оценочного средства
Контрольная работа (КнТР)	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам
Коллоквиум (К)	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися	Вопросы по темам / разделам дисциплины
Тест (Тест)	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося	Комплект тестовых заданий

4. Перечень контрольных заданий или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и навыков, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения дисциплины

Для текущего контроля ТК1:

Проверяемая компетенция: ОПК-2, ОПК-2.1 – Обладает навыками применения математического аппарата.

Тест

1. Дана матрица $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1/6 \\ 1 & 0 & 2/3 \\ -2 & 1 & -13/6 \end{pmatrix}$. Чему равен определитель обратной матрицы A^{-1} ?

2. Разложение определителя $\begin{vmatrix} -2 & 1 & 4 \\ a & b & c \\ 3 & -1 & 5 \end{vmatrix}$ по третьему столбцу имеет вид.

Выберите один ответ:

$a + 2b + 5c$; $-a + 2b - 5c$; $-9a - 22b + c$; $9a - 22b - c$

3. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 \\ 1 & 4 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$. Обозначим элементы обратной матрицы A^{-1} через a_{ij}^{-1} . Чему равен элемент a_{12}^{-1} ?

Выберите один ответ:

$1/3$; -1 ; $14/3$; $-1/3$; 0 ; $2/3$.

4. При решении системы $\begin{cases} x + 2y = 2, \\ 3x - 4y = 7 \end{cases}$ по правилу Крамера. Выберите один ответ:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}, \Delta_1 = \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 7 & 4 \end{vmatrix}, \Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{vmatrix};$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{vmatrix}, \Delta_1 = \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 3 & -4 \end{vmatrix}, \Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 7 \end{vmatrix};$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{vmatrix}, \Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}, \Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 7 & -4 \end{vmatrix};$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{vmatrix}, \Delta_1 = \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 7 & -4 \end{vmatrix}, \Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}.$$

5. Для матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ отметьте те операции, которые

можно выполнить. Выберите один или несколько ответов:

AB ; BA ; AB^T ; $A^T B$; $B^T A$; BA^T ; $A^T B^T$; $B^T A^T$.

6. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ -2 & 1 & 8 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$. Матрица $D = A + 3B^T$.

Найдите $d_{12} - d_{22}$.

7. Если одну строку квадратной матрицы четвертого порядка умножить на 2, то определитель...

Выберите один ответ:

А. увеличится в 16 раз;

Б. увеличится на 2;

В. уменьшится в два раза;

Г. увеличится в два раза;

Д. не изменится.

8. Решите уравнение $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 \\ 2 & 1 & 2-x \end{vmatrix} = 0$. В ответе введите, чему равен x .

9. Найдите все значения λ , при которых существует обратная матрица A^{-1} , если матрица $A = \begin{pmatrix} 9 & 8 & 7 \\ 6 & \lambda & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

Выберите один ответ:

$\lambda > 5$; $\lambda \in (-\infty; 5) \cup (5; +\infty)$; $\lambda \geq 5$; $\lambda < 5$; $\lambda = 5$; $\lambda \leq 5$.

10. Расширенная матрица системы приведена к виду:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & -1 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

Установите соответствие между характеристиками (свойствами) системы и их значениями:

Характеристика	Значение
а. число решений системы равно	1. 0
б. ранг расширенной матрицы равен	2. 1
в. число свободных переменных равно	3. 2
г. Число неизвестных системы равно	4. 3
	5. 4
	6. 5
	7. бесконечно много

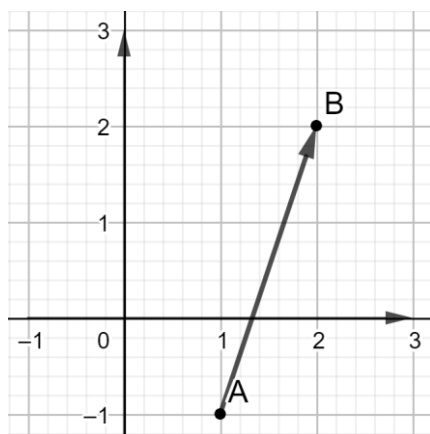
1. Найдите длину вектора $\vec{a} = (-6; 5; -2\sqrt{15})$.

2. При каком значении α векторы $\vec{a} = (8; -\alpha; 2)$ и $\vec{b} = (-1; -2; -3)$ ортогональны?

3. Скалярное произведение векторов обозначается:

$$|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|; \quad (\vec{a}, \vec{b}); \quad |\vec{a} \times \vec{b}|; \quad \vec{a} \times \vec{b}$$

4. Определите по рисунку координаты вектора $\overrightarrow{AB}$.



5. Даны точки $A(1; 1; 1)$, $B(-2; 4; 0)$, $C(3; -4; 5)$.

Установите верное соответствие между действиями над векторами и их координатами:

А. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$	1. $(3; -3; 1)$
Б. $2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA}$	2. $(-3; 3; -1)$
В. $4\overrightarrow{AB}$	3. $(-12; 12; -4)$

4. $(7; -13; 9)$

6. Объём треугольной пирамиды, построенное на векторах $\vec{a} = (3; 3; -1)$, $\vec{b} = (1; 4; 2)$, $\vec{c} = (1; -2; 0)$, равен. Введите ответ:

7. Даны точки $A(0; 1; 2)$, $B(-2; 4; 1)$, $C(1; -1; 3)$. Найдите $np_{\overline{AB}} \overline{AC}$.

$$-\frac{\sqrt{26}}{2}$$

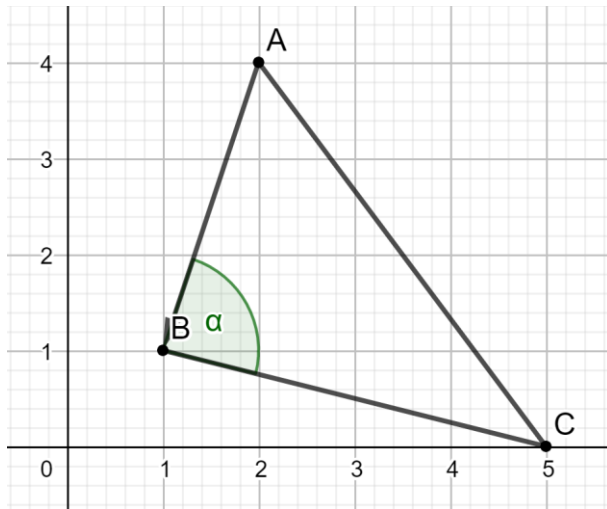
$$13$$

$$-\frac{3\sqrt{6}}{2}$$

$$-\frac{9\sqrt{14}}{14}$$

$$-\frac{3\sqrt{21}}{14}$$

8. Дан треугольник ABC (см. рисунок). Найдите $\cos \alpha$.



