

АННОТАЦИЯ

учебной дисциплины Б1.В.04 «Алгебра операторов и C^* -алгебра»
по образовательной программе направления подготовки
01.06.01 Математика и механика,
направленность «Вещественный, комплексный и функциональный анализ»
Квалификация (степень) выпускника: исследователь, преподаватель-
исследователь

Цель дисциплины – формирование знаний, умений и навыков в области теории операторных алгебр, включая и социально-личностные качества, обеспечивающие успешность научной и педагогической деятельности, воспитание достаточно высокой математической культуры, являющейся основой для становления научно-педагогических кадров высшей квалификации для науки, образования и промышленности.

Задачи дисциплины – Углубленное изучение основных принципов и методов теории операторных алгебр, формирование умений в области применения теории C^* -алгебр к решению проблем математической физики и квантовой теории поля. Получение практических навыков работы с алгебрами операторов на бесконечномерном пространстве. Формирование навыков самостоятельной научно-исследовательской и педагогической деятельности, совершенствование математического образования, в том числе ориентированного на профессиональную деятельность.

Объем дисциплины: в 3 зачетных единицах и 108 часах;

Семестр: 4

Краткое содержание дисциплины:

Раздел 1. Элементарная спектральная теория

Банаховы алгебры. Спектр и спектральный радиус. Спектр коммутативной банаховой алгебры. Преобразование Гельфанда. Банаховая алгебра $B(H)$. Компактные и фредгольмовы операторы на гильбертовых пространствах. Алгебра Калкина.

Раздел 2. C^* -алгебры

Определение C^* -алгебры и ее основные свойства. Унитализация C^* -алгебры. Коммутативные C^* -алгебры (Теорема Гельфанда-Наймарка). Самосопряженные и положительные элементы C^* -алгебры, полярное разложение элемента C^* -алгебры. Полуторалинейные формы. Спектральная теорема для самосопряженных элементов.

Раздел 3. Положительные функционалы и идеалы

Идеалы в C^* -алгебрах. Фактор-алгебра. Положительные линейные функционалы, состояния и чистые состояния. Понятие веса и следа на C^* -алгебре. Типы C^* -алгебр.

Раздел 4. Представления C^* -алгебр

Точные представления и неприводимые представления. Унитарно эквивалентные представления. Теорема о транзитивности. Левые идеалы в C^* -алгебре. Примитивные идеалы. Лиминальные и постлиминальные C^* -алгебры. Чистые состояния. ГНС конструкция C^* -алгебр. Связь неприводимых представлений и чистых состояний.

Раздел 5. Алгебры фон Нойманна

Теорема о бикоммутанте. Слабая и ультраслабая топологии. Теорема Капланского о плотности. Коммутативные алгебры фон Нойманна. Нетривиальные алгебры фон Ноймана. Нормальные и волне аддитивные состояния. Факторы и типы фактор. Модулярная теория Томита-Такесаки.

Раздел 6. Прямые пределы и тензорные произведения

Прямые пределы C^* -алгебр. AF-алгебра. Равномерно гиперфинитные алгебры. Тензорные произведения C^* -алгебр. Ядерные C^* -алгебры. Бесконечные тензорные произведения.

Раздел 7. Групповые C^* -алгебры

Группы. Ковариантная динамическая система. Понятие скрещенного произведения. Групповая C^* -алгебра. Регулярное представление. C^* -алгебра, порожденная регулярным представлением. Структура C^* -алгебр, порожденных скрещенным произведением алгебры непрерывных функций на окружности и иррациональным вращением. Алгебра Бунца-Деденса.

Аудиторный курс включает в себя лекции и практические занятия.
Форма промежуточной аттестации – зачет с оценкой.