Выберите один ответ:

$$\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

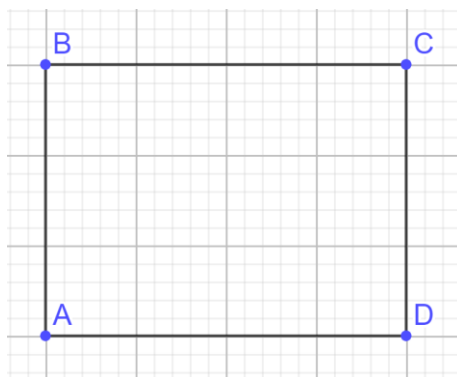
$$\frac{\sqrt{170}}{170}$$

$$\frac{9\sqrt{10}}{50}$$

$$-\frac{\sqrt{170}}{170}$$

$$-\frac{9\sqrt{10}}{50}$$

9. Дан прямоугольник $ABCD$.



Отметьте все пары коллинеарных векторов.

$$\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} \text{ и } \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD};$$

$$\overrightarrow{AD} \text{ и } \overrightarrow{CB};$$

$$\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} \text{ и } \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC};$$

$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} \text{ и } \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}.$$

10. Пусть φ - угол между ненулевыми векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Установите соответствие между знаком $\vec{a} \cdot \vec{b}$ и величиной угла φ .

- | | |
|--------------------------------|-------------------------------------|
| А. $\vec{a} \cdot \vec{b} > 0$ | 1. $\varphi = 0^\circ$ |
| Б. $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$ | 2. $\varphi = 90^\circ$ |
| В. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ | 3. $0^\circ < \varphi < 90^\circ$ |
| | 4. $90^\circ < \varphi < 180^\circ$ |

Контрольная работа
Вариант 1.

Дана матрица линейного оператора в базисе (e_1, e_2, e_3) : $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите

- образ вектора $x = 2e_1 + e_2 + 3e_3$ при отображении A ;
- собственные числа и собственные векторы этого оператора;
- координаты вектора $x = 2e_1 + e_2 + 3e_3$ в базисе (e'_1, e'_2, e'_3) , если

$$\begin{cases} e'_1 = 2e_1 + e_2 - e_3, \\ e'_2 = e_1 + e_2 + 3e_3, \\ e'_3 = e_1 + e_2 + 2e_3; \end{cases}$$

- Исследовать квадратичную форму на знакоопределенность:

$$x_1^2 - 3x_3^2 + 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + 8x_2x_3$$

- Найти координаты точки пересечения прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{1}$ с

плоскостью $3x - y + 2z + 5 = 0$.

Вариант 2.

Дана матрица линейного оператора в базисе (e_1, e_2, e_3) : $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите

- образ вектора $x = -e_1 + 2e_2 - e_3$ при отображении A ;
- собственные числа и собственные векторы этого оператора;
- координаты вектора $x = -e_1 + 2e_2 - e_3$ в базисе (e'_1, e'_2, e'_3) , если

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 - 4e_3, \\ e'_2 = e_1 + e_2 + 3e_3, \\ e'_3 = 2e_1 + 2e_2 + 5e_3; \end{cases}$$

- Исследовать квадратичную форму на знакоопределенность:

$$2x_1^2 + 9x_2^2 + 2x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_2x_3.$$

5. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(1, -3, 5)$ параллельно прямой $\begin{cases} 4x - y + 2z - 7 = 0, \\ x + 3y - 2z + 3 = 0. \end{cases}$

Для текущего контроля ТК2:

Проверяемая компетенция: ОПК-2, ОПК-2.1 – Обладает навыками применения математического аппарата.

Тест

1.

Отметьте верные эквивалентности, действующие при $x \rightarrow 0$.

$1 - \cos x \sim \frac{x^2}{2}$	$e^x - 1 \sim x$	$\arccos x \sim x$	$(1 + x)^m \sim mx$
---------------------------------	------------------	--------------------	---------------------

2.

Вычислите неопределенный интеграл $\int (3 \cos x + 2x) dx$.

$* 3 \sin x + x^2 + C$	$3 \sin x + C$	$-\sin x + x^2 + C$	$\sin x + 2x + C$
------------------------	----------------	---------------------	-------------------

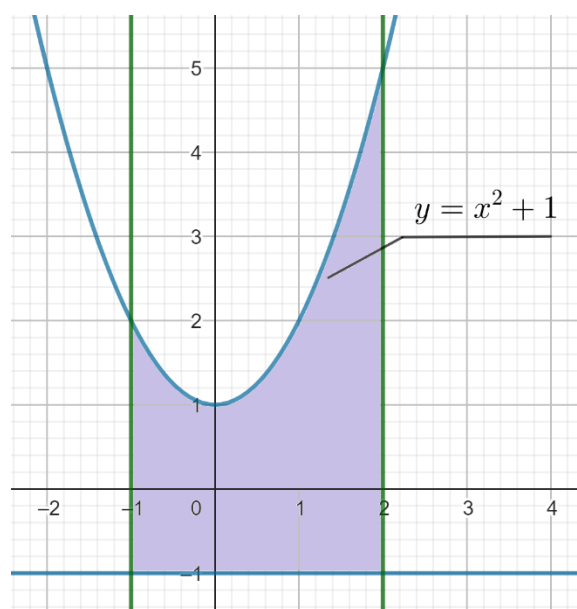
3.

Вычислите неопределенный интеграл $\int x e^{6x} dx$.

$\frac{1}{36} e^{6x} (6x - 1) + C$	$\frac{1}{6} e^{6x} (x - 1) + C$	$6e^{6x} (x - 6) + C$	$\frac{x^2}{2} e^{6x} + C$
------------------------------------	----------------------------------	-----------------------	----------------------------

4.

Вычислите площадь плоской фигуры, изображенной на рисунке.



5.

Вычислите определенный интеграл $\pi \int_0^1 x \cdot \sin(\pi x^2) dx$.

6.

Найдите общее решение дифференциального уравнения $y'' = \cos x$.			
* $-\cos x + C_1 x + C_2$	$C_1 \cos x + C_2$	$-\cos x + C$	$-\cos x + x + C$

7.

Найдите общее решение дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 4y = 0$.			
$C_1 e^{2x} + C_2 x e^{2x}$	$C_1 e^{2x} + 2C_2 e^{2x}$	$e^{2x} + x e^{2x}$	$C e^{2x}$

8.

Дан числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2+1}$. Найдите третий член a_3 этого ряда.

9.

Отметьте расходящийся числовой ряд.			
* $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3}}$

10.

Найдите радиус сходимости степенного ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n \cdot n^2}{3^n}$

Контрольная работа

Вариант 1.

1. Вычислить производную функции $y = \frac{2(3x^3 + 4x^2 - 2)}{\sqrt{1+x}}$.

2. Найти производную функции, заданной параметрически

$$\begin{cases} x = (3t^2 + 1)/3t^3, \\ y = \sin(t^3/3 + t). \end{cases}$$

3. Найти производную указанного порядка $y = (4x^3 + 5)e^{2x+1}$, $y''' = ?$

4. Найти интервалы монотонности и экстремумы функции
 $y = 2 \ln\left(\frac{x}{x-4}\right) - 3$.

5. Найти частные производные второго порядка функции:

$$z = x^2 \cos y + y^2 \cos x - 2xy - 3.$$

6. Найти полный дифференциал первого порядка функции:

$$z = \ln(x^2 y + 3xy^2).$$

7. Исследовать функцию на экстремум: $z = -x^2 y + xy^2 + 4xy$

8. Найти производные функции, заданной неявно: $z^2 = x(y \sin x + \cos z)$.

9. Найти производную функции в точке M_0 по направлению вектора $\vec{a}$: $u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$, $M_0(3; -4; 5)$.

10. Составить уравнение касательной плоскости и нормальной прямой в точке $M_0(1; 2; z_0)$: $z = 3x^3 - 4y^3 + 10xy + 15$.

Вариант 2.

1. Вычислить производную функции $y = \frac{\sqrt{1+x^2}}{5x^3+x}$.

2. Найти производную функции, заданной параметрически
$$\begin{cases} x = \sqrt{1-t^2}, \\ y = \operatorname{tg} \sqrt{1+t}. \end{cases}$$

3. Найти производную указанного порядка
 $y = e^{-x} \cdot (\cos 2x - 3 \sin 2x)$, $y''' = ?$

4. Найти интервалы монотонности и экстремумы функции
 $y = (2x + 3)e^{-2(x+1)}$.

5. Найти частные производные второго порядка функции:

$$z = 2xy - e^{2x} + 3x^2y - 5.$$

6. Найти полный дифференциал первого порядка функции: $u = \ln \sqrt{\frac{y}{x}}$.

7. Исследовать функцию на экстремум: $z = 2x^2y - xy^2 + 3xy$

8. Найти производные функции, заданной неявно:
 $z = xy \sin(x - 2y + z)$.

9. Найти производную функции в точке M_0 по направлению вектора $\vec{a}$:

$$u = 5^{xy-z} + \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{x-z}{y}}; \vec{a} = \vec{j} + \vec{k}; M_0(1; 1; 0).$$

10. Составить уравнение касательной плоскости и нормальной прямой в точке $M_0(1; 2; z_0)$: $z = 4x^3 - 2y^3 + 6xy - 16$.

Для текущего контроля ТКЗ:

Проверяемая компетенция: ОПК-2, ОПК-2.1 – Обладает навыками применения математического аппарата.

Тест

1. Событие, которое может либо произойти, либо не произойти, называется

- * случайным событием
- невозможным событием
- достоверным событием
- вероятным событием

2. События A и B , которые могут произойти одновременно в результате одного опыта, называются

- * совместными
- несовместными
- зависимыми
- независимыми

3. Число размещений из n элементов по m элементов вычисляется по формуле:

$$\frac{n!}{(n-m)!}; \quad \frac{n!}{m!(n-m)!}; \quad \frac{m!}{(n-m)!}; \quad (n-m)!$$

4. Вероятность достоверного события равна...

5. Сколькими способами на полке можно расположить 5 книг?

6. Число размещений из n элементов по m с повторениями равно...

$$n^m; \quad \frac{n!}{(n-m)!}; \quad \frac{n!}{m!(n-m)!}; \quad \frac{n!}{m!}$$

7. Если события A и B взаимно независимы, то условная вероятность $P(A/B)$ равна...

$$P(B); \quad P(A); \quad \frac{P(A)}{P(B)}; \quad 0$$

8. Монету подбрасывают 5 раз. Какова вероятность того, что 3 раза выпадет герб?

9. Бросают игральную кость. Сколько элементов содержит пространство элементарных исходов данного опыта?

10. Какова вероятность вынуть даму из колоды в 32 карты?

Контрольная работа

Задача 1. Вычислить вероятности событий, пользуясь формулами сложения и (или) умножения вероятностей.

Задача 2. Вычислить вероятности событий, пользуясь формулой полной вероятности и (или) формулой Байеса.

Задача 3. Вычислить вероятности событий, пользуясь формулой Бернулли, следствиями из неё, или её асимптотическими приближениями.

Задача 4. Задан закон распределения дискретной случайной величины X . Найти математическое ожидание, дисперсию. Построить график функции распределения вероятностей случайной величины X .

Задача 5. Непрерывная случайная величина X задана функцией распределения вероятностей. Требуется: а) найти плотность распределения вероятностей; б) найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение; в) построить график плотности распределения вероятностей.

Задача 6. По данным выборки составить дискретное статистическое распределение. Найти несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии генеральной совокупности, построить статистическую функцию распределения.

Задача 7. По данным выборки составить статистическое распределение. Построить гистограмму частот, график накопленных частот. Вычислить несмещенные точечные оценки параметров генеральной совокупности.

Задача 8. Найти указанные доверительные интервалы.

Задача 9. По данной выборке случайной величины X построить доверительный интервал для математического ожидания (доверительную вероятность положить равной 0,95).

Вариант 1

1. Устройство состоит из 3 элементов, работающих независимо. Вероятности безотказной работы (за время t) первого, второго и третьего элементов соответственно равны 0.6, 0.7, 0.8. Найти вероятность того, что за время t безотказно будут работать только два элемента.

2. В первом ящике содержится 20 деталей, из них 15 стандартных. Во втором 30 деталей, из них 24 стандартных. В третьем – 10 деталей, из них 6 стандартных. Найти вероятность того, что случайным образом извлеченная деталь стандартная.

3. Если в среднем левши составляют 1%, какова вероятность того, что среди 200 человек окажется четверо левшей? Какова вероятность среди 200 человек обнаружить не менее 4 левшей?

4.
$$\begin{pmatrix} X & -7 & -4 & 3 & 6 & 7 & 9 \\ p & 0.45 & 0.1 & 0.2 & 0.05 & 0.1 & 0.1 \end{pmatrix}$$

5.
$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1, \\ x-1, & 1 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

6. 4; 4; 3; 5; 5; 4; 3; 4; 3; 5; 3; 4; 4; 5; 6; 3; 5; 5; 3; 4.

7. 12; 14; 8; 3; 9; 6,5; 7; 7; 6; 6; 13,6; 4,8; 12,7; 6,2; 9,3; 6,1; 2,9; 3,7; 5;

4

8,4; 5,9; 10,4; 3,8; 2; 5,4; 7,6; 3,9; 6; 11,4; 3; 6; 3; 3; 3; 4,9; 10,1; 9,5; 7,1;

4,1

8,8; 6,2; 9,6; 10,1; 10,8; 5,9; 13,6; 12,9; 12,4; 8,3

8. Количественный признак X генеральной совокупности распределен нормально. По выборке объема $n=121$ найдено "исправленное" среднее квадратическое отклонение $S=2.5$, выборочное среднее равно 12. Найдите доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания a , с надежностью 0.9.

9. 1,4 0,6 3,6 3,6 3,4 3,7 3,7 3,6 5,8 0,6 8,3 0,6 5,6 3,8 3,4
2,0 3,3 3,6 0,6 7,0 1,2 0,7 2,1 3,0 7,5 1,2 5,1 5,7 4,5 3,0

Вариант 2.

1. Два истребителя одновременно атакуют бомбардировщик. Вероятность попадания в бомбардировщик одного истребителя 0,5; второго – 0,4. Найти вероятность одного попадания и двух попаданий.

2. Некто, заблудившись в лесу, вышел на поляну, откуда вело 5 дорог. Известно, что для различных дорог вероятности выхода из леса за час соответственно равны: 0.6, 0.3, 0.2, 0.1, 0.1. Определить вероятность того, что заблудившийся пошел по первой дороге, если известно, что он вышел из леса через час.

3. В некотором семействе 8 детей. Вероятность рождения мальчика или девочки равна 0,5. Найти вероятность того, что а) имеется 4 мальчика и 4 девочки; б) число мальчиков заключено между 2 и 6 (включительно).

4.
$$\begin{pmatrix} X & -5 & 2 & 6 & 7 & 9 & 11 \\ p & 0.4 & 0.3 & 0.1 & 0.05 & 0.05 & 0.1 \end{pmatrix}$$

5.
$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & 0 < x \leq 3, \\ 1, & x > 3. \end{cases}$$

6. 12; 13; 10; 11; 12; 9; 11; 13; 14; 15; 15; 12; 12; 10; 11; 9; 8; 7; 7; 7.

7. 1; 5; 5; 14; 12,3; 9,1; 10; 4,7; 5,1; 5,3; 4,9; 3,8; 10,7; 11,3; 11; 5,8; 4,5; 2,6; 7,4; 5,8

3,1; 4,5; 7,7; 8,3; 8; 9,2; 4; 9,4; 6,7; 6; 8; 8,4; 3,7; 2,9; 4,1; 7,3; 5; 8,2; 9; 10 11; 13,5; 12,9; 12,5; 11,6; 11,4; 10,1; 12,8; 5,1; 9.

8. Количественный признак X генеральной совокупности распределен нормально. По выборке объема $n = 64$ найдено "исправленное" среднее квадратическое отклонение $S = 1.9$. Найдите доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания a , с надежностью 0.95, если $\bar{x} = 5$.

9. 1,6 1,5 2,4 2,6 4,9 3,2 1,0 0,1 0,0 2,8 0,3 2,2 0,8 3,2 8,0
0,7 4,1 0,2 0,3 0,7 3,3 3,4 4,6 0,6 0,5 4,2 3,7 0,1 0,4 1,2

Коллоквиум.

Теоретические вопросы для коллоквиума:

1. Матрица, размерность матрицы. Линейные действия над матрицами.

2. Произведение матриц. Транспонирование.

3. Определитель матрицы. Свойства определителя.

4. Метод Крамера решения систем линейных уравнений.

5. Линейный оператор.

6. Квадратичная форма. Матрица квадратичной формы.

7. Направление и длина вектора.

8. Коллинеарные векторы, компланарные векторы.

9. Проекция вектора на число (определение, формула для вычисления проекции, свойства).

10. Скалярное произведение векторов, его свойства. Угол между векторами (формула).

11. Векторное произведение векторов, его свойства. Формула для вычисления векторного произведения, вычисление площадей.

12. Смешанное произведение векторов, его свойства. Формула для вычисления смешанного произведения, вычисление объемов.
13. Предел числовой последовательности, предел функции.
14. Замечательные пределы.
15. Эквивалентности.
16. Производная функции одной переменной.
17. Правила дифференцирования.
18. Таблица производных основных элементарных функций.
19. Дифференцирование сложной функции.
20. Приложения производной: нахождение интервалов монотонности функции, нахождение экстремумов, уравнение касательной к графику функции.
21. Неопределенный интеграл.
22. Таблица первообразных основных элементарных функций.
23. Свойства неопределенного интеграла.
24. Формула интегрирования по частям.
25. Определенный интеграл.
26. Свойства определенного интеграла.
27. Вычисление площадей плоских фигур, вычисление длины дуги с помощью определенного интеграла.
28. Функции нескольких переменных.
29. Вычисление частных производных.
30. Градиент.

Тестовые задания для коллоквиума.

1.

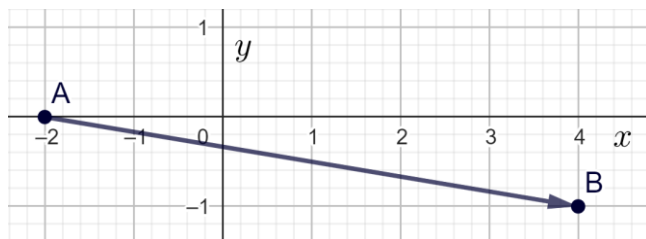
Даны точки $A(-1; 4; 6)$, $B(0; 1; 5)$, $C(-3; 1; 1)$. Вычислите скалярное произведение $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CB}$.

2.

Даны векторы $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$. Вычислите $|\vec{b} - \vec{a}|$.

3.

Найдите координаты вектора $\overrightarrow{AB}$.



* (6; -1)

(2; -1)

(-1; 6)

(4; 1)

4.

Вычислите определитель $\begin{vmatrix} -2 & 6 \\ 1 & 5 \end{vmatrix}$.

5.

Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}$. Вычислите $2A + B$.

$\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -8 & 6 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 7 & -12 \\ -1 & -15 \end{pmatrix}$
--	---	---	---

6.

Отметьте верные эквивалентности, действующие при $x \rightarrow 0$.

$\sin x \sim x$	$\ln x + 1 \sim x$	$\cos x \sim x$	$(1+x)^m - 1 \sim mx$
-----------------	--------------------	-----------------	-----------------------

7.

Отметьте верные формулы.

C — константа.

$(f \cdot g)' = f'g - fg'$	$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$	$(C \cdot f)' = f'$	$(C)' = 0$
----------------------------	---	---------------------	------------

8.

Отметьте все верные формулы.

$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{(\cos x)^2}$	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$
$(\arcsin x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$(a^x)' = a^x$

9.

Вычислите производную функции $y = \cos(5x^2 - 10)$.

$-\sin(10x - 1)$	$-\sin(10x)$	$-10x \cdot \sin(5x^2 - 10)$	$-\sin(10x - 10)$
------------------	--------------	------------------------------	-------------------

10.

Вычислите производную функции $y = x^3 \cdot \sin x$.

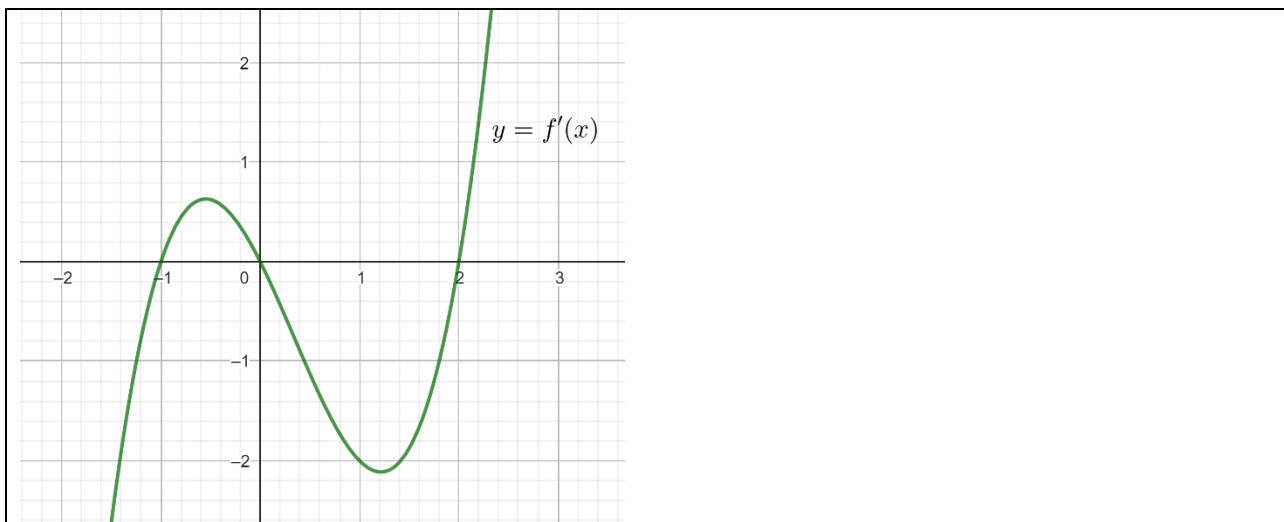
$x^2(3 \sin x + x \cos x)$	$3x^2 \cos x$	$-3x^2 \cos x$	$x^2(3 \sin x - x \cos x)$
----------------------------	---------------	----------------	----------------------------

11.

Найдите значение функции $y = \frac{4x-12}{x^2-8}$ в точке локального минимума.

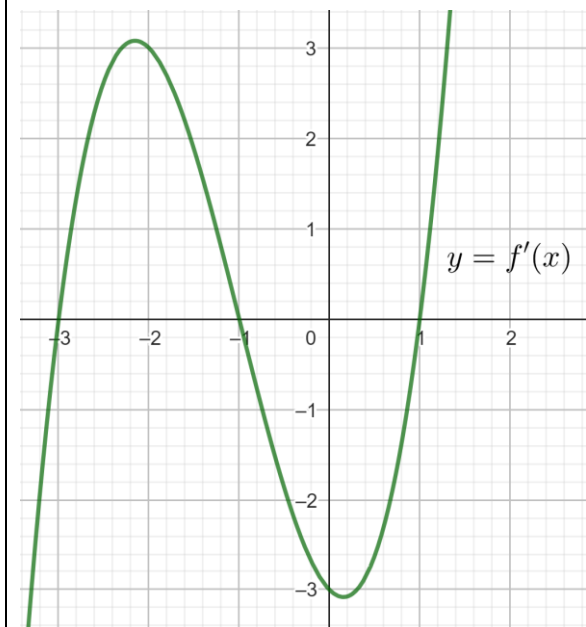
12.

На рисунке изображен график производной функции $y = f(x)$. Определите по графику количество критических точек функции $y = f(x)$.



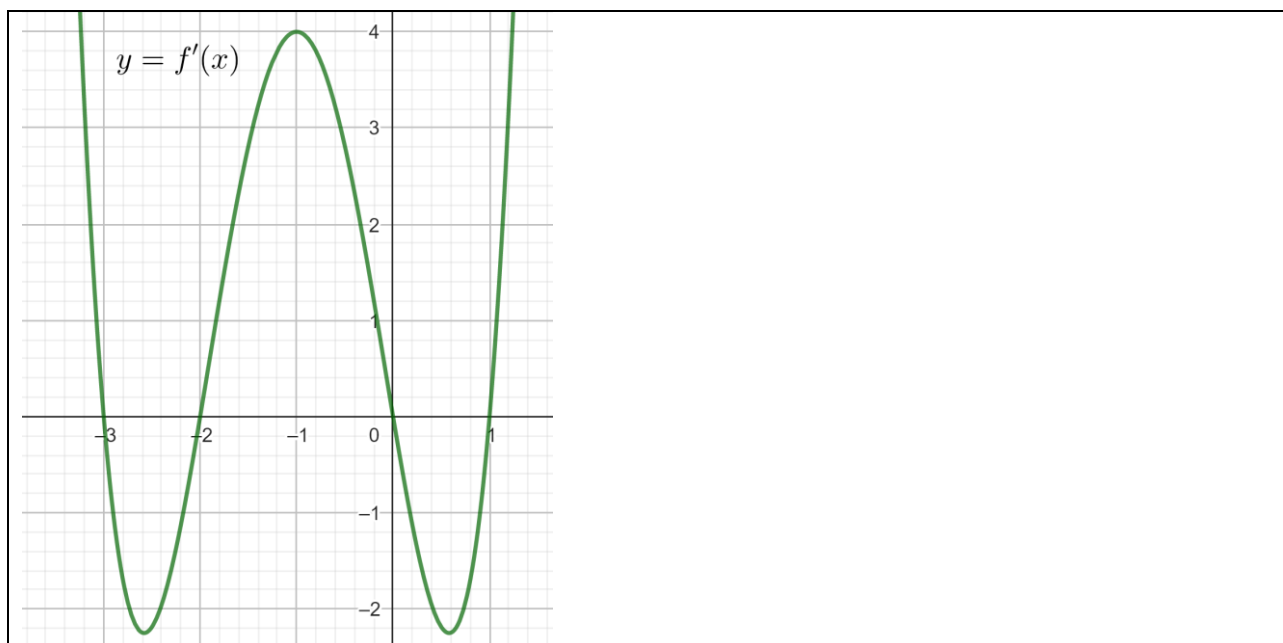
12.

На рисунке изображен график производной функции $y = f(x)$. Запишите интервалы возрастания функции $y = f(x)$.



13.

На рисунке изображен график производной функции $y = f(x)$. Запишите интервалы убывания функции $y = f(x)$.



14.

Отметьте все верные формулы.

$$\int x^n dx = n \cdot x^{n-1} + C$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int \ln x dx = \frac{1}{x} + C$$

$$\int \frac{dx}{(\cos x)^2} = \operatorname{tg} x + C$$

15.

Вычислите неопределенный интеграл $\int (6x^2 + 3)dx$.

$$6x^3 + C$$

$$2x^3 + 3x + C$$

$$6x^3 + 3x + C$$

$$2x^3 + C$$

16.

Отметьте все верные свойства определенного интеграла.

$$\int_a^b f(x)dx = \int_b^a f(x)dx$$

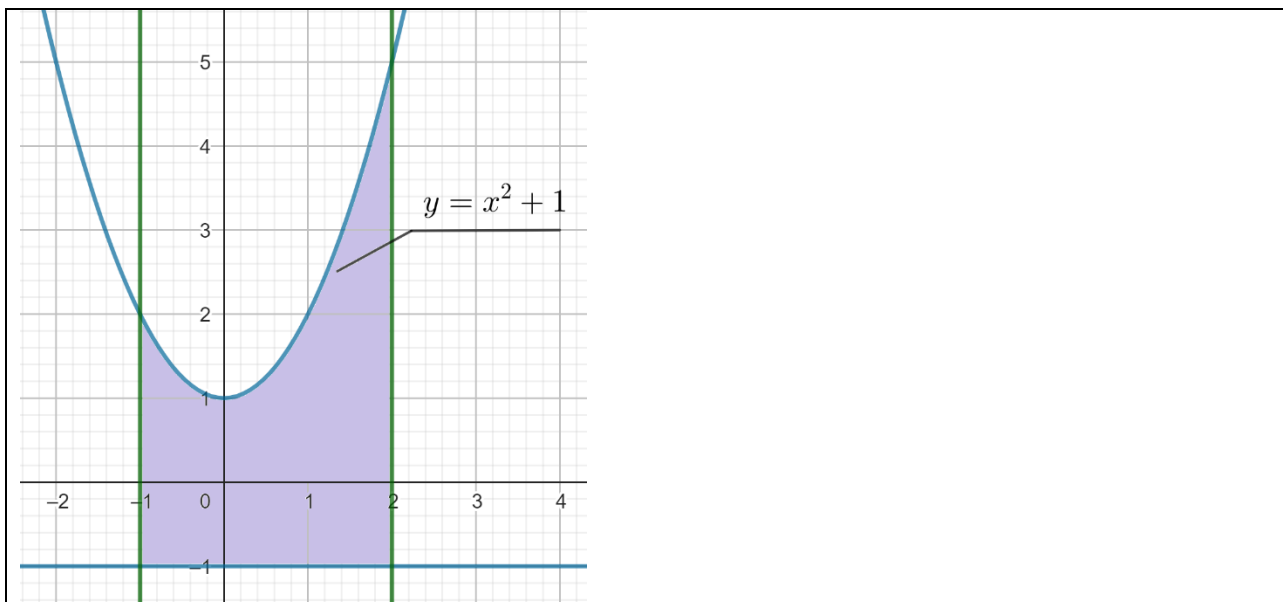
$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx - \int_c^b f(x)dx, c \in (a; b)$$

$$\int_a^b C \cdot f(x)dx = C \cdot \int_a^b f(x)dx, C - \text{const}$$

$$\int_a^a f(x)dx = 0$$

17.

Вычислите площадь плоской фигуры, изображенной на рисунке.



18.

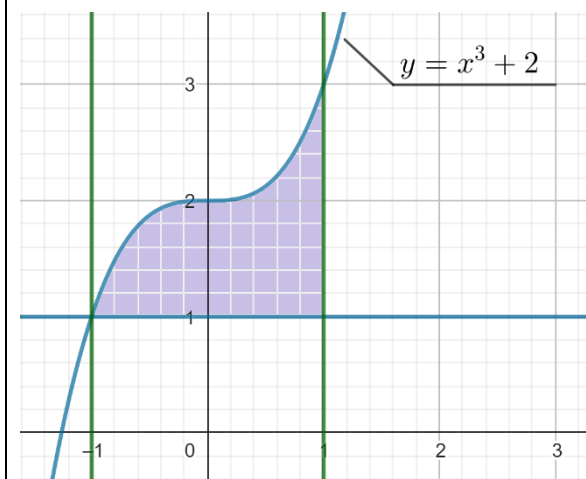
Найдите критическую точку функции $z = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y + 9$.

19.

Найдите частную производную по переменной x функции $z = x^3y + e^y + \cos(3x + 5y)$.

20.

Вычислите площадь плоской фигуры, изображенной на рисунке.



Для промежуточной аттестации:

Теоретические вопросы к экзамену:

Матрицы и определители

Понятие матрицы. Размерность матрицы. Диагональная матрица. Единичная матрица. Действия над матрицами. Свойства. Правило умножения матриц. Транспонирование матриц. Свойства действий над матрицами.

Определители. Порядок определителя. Формула разложения по строке (столбцу). Свойства определителя. Невырожденная матрица. Вычисление

обратной матрицы (по алгоритму, методом Жордана-Гаусса). Ранг матрицы (два способа вычисления ранга матрицы).

Системы линейных алгебраических уравнений

Системы линейных алгебраических уравнений. Матрица коэффициентов. Совместные и несовместные системы. Теорема Кронекера-Капелли. Метод Крамера, в каких случаях он применим. Матричный метод, в каких случаях он применим. Метод Гаусса.

Линейные пространства

Определение линейного пространства. Линейно независимая система векторов. Базис и размерность линейного пространства. Матрица перехода от одного базиса к другому (правило составления матрицы). Координаты вектора в новом базисе (формула).

Аналитическая геометрия

Прямоугольная и полярная системы координат. Формулы, связывающие прямоугольный и полярные координаты.

Уравнение прямой на плоскости, основные виды уравнений: общее уравнение, уравнение прямой с угловым коэффициентом, каноническое уравнение, уравнение прямой, проходящей через две заданные точки, уравнение прямой в отрезках (необходимо записать сами уравнения и смысл их параметров). Угол между прямыми (формулы для вычисления), частные случаи. Формула для вычисления расстояния от точки до прямой на плоскости.

Уравнение плоскости в пространстве. Нормальный вектор. Основные виды уравнений плоскости: общее уравнение, уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки, уравнение плоскости, проходящей через заданную точку перпендикулярно заданному вектору, уравнение плоскости в отрезках, нормальное уравнение плоскости (необходимо записать сами уравнения и смысл их параметров). Угол между плоскостями, частные случаи. Расстояние от точки до плоскости.

Уравнение прямой в пространстве. Направляющий вектор. Основные виды уравнений прямой на плоскости: каноническое уравнение, параметрические уравнения, уравнение прямой, проходящей через две заданные точки, общие уравнения прямой (необходимо записать сами уравнения и смысл их параметров). Угол между прямыми в пространстве, угол между прямой и плоскостью.

Кривые второго порядка. Канонические кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола (вывод уравнений).

Линейные операторы

Определение линейного оператора. Матрица линейного оператора (правило составления). Матрица линейного оператора в новом базисе (формула). Собственные векторы и собственные значения линейного оператора (определение и свойства). Правило отыскания собственных значений и векторов. Характеристический многочлен, характеристическое уравнение.

Квадратичные формы

Матрица квадратичной формы. Знакоопределенность квадратичной формы. Критерий Сильвестра. Закон инерции. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.

Предел функции

Предел функции в точке. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел. Эквивалентные бесконечно малые функции: определение, основные эквивалентности.

Производная функции

Определение производной, ее геометрический смысл. Формулы для вычисления производной суммы, разности, произведения, частного двух функций. Производная сложной функции. *Производные основных элементарных функций* (знать наизусть!). Вывод формул для вычисления производных следующих функций: x^n , $\cos x$, $\sin x$, a^x . Производная функции, заданной параметрически. Логарифмическое дифференцирование. Производные высших порядков.

Приложения производной. Исследование функций при помощи производных

Возрастание и убывание функции, необходимое и достаточное условия. Экстремумы функции. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума функции в точке. Выпуклость, точки перегиба.

Неопределенный интеграл

Понятие неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Формула интегрирования по частям. *Таблица интегралов* (знать наизусть!).

Определенный интеграл

Понятие определенного интеграла. Геометрический смысл (площадь криволинейной трапеции). Формула Ньютона – Лейбница. Основные свойства определенного интеграла. Формула интегрирования по частям для определенного интеграла.

Функции нескольких переменных

Определение ФНП. Частные производные первого порядка. Частные производные высших порядков. Полный дифференциал первого и второго порядков. Дифференцирование неявной функции. Экстремумы функций двух переменных. Необходимое условие экстремума (формулировка), достаточное условие экстремума (формулировка).

Дифференциальные уравнения

Общий вид, общее решение, общий интеграл. Частное решение. Задача Коши. *ДУ первого порядка*: уравнения с разделяющимися переменными, однородные дифференциальные уравнения, линейные, уравнения Бернулли, уравнения в полных дифференциалах (канонический вид, методы решения каждого типа уравнений).

Линейные однородные дифференциальные уравнения II порядка. Структура общего решения ЛОДУ II порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение, вид общего решения для каждого из случаев ($D > 0$, $D = 0$, $D < 0$). Общий вид линейного неоднородного

ДУ II порядка. Структура общего решения ЛНДУ II порядка. Теорема о наложении решений.

Теория вероятностей

Пространство элементарных событий. Несовместные события. Операции над событиями.

Определения вероятности: классическое, геометрическое. Свойства вероятности.

Условная вероятность. Теорема умножения. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема испытаний Бернулли. Формула Бернулли.

Дискретные, непрерывные случайные величины. Распределение случайных величин. Функция распределения дискретной и непрерывной случайных величин. Формула для вычисления вероятности попадания случайной величины в интервал. Плотность вероятностей непрерывной случайной величины. Свойства плотности.

Математическое ожидание. Свойства математического ожидания. Дисперсия. Свойства дисперсии. Среднее квадратическое отклонение. Формулы для вычисления математического ожидания и дисперсии для дискретных и непрерывных случайных величин.

Математическая статистика

Выборка. Статистическое распределение. Вариационный ряд. Гистограмма, график накопленных частот. Эмпирическая функция распределения. Точечные оценки параметров распределения: выборочное среднее, выборочная дисперсия (исправленная, неисправленная), выборочное среднее квадратическое отклонение.

Задачи к экзамену:

Базовая сложность:

1. Вектор $\bar{a}$ раскладывается по базису (e_1, e_2, e_3) следующим образом:

$$a = -5e_1 + 2e_2 + 5e_3.$$

Найдите координаты вектора $\bar{a}$ в новом базисе $e' = (e'_1, e'_2, e'_3)$, если

$$e'_1 = 2e_1 + e_2 + e_3,$$

$$e'_2 = e_1 + 3e_2 + 4e_3,$$

$$e'_3 = e_1 + 3e_3.$$

2. Вычислите определитель четвертого порядка:

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 & -1 \\ -2 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 5 & -6 \\ 3 & -1 & 3 & 0 \end{vmatrix}$$

3. Решите систему матричным способом:

$$\begin{cases} 2x + y + z = 1, \\ x - 4y + 2z = -1, \\ 3x - y + 2z = 0. \end{cases}$$

4. Задачи по аналитической геометрии на плоскости и в пространстве:

4.1 Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $A(1, 3)$ параллельно прямой l_1 , если прямая l_1 проходит через точки $M_1(-3, 5), M_2(1, -2)$.

4.2 Составьте уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1, 3, 0), B(-2, 4, 1), C(2, 0, -3)$.

4.3 Найдите точку пересечения прямой l и плоскости Ω

$$l: \frac{x-1}{5} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{1},$$

$$\Omega: 3x - 4y + z - 5 = 0.$$

4.4 Составьте канонические уравнения прямой l , заданной общими уравнениями:

$$l: \begin{cases} -x + y = 1, \\ 5x + y - z + 2 = 0. \end{cases}$$

4.5 Составьте параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $A(-1, 1, -1)$ параллельно прямой l_1 , если

$$l_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{-1}.$$

5. Дифференцирование функции одной переменной

5.1. Найдите производную сложной функции y' :

$$y = \cos(3x^2 + e^x); \quad y = \arcsin \sqrt{3x-1}; \quad y = \frac{\sin x}{(x^2 + e^x)^3}; \quad y = \log_4 x \cdot (5 + \sqrt{e^x}).$$

5.2. Найдите производную функции y'_x , заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = \cos^3 t, \\ y = \sin^3 t; \end{cases} \quad \begin{cases} x = \ln t, \\ y = \sqrt{t}; \end{cases} \quad \begin{cases} x = \arctgt, \\ y = \frac{1}{1+t^2}. \end{cases}$$

6. Частные производные функции нескольких переменных

6.1. Найдите частные производные функции:

$$z = x^3 + 4x^2y - y^3, \quad z = \ln(x^2 + y^2), \quad z = (x^3 - 2y^4)^3, \quad z = \sqrt{1 - 4x^2 + 10y^3},$$

$$z = \sin^2(8x - 2y), \quad z = \frac{y}{x}.$$

6.2. Найдите частные производные функции, заданной неявно:

$$e^z + \cos(x^2 + y) - xyz = 0, \quad \text{найти } z'_x, z'_y.$$

7. Неопределенный интеграл

7.1. Вычислите неопределенный интеграл от дробно-рациональной функции:

$$\int \frac{x^2 + x + 2}{x(x-2)(x-4)} dx; \quad \int \frac{x+2}{x(x^2-3x-4)} dx; \quad \int \frac{x+1}{x^2(x-5)} dx; \quad \int \frac{x+4}{(x-1)(x+2)^2} dx;$$

$$\int \frac{x+5}{x^2+4x+13} dx.$$

7.2. Вычислите неопределенный интеграл, используя формулу интегрирования по частям:

$$\int (3x+5)\cos 2x dx; \int (2x-7)e^{3x} dx; \int (3x^2+x)\ln x dx.$$

7.3. Вычислите неопределенный интеграл от тригонометрической функции:

$$\int \sin^5 x \cos^2 x dx; \int \sin^2 x \cos^4 x dx.$$

Повышенная сложность:

1. Решите систему методом Гаусса:

$$1.1 \begin{cases} 5x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 = -5, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = -3, \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = -4. \end{cases}$$

$$1.2 \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 = 16, \\ x_1 + 7x_2 + x_3 + 4x_4 = 23, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 10, \\ 4x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 1. \end{cases}$$

$$1.3 \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 7, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 - 2x_4 = 5, \\ 3x_1 - 7x_2 + 4x_3 + 5x_4 = -11, \\ 7x_1 + 2x_2 - x_3 + 11x_4 = 6. \end{cases}$$

2. Найдите собственные числа и собственные векторы линейного оператора,

заданного матрицей $A = \begin{pmatrix} 5 & -3 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Приведите квадратичную форму к каноническому виду и определите ее знак:

3.1 $q(x) = x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 3x_2^2 - 6x_2x_3 - 4x_3^2$;

3.2 $q(x) = 2x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 9x_2^2 + 19x_3^2$.

4. Приложения производной функции одной переменной

Найдите интервалы монотонности, экстремумы функции и интервалы выпуклости функции: $y = 2 \ln \left(\frac{x}{x-4} \right) - 3$.

5. Приложения частных производных

Найдите экстремумы функции: $z = -x^2y + xy^2 + 4xy$

6. Приложения определенного интеграла

6.1. Вычислите длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = 4(2\cos t - \cos 2t), \\ y = 4(2\sin t - \sin 2t), \quad 0 \leq t \leq \pi. \end{cases}$$

6.2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиками функций

$$y = \frac{e^{1/x}}{x^2}, \quad y = 0, \quad x = 2, \quad x = 1.$$